Eliza Maria Baptistella Lima

NOTAS DE AULA

PRÁTICA DE ENSINO I

UNINOVE

Eliza Maria Baptistella Lima

Eliza Maria Baptistella Lima

PRÁTICA DE ENSINO I

1- INTRODUÇÃO

I . As regras do Desenho Geométrico:

Regra 1: os únicos instrumentos permitidos no Desenho Geométrico (além de lápis e papel) são a régua não graduada e o compasso.

Regra 2: As operações gráficas que podem ser efetuadas com os instrumentos acima são:

i) assinalar um ponto, arbitrário sobre uma figura já desenhada no papel;
ii) traçar uma reta arbitrária, mas passando por um ponto conhecido;
iii) traçar uma reta que passa por dois pontos conhecidos;
iv) traçar um arco de circunferência de centro e raio ou ambos arbitrários, ou um deles conhecido e outro arbitrário, ou ambos conhecidos.

Queremos ressaltar que essas são as únicas operações gráficas permitidas à régua e ao compasso.
Dessa forma, mesmo que a régua tenha escala, ela não pode ser utilizada para nenhuma operação gráfica a única exceção permitida é a colocação no papel não podemos usar a régua para, por exemplo, determinar o ponto médio de um segmento, nem para construir ângulo reto ou traçar retas paralelas usando os bordos da régua etc.

Regra 3: É proibido fazer contas com as medidas dos dados. Considerações algébricas são permitidas na dedução de um problema, desde que a resposta seja depois obtida graficamente obedecendo-se as regras anteriores.

II . Simbologia:

A, B, C .... ponto (qualquer letra maiúscula)

r, s, t, u .... reta, semirreta ou segmento de reta (qualquer letra minúscula)

r = $\overleftrightarrow{AB}$.................. reta r que passa pelos pontos A e B

r = $\overrightarrow{AB}$ .... semirreta r de origem em A que se dirige para B

r = $\overline{AB}$ ....segmento de reta r com extremos A e B

α, β, γ, δ.............. plano (qualquer letra minúscula do alfabeto grego)

A$\hat{B}$C .... ângulo de vértice B e lados $\overline{BA}$ e $\overline{BC}$

$\hat{B}$.......................... o ponto B é o vértice do ângulo

∠.......................... ângulo

ΔABC................... triângulo de vértices A, B e C

a // b.................... a é paralelo a b

a⊥b..................... a é perpendicular a b

=......................... igual

≠........................ diferente

≡........................ coincidente ou equivalente

≅....................... congruente

∼....................... semelhante

2 - CONCEITOS FUNDAMENTAIS

I – Polígonos

As figuras geométricas planas formadas pela reunião de uma linha poligonal fechada simples com a sua região interna são denominadas *polígonos.*

1. Triângulo: é um polígono de três lados:

Vértices:

Lados:

Ângulos:

Classificação dos triângulos quanto aos lados:

Triângulo equilátero	Tem os três lados congruentes
Triângulo isósceles	Tem dois lados congruentes

Triângulo escaleno	Tem os três lados com medidas diferentes

Classificação dos triângulos quanto aos ângulos:

Triângulo acutângulo	Tem todos os ângulos agudos (menor que 90º)
Triângulo obtusângulo	Tem um ângulo obtuso (maior que 90º)
Triangulo retângulo	Tem um ângulo reto (igual a 90º)

2. Quadrilátero: é um polígono de quatro lados:

2.1. Trapézio: é um quadrilátero que tem apenas 2 lados paralelos chamados de BASE.

Classificação dos trapézios:

Trapézio isósceles	é aquele cujos lados não paralelos são congruentes.
Trapézio retângulo	é aquele no qual um dos lados não paralelos é perpendicular às bases.
Trapézio escaleno	é aquele cujos lados não paralelos não são congruentes.

2.2.Paralelogramo: é um quadrilátero que tem os lados opostos paralelos.

Propriedades dos paralelogramos:

• Em todo paralelogramo dois ângulos opostos quaisquer são congruentes.

• Em todo paralelogramo dois lados opostos quaisquer são congruentes.

a) Retângulo: é um paralelogramo que tem os 4 ângulos congruentes (retos).

b) Losango: é um paralelogramo que tem os 4 lados congruentes.

Propriedade dos losangos: todo losango tem diagonais perpendiculares que se cortam ao meio.

c) Quadrado: é um paralelogramo que tem os 4 lados congruentes e os 4 ângulos congruentes (retos).

II - Circunferências:

1. Definição:

Circunferência é o conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto O dado é igual a uma distância r (não nula) dada:

Na circunferência acima, destacamos:

• o ponto O é o *centro*;

• o segmento OP (de medida r) é o *raio*;

• o segmento AB (de medida 2r) é o *diâmetro*;

• o segmento CD é uma *corda*;

2. Arcos de circunferência

3. Ângulo central e ângulo inscrito:

3. INSTRUMENTOS DE DESENHO

O uso adequado dos materiais de desenho é indispensável, permitindo desenvolver melhores hábitos de limpeza, ordem e precisão. Daremos a seguir algumas instruções sobre os principais instrumentos usados no Desenho Geométrico:

A régua: É o instrumento usado para traçar retas.

O compasso: É o instrumento usado para traçar circunferências e para transportar medidas.
A ponta seca e a grafite devem estar sempre no mesmo nível.

O par de esquadros: Serão utilizados para traçar retas paralelas e perpendiculares.

4 . CONSTRUÇÕES FUNDAMENTAIS

I - Retas perpendiculares:

1. Definições:

1.1 Retas concorrentes: Duas retas r e s são *concorrentes* quando têm um único ponto comum.

$r \cap s = \{P\}$

1.2 Retas perpendiculares: Duas retas concorrentes são *perpendiculares* quando formam quatro ângulos congruentes, ou seja, de medidas iguais a 90º.

2. Construção de retas perpendiculares:

Traçar a reta s, perpendicular à reta r, passando pelo ponto p pertencente à r.

1º Processo:

• São dados a reta r e o ponto P.

• Com centro no ponto P e raio qualquer, traçar um arco que intercepta a reta r nos pontos A e B.

• Determinar o ponto C, traçando arcos com centros nos pontos A e B de mesmo raio, porém com medida maior do que a metade do segmento AB.

• Traçar a reta s passando por P e C.

• A reta s é perpendicular à reta r.

2º Processo:

• São dados a reta r e o ponto P.

• Com centro no ponto P e raio qualquer, traçar um arco que intercepta a reta r no ponto A.

• Com centro no ponto A e raio igual ao anterior, traçar um arco que corta o arco anterior no ponto B.

• Com o mesmo raio, determinar o ponto C com um arco de centro em B e o ponto D com um arco de centro em C.

• Traçar a reta s passando por P e D.

