

Modelado matemático de sistemas físicos

[2.1] ¿Cómo estudiar este tema?

[2.2] El modelado y la naturaleza de los sistemas

[2.3] Conceptos fundamentales

[2.4] Etapas para el modelado de los sistemas físicos dinámicos

[2.5] Métodos de modelado. Enfoque hacia el modelado de sistemas físicos

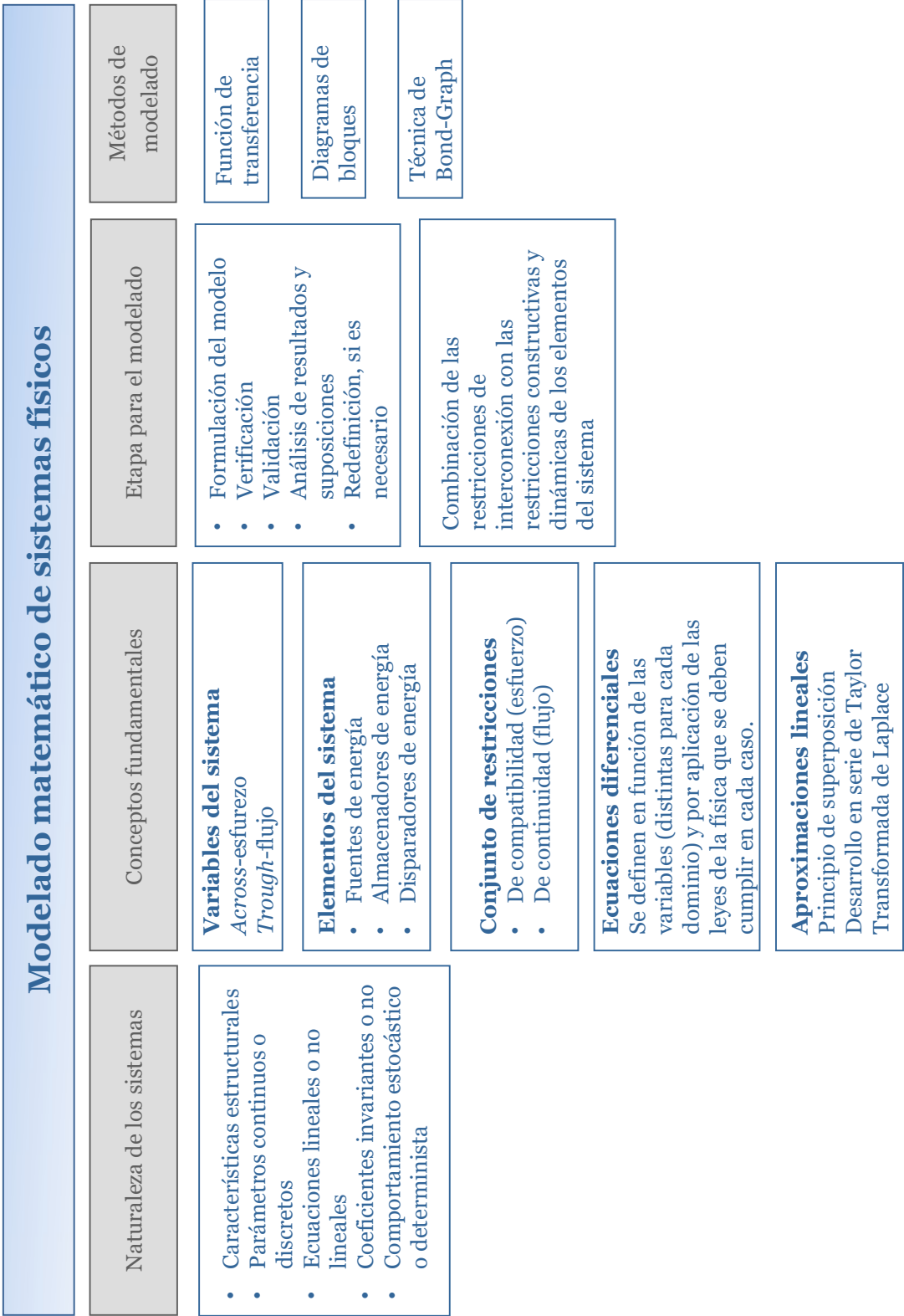
[2.6] Referencias bibliográficas



2

T E M A

Esquema



Ideas clave

2.1. ¿Cómo estudiar este tema?

Para estudiar este tema lee las **Ideas clave** que encontrarás a continuación.

