α	sin	cos	tan	cot
0	0	1	0	$\pm\infty$
$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}$	$\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$	$2-\sqrt3$	$2+\sqrt3$
$\frac{\pi}{10}$	$\frac{\sqrt5-1}{4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt5}}{4}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt5}}{5}$	$\sqrt{5+2\sqrt5}$
$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$	$\sqrt2-1$	$\sqrt2+1$
$\frac{\pi}{6}$	$\frac12$	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt3}{3}$	$\sqrt3$
$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt5}}{4}$	$\frac{\sqrt5+1}{4}$	$\sqrt{5-2\sqrt5}$	$\frac{\sqrt{25+10\sqrt5}}{5}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	1	1
$\frac{3}{10}\pi$	$\frac{\sqrt5+1}{4}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt5}}{4}$	$\frac{\sqrt{25+10\sqrt5}}{5}$	$\sqrt{5-2\sqrt5}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac12$	$\sqrt3$	$\frac{\sqrt3}{3}$
$\frac38\pi$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$	$\sqrt2+1$	$\sqrt2-1$
$\frac25\pi$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt5}}{4}$	$\frac{\sqrt5-1}{4}$	$\sqrt{5+2\sqrt5}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt5}}{5}$
$\frac{5}{12}\pi$	$\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$	$\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}$	$2+\sqrt3$	$2-\sqrt3$

α	sin	cos	tan	cot
$\frac{\pi}{2}$	1	0	$\pm\infty$	0
$\frac{7}{12}\pi$	$\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$	$\frac{\sqrt2-\sqrt6}{4}$	$-2-\sqrt3$	$\sqrt3-2$
$\frac35\pi$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt5}}{4}$	$\frac{1-\sqrt5}{4}$	$-\sqrt{5+2\sqrt5}$	$-\frac{\sqrt{25-10\sqrt5}}{5}$
$\frac58\pi$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$	$-1-\sqrt2$	$1-\sqrt2$
$\frac23\pi$	$\frac{\sqrt3}{2}$	$-\frac12$	$-\sqrt3$	$-\frac{\sqrt3}{3}$
$\frac{7}{10}\pi$	$\frac{\sqrt5+1}{4}$	$-\frac{\sqrt{10-2\sqrt5}}{4}$	$-\frac{\sqrt{25+10\sqrt5}}{5}$	$-\sqrt{5-2\sqrt5}$
$\frac34\pi$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$-\frac{\sqrt2}{2}$	-1	-1
$\frac45\pi$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt5}}{4}$	$-\frac{\sqrt5+1}{4}$	$-\sqrt{5-2\sqrt5}$	$-\frac{\sqrt{25+10\sqrt5}}{5}$
$\frac56\pi$	$\frac12$	$-\frac{\sqrt3}{2}$	$-\frac{\sqrt3}{3}$	$-\sqrt3$
$\frac78\pi$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$	$1-\sqrt2$	$-\sqrt2-1$
$\frac{9}{10}\pi$	$\frac{\sqrt5-1}{4}$	$-\frac{\sqrt{10+2\sqrt5}}{4}$	$-\frac{\sqrt{25-10\sqrt5}}{5}$	$-\sqrt{5+2\sqrt5}$
$\frac{11}{12}\pi$	$\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}$	$-\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$	$\sqrt3-2$	$-\sqrt3-2$

α	sin	cos	tan	cot
π	0	-1	0	$\pm\infty$
$\frac{13}{12}\pi$	$\frac{\sqrt2-\sqrt6}{4}$	$-\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$	$2-\sqrt3$	$2+\sqrt3$
$\frac{11}{10}\pi$	$\frac{1-\sqrt5}{4}$	$-\frac{\sqrt{10+2\sqrt5}}{4}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt5}}{5}$	$\sqrt{5+2\sqrt5}$
$\frac98\pi$	$-\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$	$\sqrt2-1$	$\sqrt2+1$
$\frac76\pi$	$-\frac12$	$-\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt3}{3}$	$\sqrt3$
$\frac65\pi$	$-\frac{\sqrt{10-2\sqrt5}}{4}$	$-\frac{\sqrt5+1}{4}$	$\sqrt{5-2\sqrt5}$	$\frac{\sqrt{25+10\sqrt5}}{5}$
$\frac54\pi$	$-\frac{\sqrt2}{2}$	$-\frac{\sqrt2}{2}$	1	1
$\frac{13}{10}\pi$	$-\frac{\sqrt5+1}{4}$	$-\frac{\sqrt{10-2\sqrt5}}{4}$	$\frac{\sqrt{25+10\sqrt5}}{5}$	$\sqrt{5-2\sqrt5}$
$\frac43\pi$	$-\frac{\sqrt3}{2}$	$-\frac12$	$\sqrt3$	$\frac{\sqrt3}{3}$
$\frac{11}{8}\pi$	$-\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$	$\sqrt2+1$	$\sqrt2-1$
$\frac75\pi$	$-\frac{\sqrt{10+2\sqrt5}}{4}$	$\frac{1-\sqrt5}{4}$	$\sqrt{5+2\sqrt5}$	$\frac{\sqrt{25-10\sqrt5}}{5}$
$\frac{17}{12}\pi$	$-\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$	$\frac{\sqrt2-\sqrt6}{4}$	$2+\sqrt3$	$2-\sqrt3$

