

Esercizi

ESAME DI ELEMENTI DI LOGICA E STRUTTURE DISCRETE

Corso di Laurea in Informatica

Prova parziale del 02.11.2023 – secondo turno

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1. (10 punti) Sia R la relazione su \mathbb{N} così definita:

$$\forall x, y \in \mathbb{N} : R(x, y) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x - y = 5k$$

Ad esempio, $27 - 7 = 5 \cdot 4$, quindi $R(27, 7)$.

- R su \mathbb{N} è una relazione di equivalenza?
- Se sì, quante classi di equivalenza si ottengono partizionando \mathbb{N} con R ?

(*Suggerimento*: se $R(x, y)$, allora x e y hanno lo stesso *resto* nella divisione per 5.)

Esercizio 2. (9 punti) Si consideri l'insieme $D_{52} = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$ dei divisori di 52, a cui si applica la relazione R così definita:

$$\forall x, y \in D_{52} : R(x, y) \Leftrightarrow x|y$$

si ricorda che $x|y$ si legge “ x divide y ”, ovvero $\exists m \in \mathbb{Z} : y = mx$.

- R su D_{52} è una relazione di ordine? Se sì, è parziale o totale?
- R su D_{52} ha elementi minimali e massimali? Se sì, quali?

(*Suggerimento*: rappresentare graficamente la relazione R sull'insieme D_{52} .)

Esercizio 3. (8 punti) Calcolare il valore della seguente somma:

$$\sum_{i=1}^n (3^i + i)$$

Poi dimostrarlo per induzione.