Además consulta las **páginas 174-196** del siguiente documento:

- » García, A. (2014). *Ecuaciones diferenciales*. México: Larousse. Grupo Editorial Patria. Disponible en la Biblioteca Virtual de UNIR.

También lee las **páginas 218-228** del siguiente libro:

- » Coll-Aliaga, C., Ginestar-Peiró, D. y Sánchez-Juan, E. (2012). *Matemáticas II para ingenieros*. Valencia: Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia. Disponible en la Biblioteca Virtual de UNIR.

Consulta también el siguiente libro:

- » González, G., Galindo, R. y De León, J. (2009). *Procedimientos gráficos para obtener expresiones analíticas del estado estacionario y de las condiciones de estabilidad*. México: Universidad Autónoma de Nuevo León. Disponible en la Biblioteca Virtual de UNIR.

En este tema estudiaremos:

- » La naturaleza y clasificación de los sistemas físicos y su modelado.
- » Variables y elementos constituyentes del sistema físico.
- » Identificación de las restricciones aplicables al modelo.
- » Técnica de modelado y representación.

2.2. El modelado y la naturaleza de los sistemas

Modelado

El modelado es el proceso de escribir una ecuación diferencial para describir una situación física.

La base para el modelo matemático es proporcionada por las leyes físicas fundamentales que rigen el comportamiento del sistema, para ello se puede utilizar leyes como la ley de Newton para los sistemas mecánicos o bien, la ley de Kirchhoff para sistemas eléctricos.

Lo que se pretende es **analizar y diseñar sistemas de control mediante el uso de modelos matemáticos cuantitativos** que permiten además una descripción del comportamiento dinámico del sistema generalmente mediante el uso de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Los sistemas que se tratarán serán sistemas mecánicos, eléctricos, térmicos y de fluidos. Los sistemas físicos se consideran manipuladores o transmisores de energía para lo que necesitan interactuar con entradas y salidas a través de componentes o subsistemas externos.

La relación de entrada-salida para componentes y subsistemas en forma de funciones de transferencia, que se definen en términos de lo que se denominan variables del sistema. De esta manera es posible determinar cómo y en qué sentido la energía se transmite. La función de transferencia por tanto muestra la relación entre la entrada que recibe un elemento del sistema y la salida que se obtiene.

Proceso de modelado

El **proceso de modelado** se puede resumir en los siguientes pasos, que luego se detallarán de forma pormenorizada en sucesivos apartados:

1	Formulación del modelo matemático.
2	Verificación del modelo.
3	Validación del modelo.

La verificación del modelo es el proceso mediante el que se asegura que no existen errores en el modelo porque la descripción conceptual y la solución obtenida son correctos. La validación determina si el modelo es una buena representación del modelo para lo que se realiza una comparación de las predicciones con los datos del mundo real, es importante tener en cuenta que estos datos no se han utilizado para construirlo.

El objetivo del modelado de un sistema físico de control es **obtener en forma matemática una descripción del comportamiento dinámico del sistema en términos de algunas variables físicamente significativas**. (Wellstead, 2000)

Suposiciones previas

Existen otros **factores inherentes al sistema que condicionan su modelado** y que se detallan a continuación:

1	Características estructurales: sistemas distribuidos o agrupados.
2	Valores de los parámetros o variables que pueden ser continuos o discretos.
3	Forma de representación mediante ecuaciones lineales o no lineales.
4	Características de los coeficientes de las ecuaciones que pueden ser invariantes o no.
5	Comportamiento estocástico o determinista.

2.3. Conceptos fundamentales

Previamente al estudio de las formas de modelado es necesario definir y exponer los elementos que intervienen en el sistema y sus formas de interacción.

Variables del sistema

La energía y la potencia de un sistema físico son variables directas de un sistema físico. La energía o la capacidad para realizar un trabajo no puede ser destruida ni creada pero si almacenada, transformada o disipada. La potencia es la transferencia de energía por unidad de tiempo.

La energía de muchos sistemas puede ser representada por un par de variables cuyo producto representa la potencia instantánea transmitida a través de un puerto de energía. Más concretamente, el producto de la variable de flujo y la variable de esfuerzo es la potencia instantánea asociada con el puerto de energía.

Luego **la potencia** está determinada por la siguiente ecuación:

$$Potencia = e(t) \times f(t)$$

Ecuación 1. Potencia instantánea.