α	sin	cos	tan	cot
$\frac32\pi$	-1	0	$\pm\infty$	0
$\frac{19}{12}\pi$	$-\frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$	$\frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}$	$-2-\sqrt3$	$\sqrt3-2$
$\frac85\pi$	$-\frac{\sqrt{10+2\sqrt5}}{4}$	$\frac{\sqrt5-1}{4}$	$-\sqrt{5+2\sqrt5}$	$-\frac{\sqrt{25-10\sqrt5}}{5}$
$\frac{13}{8}\pi$	$-\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$	$-1-\sqrt2$	$1-\sqrt2$
$\frac53\pi$	$-\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac12$	$-\sqrt3$	$-\frac{\sqrt3}{3}$
$\frac{17}{10}\pi$	$-\frac{\sqrt5+1}{4}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt5}}{4}$	$-\frac{\sqrt{25+10\sqrt5}}{5}$	$-\sqrt{5-2\sqrt5}$
$\frac74\pi$	$-\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	-1	-1
$\frac95\pi$	$-\frac{\sqrt{10-2\sqrt5}}{4}$	$\frac{\sqrt5+1}{4}$	$-\sqrt{5-2\sqrt5}$	$-\frac{\sqrt{25+10\sqrt5}}{5}$
$\frac{11}{6}\pi$	$-\frac12$	$\frac{\sqrt3}{2}$	$-\frac{\sqrt3}{3}$	$-\sqrt3$
$\frac{15}{8}\pi$	$-\frac{\sqrt{2-\sqrt2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$	$1-\sqrt2$	$-1-\sqrt2$
$\frac{19}{10}\pi$	$\frac{1-\sqrt5}{4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt5}}{4}$	$-\frac{\sqrt{25-10\sqrt5}}{5}$	$-\sqrt{5+2\sqrt5}$
$\frac{23}{12}\pi$	$\frac{\sqrt2-\sqrt6}{4}$	$\frac{\sqrt2+\sqrt6}{4}$	$\sqrt3-2$	$-2-\sqrt3$

LOGARITMI

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$$

PRODOTTI NOTEVOLI

$$a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3 = (a+b)(a^2+ab+b^2)$$

NUMERI IMMAGINARI

$$z = \rho(\cos\vartheta + i\sin\vartheta)$$

$$|z| = \rho = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\begin{cases} a = \rho\cos\vartheta \\ b = \rho\sin\vartheta \end{cases}$$

$$z_k = \sqrt[n]{\rho}\left(\cos\left(\frac{\vartheta}{n}+\frac{2k\pi}{n}\right)+i\sin(\dots)\right)$$

$$e^{i\vartheta} = \cos\vartheta + i\sin\vartheta$$

DISEQUAZIONI

caso $\Delta<0$ — caso $\Delta=0$

STIRLING

$$n! \sim n^n \cdot e^{-n}\sqrt{2\pi n}$$

asintoticità

Se $a,b>0$, allora per $x\to0$ si ha:

- $\sin(x)\sim x$,
- $\cos(x)\sim 1-\frac{x^2}{2}$,
- $\tan(x)\sim x$,
- $\arctan(x)\sim x$.
- $\log_a(1+x)\sim\frac{1}{\ln(a)}x$, $a\neq1$
- $a^x\sim 1+\ln(a)x$,
- $\sqrt[a]{1+x}\sim 1+\frac{x}{a}$,

CE

$\log(x)$: $x>0$

$\sqrt{x}$: $x\geq0$

$\frac{\dots}{x}$: $x\neq0$

GERARCHIA INFINITI

$$\log_a(x) < x^b < x^c < d^x < e^x < x! < x^x$$

$(a>1)$ $(0<b<c)$ $(1<d<c)$ $(d>e)$

$$\frac{1}{x^x} \ll \frac{1}{x!} \ll \frac{1}{a^x} \ll \frac{1}{b^x} \ll \frac{1}{x^c} \ll \frac{1}{x^d} \ll \frac{1}{\log_a x}$$

$(a>b>1)$ $(c>d>0)$ $(a>1)$

$$\lim_{n\to+\infty} \begin{cases} \ln\left(1-\frac1n\right)^n = \ln\left(1-\frac1n\right)^{\left(-\frac{n}{1}\right)\left(-\frac1n\right)\cdot n} \\ \ln\left(1+\frac1n\right)^n = \ln\left(1+\frac1n\right)^{\frac{n}{1}\cdot\frac1n\cdot n} \end{cases}$$