• A reta s é perpendicular à reta r.

3º Processo: para P próximo da margem do papel.

• São dados a reta r e o ponto P.

• Marcar um ponto C qualquer, fora da reta r.

• Com centro no ponto C, traçar um arco passando por P que intercepta a reta r no ponto A.

• Determinar o ponto B traçando a reta AC.

• Traçar a reta s passando por P e B.

• A reta s é perpendicular à reta r.

Traçar a reta s, perpendicular à reta r, passando pelo ponto P que não pertence à r.

1º Processo:

• São dados a reta r e o ponto P.

• Com centro no ponto P, traçar um arco que intercepta a reta r nos pontos A e B.

• Determinar o ponto C, traçando arcos com centros nos pontos A e B de mesmo raio, porém com medida maior do que a metade do segmento AB.

• Traçar a reta s passando por P e C.

• A reta s é perpendicular à reta r.

2º Processo:

• São dados a reta r e o ponto P.

• Marcar, em r, dois pontos A e B quaisquer.

• Com centro no ponto A e raio AP, traçar um arco.

• Com centro no ponto B e raio BP, traçar um arco que corta o arco anterior no ponto C.

• Traçar a reta s passando por P e C.

• A reta s é perpendicular à reta r.

3º Processo: para P próximo da margem do papel.

• São dados a reta r e o ponto P.

• Marcar, em r, dois pontos A e B quaisquer.

• Com centro nos pontos A e B traçar dois arcos ambos passando pelo ponto P.

• Os arcos construídos interceptam-se também no ponto C.

• Traçar a reta s passando por P e C.

• A reta s é perpendicular à reta r.

II - Mediatriz de um segmento:

1. **Definições:**

1.1- Ponto médio: Um ponto M é chamado *ponto médio* do segmento AB se M divide AB em dois segmentos congruentes AM e MB.

1.2- Mediatriz: Uma reta m é chamada *mediatriz* de um segmento AB se m é perpendicular à AB e passa pelo ponto médio M de AB .

2. Construção de mediatriz:

1º Processo:

• É dado um segmento AB .

• Com centros nos pontos A e B e raio qualquer, porém maior que a metade da medida de AB , traçar dois arcos que se interceptam nos pontos C e D.

• Traçar a reta m passando por C e D.

• A reta m é a mediatriz do segmento AB .

2º Processo:

• É dado um segmento AB .

• Determinar o ponto C, intersecção de dois arcos de mesmo raio (maior que a metade da medida de AB) e centros em A e B.

• Determinar o ponto D, do mesmo lado que o ponto C construído, procedendo de modo análogo ao item anterior.

• Traçar a reta m passando por C e D.

• A reta m é a mediatriz do segmento AB .

3º Processo: para segmentos maiores.

• É dado um segmento AB .

• Determinar pontos auxiliares A. e B. tais que AA. = BB..

• Traçar a reta m mediatriz do segmento auxiliar $\overline{AB}$., usando o 1º ou o 2º processo.

• A reta m é a mediatriz do segmento AB .

III . Retas paralelas:

1. Definições:

Retas paralelas: Duas retas r e s, de um mesmo plano, são *paralelas* quando não têm ponto comum.

$r \cap s = \emptyset$

2- Construção de retas paralelas:

Traçar a reta s, paralela à reta r, passando pelo ponto P.

1º Processo:

• São dados a reta r e o ponto P.

• Com centro no ponto P e raio qualquer, traçar um arco que intercepta a reta r no ponto A.

• Determinar o ponto B, traçando um arco com centro no ponto A e raio igual ao anterior.

• Com centro no ponto B e raio igual ao anterior, traçar um arco que corta o primeiro arco construído no ponto C.

• Traçar a reta s passando por P e C.

• A reta s é paralela à reta r.

2º Processo:

• São dados a reta r e o ponto P.

• Com centro no ponto P e raio qualquer, traçar um arco que intercepta a reta r no ponto A.

• Determinar o ponto B, traçando um arco com centro no ponto A e raio igual ao anterior.

• Com centro no ponto A e raio igual à medida de BP, traçar um arco determinando o ponto C.

• Traçar a reta s passando por P e C.

• A reta s é paralela à reta r.

3º Processo:

• São dados a reta r e o ponto P.

• Marcar um ponto O qualquer na reta r.

• Com centro no ponto O e raio OP, traçar um arco que intercepta a reta r nos pontos A e B.

• Com centro no ponto B e raio igual à medida de AP, traçar um arco determinando o ponto C.

• Traçar a reta s passando por P e C.

• A reta s é paralela à reta r.

4º Processo:

• São dados a reta r e o ponto P.

• Marcar dois pontos A e B quaisquer na reta r.

• Com centro no ponto A e raio AP, traçar um arco que intercepta a reta r no ponto P^1.

• Com centro no ponto B e raio igual ao anterior, traçar um arco que intercepta a reta r no ponto Q^1.

• Com centro no ponto Q^1. e raio igual à medida de PP^1, traçar um arco determinando o ponto Q.

• Traçar a reta s passando por P e Q.

• A reta s é paralela à reta r.

Traçar a reta s, paralela à reta r, conhecendo-se a distância d entre elas.

• São dados a reta r e a distância d.

• Marcar um ponto A qualquer na reta r.

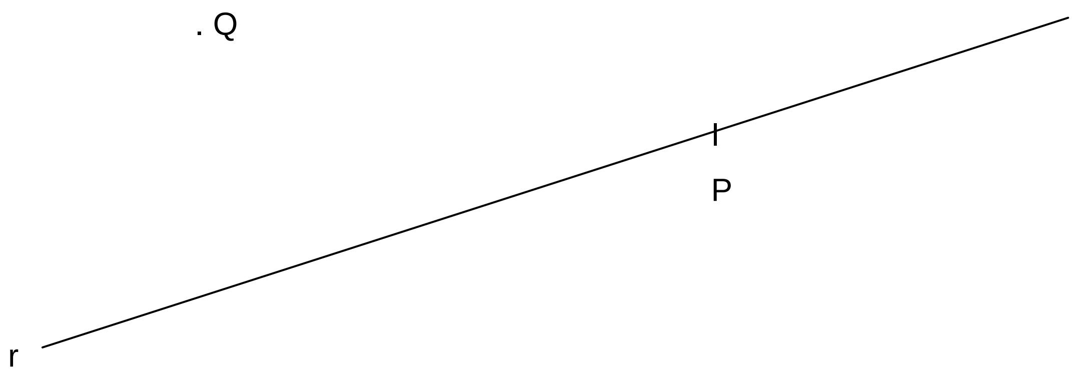
• Traçar, a partir de A, uma reta p perpendicular à reta r.

• Com centro no ponto A e raio igual à distância dada, traçar um arco que intercepta a reta p no ponto P.