La variable de esfuerzo se representa por e y es una variable extensiva (su magnitud depende del tamaño del sistema que describe) y la variable de flujo representada por f es una variable intensiva (su valor permanece inalterable y no depende del tamaño del sistema). Las variables se expresan en función del tiempo y el significado específico de cada una de ellas depende de la naturaleza del sistema físico que se está modelando.

Una manera uniforme de asignación de las variables de un sistema de acuerdo con la intuición física es aplicar los conceptos de variables *across/through*, es decir, **al otro lado de/ a través de**.

Según estos conceptos y como generalización la variable de esfuerzo se considera una variable de *punto a punto* o variable *across* porque mide la diferencia de estado entre puntos terminales de un sistema, como pueden ser la caída de presión de un punto a otro de una tubería o la diferencia de potencial entre dos puntos de una resistencia. La variable

de flujo se considera, sin embargo, una variable *a través de* o *through* porque mide la transmisión de una cantidad a través de un elemento como la corriente eléctrica a través de una resistencia o un fluido a través de una tubería.

La energía transmitida en un intervalo de tiempo de $(0,t)$, desde un punto a otro se calcula mediante la integral de la potencia en el tiempo.

$$E(t) = \int_0^t e(t)f(t)dt$$

Ecuación 2. Energía.

Otro concepto que se debe tener en cuenta para el modelado matemático del sistema físico es el **almacenamiento de información**.

En la interpretación energética del comportamiento de estos sistemas, el almacenamiento de información se interpreta como almacenamiento de energía y para su definición existen dos variables denominadas variables energéticas o dinámicas.

La primera de ellas representa el almacenamiento en términos del esfuerzo, lo que también es denominado el momento del esfuerzo y que se denota mediante e_a o P . Este almacenamiento se define como la integral del esfuerzo en el tiempo como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$e_a(t) = \int_0^t e(t)dt \text{ o bien, } e(t) = \frac{de_a}{dt}$$

Ecuación 3. Esfuerzo acumulado.

La segunda de las variables representa el almacenamiento en términos del flujo, lo que también se puede interpretar como el desplazamiento y se denota mediante f_a o q . La definición de esta variable se muestra a continuación

$$f_a(t) = \int_0^t f(t)dt \text{ o bien, } f(t) = \frac{df_a}{dt}$$

Ecuación 4. Flujo acumulado.

En un sistema físico se identifican las variables directas o generales del sistema que se conocen de forma genérica como variable de esfuerzo y variable de flujo. También se pueden identificar las variables dinámicas o energéticas como son la de almacenamiento de esfuerzo o momento y la de almacenamiento de flujo o desplazamiento.

Elementos del sistema

Un sistema físico conceptualmente podría reducirse básicamente a un sistema de control de energía, para realizar un modelado correcto es necesario analizar sus elementos con el objeto de identificar la naturaleza del sistema y de sus elementos de acuerdo con la forma en la que procesan o manipulan la energía.

Desde este punto de vista, los elementos del sistema se pueden clasificar en las siguientes categorías (Wellstead, 2000):

- » **Fuentes de energía.** Son elementos que proporcionan energía y de acuerdo con las variables tratadas en el apartado anterior se pueden considerar fuentes de variables de esfuerzo (variables *across*) y fuentes de flujo o fuentes de variables *through*.
- » **Almacenadores de energía.** Son los elementos capaces de almacenar y ceder energía. Estos elementos definen el comportamiento dinámico del sistema y de acuerdo con las variables estudiadas representan los almacenadores de esfuerzo y de flujo. Estos almacenadores se conocen en algunos dominios como capacitores o condensadores e inercias, respectivamente.
- » **Disipadores de energía.** Estos elementos transforman la energía o generan pérdidas o transfieren la energía hacia otros sistemas. Los elementos que provocan pérdidas hacia otros sistemas o hacia el exterior son denominados **resistencias**. Los **transformadores de energía** permiten que la energía al transformarse cambie de tipo o se modifique su magnitud.

Los elementos básicos de un sistema se pueden clasificar en tres categorías: fuentes, almacenadores y disipadores de energía, como resistencias y transformadores.

Conjunto de restricciones para determinar la interacción de los componentes del sistema

Los sistemas físicos en su mayoría están dotados de una cierta complejidad, lo que implica que no cuentan con un único elemento constituyente, sino que deben de unificar elementos distintos que representan el modelo completo.

La presencia de distintos elementos interconectados hace necesario plantearse la forma en la que interaccionan, lo que evidentemente impondrá una serie de restricciones sobre el sistemas y más concretamente sobre sus variables.