LIMITI NOTEVOLI

- $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{f(x)}\right)^{b\cdot f(x)} = e^{a\cdot b}$
- $\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac1x\right)^x = \frac1e$
- $\lim_{x\to0}(1+x)^{\frac1x} = e$
- $\lim_{x\to0}\frac{\sin f(x)}{f(x)} = 1$
- $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+\alpha x)}{x} = \alpha$
- $\lim_{x\to+\infty}\frac{a^x}{x^\beta} = +\infty, (a>1)$
- $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln^\alpha x}{x^\beta} = 0$
- $\lim_{x\to0^+} x^\beta\cdot\ln^\alpha x = 0, (\beta>0)$
- $\lim_{x\to0}\frac{a^x-1}{x} = \ln a = \frac{1}{\log_a e}$
- $\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x} = 1 = \ln e$
- $\lim_{x\to0}\frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e = \frac{1}{\ln a}$
- $\lim_{x\to0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x} = \alpha$
- $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x} = 1$
- $\lim_{x\to0}\frac{\sin(ax)}{x} = a$
- $\lim_{x\to0}\frac{\tan x}{x} = 1$
- $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2} = \frac12$
- $\lim_{x\to0}\frac{\arctan x}{x} = 1$
- $\lim_{x\to0}\frac{\arcsin x}{x} = 1$
- $\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = \frac1a$
- $\lim_{x\to0}\sin x = 0$
- $\lim_{x\to0}\cos x = 1$
- $\lim_{x\to+\infty}\sqrt[n]{n!} = +\infty$
- $\lim_{x\to+\infty}\sqrt[n]{x} = +\infty$
- $\lim_{x\to+\infty}\sqrt[x]{x} = 1$
- $\lim_{x\to+\infty} x^a = \begin{cases} +\infty & \text{se } a>0 \\ 1 & \text{se } a=0 \\ 0 & \text{se } a<0 \end{cases}$
- $\lim_{x\to+\infty} a^x = \begin{cases} +\infty & \text{se } a>1 \\ 1 & \text{se } a=1 \\ 0 & \text{se } a\in[0,1) \end{cases}$
- $\lim_{x\to0^+} x^a\log_b(x) = 0$ $\forall a,b>0,\ b\neq1$
- $\lim_{x\to+\infty}\sqrt[x]{a^x+b^x} = \max\{a,b\}$ $\forall a,b>0$
- $\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^x = \begin{cases} e^a & \text{se } a\neq0, \\ 1 & \text{se } a=0, \end{cases}$

Forme NON indeterminate

$\frac{n}{0}=\infty$ $\quad\frac{n}{\infty}=0$

$(+\infty)\cdot(-\infty) = -\infty$

$(\pm\infty)\cdot(\pm\infty) = +\infty$

$(+\infty)^{-\infty} = 0$

$(+\infty)^{+\infty} = +\infty$

$n^{-\infty} = 0$ se $n>1$

$n^{+\infty} = 0$ se $0<n<1$

$n^{-\infty} = +\infty$ se $0<n<1$

$n^{+\infty} = +\infty$ se $n>1$

$\frac{+\infty}{n} = \begin{cases} +\infty & \text{se } x>0 \\ -\infty & \text{se } x<0 \end{cases}$

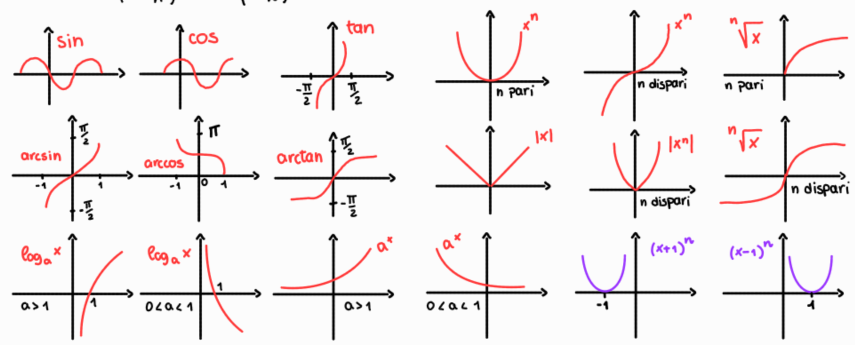
FORME INDETERMINATE

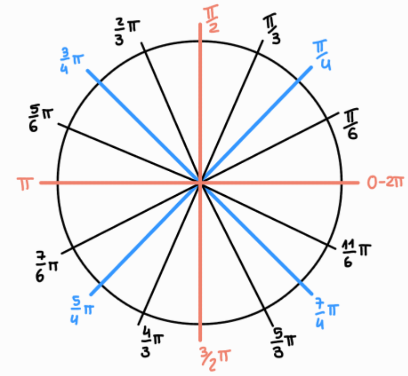
$(\pm\infty)+(\mp\infty)$ | $\frac{\infty}{\infty}$ | $0\cdot\infty$ | $\frac00$ | 1^∞ | ∞^0 | 0^0

PROPRIETÀ LIMITI

$\lim_{x\to x_0} f(x) = F$, $\lim_{x\to x_0} g(x) = G$

- $\lim_{x\to x_0}[f(x)\pm g(x)] = F\pm L$
- $\lim_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)] = F\cdot G$
- $\lim_{x\to x_0}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{F}{G}$, $G\neq0$
- $\lim_{x\to x_0}\log_a[f(x)] = \log_a F$, $\log_a>0$
- $\lim_{x\to x_0} a^{f(x)} = a^L$, $a>0$
- $\lim_{x\to x_0} f(x)^\alpha = F^\alpha$





DERIVATE

- $K = 0$
- $x^a = a x^{a-1}$, $\forall a \in \mathbb{N} - \{0\}, x \in \mathbb{R}$; $\forall a \in \mathbb{R}, x > 0$
- $x = 1$
- $\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x > 0$
- $\sqrt[n]{x} = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$, $x > 0, n \in \mathbb{N}$
- $\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$
- $a^x = a^x \ln a$, $a > 0$
- $e^x = e^x$
- $\log_a x = \frac{1}{x}\log_a e$, $x > 0, a > 0 \wedge a \neq 1$
- $\ln x = \frac{1}{x}$, $x > 0$

