

Esercizi

ESAME DI ELEMENTI DI LOGICA E STRUTTURE DISCRETE

Corso di Laurea in Informatica

Prova parziale del 02-11-2023 – primo turno

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1. (10 punti) Sia R la relazione su \mathbb{N} così definita:

$$\forall x, y \in \mathbb{N} : R(x, y) \Leftrightarrow x \bmod 5 = y \bmod 5$$

dove $\cdot \bmod 5$ è l'operazione che restituisce il *resto* della divisione per 5. Ad esempio $27 \bmod 5 = 2$.

- R su \mathbb{N} è una relazione di equivalenza?
- Se sì, quante classi di equivalenza si ottengono partizionando \mathbb{N} con R ?

(*Suggerimento:* si ricorda che per $n < 5$ si ha $n \bmod 5 = n$.)

Esercizio 2. (9 punti) Si consideri l'insieme $D_{63} = \{1, 3, 7, 9, 21, 63\}$ dei divisori di 63, a cui si applica la relazione R così definita:

$$\forall x, y \in D_{63} : R(x, y) \Leftrightarrow x|y$$

si ricorda che $x|y$ si legge “ x divide y ”, ovvero $\exists m \in \mathbb{Z} : y = mx$.

- R su D_{63} è una relazione di ordine? Se sì, è parziale o totale?
- R su D_{63} ha elementi minimali e massimali? Se sì, quali?

(*Suggerimento:* rappresentare graficamente la relazione R sull'insieme D_{63} .)

Esercizio 3. (8 punti) Calcolare il valore della seguente somma:

$$\sum_{i=1}^n (6i^2 + 2i)$$

Poi dimostrarlo per induzione.