Los elementos pueden estar conectados de dos formas: **en serie y en paralelo**. Estas formas de interconexión dan lugar a las siguientes restricciones sobre las variables:

El esfuerzo a través de dos o más elementos en serie es la suma de los esfuerzos a través de cada uno de los elementos individuales y sin embargo, si los elementos están en paralelo el esfuerzo total a través de ellos es el mismo que a través de cada uno de los elementos.

Si dos o más elementos se conectan en paralelo el flujo total en ellos es la suma de los flujos individuales, sin embargo si se conectan en serie los flujos individuales son el mismo que el total.

En general estas **restricciones sobre las variables de esfuerzo y de flujo se conocen como restricciones de compatibilidad y continuidad**.

La compatibilidad impone restricciones sobre las variables de esfuerzo de forma que si un conjunto de puertos de energía están conectados en serie formando un ciclo cerrado, la suma de todos los esfuerzos del bucle debe ser cero por compatibilidad de esfuerzos.

La continuidad impone restricciones sobre las variables de flujo de forma que si un conjunto de puertos de energía tiene un punto terminal común la suma de sus flujos debe ser cero por continuidad de flujos.

Ecuaciones diferenciales

Las ecuaciones diferenciales describen el comportamiento dinámico de un sistema físico. Estas ecuaciones se obtienen aplicando las leyes físicas identificadas para el sistema.

Las variables que aparecen en las ecuaciones son variables *across* o *through* de forma genérica. Dependiendo del dominio sobre el que se defina el sistema o los subsistemas, las variables que se pueden identificar son las siguientes:

Sistemas		Variables <i>across</i> (variables relacionadas con el esfuerzo)		Variables <i>through</i> (variables relacionadas con el flujo)	
		Esfuerzo	Momento (almacenamiento esfuerzo)	Flujo	Desplazamiento (almacenamiento de flujo)
Mecánicos	Traslación	Fuerza (F) (N)	Momento lineal(p) (N.s)	Velocidad (v) (m/s)	Desplazamiento(x) (m)
	Rotación	Par o esfuerzo de torsión (τ) (N.m)	Momento angular (L) (N.m.s)	Velocidad angular (ω) (rad/s)	Desplazamiento angular(ϕ) (rad)
Eléctricos		Par o esfuerzo de torsión (τ) (N.m)	Flujo(Φ) (Wb)	Corriente(I) (A)	Carga (Q) (C)
De fluidos		Presión (P) (N/m ²)	Momento o impulso del fluido (Γ) N.s/m ²	Caudal (Q) (m ³ /s)	Volumen (V) (m ³)
Térmicos		Temperatura (T) (°K)	Momento o impulso del fluido (Γ) N.s/m ²	Caudal (Q) (m ³ /s)	Volumen (V) (m ³)

Las ecuaciones diferenciales del modelo matemático presentan en muchas ocasiones una cierta complejidad para su resolución y lo que es más importante para su computación.

Aproximaciones lineales de los sistemas físicos

Un sistema es lineal si se le puede aplicar el **principio de superposición**. Este principio establece que la respuesta que produce la aplicación simultánea de dos entradas de esfuerzo es la suma de las dos respuestas individuales. De esta forma, en todo sistema lineal se pueden tratar las respuestas a distintas entradas de forma independiente y después sumar las respuestas o resultados.

Por tanto, para saber si un sistema es lineal si las ecuaciones que lo componen son lineales. Para ver si las ecuaciones o funciones definidas son lineales **se debe comprobar si cumplen las dos propiedades que las caracterizan:**

- » **Aditividad.** $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + f(\beta)$, es decir, el resultado de aplicar una función a la suma de entradas es el mismo que la suma de los resultados que se obtiene al aplicar la función a cada entrada por separado.
- » **Homogeneidad o proporcionalidad.** $f(k\alpha) = kf(\alpha)$, si a al aplicar la función a una entrada se obtiene un resultado, al multiplicarse la entrada por una constante y aplicar la función, el resultado obtenido es el resultado inicial q multiplicado por la misma constante.

Aunque muchos de los sistemas físicos son lineales, muchos **se acaban volviendo no lineales cuando se produce un incremento en las variables.**

En el caso de obtener un sistema no lineal, se debe de considerar la posibilidad de obtener una aproximación lineal de las ecuaciones no lineales mediante un procedimiento basado en el desarrollo de la ecuación no lineal mediante el **desarrollo en serie de Taylor** alrededor de un punto de operación. Una vez realizado el desarrollo se procede a obtener la solución.