- $\sin x = \cos x$
- $\sin x° = \frac{\pi}{180°}\cos x°$
- $\cos x = -\sin x$
- $\cos x° = -\frac{\pi}{180°}\sin x°$
- $\tan x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
- $\cot x = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$
- $\arctan x = \frac{1}{1+x^2}$
- $\text{arccot}\, x = -\frac{1}{1+x^2}$
- $\arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

REGOLE DI DERIVAZIONE

- $(K \cdot f(x)) = K \cdot f'(x)$
- $[f+g] = f' + g'$
- $[f \cdot g] = f' \cdot g + f \cdot g'$
- $[f \cdot g \cdot z] = f' \cdot g \cdot z + f \cdot g' \cdot z + f \cdot g \cdot z'$
- $[f(x)]^a = a[f(x)]^{a-1} \cdot f'(x)$, $a \in \mathbb{R}$
- $\left[\frac{1}{f(x)}\right] = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
- $\left[\frac{f}{g}\right] = \frac{f' g - f \cdot g'}{g^2}$
- $[f(g(x))] = f'(z) \cdot g'(x)$, con $z = g(x)$
- $[f(g(z(x)))] = f'(u) \cdot g'(t) \cdot z'(x)$, con $t = z(x)$, $u = g(t)$
- $[f(x)]^{g(x)} = [f(x)]^{g(x)} \cdot \left[g' \ln(f(x)) + \frac{g \cdot f'}{f}\right]$
- $[f^{-1}(y)] = \frac{1}{f'(x)}$, con $x = f^{-1}(y)$

* esempio: $\int \frac{e^x}{2+e^x}$ $t = 2+e^x$, $dt = D[2+e^x] = e^x dx$

PROPRIETÀ LOGARITMI

- $a^{\log_a (b)^x} = b^x$
- $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

SCOMPOSIZIONE

es. $x^2 + 9x + 20$ (9 somma, 20 prodotto) $\to (x+4)\cdot(x+5)$

INTEGRALI

- $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$
- $\int e^x dx = e^x + c$
- $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
- $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$
- $\int \cos x \, dx = \sin x + c$
- $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$
- $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \begin{cases} \arcsin x + c \\ -\arccos x + c \end{cases}$
- $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \begin{cases} \arctan x + c \\ -\text{arccot}\, x + c \end{cases}$

- $\int [f(x)]^a f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{a+1}}{a+1} + c$ $(a \in \mathbb{R} - \{-1\})$
- $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$
- $\int f'(x) e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + c$
- $\int f'(x) a^{f(x)} dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$
- $\int f'(x) \sin f(x) dx = -\cos f(x) + c$
- $\int f'(x) \cos f(x) dx = \sin f(x) + c$
- $\int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} dx = \tan f(x) + c$
- $\int \frac{f'(x)}{\sin^2 f(x)} dx = -\cot f(x) + c$
- $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \begin{cases} \arcsin f(x) + c \\ -\arccos f(x) + c \end{cases}$
- $\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2} dx = \begin{cases} \arctan f(x) + c \\ -\text{arccot}\, f(x) + c \end{cases}$
- $\int \frac{f'(x)}{a^2+[f(x)]^2} dx = \begin{cases} \frac{1}{a}\arctan \frac{f(x)}{a} + c \\ -\frac{1}{a}\text{arccot} \frac{f(x)}{a} + c \end{cases}$
- $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{a^2-[f(x)]^2}} dx = \begin{cases} \arcsin \frac{f(x)}{|a|} + c \\ -\arccos \frac{f(x)}{|a|} + c \end{cases}$

PER PARTI $\longrightarrow \int f \cdot g' dx = f \cdot g - \int f' \cdot g \, dx$

PER SOSTITUZIONE con $x = g(t) \longrightarrow \int f(x) dx = \int f(g(t)) \cdot g'(t) dt$ *

CONVERGENZA

* se ho $\tan(x), \sin(x), \dots$ e $\sum^{\infty}$ posso scrivere direttamente x senza tan/sin,...

↳ nelle SASA bisogna verificare 3 condizioni: ① $a_n > 0$ } se è ≤ 0 DIVERGE; ② $a_n \downarrow 0$ } *; ③ $a_n > a_{n+1}$ } se è verificata, CONVERGE

* faccio una sorta di $\lim_{n \to \infty}$ e verifico $a_n \downarrow 0$

↳ se $a_n \downarrow 0$ non è valida, DIVERGE

↳ se $a_n \downarrow 0$ allora potrebbe CONVERGERE

(test del confronto asintotico)

TAYLOR

- $\sin(x) = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3)$
- $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^3)$
- $\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$
- $\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$
- $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$
- $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o(x^3)$
- $\sinh(x) = x + \frac{x^3}{6} + o(x^3)$
- $\cosh(x) = 1 + \frac{x^2}{2} + o(x^3)$
- $\sqrt[n]{1+x} = 1 + \frac{x}{n} - \frac{n-1}{2n^2}x^2 + \frac{(n-1)(2n-1)}{6n^3}x^3 + o(x^3)$
- $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + o(x^3)$
- $(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3)$
- $\cos(x-1) = -\frac{x^2}{2} + o(x^3)$
- $-\cos(-4x) = -\frac{(-4x)^2}{2} + o(x^3)$

