6. Teoria degli errori

Ad ogni risultato è necessario associare un errore che fornisca una misura dell'affidabilità della determinazione effettuata. Il risultato ottenuto non rappresenta, in generale, il valore esatto; è più opportuno indicare l'intervallo entro il quale si ritiene che il valore esatto possa rientrare. In questo contesto, si parla di un **valore centrale** e di un **errore associato**.

Considerando un esempio di quanto appena descritto, se, su un reticolo di dimensione fissata e con una probabilità di colorazione dei siti determinata, si confrontano le probabilità di percolazione da sinistra a destra (LR) e dall'alto verso il basso (TB), ci si aspetterebbe che il calcolo basato sulle frequenze restituisca lo stesso valore per entrambe le probabilità. Tuttavia, il quadro concettuale risulta leggermente più complesso:

1. È stato dimostrato che la probabilità di un dato evento equivale al valore medio della sua variabile caratteristica*
2. Dalla legge dei grandi numeri deriva che la frequenza di realizzazione dell'evento, calcolata come media aritmetica della variabile caratteristica, converge in probabilità alla probabilità dell'evento stesso.
3. Non si ha motivo di attendersi un'asimmetria tra la direzione orizzontale e quella verticale nel problema della percolazione; pertanto, ci si aspetta che le probabilità di percolazione LR e TB siano uguali, sebbene le frequenze calcolate possano differire.
4. Inoltre, esperimenti numerici distinti non restituiscono mai risultati identici.

* Una variabile caratteristica è una **variabile aleatoria** che rappresenta l'esito di un esperimento casuale

Tutto ciò risulta perfettamente comprensibile se si assume il punto di vista enunciato sopra: i risultati attesi uguali (calcolo delle probabilità LR e TB, risultati ottenuti in esperimenti successivi, ecc.) sono compatibili entro l'errore assegnato loro.

Il calcolo dell'errore può seguire questa procedura: viene calcolata la deviazione standard delle variabili caratteristiche (utilizzando, ad esempio, la funzione `std` di Matlab). Questo valore viene poi diviso per la radice quadrata del numero di esperimenti effettuati

Questo approccio è coerente con quanto dimostrato: la varianza della media aritmetica è infatti pari alla varianza della variabile osservata divisa per il numero di osservazioni. Il fatto di aver utilizzato la deviazione standard anziché la varianza è giustificato da considerazioni dimensionali, poiché la varianza di una grandezza fisica (ad esempio, una lunghezza) risulta in unità al quadrato, rendendola inadeguata come misura di errore.

Ricordiamo che il teorema del limite centrale stabilisce che la somma di variabili aleatorie, per un numero elevato di addendi, tende a seguire una distribuzione gaussiana. Questo risultato riveste grande utilità pratica:

- Non solo la varianza della media aritmetica è inversamente proporzionale al numero di osservazioni, ma anche per un numero sufficientemente elevato di osservazioni, la media aritmetica è distribuita gaussianamente.

Seguendo questo percorso concettuale, l'aspettativa che i valori delle probabilità di percolazione LR e TB siano compatibili entro gli errori associati è stata debitamente giustificata.