La transformada de Laplace permite realizar ciertas transformaciones sobre la descripción de las variables físicas de la ecuación para obtener un conjunto de ecuaciones algebraicas más sencillas de resolver.

2.4. Etapas para el modelado de los sistemas físicos dinámicos

El proceso de modelado matemático de un sistema físico debe de garantizar que el modelo desarrollado es completo, consistente y validable. Para ello se debe de llevar a cabo un proceso cuidadoso y riguroso con el objeto de determinar y representar todas las características y variables del sistema y reproducir correctamente su comportamiento. Las etapas definidas en el apartado anterior se desarrollan a continuación:

- » Formular el modelo matemático y la lista de los supuestos necesarios.
 - Determinación de las características relevantes en cuanto a su naturaleza estructural, los valores de sus variables, las linealidades de sus ecuaciones, los datos invariantes y su comportamiento.
 - Identificación de variables y componentes y establecimiento de una notación matemática que los represente.
 - Identificación de las leyes empíricas aplicables al sistema.
 - Planteamiento de las ecuaciones que describen el modelo.
- » Verificación del modelo, mediante la comprobación de que se encuentran representadas todas las características y suposiciones.
- » Validación de los modelos, mediante la resolución de las ecuaciones con un conjunto de ejemplos de prueba para comprobar si se obtiene los resultados deseados.
- » Análisis de las soluciones y las suposiciones.
- » Si es necesario, rediseño del modelo.

Modelado por combinación de interconexiones con elementos constitutivos

El modelado matemático por tanto consiste en la combinación de las restricciones de interconexión con las restricciones constitutivas y dinámicas de los elementos del sistema. Estas restricciones se estudian de forma específica en el siguiente tema para cada uno de los dominios de la física que se van a considerar.

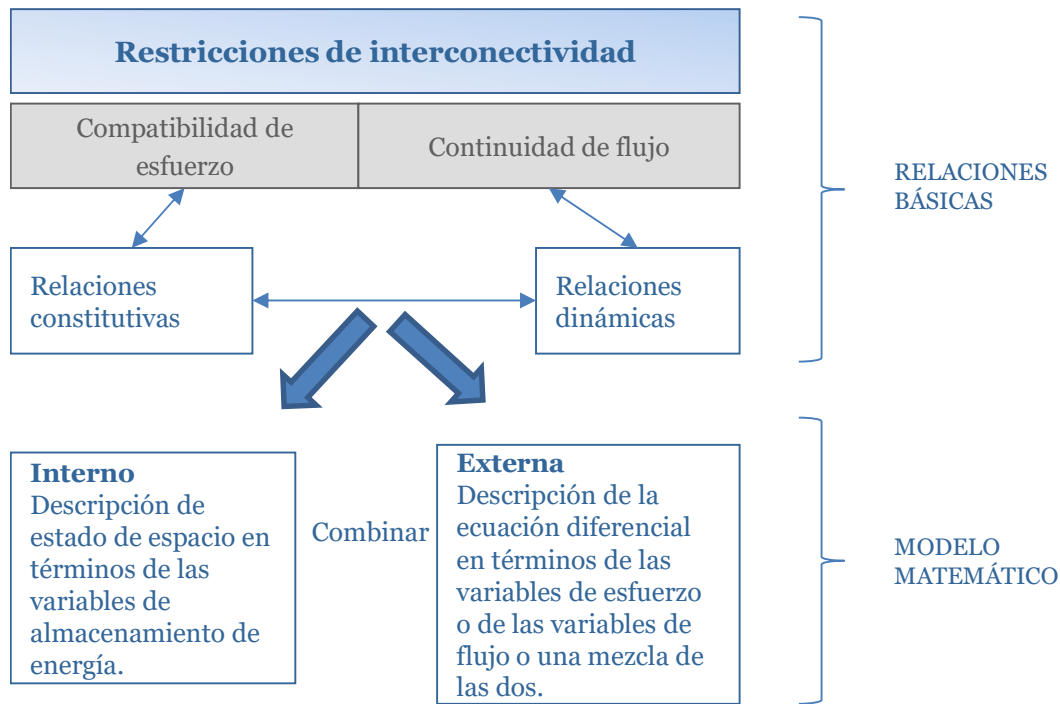


Figura 1. Combinación de restricciones y de relaciones. Fuente: Basado en Wellstead, 2000.