SUCCESSIONI

- SUCCESSIONE ARMONICA $a_n = \sum \frac{1}{n}$
- SUCCESSIONE ARMONICA SASA $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n}$

$\sum \{a_n\}$ CONVERGE a L se $\lim_{n \to +\infty} a_n = L$

$\sum \{a_n\}$ DIVERGE a $\pm\infty$ se $\lim_{n \to \pm\infty} a_n = \pm\infty$

$\sum \{a_n\}$ IRREGOLARE se $\nexists \lim_{n \to +\infty} a_n$

INTEGRALI IMPROPRI

PRIMA SPECIE

$$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{R \to \infty} \int_a^R f(x)dx \quad / \quad \int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{R \to -\infty} \int_R^b f(x)dx$$

* Se il lim è FINITO, CONVERGE. Se NON ESISTE / è ∞ DIVERGE.

SECONDA SPECIE

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{c \to b-} \int_a^c f(x)dx \quad / \quad \int_a^b f(x)dx = \lim_{c \to a+} \int_c^b f(x)dx$$

*

SERIE

① SERIE ARMONICA: $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$] DIVERGE

② SERIE ARMONICA SASA: $\sum_{n \geq 1} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$] CONVERGE

③ SERIE ARMONICA generalizzata: $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^a} = 1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} + \dots$] CONVERGE se $a > 1$

④ SERIE GEOMETRICA: $\sum_{n \geq 1} a^n = a + a^2 + \dots$] DIVERGE se $a \geq 1$; CONVERGE se $|a| < 1$ e diventa $\frac{a}{1-a}$

SOMME

ⓐ SOMMA GEOMETRICA: $\sum_{n=1}^{N} a^n = \begin{cases} \frac{a(1-a^N)}{1-a} & \text{se } a \neq 1 \\ N & \text{se } a = 1 \end{cases}$

ⓑ SOMMA ARITMETICA: $\sum_{n=1}^{N} n = \frac{N \cdot (N+1)}{2}$ } utilizzo $\sum_{n=1}^{N} n = \frac{N(N+1)}{2}$

ⓒ SOMMA TELESCOPICA: $\sum_{n=1}^{N} (a_{n+1} - a_n) = a_{N+1} - a_1$

1) sostituisco 0 e trovo $\boxed{a_0}$
2) faccio $\lim_{n \to +\infty} a_n$ e trovo $\boxed{a_\infty}$
3) il risultato è $a_0 - a_\infty$

- ORDINE DI INFINITESIMO

↳ utilizzo Taylor sostituendo (fermati a ordine 3 max nella sostituzione)

es. $f(x) = 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 2 \cdot \frac{x^2}{5}$ ha ordine $\boxed{2}$

- PARTE PRINCIPALE

↳ faccio il $\lim_{x \to 0} f(x)$ } es. $\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{12}{5}x^2$

RISOLVO $\int \frac{A}{\dots} + \frac{B}{\dots} + \frac{C}{\dots}$ *

es. $\frac{4x^2 - 3x - 47}{(x+2)(x-3)^2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{(x-3)^2}$

- $4x^2 - 3x - 47 = (x-3)^2 A + (x+2)(x-3)B + (x+2)C$
- raccolgo le x a destra
- $4x^2 - 3x - 47 = x^2(A+B) + x(-6A - B + C) + 9A - 6B + 2C$

$\begin{cases} \cdot = \cdot \\ \cdot = \cdot \\ \cdot = \cdot \end{cases}$ => poi sostituisco A, B, C qui * e risolvo l'integrale

SVILUPPI DI TAYLOR

Funzioni trigonometriche

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + \dots$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \dots$$

$$\tan x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n (1-4^n) B_{2n}}{(2n)!} x^{2n-1} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots \qquad |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$\sec x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n E_{2n}}{(2n)!} x^{2n} = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{5}{24}x^4 + \frac{61}{720}x^6 + \frac{277}{8064}x^8 + \dots \qquad |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1)} x^{2n+1} = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{122}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \dots \qquad |x| < 1$$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \frac{\pi}{2} - x - \frac{x^3}{6} - \frac{3}{40}x^5 - \frac{5}{122}x^7 - \frac{35}{1152}x^9 + \dots \qquad |x| < 1$$

$$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \dots \qquad |x| < 1$$

Funzioni iperboliche

$$\sinh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^7}{5040} + \dots$$

$$\cosh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^6}{720} + \dots$$

$$\tanh x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (4^n - 1) B_{2n}}{(2n)!} x^{2n-1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots \qquad |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{sech} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E_{2n}}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{5}{24}x^4 - \frac{61}{720}x^6 + \frac{277}{8064}x^8 - \dots \qquad |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{arcsinh} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1)} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 - \frac{5}{122}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \dots \qquad |x| < 1$$

$$\operatorname{arctanh} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \dots \qquad |x| < 1$$

Esponenziali e logaritmi

$$a^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x \ln a)^n}{n!} = 1 + x \ln a + \frac{\ln^2 a}{2} x^2 + \frac{\ln^3 a}{6} x^3 + \frac{\ln^4 a}{24} x^4 + \dots$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^6}{720} + \dots$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} x^{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \dots \qquad |x| < 1$$

$$\ln(1-x) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n+1} = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \dots \qquad |x| < 1$$

