

Esercizi

ESAME DI ELEMENTI DI LOGICA E STRUTTURE DISCRETE

Corso di Laurea in Informatica

Appello del 05-09-2023

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1. (4 punti) Sia R la relazione su \mathbb{Z} così definita:

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : R(x, y) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x - y = k$$

Dimostrare che la relazione R è di equivalenza.

Esercizio 2. (5 punti) Si consideri l'insieme $D_{16} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ dei divisori di 16, a cui si applica la relazione R così definita:

$$\forall x, y \in D_{16} : R(x, y) \Leftrightarrow x|y$$

si ricorda che $x|y$ si legge “ x divide y ”, ovvero $\exists m \in \mathbb{Z} : y = mx$.

- R su D_{16} è una relazione di ordine? Se sì, è parziale o totale?
- R su D_{16} ha elementi minimali e massimali? Se sì, quali?

(*Suggerimento*: rappresentare graficamente la relazione R sull'insieme D_{16} .)

Esercizio 3. (5 punti) Calcolare il valore della seguente somma:

$$\sum_{i=1}^n (2i + 3)$$

Poi dimostrarlo per induzione.

Esercizio 4. (4 punti) Usando la definizione di interpretazione $v : X \rightarrow \{0, 1\}$ per la logica proposizionale, dimostrare che:

$$\models (\neg x \wedge x) \Rightarrow (a \Rightarrow (b \Rightarrow c))$$

Successivamente, scrivere la tavola di verità della formula $a \Rightarrow (b \Rightarrow c)$.

Esercizio 5. (5 punti) Usando il metodo di deduzione naturale, dimostrare che:

$$\vdash (a \Rightarrow (b \Rightarrow c)) \Rightarrow ((a \wedge b) \Rightarrow c)$$

Esercizio 6. (4 punti) Definire induttivamente l'insieme delle variabili libere $FV(P)$ per le formule ben formate $P \in \text{FBF}$ della logica del I ordine.