2.5. Métodos de modelado. Enfoque hacia el modelado de sistemas físicos

Para formalizar las restricciones de interconectividad entre las variables de un sistema, existen múltiples formas. En todas ellas es importante contar con una forma de representación del sistema mediante sus elementos básicos y las interconexiones entre ellos. Existen así mismo algunas **técnicas gráficas de gran potencia que proporcionan un gran soporte al modelado y facilitan la obtención de la función de transferencias del sistema.**

Para obtener el modelo matemático de un sistema físico se deberían realizar los siguientes pasos:

- » **Identificación de los elementos que conforman el sistema.** Cálculo del número de ecuaciones que tendrá el modelo y cuantas de las variables forman parte de él. En general, el número de ecuaciones tiene que ver con el número de almacenadores que están presentes en el sistema y cuyas variables sean independientes de las de los otros almacenadores.

- » **Obtención del conjunto de ecuaciones diferenciales** partir de los elementos almacenadores identificados y de las variables de estado presentes en las ecuaciones.
- » **Obtención de una forma de representación del modelo** como pueden ser las funciones de transferencia, los diagramas de bloques, grafos mediante la técnica de *Bond-Graph* y diagramas de flujo de señal.

Funciones de transferencia

La función de transferencia de un sistema lineal representa la relación que describe la dinámica del sistema. Esta función se define como la relación entre la transformada de Laplace de la variable de salida y la transformada de Laplace de la variable de entrada, suponiendo que las condiciones de iniciales son cero.

La forma general de una función de transferencia de un cociente de polinomios, donde las raíces del polinomio del numerador son los ceros del sistema y las raíces del denominador, **son los polos del sistema y ambos se consideran picos de señal o frecuencias críticas.**

Además el grado del polinomio del denominador determina el orden del sistema.

La «Figura 2», muestra gráficamente la función de transferencia denota por $G(S)$, siendo $X(S)$ la transformada de Laplace de la entrada e $Y(S)$ la transformada de Laplace de la salida.



Figura 2. Función de transferencia.

Las etapas a seguir para obtener la función de transferencia del sistema se enumeran a continuación:

1	Identificación de las variables y elementos del sistema y las leyes físicas aplicables.
2	Obtención de las ecuaciones correspondientes a las variables.
3	Obtención de la transformada de Laplace para cada ecuación.
4	Obtención de la función de transferencia mediante el cociente de la transformada de la ecuación correspondiente a la variable de salida y la transformada de la de entrada.

Diagramas de bloques

Para la representación de la transferencia o transmisión de la energía se utilizan habitualmente diagramas de bloques o gráficos de flujo. Estas herramientas son muy útiles para el diseño y análisis de sistemas de control complicados. Dependiendo de la complejidad del sistema se requieren mayor o número de bloques para su representación.

Hay que tener en cuenta que la función de transferencia total del sistema está determinada por la relación entre la entrada inicial del sistema y la salida final obtenida, y podría haber sido representada por un único bloque.

Esta función de transferencia total del sistema se puede conseguir mediante la simplificación del sistema de control mediante la combinación de bloques individuales. En este caso, cada elemento del sistema de control se representa con un bloque y el bloque es la representación simbólica de la función de transferencia de dicho elemento. Los distintos bloques del sistema están conectados mediante aristas que representan a su vez el camino y el sentido del flujo que se produce a partir de la señal de entrada. Por tanto, un sistema de control completo puede representarse con un número de bloques interconectados entre sí.

La técnica de combinar los distintos bloques en los que se ha desplegado el bloque del sistema, se conoce como **técnica de reducción de diagrama de bloques**.

El uso de diagramas de bloques presenta ciertas ventajas sobre el uso de la función de transferencias como el hecho de que sean visibles todas las entradas y salidas de un

sistema, y no solo una entrada y salida como en la función de transferencia y muestra las interrelaciones que existen entre los distintos elementos del sistema.

En los diagramas de bloque **se pueden ir obteniendo cada una de las funciones de transferencia mediante la reducción del mismo.**

Técnica de *Bond-Graph*

«Otra de las técnicas utilizadas para la representación gráfica y el modelado es la técnica de *Bond-Graph* que cuenta con formas de representación de los flujos mediante enlaces y de un conjunto de elementos básicos necesarios que representa la idealización matemática de los componentes de un sistema como pueden ser resistencias, condensadores y otros. Con esta técnica solo se necesite una pequeña cantidad de elementos para poder representar los modelos y permite una visualización fácil del comportamiento del sistema». (Félez, Suárez y Romero, 2015, 1).

