CORREZIONE (ESAME COMPLETO)

ES 1.

RIFLESSIVA: $R(x,x) \iff x \bmod 9 = x \bmod 9$ VERO ✓ 1

SIMMETRICA: $R(x,y) \iff x \bmod 9 = y \bmod 9 \iff y \bmod 9 = x \bmod 9 \iff R(y,x)$ ✓ 2

TRANSITIVA: $R(x,y) \wedge R(y,z) \iff \begin{cases} x \bmod 9 = y \bmod 9 \\ y \bmod 9 = z \bmod 9 \end{cases}$ } sostituzione $\iff x \bmod 9 = z \bmod 9 \iff R(x,z)$ ✓ 3

R è di equivalenza.

Si ottengono 9 classi di equivalenza: 2

0	1	2	3	...	7	8
9	10	11	12		16	17
18	19	20	21		25	26
...	...	...	...		...	...

TOT. 8 PUNTI

ES 2.

RIFLESSIVA: $R(x,x) \iff x \mid x \iff \exists n \in \mathbb{Z} : x = nx$ VERO perché $n=1$ risolve ✓ 1

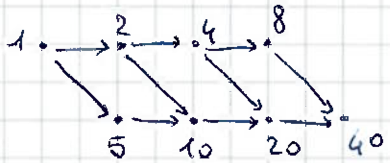
ANTI-SIMMETRICA: $R(x,y) \wedge R(y,x) \iff \begin{cases} \exists n \in \mathbb{Z} : y = nx \\ \exists k \in \mathbb{Z} : x = ky \end{cases} \iff \exists n, k \in \mathbb{Z} : y = n \cdot k \cdot y \iff nk = 1 \iff n = k = 1 \iff y = 1 \cdot x \iff x = y$ ✓ 3

ogni elemento di D_{40} è positivo

TRANSITIVA: $R(x,y) \wedge R(y,z) \iff \begin{cases} \exists n \in \mathbb{Z} : y = nx \\ \exists k \in \mathbb{Z} : z = ky \end{cases} \iff \exists \underset{m}{k} \in \mathbb{Z} : z = k \cdot n \cdot x \iff \exists q \in \mathbb{Z} : z = q \cdot x \iff R(x,z)$ ✓ 2

$k \cdot n \in \mathbb{Z}$

R è d'ordine. L'ordine è PARZIALE, perché ad esempio $4 \nmid 10 \wedge 10 \nmid 4$. 2



Ha un elemento MINIMALE: $1 \in D_{40}$
Ha un elemento MASSIMALE: $40 \in D_{40}$ } 2

TOT. 10 PUNTI

ES 3.

CASO BASE: $n = 1$. $\sum_{i=1}^{1}(2i-1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1 = 1^2 = n^2$ 3

PASSO INDUTTIVO: $\sum_{i=1}^{n+1}(2i-1) = \sum_{i=1}^{n}(2i-1) + 2(n+1) - 1 = n^2 + 2n + 2 - 1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$ □ 5

TOT. 8 PUNTI

ES 4.

$\models (a \wedge \neg a) \Rightarrow \neg(b \wedge \neg c) \vee \neg(a \Rightarrow c) \iff v((a \wedge \neg a) \Rightarrow \neg(b \wedge \neg c) \vee \neg(a \Rightarrow c)) = 1 \iff \underbrace{v(a \wedge \neg a)}_{①} \leq \underbrace{v(\neg(b \wedge \neg c) \vee \neg(a \Rightarrow c))}_{②}$ 5

① $= \min(v(a), 1 - v(a))$ → Se $v(a) = 0$, allora $\min(0,1) = 0$
→ Se $v(a) = 1$, allora $\min(1,0) = 0$

{ ② è = 0 SEMPRE, quindi è sempre ① ≤ ② e la formula è una tautologia.

TAVOLA DI VERITÀ 5

a	b	c	$\neg c$	$b \land \neg c$	$\neg(b \land \neg c)$	$a \Rightarrow c$	$\neg(a \Rightarrow c)$	$\neg(b \land \neg c) \lor \neg(a \Rightarrow c)$
0	0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	0	1

TOT 10 PUNTI

ES. 5:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{{}^{1}[a]}{a \lor b}\,(I\lor_1)\;2 \qquad \dfrac{{}^{1}[a]}{a \lor c}\,(I\lor_2)\;2}{(a \lor b) \land (a \lor c)}\,(I\land)\;2}{a \Rightarrow (a \lor b) \land (a \lor c)}\,(I\Rightarrow)\;2$$

TOT 10 PUNTI

ES. 6:

Sia $P \in FBF$ della logica del I ordine. Si definisce $FV(P)$:

- Se $P = \perp$, $FV(\perp) = \emptyset$ 1
- Se $P = A(t_1, \dots, t_m)$, $FV(P) = FV(t_1) \cup \dots \cup FV(t_m)$ 1
- Se $P = P_1 \land P_2$, $P_1 \lor P_2$, $P_1 \Rightarrow P_2$, allora $FV(P) = FV(P_1) \cup FV(P_2)$ 3
- Se $P = \neg P_1$, allora $FV(P) = FV(P_1)$ 1
- Se $P = (\forall x : P_1)$, $(\exists x : P_1)$, allora $FV(P) = FV(P_1) \setminus \{x\}$ 2

TOT 8 PUNTI

TOTALE PUNTI ESAME: 54

VOTO: PUNTI/2, massimo 27

Sbarramento

Esame di Elementi di Logica e Strutture Discrete

Corso di Laurea in Informatica

Appello del 02·07·2024

Nome: ______________________

Cognome: ______________________

Matricola: ______________________

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	D	D	C	C	C	B	A	C

Domanda 1. Dire quale tra le seguenti è una proposizione.

A. il triplo di 3
B. 27 + 15
C. 4 è un numero intero
D. il precedente di 223

Domanda 2. Quale tra le seguenti affermazioni a proposito dei connettivi è corretta?

A. $a \land b$ è vera se a è falsa e b è falsa
B. $p \Rightarrow q$ è vera se p è falsa
C. $x \oplus y$ è vera se x è vera e y è vera
D. $\neg p$ è sempre vera

Domanda 3. Enunciare la seconda legge di De Morgan.

A. $p \Rightarrow q \equiv (p \land (p \Rightarrow \neg q)) \Rightarrow \perp$
B. $\neg\neg p \equiv p$
C. $\neg p \lor q \equiv p \Rightarrow q$
D. $p \lor q \equiv \neg(\neg p \land \neg q)$

Domanda 4. Negare il quantificatore esistenziale nel modo corretto.

A. $\neg\exists y : P(x,y) \equiv \neg\forall y : P(x,y)$
B. $\neg\exists y : P(x,y) \equiv \neg\forall y : \neg P(x,y)$
C. $\neg\exists y : P(x,y) \equiv \forall y : P(x,y)$
D. $\neg\exists y : P(x,y) \equiv \forall y : \neg P(x,y)$

Domanda 5. Definire l'operazione di differenza simmetrica tra insiemi.

A. $A \triangle B = (A \cap B) \setminus (A \cup B)$
B. $A \triangle B = (A \setminus B) \setminus (B \setminus A)$
C. $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
D. $A \triangle B = (A \setminus B) \cap (B \setminus A)$