Serie binomiale e geometrica

$$(1+x)^{\alpha}=\sum_{n=0}^{\infty}\binom{\alpha}{n}x^n=1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6}x^3+\dots \qquad |x|<1$$

dove con $\binom{\alpha}{n}$ non si intende il coefficiente binomiale standard, bensì il *coefficiente binomiale generalizzato* a valore di α non naturali:

$$\binom{\alpha}{n}=\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}$$

Chiaramente, nel caso in cui $\alpha\in\mathbb{N}$ la serie binomiale si riconduce alla formula del binomio di Newton:

$$(1+x)^N=\sum_{n=0}^{N}\binom{N}{n}x^n=1+Nx+\frac{N(N-1)}{2}x^2+\dots+\frac{N(N-1)}{2}x^{N-2}+Nx^{N-1}+x^N$$

nella quale la serie infinita diventa una somma finita poiché i coefficienti binomiali generalizzati si annullano per $n>N$. Inoltre, tale relazione e chiaramente valida per ogni x reale (si faccia attenzione agli indici utilizzati).

Vediamo ora alcuna casi notevoli, fra cui la celeberrima serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty}x^n=\frac{1}{1-x}$:

$$\sqrt{1+x}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n)!}{4^n(n!)^2(2n-1)}x^n=1+\frac{x}{2}-\frac{x^2}{8}+\frac{x^3}{16}-\frac{5}{128}x^4+\frac{7}{256}x^5-\dots \qquad |x|<1$$

$$\sqrt{1-x}=-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!}{4^n(n!)^2(2n-1)}x^n=1-\frac{x}{2}-\frac{x^2}{8}-\frac{x^3}{16}-\frac{5}{128}x^4-\frac{7}{256}x^5-\dots \qquad |x|<1$$

$$\sqrt[3]{1+x}=1+\frac{x}{3}-\frac{x^2}{9}+\frac{5}{81}x^3-\frac{10}{243}x^4+\frac{22}{729}x^5-\dots \qquad |x|<1$$

$$\sqrt[4]{1+x}=1+\frac{x}{4}-\frac{3}{32}x^2+\frac{7}{128}x^3-\frac{77}{2048}x^4+\dots \qquad |x|<1$$

$$\frac{1}{1+x}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n=1-x+x^2-x^3+x^4-x^5\dots \qquad |x|<1$$

$$\frac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}x^n=1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+\dots \qquad |x|<1$$

$$\frac{1}{(1-x)^2}=\sum_{n=0}^{\infty}(1+n)x^n=1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+6x^5+\dots \qquad |x|<1$$

$$\frac{1}{1+x^2}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}=1-x^2+x^4-x^6+\dots \qquad |x|<1$$

$$\frac{1}{1-x^2}=\sum_{n=0}^{\infty}x^{2n}=1+x^2+x^4+x^6+\dots \qquad |x|<1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n)!}{4^n(n!)^2}x^n=1-\frac{x}{2}+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4-\dots \qquad |x|<1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!}{4^n(n!)^2}x^n=1+\frac{x}{2}+\frac{3}{8}x^2+\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4+\dots \qquad |x|<1$$

NUMERI COMPLESSI

$\sqrt{-1} = i$ NUMERO IMMAGINARIO

$$z = a + ib \begin{cases} a = Re(z) & \text{PARTE REALE} \quad Re(x+iy) = x \\ b = Im(z) & \text{PARTE IMMAGINARIA} \quad Im(x+iy) = y \end{cases}$$

MODULO E ARGOMENTO

MODULO:

$z = a + ib$

$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow r > 0$

ARGOMENTO

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{SE } a = 0,\ b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{SE } a = 0,\ b < 0 \\ \text{NON DEFINITO} & \text{SE } a = 0,\ b = 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{I° E IV° QUADRANTE} \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi & \text{II° QUADRANTE} \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \pi & \text{III° QUADRANTE} \end{cases}$$

ARITMETICA

SOMMA E DIFFERENZA:

$w = 2 + 3i,\ z = 4 - 5i$

$w + z = (2+4) + (3 + (-5))i = 6 - 2i$

$w - z = (2-4) + (3 - (-5))i = -2 + 8i$

PRODOTTO: $wz = (ax - by) + (ax + by)i$

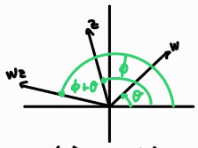
$w\bar{w} = |w|^2$ ($\bar{w}$ = CONIUGATO $\rightarrow (a - bi)$)

$\overline{wz} = \bar{w}\bar{z}$

FORMA POLARE

$w = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ E $z = s(\cos\phi + i\sin\phi)$

$wz = rs(\cos(\theta+\phi) + i\sin(\theta+\phi))$



MODULO: $|wz| = |w||z|$ ARGOMENTO: $ARG(wz) = ARG(w) + ARG(z)$

Th. DI DE MOIVRE

$$\boxed{z^n = (\cos(n\theta) + i\sin(n\theta))}$$

QUOZIENTE: $\left|\frac{z}{w}\right| = \frac{|z|}{|w|}$ E $ARG\left(\frac{z}{w}\right) = ARG(z) - ARG(w)$