Las diferencias fundamentales con los diagramas de bloques es que los enlaces pueden representar flujos bidireccionales y pueden representar múltiples dominios. La aplicación de estos diagramas es de gran interés para el modelado en simulación.

La principal característica de los grafos de enlaces es que permite la representación de las interacciones energéticas tanto entre sistemas como entre los elementos de un sistema con una única línea o con un enlace (*bond*) de energía.

En esta forma de modelado cada enlace representa dos señales esfuerzo y flujo, cuyo producto es la potencia. Estas señales fluyen en dirección opuesta.

Los disipadores y almacenadores de energía se identifican por las letras R, C, I, TF y GY para las resistencias, capacitores o condensadores, inercias, transformadores de energía y giradores.

Los elementos fuente se representan por una S con un subíndice que puede ser e ó f, según si se trata de una fuente de esfuerzo o de flujo.

En él se usarán nudos de uniones o elementos estructurales que representan puntos del sistema en el que se producen varias entradas o salidas de energía en los que se cumple el principio de conservación de la energía y serán de tipo 0 o 1, dependiendo de si las entradas y salidas llevan asociadas el mismo esfuerzo o el mismo flujo.

Otro concepto importante que se debe representar en el diagrama de enlaces es la **causalidad que establece la relación de dependencia entre las dos variables que están asociadas a todos los grafos.**

2.6. Referencias bibliográficas

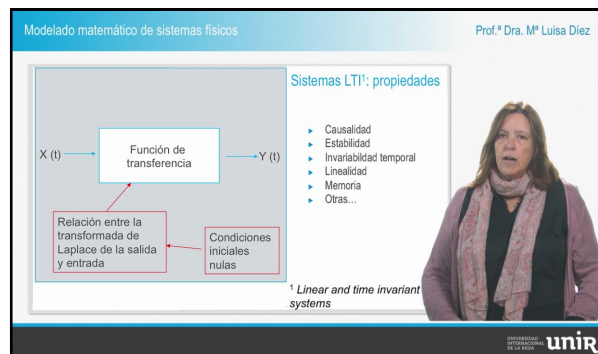
Wellstead, P. E. (2000). *Introduction to the Physical System Modelling (Electronic Edition)*. *Control Systems Principles*. Recuperado de www.control-systems-principles.co.uk

Lo + recomendado

Lecciones magistrales

Modelado matemático de sistemas físicos

En la siguiente lección magistral profundizaremos en el concepto de ‘Función de transferencia’.



Accede a la lección magistral a través del aula virtual

No dejes de leer...

Modelos de procesos y linealización

Documento sobre el modelado de procesos y las técnicas para transformar ecuaciones no lineales en lineales, elaborado por la profesora María Jesús de la Fuente de la Universidad de Valladolid.

Accede al documento a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:

<http://www.isa.cie.uva.es/~maria/modelado.pdf>

Método de las series de Taylor

Sánchez, J. A. (2010). Método de las series de Taylor para resolver ecuaciones diferenciales lineales y no lineales. Medellín: Universidad EAFIT.

Documento sobre las aplicaciones de las series de Taylor, elaborado por el profesor José Albeiro Sánchez Cano de la Universidad EAFIT.

Accede al documento a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:

<http://casanchi.com/mat/metodotaylor01.pdf>

Introducción a la técnica de Bond-Graph

Vera, C. y Caballero, M. (1998). Introducción a la técnica de Bond Graph en la dinámica ferroviaria. *Ferroviaria* '98, 291-308.

Interesante ponencia en la que se presenta la técnica del Bond-Graph, como una posible herramienta para la simulación conjunta de sistemas que pertenecen a diferentes dominios de la Física

Accede al artículo a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:

<http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/10640/CC%2041%20art%2028.pdf?sequence=1>

Introduction to Physical Systems Modelling with Bond Graphs

Broenik, J. F. (1999). *Introduction to Physical Systems Modelling with Bond Graphs*. Enschede: Universidad de Twente.

Artículo en el que se describen los elementos necesarios y las técnicas sobre el modelado de sistemas mediante la técnica de Bond Graph.

Accede al artículo a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:

<http://www.cs.mcgill.ca/~hv/articles/PhysicalModelling/BondGraphsV2.pdf>

+ Información

A fondo

Técnica de Bond-Graph

Apuntes sobre la técnica de Bond-Graph y su representación gráfica.

Accede al curso a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:

http://ocw.upm.es/ingenieria-mecanica/simulacion-en-ingenieria-mecanica/contenidos/teoria/To1_Introduccion.pdf

Enlaces relacionados

Simulación en Ingeniería matemática

Curso en abierto para profundizar en la simulación en Ingeniería matemática.