• Pelo ponto P, trace a reta s paralela à reta r utilizando qualquer um dos processos anteriores.

EXERCÍCIOS:

1. Trace as retas m e n perpendiculares à reta r, pelos pontos P e Q, respectivamente, aplicando o 1º processo:



2. Trace a reta t perpendicular ao raio OT de uma circunferência de raio 2,5cm pela extremidade T, aplicando o 1º processo:

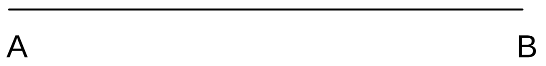
3. Construa o retângulo ABCD cujos lados medem 30mm e 45mm.. Aplique o 1º processo para o traçado da perpendicular:

4. Trace a reta r perpendicular ao segmento AB pela extremidade A, aplicando o 2º processo:

5. Construa o triângulo retângulo ABC cujos catetos medem respectivamente 4,5cm e 5,5cm. Utilize o 2º processo para traçar a perpendicular:

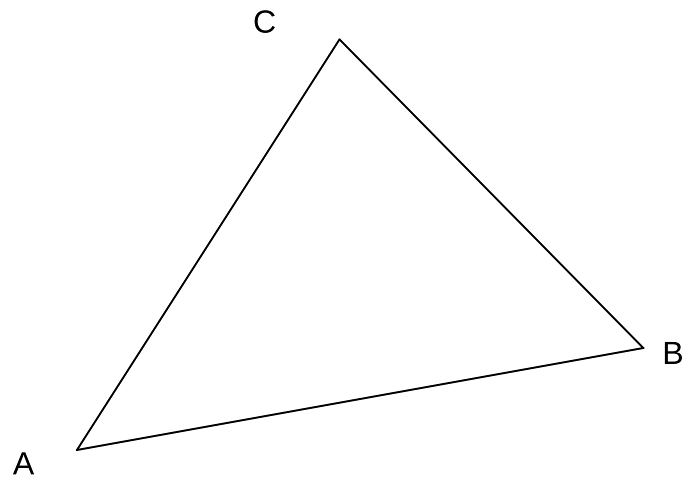
6. Construa o trapézio retângulo ABCD cujas bases medem 5,5cm e 3,0cm e sua altura é de 4,0cm. Aplique o 2º processo:

7. Trace a reta s perpendicular ao segmento AB pela extremidade A, aplicando o 3º processo:



8. Construa o triângulo retângulo ABC cujos catetos medem 5,5cm e 5,5cm. Utilize o 3º processo para traçar a perpendicular:

9. Dado o triângulo ABC, trace r $\perp \overline{BC}$ pelo ponto A, s $\perp \overline{AC}$ pelo ponto B e t $\perp \overline{AB}$ pelo ponto C. Utilize o 1º processo.



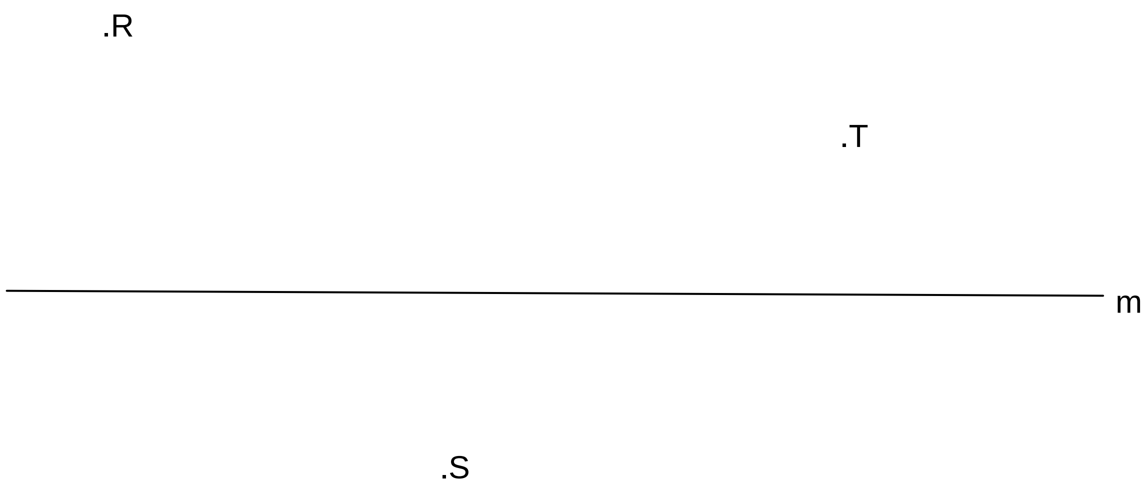
O que você observou?

____

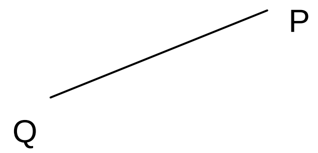
____

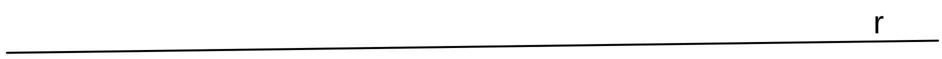
____

10. Trace as retas r, s e t perpendiculares à reta m, pelos pontos R, S e T utilizando o 1º, 2º e 3º processos respectivamente:



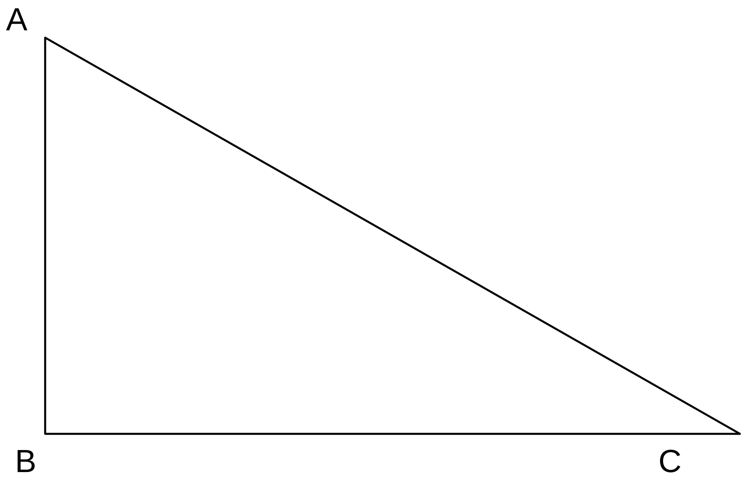
11. Pelo ponto médio do segmento PQ, trace a reta s perpendicular à reta r:





12. Construa um triangulo isósceles sabendo que sua base mede 60 mm e a altura desse triângulo mede 55 mm. M é o ponto médio da base.

