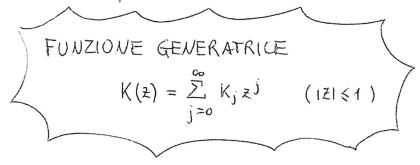


Che dire di Ky?

Ricordate il trucco usato per Ehrenfest, quello della funcione generatrice?

Usismolo ancora e definiamo la



Notate the
$$E(X_m) = K'(1)$$

 $E(X_m^2) = K''(1) + K'(1)$
 $E(X_m^3) = K'''(1) + 3K''(1) + K'(1)$

VE RIFICATELO!

E' andre attle definire la TRASFORMATA L' LAPLACE di B'

$$\psi(\vartheta) = \int_{0}^{\infty} e^{-\vartheta t} d\theta(t) \qquad (\Re(\vartheta)>0)$$

N.B. Le Traitormate di Laplace sono utili in molti contesti e si trovano tabulate...

Notate du
$$b = E(S_n) = -\gamma'(0)$$

 $E(S_n^2) = \gamma''(0)$

Attenzione!
$$K(z) = \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda tz)^{j}}{j!} dB(t) = \psi(\lambda - \lambda z)$$
 [3]

e dunque
$$K'(2) = -\lambda \psi'(\lambda - \lambda z)$$

 $K''(2) = \lambda^2 \psi''(\lambda - \lambda z)$
 $K'''(2) = -\lambda^3 \psi'''(\lambda - \lambda z)$

do cur posso tradure [1] in
$$E(X_m) = -\lambda \gamma'(0) = \lambda b = \rho$$

 $E(X_m^2) = \lambda^2 E(S_m^2) + \rho$
 $E(X_m^3) = \lambda^3 E(S_m^3) + 3\lambda^2 E(S_m^3) + \rho$

Morale: tramíte la funzione generatrice e la trasformata di Laplace che abbiamo introdotto, troviamo relazioni che legano tutti i momenti del numero di arrivi con tutti i momenti dei tempi di servizio!

$$\Pi_{0} = \Pi_{0} K_{0} + \Pi_{1} K_{0}
\Pi_{1} = \Pi_{0} K_{1} + \Pi_{1} K_{1} + \Pi_{2} K_{0}
\Pi_{2} = \Pi_{0} K_{2} + \Pi_{1} K_{1} + \Pi_{2} K_{1} + \Pi_{3} K_{0}$$
[4]

,

Definisio ora (cfr K(x)...) $T(x) = \sum_{m=0}^{\infty} T_m x^m$ |2| \le 1

Notate che, nel caso di tempo di servizio costante, le K_j sono note (basta valutare una poissoniana! cfr quanto visto per la coda con sala di attesa) e quindi sulla prima riga ci sono due incognite. Fra poco vedremo che sapremo calcolare la espressione di Π_o , per cui la incognita sulla prima riga è solo Π_1 . Possiamo allora calcolarla e passare alla seconda riga, da risolvere per la Π_2 . Come capirete, questo vuol dire che iterativamente posso calcolare tutte le entrate che voglio ... e il problema è risolto!

-> Provide a derivare e calculare in zero le vane derivate...

Manipolo ora [4] (moltiplico le eparaiani per potenze di 2 e sommo...) sod obtenere (>) Provarlo!)

$$\begin{split} &\prod(2) = \prod_{0} K(2) + \prod_{1} K(2) + \prod_{2} 2 K(2) + \prod_{3} 2^{2} K(2) + \dots \\ &= \prod_{0} K(2) + \frac{K(2)}{2} \left(\prod_{1} 2 + \prod_{2} 2^{2} + \prod_{3} 2^{3} + \dots \right) \end{split}$$

OWLO
$$TT(2) = T_o K(2) + \frac{K(2)}{2} (TT(2) - T_o)$$

Goi
$$T(t) \left[1 - \frac{K(t)}{t}\right] = T_0 K(t) \left(1 - \frac{1}{t}\right)$$

$$= \frac{\pi_o K(\pm)(2-1)}{2-K(\pm)}$$
 [5]

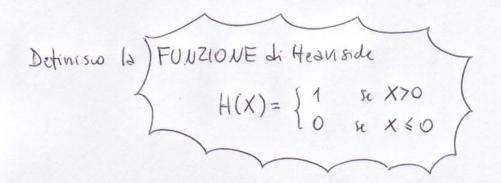
Notice the
$$\sum_{m} \overline{N}_{m} = 1$$
 $\rightarrow \overline{\Pi}(1) = \sum_{m} \overline{N}_{m} = 1$

$$[5] \rightarrow 1 = \frac{\lim_{z \to 1} \overline{\Pi}_{o} \left[K(2) + (2-1) K'(2) \right]}{\lim_{z \to 1} (1 - K'(2))} \qquad (\rightarrow) \text{ (as ho fitto?})$$

owero $1 = \frac{\overline{\Pi}_{o}}{1-\rho} \qquad (\rho < 1)$

Questo NON é il SOLO MODO in ani POSSO PROCEDERE ...

e $TT(z) = \frac{(1-p)(z-1)K(z)}{z-K(z)}$



che è utile per MANIPOLARE la formula per Qm+1:

$$Q_{M+1} = Q_{M} - H(Q_{M}) + X_{M+1}$$

$$Q_{M+1} = Q_{M} - 1 + X_{M+1} \quad p_{M} \quad Q_{M} > 0$$

$$Q_{M+1} = Q_{M} - 1 + X_{M+1} \quad p_{M} \quad Q_{M} = 0$$

E' faile vedure due

$$H^{2}(X) = H(X)$$

$$X + (X) = X$$

Prendo ors il quadrato di Qm+1 = Qm - H(Qm) + Xm+1

Se existe uns distribuzione starionaria
$$\lim_{M \to \infty} E(Q_{m+1}^z) = \lim_{M \to \infty} E(Q_m^z) = 1,2,3,...$$

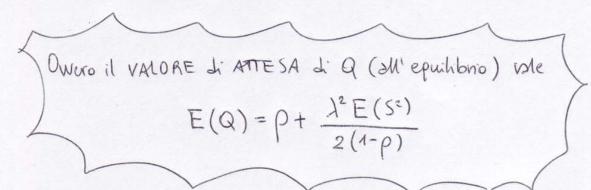
che è come dure: se in [7] prendi il valore di allesa, scrivi E(Qn)
E(Qn+1)

[7]
$$\rightarrow 0 = E(H(Q)) + E(X^2) - 2E(Q) - 2E(XH(Q)) + 2E(QX)$$
(4 [6])

mi Lice in termini di voloni Li Atero M'equilibrio E (H(a)) = E(X)

e dunque
$$2E(Q) (1-E(x)) = E(x) + E(x^2) - 2E(x)E(H(Q))$$

 $= E(x) + E(x^2) - 2(E(x))^2$
 $E(Q) = \frac{1}{2} \left[E(x) + \frac{V(x)}{1-E(x)} \right]$



->) Quanto We la VARIANZA V(Q)?

Prendute la terra potenza di $Q_{m+1} = Q_m - H(Q_m) + X_{m+1}$ e procedute come sopra...

N.B. Posso anche servere

du mi dice come va la lunghezza della coda in funzione della varianza del tempo di servizio...

The succede per
$$\nabla_s^2 = 0$$
 (tempo to survivio contract)?

-> Danto we il tempo di attera medio?

Tulto sto nullo servere la epurzione de la delimiser, prenden do apportuni voloni medi ...