Accede al curso a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:

<http://ocw.upm.es/ingenieria-mecanica/simulacion-en-ingenieria-mecanica>

Bibliografía

Basmadjian, D. (2003). *Mathematical Modeling of Physical Systems: An Introduction*. Oxford: Oxford University Press.

Coll-Aliaga, C., Ginestar-Peiró, D. y Sánchez-Juan, E. (2012). *Matemáticas II para ingenieros*. Valencia: Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia.

Dym, C. L. e Ivey, E. S. (1980). *Principles of Mathematical Modeling*, 1st Edition. Nueva York: Academic Press.

García-Dunna, E. (2012). *Simulación y análisis de sistemas con promodel*. Massachusetts: Addison-Wesley.

García, A. (2014). *Ecuaciones diferenciales*. México: Larousse. Grupo Editorial Patria.

González, G., Galindo, R. y De León, J. (200). *Procedimientos gráficos para obtener expresiones analíticas del estado estacionario y de las condiciones de estabilidad*. México: Universidad Autónoma de Nuevo León.

Maki, D. P. y Thompson, M. (2006). *Mathematical Modeling and Computer Simulation*. Boston: Thomson Brooks/Cole.

Urquía, A. y Martín, C. (2013). *Modelado y simulación de eventos discretos*. Madrid: Editorial UNED.

Velten, K. (2009). *Mathematical Modeling and Simulation: Introduction for Scientists and Engineers*. Nueva York: Wiley.

Test

1. Los sistemas físicos siempre tienen un comportamiento:
 - A. Determinista.
 - B. Estocástico.
 - C. Cualquiera de los anteriores.
 - D. Ninguna de las opciones es verdadera.

2. Las variables *through* o a través de:
 - A. Son variables de almacenamiento de energía.
 - B. Son variables relacionadas con el flujo.
 - C. Son variables relacionadas con el esfuerzo.
 - D. Son combinación de los dos tipos.

3. Los principios de compatibilidad y continuidad:
 - A. Son leyes físicas fundamentales.
 - B. Son restricciones que se imponen a los sistemas físicos.
 - C. Deben de cumplirlos los sistemas lineales.
 - D. Ninguna de las anteriores.

4. Los elementos disipadores de un sistema (señale todas las correctas):
 - A. Son elementos fuente de energía.
 - B. Son elementos de almacenamiento de energía.
 - C. Son elementos que transforman la energía.
 - D. Son elementos que provocan pérdidas de energía hacia otros sistemas.

5. La función de transferencia de un sistema:
 - A. Representa la relación entre la entrada y la salida.
 - B. Representa la relación entre la combinación de las entradas de todas las entradas y la salida final.
 - C. Representa la relación entre la transformada de la entrada y la transformada de la salida.
 - D. Ninguna de las anteriores es verdadera.

- 6.** La técnica de Bond-Graph (señale todas las correctas):
- A. Es una técnica de representación gráfica de los elementos del sistema mediante bloques.
 - B. Es una técnica de representación gráfica de un sistema mediante enlaces.
 - C. No soporta la representación del comportamiento del sistema.
 - D. Facilita la representación del comportamiento del sistema.
- 7.** El momento es una variable (señale todas las correctas):
- A. Del sistema.
 - B. Dinámica.
 - C. Calculada a partir de la integral de la variable de flujo.
 - D. Calculada a partir de la integral de la variable de esfuerzo.
- 8.** En un grafo de enlace o bond:
- A. En los nudos de unión o todos los enlaces que entran y salen llevan asociado el mismo flujo.
 - B. En los nudos de unión 1 todos los enlaces que entran y salen llevan asociados el mismo esfuerzo.
 - C. En los nudos de unión 1 solo los enlaces que entran llevan asociados el mismo esfuerzo.
 - D. Ninguna de las anteriores es cierta.
- 9.** Mediante la reducción en un diagrama de bloques se puede conseguir:
- A. La eliminación de los lazos de realimentación.
 - B. Calcular la función de transferencia resultante de la eliminación de los lazos.
 - C. No soporta la simplificación de lazos.
 - D. Ninguna de las anteriores es verdadera.
- 10.** Los polos del sistema son:
- A. Las raíces de la función de transferencia.
 - B. Las raíces de la transformada de la entrada.
 - C. Las raíces de la transformada de la salida.
 - D. Los puntos de equilibrio del sistema.