

Esercizi

ESAME DI ELEMENTI DI LOGICA E STRUTTURE DISCRETE

Corso di Laurea in Informatica

Appello del 14-02-2023

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1. (3 punti) Sia $a \in \mathbb{N}$ un numero naturale arbitrario e sia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una funzione definita ricorsivamente nel seguente modo:

$$f(n) = \begin{cases} a & \text{se } n = 0 \\ \frac{f(n-1)}{2} & \text{se } f(n-1) \text{ è pari} \\ 3f(n-1) + 1 & \text{se } f(n-1) \text{ è dispari} \end{cases}$$

Si risponda alle seguenti domande:

- Se $f(0) = 6$, quanto vale $f(10)$?
 - Se $f(0) = 52$, quanto vale $f(10)$?
 - Se $f(0) = 2048$, quanto vale $f(10)$?
-

Esercizio 2. (5 punti) Sia $D = (\mathbb{N} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})$ l'insieme delle coppie di numeri naturali, in cui si è escluso lo zero. Supponiamo di applicare ad A la relazione R così definita:

$$\forall (a, b), (c, d) \in D : R((a, b), (c, d)) \Leftrightarrow ad = cb$$

La relazione R è di equivalenza?

Esercizio 3. (5 punti) Calcolare il valore della seguente somma:

$$\sum_{i=0}^n (2^i + 3i)$$

Poi dimostrarlo per induzione.

Esercizio 4. (5 punti) Usando la definizione di interpretazione $v : X \rightarrow \{0, 1\}$ per la logica proposizionale, dimostrare che:

$$\models c \Rightarrow (\neg c \Rightarrow b)$$

Successivamente, scrivere la tavola di verità della formula $a \Rightarrow (a \vee d)$.

Esercizio 5. (5 punti) Usando il metodo di deduzione naturale, dimostrare che:

$$\vdash ((a \wedge b) \Rightarrow c) \Rightarrow (a \Rightarrow (b \Rightarrow c))$$

Esercizio 6. (4 punti) Dopo aver descritto l'alfabeto dei linguaggi del I ordine, dare la definizione di termine $t \in \text{TER}$ per la logica del I ordine.