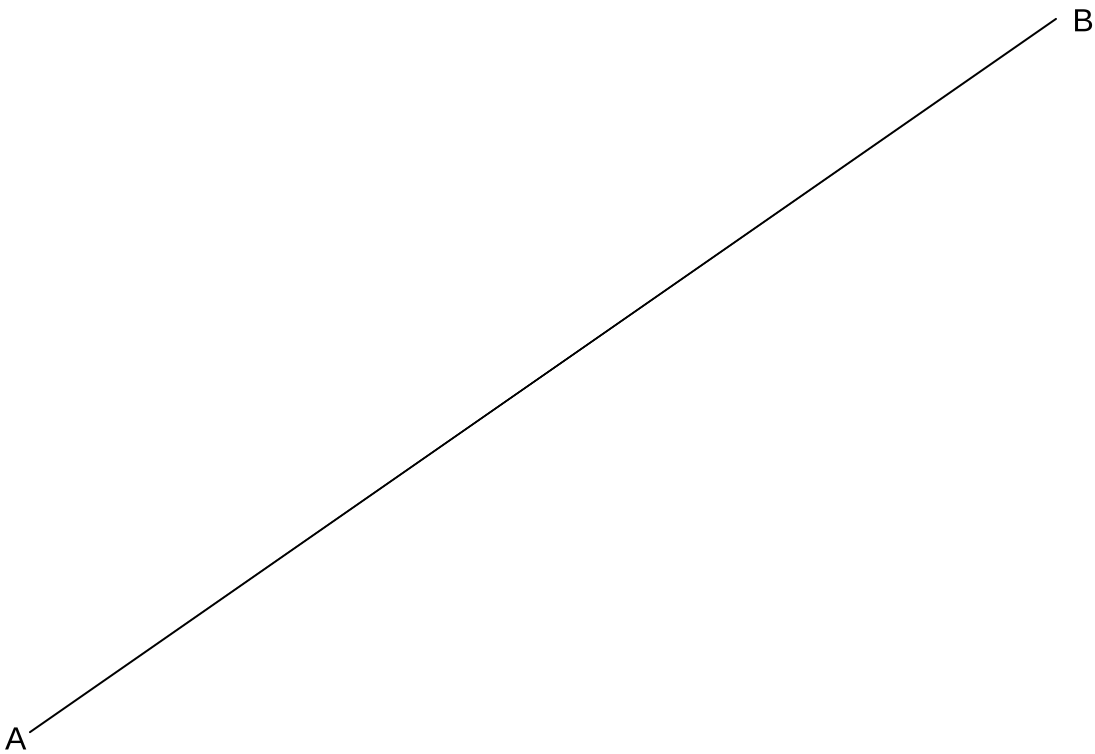
13. Trace m, mediatriz do segmento AB e n, mediatriz do segmento BC, aplicando o 2º processo.



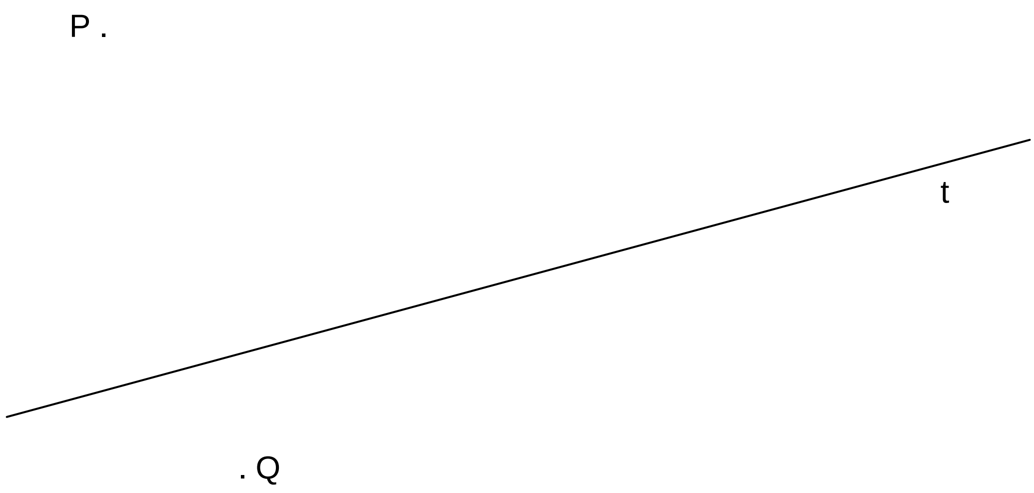
Determine o ponto P, tal que {P} = m ∩ n. P é ponto médio do segmento AC?

____

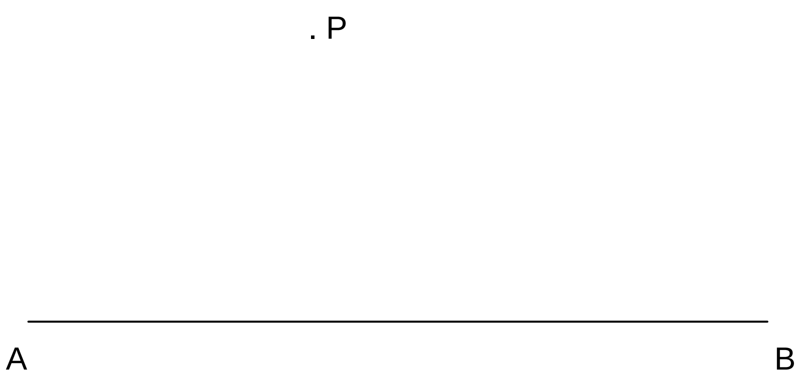
14. Trace a mediatriz do segmento AB, aplicando o 3º processo:



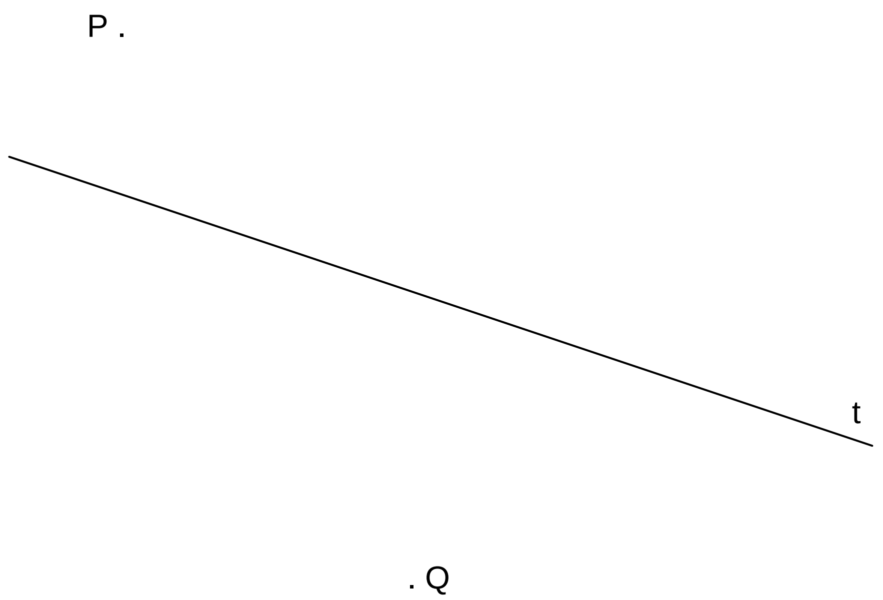
15. Trace as retas r e s paralelas à reta t, pelos pontos P e Q, respectivamente. Aplique o 1º processo:



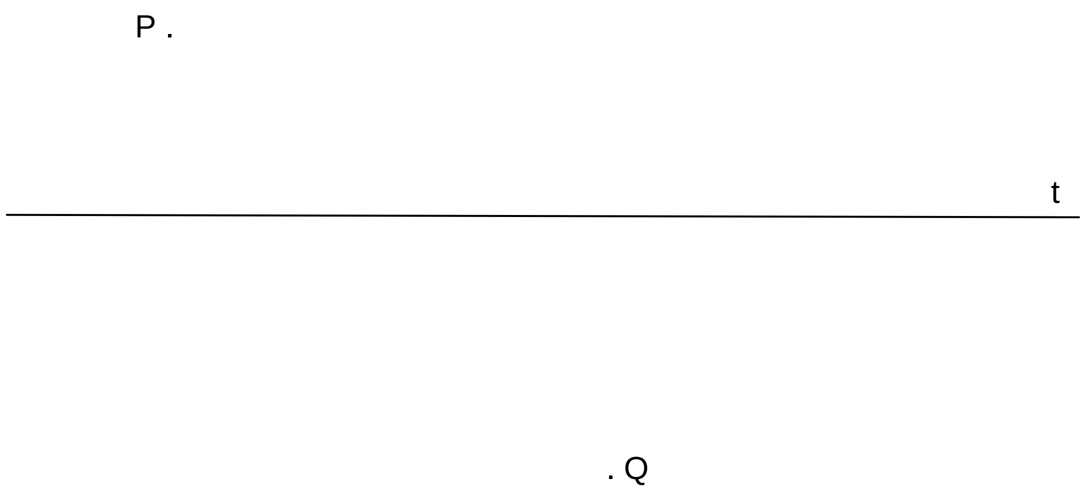
16. Construa o retângulo ABCD, sabendo que P ∈ CD, utilizando o 1º processo de traçado de paralelas:



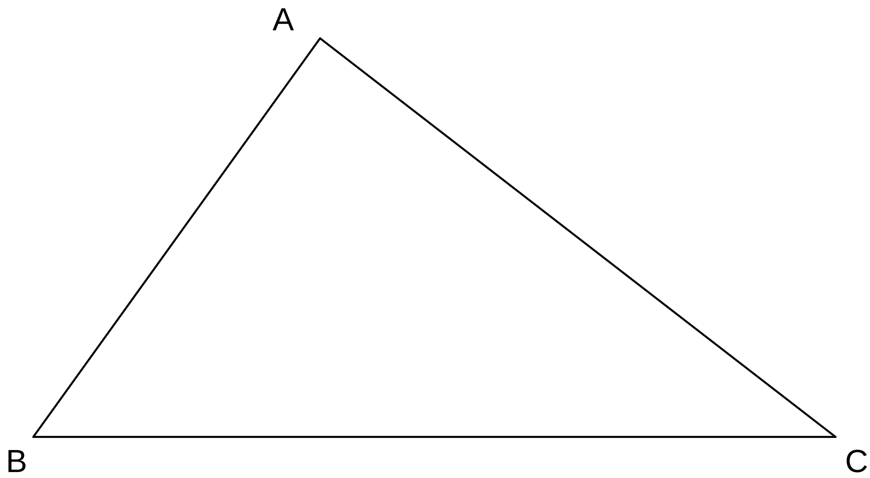
17. Trace as retas r e s paralelas à reta t, pelos pontos P e Q, respectivamente, aplicando o 2º processo:



18. Trace as retas r e s paralelas à reta t, pelos pontos P e Q, respectivamente, aplicando o 3º processo:

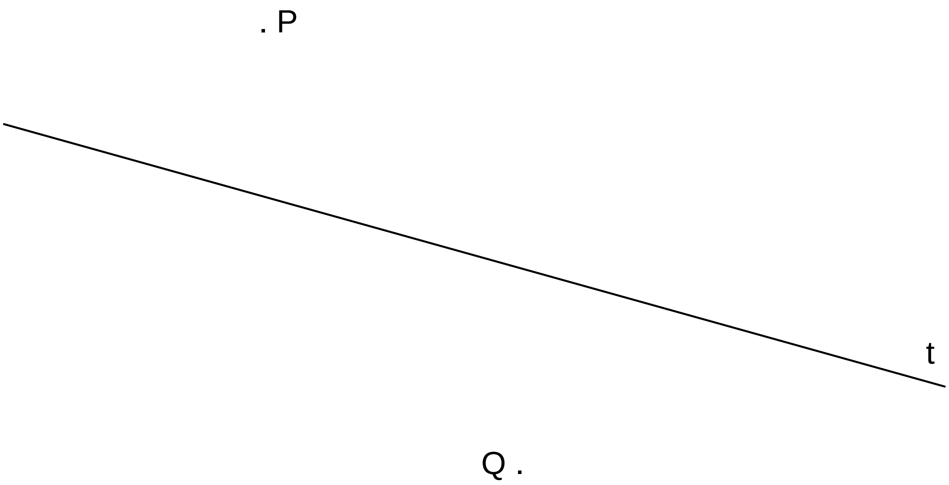


19. Pelo ponto médio do segmento AC, trace a reta s paralela ao segmento BC utilizando o 3º processo. Determine o ponto D, tal que {D} = s ∩ AB:



D é ponto médio do segmento AB?__________________

20. Trace as retas r e s paralelas à reta t, pelos pontos P e Q, respectivamente, aplicando o 4º processo:



21. Trace o feixe de retas paralelas r // s // t // u de modo que d(r,s) = 2 cm, d(s,t) = 2,5 cm e d(t,u) = 1,5 cm:

r ____

5 . TEOREMA DE TALES

Teorema de Tales: Um feixe de retas paralelas determina, em duas retas transversais quaisquer, segmentos proporcionais.

I – Divisão de Segmentos:

Divisão de Segmentos em partes iguais.

1º Processo:

• É dado um segmento $\overline{AB}$.

