

מתמטיקה דיסקרטית תשפ"ה - תרגיל בית 5

1. כמה מספרים אי-זוגיים בעלי 4 ספרות ניתן להרכיב מהספרות 1, 2, 3, 4, 5, 6, כך שבנוסף:
(א) הספרה 1 תופיע לפחות פעם אחת?
(ב) הספרה 1 תופיע לכל היותר פעם אחת?
(ג) כל הספרות שונות זו מזו?
2. כמה מספרים בעלי 6 ספרות ניתן להרכיב מהספרות 1, 2, 3, 4 כך שהסכום של כל שתי ספרות סמוכות יהיה אי-זוגי?
3. כמה מספרים בעלי 5 ספרות שונות ניתן להרכיב מהספרות 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 כך שהם יתחלקו ב-5 וגם יכילו את 5?
4. כמה מספרים אי-זוגיים בעלי 6 ספרות שונות ניתן להרכיב מהספרות 1, 2, 3, 4, 5, 6 כך שהם יהיו גדולים מהמספר 200,000 (מאתיים אלף)?
5. כמה מספרים בעלי 5 ספרות שונות ניתן להרכיב מהספרות 1, 2, 3, 4, 5 כך שהסכום של כל שתי ספרות סמוכות יהיה קטן מ-9?
6. בכמה דרכים ניתן להכניס מלפפון, עגבניה, תפוח ואגס למקרר בעל 5 מדפים המסודרים זה מעל זה, כך שהמלפפון יהיה במדף גבוה יותר מהעגבניה? (אין הגבלה כלשהי על מספר הפריטים בכל מדף).
7. בכמה אופנים ניתן להכניס 6 פירות שונים למקרר בעל 5 מדפים כך שבמדף העליון יהיה בדיוק פרי אחד, במדף התחתון יהיה בדיוק פרי אחד וגם במדף האמצעי יהיה בדיוק פרי אחד? (בשאר המדפים יכולים להיות מספר פירות).
8. בחפיסת קלפים תקנית ישנם 52 קלפים. על כל קלף מופיע מספר טבעי בין 1 ל-13, ובנוסף מופיעה צורה אחת מבין ארבע: עלה, לב, יהלום, תלתן. (לכל קלף יש שילוב ייחודי של צורה ומספר, וכל שילוב מופיע על קלף אחד בדיוק). בכמה דרכים ניתן לבחור 5 קלפים שונים מתוך החפיסה (ללא חשיבות לסדר), כך ש:
(א) על ארבעה מהקלפים שנבחרו מופיע המספר 7?
(ב) על כל חמשת הקלפים מופיעה הצורה יהלום?
(ג) על בדיוק שניים מהקלפים שנבחרו מופיע המספר 7, ועל שלושת הקלפים הנותרים מספרים שונים זה מזה?
9. נתון לוח משבצות בעל 4 עמודות ו-6 שורות. בכמה אופנים אפשר לסמן משבצות על הלוח כך שבכל עמודה תהיה בדיוק משבצת מסומנת אחת, וגם בשורה התחתונה תהיה לכל היותר משבצת מסומנת אחת?

10. נתונים שני קווים מקבילים במישור. על הקו העליון מסומנות 5 נקודות שונות, ועל הקו התחתון מסומנות 6 נקודות שונות. כמה מרובעים עם הקודקודים בנקודות המסומנות קיימים?

11. נתון ריבוע במישור. על כל אחת מצלעותיו מסומנות 4 נקודות שאינן בקודקודי הריבוע. כמה משולשים עם הקודקודים בנקודות המסומנות קיימים?