CORRETTORE

1) $R(x,y) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x = 2k + y$

RIFL: $R(x,x) \Leftrightarrow x = 2k + x \Leftrightarrow k = 0$ ✓ 1

SIMM: $R(x,y) \Leftrightarrow x = 2k + y \Leftrightarrow y = -2k + x \overset{q=-k}{\Leftrightarrow} y = 2q + x \Leftrightarrow R(y,x)$ 3

TRAN: $R(x,y) \wedge R(y,z) \Leftrightarrow x = 2k + y \wedge y = 2q + z \Leftrightarrow x = 2k + 2q + z \underset{j=k+q}{\Leftrightarrow} x = 2j + z \Leftrightarrow R(x,z)$ 3

Ci sono 2 classi di equivalenza. 1

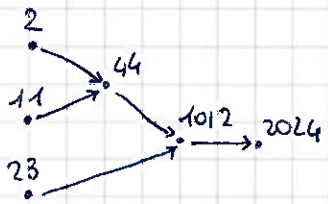
PUNTI: 8

2) $D = \{2, 11, 23, 44, 1012, 2024\}$, $R(x,y) \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{Z} : y = nx$

RIFL: $R(x,x) \Leftrightarrow x = nx \Leftrightarrow n = 1$ ✓ 1

ANTI: $R(x,y) \wedge R(y,x) \Leftrightarrow y = nx \wedge x = qy \Leftrightarrow y = n \cdot q y \Leftrightarrow n \cdot q = 1 \Leftrightarrow n = q = 1 \Leftrightarrow y = x$ 3

TRAN: $R(x,y) \wedge R(y,z) \Leftrightarrow y = nx \wedge z = qy \Leftrightarrow z = q \cdot n \cdot x \underset{j=qn}{\Leftrightarrow} z = jx \Leftrightarrow R(x,z)$ 3



Elementi minimali: 2, 11, 23 1

Elementi massimali: 2024 1

Ordine parziale perché $2 \nmid 11$ e $11 \nmid 2$ 1

PUNTI: 10

3) $\sum_{i=1}^{n} (2i+2) = 2\sum_{i=1}^{n} i + 2\sum_{i=1}^{n} 1 = 2\frac{n(n+1)}{2} + 2n = n(n+1) + 2n = n(n+3)$ 3

CASO BASE: $n = 1$ $\quad \sum_{i=1}^{1} (2i+2) = 2 \cdot 1 + 2 = 4 = 1 \cdot (1+3)$ 2

PASSO: $\sum_{i=1}^{n+1} (2i+2) = \sum_{i=1}^{n} (2i+2) + 2(n+1) + 2 = n(n+1) + 2n + 2(n+1) + 2 =$ 3

$= n(n+1) + 2(n+1) + 2(n+1) = (n+1)(n+4)$ $\square$

PUNTI: 8

4) $\models \neg(a \vee b) \wedge a \Rightarrow b \Leftrightarrow v(\neg(a \vee b) \wedge a \Rightarrow b) = 1 \Leftrightarrow \underbrace{v(\neg(a \vee b) \wedge a)}_{\circledast} \leq v(b)$ 1

$\circledast = \min(v(\neg(a \vee b)), v(a)) =$

$= \min(1 - v(a \vee b), v(a)) = \min(1 - \max(v(a), v(b)), v(a))$ 1

Ci sono due casi:

1) $\max(v(a), v(b)) = 0 \Leftrightarrow v(a) = v(b) = 0 \Leftrightarrow \circledast = \min(1, 0) = 0$ 2

2) $\max(v(a), v(b)) = 1 \Leftrightarrow \circledast = \min(0, v(a)) = 0$ 2

che portano entrambi a $0 \leq v(b)$, che è sempre vera. 1

Tavola di verità:

a	b	$\neg(a \vee \neg b)$	$\neg b$	$a \vee \neg b$
0	0	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	0	0	1

3

PUNTI: 10

5)

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\neg(a \vee b) \wedge a]^{+1}}{\neg(a \vee b)}\,(E\wedge_1)\ 1 \qquad \dfrac{\dfrac{[\neg(a \vee b) \wedge a]^{+1}}{a}\,(E\wedge_2)\ 1}{a \vee b}\,(I\vee_1)\ 1}{\bot}\,(E\neg)\ 2}{b}\,(E\bot)\ 1}{\neg(a \vee b) \wedge a \Rightarrow b}\,(I\Rightarrow)\,[\neg(a \vee b) \wedge a]\ 1\ {+1}$$

3

PUNTI: 10

6) Alfabeto di un linguaggio del I ordine:

- Insieme di COSTANTI 1
- Insieme infinito di VARIABILI 1
- Simboli funzionali 1
- Simboli predicativi 1
- CONNETTIVI: $\bot, \wedge, \vee, \neg, \Rightarrow$ 1
- QUANTIFICATORI: $\forall, \exists$ 1
- Simboli ausiliari: (,) , :

$t \in TER \Leftrightarrow$
- $t \in$ COSTANTI
- $t \in$ VARIABILI

} 1
- Se f è simbolo funzionale n-ario e $t_1, \ldots, t_n \in TER$ allora $t = f(t_1, \ldots, t_n) \in TER$ } 1

PUNTI: 8

TOTALE PUNTI: 54

VOTO MAX: $54 / 2 = 27$