Como exemplo, vamos dividir $\overline{AB}$. em 5 partes iguais:

• Traçar uma reta r, auxiliar, passando pela extremidade A.

• Determinar, em r, os pontos 1, 2, 3, 4 e 5 traçando arcos de mesmo raio (qualquer), marcados a partir do ponto A.

• Traçar um segmento que liga o ponto 5 à extremidade B.

• Determinar os pontos C, D, E e F em $\overline{AB}$, traçando retas paralelas ao segmento B5 que passam pelos pontos 1, 2, 3 e 4. Use o par de esquadros para traçar as paralelas!

• O segmento $\overline{AB}$. fica dividido em 5 partes iguais.

2º Processo:

• Dado $\overline{AB}$. , traçar por A uma reta r qualquer.

• Traçar por B uma reta s, paralela a r.

• Marcar em r, a partir de A, e em s, a partir e B, os pontos 1, 2, 3, 4 e 5 traçando arcos de mesmo raio.

• Determinar os pontos C, D, E e F em $\overline{AB}$., traçando segmentos que une os pares de pontos: A e 5, 1 e

4, 2 e 3, 3 e 2, 4 e 1, 5 e B, como mostra a figura.

• O segmento $\overline{AB}$ fica dividido em 5 partes iguais.

Divisão de Segmentos em partes de medidas proporcionais.

• É dado um segmento $\overline{AB}$.

Como exemplo, vamos dividir $\overline{AB}$ em partes proporcionais a 1, 2 e 3, usando o 1º processo:

• Determinar, na reta auxiliar r, os pontos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 traçando arcos de mesmo raio (de comprimento u), obtendo um segmento de comprimento igual a 1u + 2u + 3u = 6u.

• Determinar os pontos C e D em $\overline{AB}$, traçando retas paralelas ao segmento B6 que passam pelos pontos 1 e 3.

• Os pontos C e D dividem $\overline{AB}$ em partes proporcionais a 1, 2 e 3.

II – Terceira e quarta proporcional:

1. Definições:

a- Dados a e b, dizemos que x é a *terceira proporcional* se a, b, b e x formam, nessa ordem, uma proporção.

Ou seja:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$$

b- Dados a, b e c, dizemos que x é a *quarta proporcional* se a, b, c e x formam, nessa ordem, uma proporção.

Ou seja:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

2.Construções:

2.1 Dados os segmentos de medidas a, b e c, determinar, nessa ordem, a <u>quarta proporcional:</u>

• Traçar duas retas r e s concorrentes no ponto A.

• Sobre uma das retas (por exemplo na reta r), posicionar os segmentos a e b.

• a = $\overline{AB}$ e b = $\overline{BC}$.

• Na outra reta (reta s), posicionar o segmento c = $\overline{AD}$.

• Traçar um segmento que liga os pontos B e D.

• Determinar o ponto E em s, traçando uma reta paralela ao segmento $\overline{BD}$ e que passa pelo ponto C.

• Pelo Teorema de Tales, o segmento $\overline{DE}$ é a 4ª proporcional.

2.2 Dados os segmentos de medidas a e b, determinar, nessa ordem, a terceira proporcional.

• Traçar duas retas r e s concorrentes no ponto A.

• Sobre uma das retas (por exemplo na reta s), posicionar os segmentos a e b.

• a = $\overline{AB}$ e b = $\overline{BC}$.

• Na outra reta (reta r), repetir o segmento b = $\overline{AD}$.

• Traçar um segmento que liga os pontos B e D.

• Determinar o ponto E em r, traçando uma reta paralela ao segmento $\overline{BD}$ e que passa pelo ponto C.

• Pelo Teorema de Tales, o segmento $\overline{DE}$ é a 3ª proporcional.

III – Média geométrica ou Média Proporcional

1. Definição: Dados a e b, dizemos que x é a *média geométrica* se a, x, x e b formam, nessa ordem, uma proporção.

Ou seja: $\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x^2 = ab \Rightarrow x = \sqrt{ab}$

2. Construção:

• São dados os segmentos de medidas a e b.

• Traçar em uma reta r, auxiliar, os segmentos a = $\overline{AB}$ e b = $\overline{BC}$, consecutivos.

• Determinar o ponto médio M do segmento $\overline{AC}$.

• Traçar a semicircunferência de centro em M e raio $\overline{AM}$.

• Determinar o ponto D na semicircunferência, traçando uma reta perpendicular ao segmento $\overline{AC}$ e que passa pelo ponto B.

• O segmento x = $\overline{BD}$ é a média geométrica de a e b.

IV- Segmento Áureo:

1. Definições:

1.1 Chama-se ***retângulo áureo*** um retângulo ABCD com a seguinte propriedade: se o dividirmos em um quadrado e um outro retângulo, o novo retângulo é semelhante ao original.

Sendo a e b as dimensões do retângulo original, a definição acima se traduz na relação:

$$\frac{b}{a} = \frac{a-b}{b}$$

2. Construção:

• É dado o segmento $\overline{AB}$ de medida a.

• Determinar o ponto médio M de $\overline{AB}$.

• Traçar uma reta perpendicular ao segmento $\overline{AB}$ pela extremidade B.

• Determinar o ponto D na perpendicular tal que $\overline{BD}$ = $\overline{BM}$.

• Traçar uma reta pelos pontos A e D.

• Com centro em D, traçar uma circunferência de raio $\overline{BD}$.

• Determinar os pontos E e E^1. de intersecção entre a reta $\overleftrightarrow{BD}$ e a circunferência anterior.

• $\overline{AE}$ = $\overline{AC}$ = <u>segmento áureo interno</u> de $\overline{AB}$

• $\overline{AE^1}$. =.$\overline{AC^1}$. = <u>segmento áureo externo</u> de AB:

EXERCÍCIOS:

1. Divida o segmento AB = 8,5 cm em 7 partes iguais aplicando o 1º processo.

2. Divida o segmento AB = 12,5 cm em 9 partes iguais aplicando o 2º processo.

3. Divida o segmento AB = 10 cm em partes proporcionais a 3, 4 e 6.

4. Construa um quadrado ABCD cujo perímetro mede EF = 13 cm

.

5. Construa um triângulo ABC, de perímetro DE = 11 cm, sabendo que seus lados são proporcionais a 4, 3 e 2.

6. Dados a = 20 mm, b = 30 mm e c = 35 mm, determine, nessa ordem, a 4ª proporcional.

7. Determine a 4ª proporcional dos segmentos de medidas a, c e b, nessa ordem. $a = 2{,}0$ cm , $b = 3{,}0$ cm e $c = 4{,}0$ cm.

