

Esercizi

ESAME DI ELEMENTI DI LOGICA E STRUTTURE DISCRETE

Corso di Laurea in Informatica

Appello del 10-07-2023

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1. (4 punti) Sia $i \in \mathbb{N}$ fissato. Si consideri la seguente funzione:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^i \end{aligned}$$

Supponiamo che i sia pari, ovvero che $\exists n : i = 2n$. Stabilire se:

- f è iniettiva,
 - f è suriettiva,
 - f è biunivoca.
-

Esercizio 2. (5 punti) Sia data la relazione R così definita:

$$\forall a, b \in \mathbb{Q} : R(a, b) \Leftrightarrow b - a \in \mathbb{Z}$$

- R è una relazione di ordine parziale?
 - R è una relazione di equivalenza?
-

Esercizio 3. (5 punti) Calcolare il valore della seguente somma:

$$\sum_{i=1}^n (6i^2 + 2i)$$

Poi dimostrarlo per induzione.

Esercizio 4. (5 punti) Usando la definizione di interpretazione $v : X \rightarrow \{0, 1\}$ per la logica proposizionale, dimostrare che:

$$\models (x \wedge \neg x) \vee \neg((y \vee z) \wedge \neg(y \vee z))$$

Successivamente, scrivere la tavola di verità della formula $(a \vee b) \wedge \neg(a \vee b)$.

Esercizio 5. (4 punti) Usando il metodo di deduzione naturale, dimostrare che:

$$\vdash (a \vee b) \Rightarrow (b \vee a)$$

Esercizio 6. (4 punti) Definire induttivamente l'insieme delle variabili libere $FV(P)$ per le formule ben formate $P \in \text{FBF}$ della logica del I ordine.