

Esercizi

ESAME DI ELEMENTI DI LOGICA E STRUTTURE DISCRETE

Corso di Laurea in Informatica

Appello del 12-06-2023

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1. (5 punti) Sia D_{2048} l'insieme dei divisori di 2048. Supponiamo di applicare a D_{2048} la relazione R così definita:

$$\forall x, y \in D_{2048} : R(x, y) \Leftrightarrow x|y$$

si ricorda che $x|y$ si legge “ x divide y ”, ovvero $\exists m \in \mathbb{Z} : y = mx$.

- R su D_{2048} è una relazione di ordine? Se sì, è parziale o totale?
- R su D_{2048} ha elementi minimali e massimali? Se sì, quali?

(*Suggerimento:* Si ricordi che $2048 = 2^{11}$, quindi i suoi divisori sono potenze di 2.)

Esercizio 2. (4 punti) Sia $P = D_{2048} \times B$ l'insieme prodotto di D_{2048} con $B = \{1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34\}$. Si consideri la relazione R su P così definita:

$$\forall (x, y) \in P : R(x, y) \Leftrightarrow x = 4y$$

Si rappresenti graficamente tale relazione. Qual è la cardinalità di P ? E qual è la cardinalità di R ?

Esercizio 3. (5 punti) Calcolare il valore della seguente somma:

$$\sum_{i=1}^n (i^2 + 2i + 1)$$

Poi dimostrarlo per induzione.

Esercizio 4. (5 punti) Usando la definizione di interpretazione $v : X \rightarrow \{0, 1\}$ per la logica proposizionale, dimostrare che:

$$\models (p \vee \neg p) \Rightarrow (\neg(a \wedge b) \vee (b \wedge a))$$

Successivamente, scrivere la tavola di verità della formula $(p \Rightarrow \neg q) \wedge p$.

Esercizio 5. (4 punti) Usando il metodo di deduzione naturale, dimostrare che:

$$\vdash ((a \wedge b) \Rightarrow c) \Rightarrow (a \Rightarrow (b \Rightarrow c))$$

Esercizio 6. (4 punti) Dopo aver descritto l'alfabeto dei linguaggi del I ordine, dare la definizione di formula ben formata $P \in \text{FBF}$ per la logica del I ordine.