8. Dados $a = 30$ mm e $b = 50$ mm, determine, nessa ordem, a 3ª proporcional.

9. Determine a 3ª proporcional dos segmentos de medidas a e b, nessa ordem. $a = 5{,}0$ cm e $b = 3{,}0$ cm.

10. Construa o triângulo ABC de lados a = 25 mm, b = 30 mm e c = 3ª proporcional de a e b, nessa ordem.

11. Determine a média geométrica dos segmentos de medidas a = 20 mm e b = 30 mm.

12. Determine a média geométrica dos segmentos de medidas a = 4,5 cm e b = 2,5 cm.

13. Construa um quadrado de lado l sabendo que l é a média geométrica dos segmentos de medidas a = 2,0 cm e b = 4,0 cm.

14. Determine o segmento áureo do segmento AB = 4,5 cm.

EXERCÍCIOS DE REVISÃO 01

1) Construa um retângulo de lados 5,0cm e 2,5cm.

2) Construa um triângulo retângulo de catetos 60mm e 30mm.

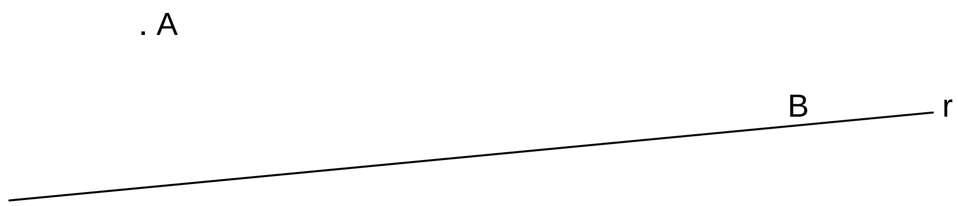
3) Construa um trapézio retângulo dado sua altura de 4,0cm e as bases 6,0cm e 3,5cm.

4) Construa um triângulo isósceles cuja base mede 4cm e os lados 5,5cm.

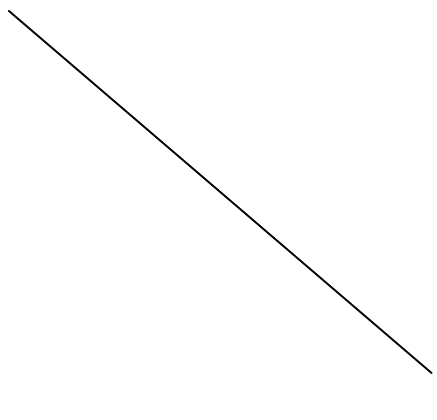
5) Construa um triângulo eqüilátero de lado 3,5cm.

6) Construa um triângulo de lados 43mm, 50mm e 60mm.

7) Trace uma reta perpendicular a reta dada passando pelo ponto A e outra pelo ponto B ∈ r



8) Trace uma reta paralela distante de 3,0cm da reta dada.



9) Divida os segmentos em partes iguais.

a) $\overline{AB}$ = 60mm em 7 partes

b) $\overline{CD}$ = 50mm em 4 partes.

10) Construa um triângulo cujo perímetro é $\overline{DE}$ = 14cm sabendo que seus lados são proporcionais à 3, 4 e 5.

11) Construa um quadrado cujo lado é a 4ª proporcional a=2,0cm b=4,0cm e c=3,5cm.

12) Determinar a média geométrica dos segmentos a=5,4cm e b=3,2cm.

13) Construa um triângulo eqüilátero cujo lado é a média geométrica dos segmentos a e b.

a　　　　　　　　b

BOM ESTUDO !!

6 . ÂNGULOS

I . Definição:

Chama-se *ângulo* à reunião de duas semirretas de mesma origem não coincidentes.

Vértice:

Semirretas:

Ângulo:

II . Transporte de ângulos:

• É dado um ângulo AÔB de medida α.

• Traçar uma semirreta de origem O_1, que será um dos lados do ângulo a ser construído.

• Com centro no ponto O e raio qualquer, traçar um arco que intercepta os lados do ângulo dado nos pontos C e D.

• Com centro no ponto O_1 e raio igual ao anterior, traçar um arco que intercepta a semirreta no ponto E.

• Com centro no ponto E e raio igual à medida de CD, traçar um arco que corta o anterior no ponto F.

• Traçar a semirreta O_1F, que é o outro lado do ângulo.

• Os ângulos AÔB e $F\hat{O}_1E$ são congruentes; ou seja, m(AÔB) = m($F\hat{O}_1E$) = α.

III . Bissetriz de um ângulo:

1. **Definição:** é a semirreta que tem origem no vértice do ângulo e o divide em dois ângulos congruentes.

2. **Construção da bissetriz:**

Traçar a bissetriz de um ângulo com vértice conhecido.

1º Processo:

• É dado um ângulo de vértice O.

• Com centro no ponto O traçar um arco determinando os pontos A e B nos lados do ângulo.

• Determinar o ponto C, traçando arcos com centros nos pontos A e B de mesmo raio, porém com medida maior do que a metade do segmento AB.

• Traçar a semirreta OC que é a bissetriz do ângulo dado.

2º Processo:

• É dado um ângulo de vértice O.

• Com centro no ponto O, traçar dois arcos consecutivos de mesmo raio em cada um dos lados do ângulo, determinando os pontos A, B, C e D.

• Determinar o ponto E, traçando os segmentos AD e BC.

• Traçar a semirreta OE que é a bissetriz do ângulo dado.

Traçar a bissetriz de um ângulo com vértice desconhecido.

• São dadas as retas r e s não paralelas.

• Traçar uma reta t qualquer que corta as retas r e s nos pontos A e B respectivamente, determinando quatro ângulos.

• Traçar as bissetrizes dos quatro ângulos formados e determinar os pontos C e D no cruzamento das bissetrizes.

• Traçar a reta CD que contém a bissetriz do ângulo determinado por r e s.

IV . Construção de ângulos:

1) Ângulo de 60º:

• Traçar uma semirreta qualquer de origem O, que será um dos lados do ângulo pedido.

• Com centro no ponto O e raio qualquer, traçar um arco determinando o ponto A na semirreta.

• Com centro no ponto A e mesmo raio anterior, traçar um arco que corta o primeiro no ponto B.

• Traçar a semirreta OB que é o outro lado do ângulo.

2) Ângulo de 30º:

• Construir um ângulo de 60º.

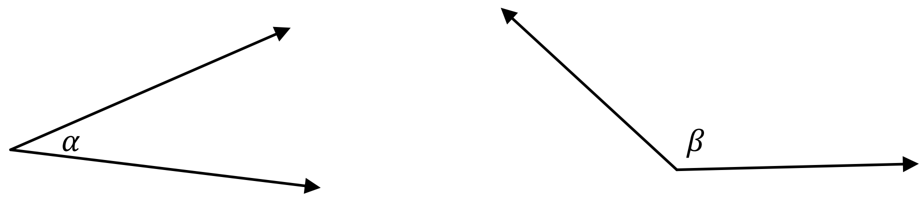
• Traçar a bissetriz do ângulo de 60º obtendo um ângulo de medida 60º : 2 = 30º.