FORMA ALGEBRICA: $z = a + ib$

FORMA TRIGONOMETRICA: $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

FORMA ESPONENZIALE: $z = re^{i\theta}$

LOGARITMO COMPLESSO

$z = re^{i\theta}$ $\quad \ln z = \ln(re^{i\theta}) = \ln r + i\theta$

ESEMPIO:

$z = 1 + i \rightarrow \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

$\ln z = \ln\sqrt{2} + i\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\ln 2 + i\frac{\pi}{4}$

POTENZA COMPLESSA

$z^w = e^{w\ln z}$

ESEMPIO:

$i^i = e^{i\ln i} \rightarrow i^i = e^{-\frac{\pi}{2}}$

ROTAZIONI NEL PIANO

$z = x + iy$, MOLTIPLICHIAMO PER $e^{i\theta}$

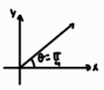
QUINDI $w = e^{i\theta}z$ CON $w = u + iv$

$$\boxed{\begin{aligned} u &= x\cos x - y\sin\theta \\ v &= x\sin\theta + y\cos\theta \end{aligned}}$$

ESEMPIO:

$\theta = \pi/4$ $\quad u = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\theta - \sin\theta)$

$v = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\theta + \sin\theta)$



RADICI NUMERO COMPLESSO

1) SCRIVIAMO IN FORMA TRIGONOMETRICA

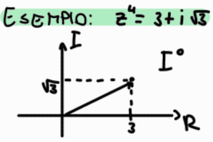
$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

2) FORMULA PER LE RADICI COMPLESSE

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} = \left(\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)\right)$$

CON $k = 0, 1, \dots, n-1$

ESEMPIO: $z^4 = 3 + i\sqrt{3}$



1)

$r = |z| = \sqrt{(3)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9+3} = 2\sqrt{3}$

$\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{6}$

$z = 2\sqrt{3}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$

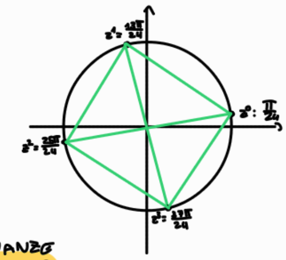
2)

z^0: $\sqrt[4]{3 + i\sqrt{3}} = \sqrt[4]{2\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{24}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{24}\right)\right)$

z^1: $\sqrt[4]{3 + i\sqrt{3}} = \sqrt[4]{2\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{13\pi}{24}\right) + i\sin\left(\frac{13\pi}{24}\right)\right)$

z^2: $\sqrt[4]{3 + i\sqrt{3}} = \sqrt[4]{2\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{25\pi}{24}\right) + i\sin\left(\frac{25\pi}{24}\right)\right)$

z^3: $\sqrt[4]{3 + i\sqrt{3}} = \sqrt[4]{2\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{37\pi}{24}\right) + i\sin\left(\frac{37\pi}{24}\right)\right)$



BASTA CALCOLARE z^0 E IN BASE A QUANTE RADICI BISOGNA TROVARE BASTA FARE: $\frac{360}{n} + \theta$

EQUAZIONE DI TERZO GRADO, SOLUZIONE DI CARDANO

ABBIAMO: $z^3 + pz + q = 0$

LA SOLUZIONE DI CARDANO: $z = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} - \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$

$\Delta = \left(\frac{p}{3}\right)^2 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$

CAUCHY - Equazioni Differenziali

I° es.

$$\begin{cases} y'(x) + \underbrace{\tfrac{2}{x}}_{}^{a(x)}\, y(x) + \underbrace{x^7}_{L} = 0 \\ y(2) = m \end{cases}$$

• I° ordine LINEARI:

1. $y' + a(x)\,y = L$
2. $\int a(x) = A(x)$
3. $y' \cdot e^{A(x)} + a(x) \cdot y \cdot e^{A(x)} = L \cdot e^{A(x)}$
4. $y = e^{-A(x)} \cdot \int L \cdot e^{A(x)}\,dx \longrightarrow y = e^{-A(x)} \cdot$ [risultato di $\int$ + c]
5. sostituzione con $y(\overset{x}{2}) = (\overset{y}{m})$ => Trovi c
6. con sostituzione di c trovi il risultato (senza y)

• I° ORDINE VARIABILI SEPARABILI:

1. $y' = f(x) \cdot g(y)$
2. $\frac{dy}{dx} = f(x) \cdot g(y)$
3. $\frac{dy}{g(y)} = f(x)\,dx$
4. $\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)\,dx$
5. $G = F + C$
6. $y = G^{-1}(F + C)$

• II° ordine OMOGENEE:

1. Da $y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$ a $\lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$
2. calcolo il Δ di λ (e le sue soluzioni λ / λ_1-λ_2)

3.1 $\Delta > 0$
- 1 $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$ (sost. λ_1 e λ_2)
- 2 Derivo ① -> $\lambda_1 e^{\lambda_1 x} C_1 + \lambda_2 e^{\lambda_2 x} C_2$
- 3 $\begin{cases} y = \text{equaz. punto ①} \\ y' = \text{equaz. punto ②} \end{cases}$ (in y sostituisci n_1/n_2 in x sostituisci K)

3.2 $\Delta = 0$
- 1 $y = C_1 e^{\lambda x} + x C_2 e^{\lambda x}$
- 2 derivo ① -> $\lambda e^{\lambda x} C_1 - e^{\lambda x}(-\lambda C_2 x - C_2)$
- 3 $\begin{cases} y = \text{equaz. punto ①} \\ y' = \text{equaz. punto ②} \end{cases}$ (in y sostituisci n_1/n_2 in x sostituisci K)

3.3 $\Delta < 0$
- 1 il risultato del Δ lo moltiplico per i^2, ottengo $\alpha + i\beta$
- 2 $y(x) = C_1 e^{\alpha x} \cos(\beta x) + C_2 e^{\alpha x} \sin(\beta x)$
- 3 Derivo ② -> $y'(x) = \alpha e^{\alpha x}(C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)) + e^{\alpha x}(-\beta C_1 \sin(\beta x) + \beta C_2 \cos(\beta x))$
- 4 $\begin{cases} n_1 = C_1 e^{\alpha K} \cos(\beta K) + C_2 e^{\alpha K} \sin(\beta K) \\ n_2 = \alpha e^{\alpha K}(C_1 \cos(\beta K) + C_2 \sin(\beta K)) + e^{\alpha K}(-\beta C_1 \sin(\beta K) + \beta C_2 \cos(\beta K)) \end{cases}$

4. Sostituire C_1 e C_2

II° es.

$$\begin{cases} y''(x) - 10y'(x) + 106\,y(x) = 0 \\ y(K) = n_1 \\ y'(K) = n_2 \end{cases}$$

• METODO COEFFICIENTI INDETERMINATI:

1. CALCOLI y_h NORMALMENTE
2. CALCOLI LA y_p:

N.B.: LA MOLTEPLICITÀ É IL N° DI SOLUZIONI COINCIDENTI

2.1 SE $f(x)$ É UN POLINOMIO:

f(x)	y_p	condizioni
$P_n(x)$	$A_0+A_1x+A_2x^2+\ldots+A_nx^n$	se c≠0
$P_n(x)$	$x(A_0+A_1x+A_2x^2+\ldots+A_nx^n)$	se c=0, b≠0
$P_n(x)$	$x^2(A_0+A_1x+A_2x^2+\ldots+A_nx^n)$	se c=0, b=0

2.2 $f(x) = A \cdot e^{\alpha x}$:

f(x)	y_p	condizioni
$ke^{\lambda x}$	$A \cdot e^{\lambda x}$	se λ=y non è una soluzione dell'equazione caratteristica omogenea $ay^2+by+c=0$
$ke^{\lambda x}$	$A \cdot x \cdot e^{\lambda x}$	se λ=y è una soluzione di $ay^2+by+c=0$
$ke^{\lambda x}$	$A \cdot x^m \cdot e^{\lambda x}$	se λ=y è una soluzione di molteplicità m di $ay^2+by+c=0$

2.3 SE $f(x)$ É UN PRODOTTO TRA $e^{\lambda x}$ E UN $P(x)$

f(x)	y_p	condizioni
$P_n(x) \cdot e^{\lambda x}$	$e^{\lambda x} \cdot (A_0+A_1x+A_2x^2+\ldots+A_nx^n)$	se λ=y non è una soluzione dell'equazione caratteristica omogenea $ay^2+by+c=0$
$P_n(x) \cdot e^{\lambda x}$	$x^m \cdot e^{\lambda x}(A_0+A_1x+A_2x^2+\ldots+A_nx^n)$	se λ=y è una soluzione di $ay^2+by+c=0$ di molteplicità m

2.4 $f(x)$ TRIGONOMETRICA:

f(x)	y_p	condizioni
$k_1 \cdot \sin(\lambda x)+k_2 \cdot \cos(\lambda x)$	$A \cdot \sin(\lambda x)+B \cdot \cos(\lambda x)$	dove A e B sono coefficienti da determinare mentre λ è sempre lo stesso
$k_1 \cdot \sin(\lambda x)+k_2 \cdot \cos(\lambda x)$	$x \cdot [A \cdot \sin(\lambda x)+B \cdot \cos(\lambda x)]$	se b=0 e iλ=y è una soluzione dell'equazione caratteristica omogenea $ay^2+by+c=0$

2.5 $f(x)$ PRODOTTO TRA TRIGONOMETRICA E POLINOMIO

f(x)	y_p	condizioni
$P_n(x) \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos(\beta x)$ $P_n(x) \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\beta x)$	$(A_0+A_1x...+A_nx^n) \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos(\beta x)+(B_0+B_1x...+B_nx^n) \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\beta x)$	se α+iβ non è una soluzione dell'equazione caratteristica omogenea $ay^2+by+c=0$
$P_n(x) \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos(\beta x)$ $P_n(x) \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\beta x)$	$x(A_0+A_1x...+A_nx^n) \cdot e^{\alpha x} \cdot \cos(\beta x)+x(B_0+B_1x...+B_nx^n) \cdot e^{\alpha x} \cdot \sin(\beta x)$	se α+iβ è una soluzione dell'equazione caratteristica omogenea $ay^2+by+c=0$

- **SOVRAPPOSIZIONE DELLE SOLUZIONI**

ES. $ay'' + by' + cy' = f_1(x) + f_2(x)$

$$\downarrow$$

$$y_p = y_{p_1} + y_{p_2}$$