3) Ângulo de 75º:

• Neste problema vamos construir um ângulo cuja medida é igual à soma (diferença) das medidas de dois ângulos.

Exercícios:

1. Utilizar os ângulos abaixo para os exercícios a) ao e).



a) Transporte os ângulos α e β:

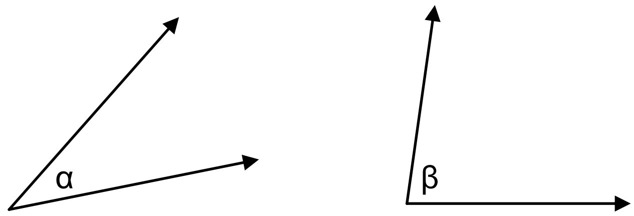
b) Adicione os ângulos α e β:

c) Subtraia o ângulo α de β:

d) Multiplique o ângulo α por 4.

e) Divida o ângulo β por 4:

2. Dados os ângulos α e β:



Construa o triângulo ΔABC de base AB dada, sabendo que:

a) o ângulo Â mede α e o ângulo B mede β.

A B

b) o ângulo Â mede 2α e o ângulo B mede $\frac{\beta}{2}$

A B

.

c) o ângulo Â mede $\frac{\alpha}{2}$ e o ângulo B mede $\frac{3\beta}{4}$ **.**

A B

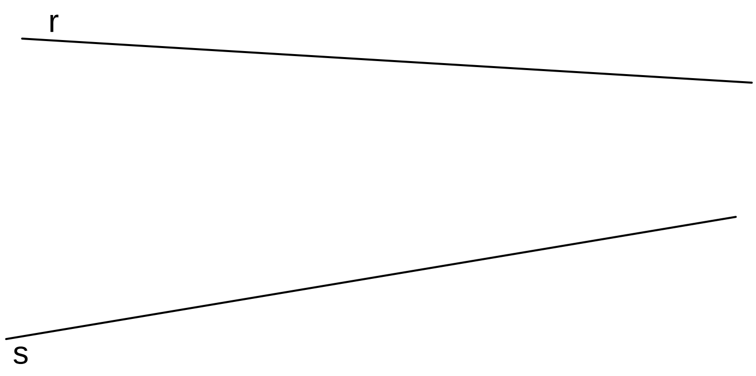
d) o ângulo Â mede α + β e o ângulo B mede β - α:

A B

e) o triângulo ABC é retângulo de cateto AB e ângulo B mede α .

A B

3. Trace a bissetriz do ângulo formado pelas retas r e s.



4. Construa os seguintes ângulos:

a) 15º

b) 45º

c) 120º

d) 105º

e) 135º

f) 150º

g) 90º

h) 75º

i) 270º

V . Divisão de ângulos:

Neste item, veremos como dividir um ângulo em partes congruentes.

1. Divisão em n partes congruentes, sendo n uma potência de 2 (n = 2, 4, 8,16, 32 ...):

• Basta traçar bissetrizes.

2. Divisão em 3 partes congruentes:

2.1 Trissecção do ângulo de 90º:

• Traçar uma circunferência λ qualquer com centro em O que intercepta os lados do ângulo nos pontos A e B.

• Com mesmo raio de λ, traçar dois arcos com centros em A e em B, obtendo os pontos C e D no primeiro arco.

• As semirretas OC e OD dividem o ângulo em três partes congruentes.

2.2 Trissecção de um ângulo qualquer:

• Traçar uma circunferência λ qualquer com centro em O que intercepta os lados do ângulo nos pontos A e B.

• Traçar a bissetriz do ângulo AÔB que corta λ no ponto C.

• Prolongar os lados do ângulo AÔB, obtendo, em λ, os pontos D e E.

• Determinar o ponto F na bissetriz tal que OC = CF.

• Unir os pontos D e E ao ponto F, obtendo, em λ, os pontos G e H.

• As semirretas OG e OH dividem o ângulo em três partes aproximadamente iguais.

3. Divisão em n partes congruentes, sendo n um número que não é potência de 2:

• Traçar uma circunferência λ qualquer com centro em O que intercepta os lados do ângulo nos pontos A e B.

• Prolongar o lado AO do ângulo obtendo, em λ, o ponto C.

• Determinar o ponto D traçando arcos de centros A e C e raio AC.

• Nesse exemplo, dividiremos o ângulo em n = 5 partes iguais:

• Traçar o segmento BD obtendo o ponto E em AC.

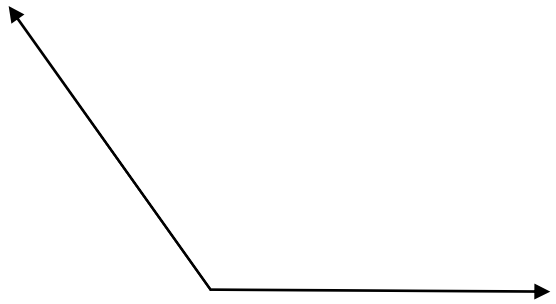
• Dividir o segmento AE em 5 partes iguais.

• Determinar F, G, H e I em λ, traçando as semirretas de origem em D que passam pelos pontos de
divisão de AE.

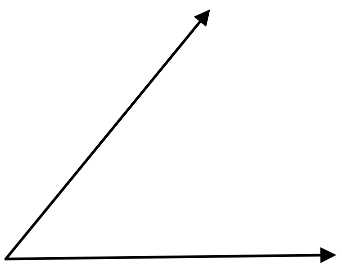
• As semirretas OF, OG, OH e OI dividem o ângulo em 5 partes aproximadamente iguais.

Exercícios:

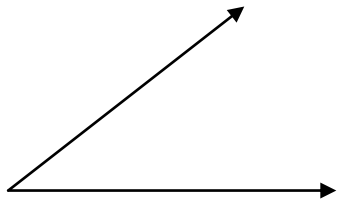
1. Divida o ângulo abaixo em 7 partes iguais:



2. Divida o ângulo abaixo em 5 partes iguais:



3. Divida o ângulo abaixo em 3 partes iguais:



4. Construa o triângulo isósceles ΔDEF sabendo que a base é a média geométrica dos segmentos de medidas *a = 2,8 cm* e *b=4,5 cm* e que os ângulos da base medem $\frac{2}{7}\,\alpha$:

5. Construa um triângulo ΔABC cuja base AB mede 5,0cm e cujos ângulos da base medem α= $\frac{1}{3}\,\theta$ e $\beta = \frac{2}{3}\,\theta$, onde θ = 60º.