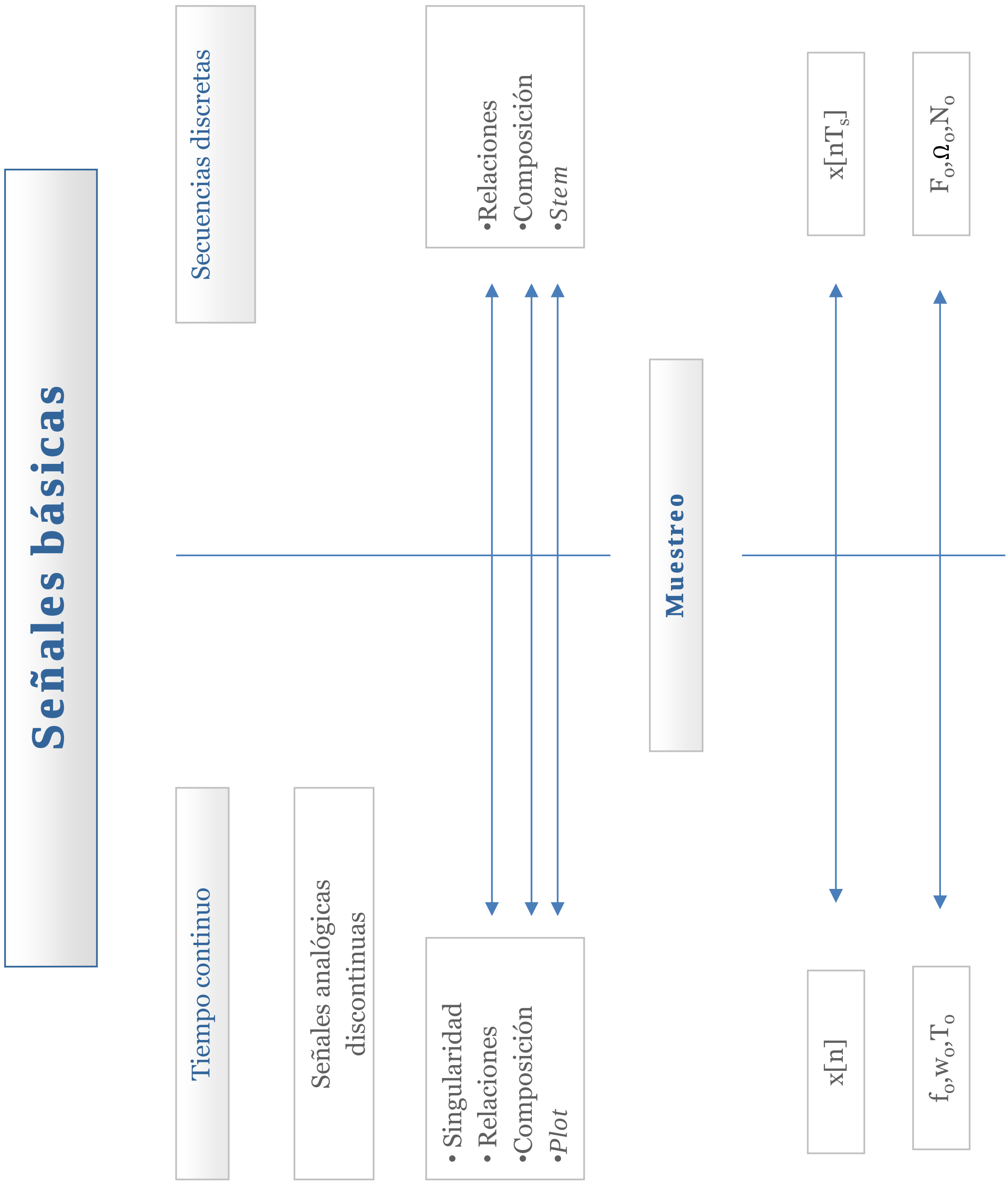
Señales básicas

TEMA 2

Esquema


Señales básicas
Secuencias discretas
Tiempo continuo
Señales analógicas discontinuas
•Relaciones
•Composición
•Stem
• Singularidad
• Relaciones
•Composición
•Plot
Muestreo
x[nT$_s$]
F$_o$,Ω$_o$,N$_o$
x[n]
f$_o$,w$_o$,T$_o$

Ideas clave

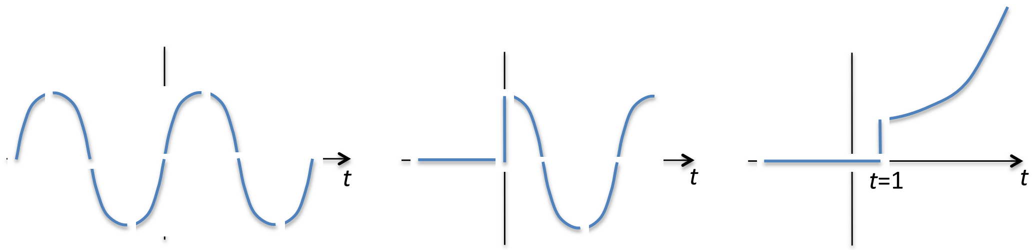
2.1. ¿Cómo estudiar este tema?

Para estudiar este tema lee las **Ideas clave** que encontrarás a continuación.

En teoría de la señal, las señales se describen como funciones matemáticas. Este tema describe un conjunto de funciones que se usan ampliamente para representar señales y los efectos que produce un sistema sobre la señal. Estas funciones están diseñadas para ser simples de representar y relacionar con otras funciones más avanzadas.

2.2. Señales analógicas discontinuas

En el tema anterior definimos una **señal de tiempo continuo** $x(t)$ como aquella que está definida en todo instante de tiempo de su variable independiente t. También definimos una **señal de valor continuo** como aquella que su imagen puede tomar cualquier valor real dentro de un intervalo. Por último, definimos una señal **analógica** como una señal de tiempo y valor continuo que no presenta discontinuidades. Es decir, una señal analógica era toda aquella que se puede representar mediante una función continua.



(a) $x(t)=\sin(t)$ (b) $x(t)=\begin{cases} 0 & , t<0 \\ \cos(t) & , t\geq 0 \end{cases}$ (c) $x(t)=\begin{cases} 0 & , t<1 \\ e^{0.5t} & , t\geq 1 \end{cases}$

Figura 1: funciones analógicas

Toda función continua es una función de tiempo y valor continuo pero no ocurre al revés porque una función de tiempo y valor continuo puede tener discontinuidades. La figura 1 (a) muestra una función continua (y en consecuencia de tiempo y valor continuo), mientras que la figura 1 (b) y figura 1 (c) muestra funciones discontinuas pero con tiempo y valor continuo.

En el mundo físico las señales analógicas son siempre proporcionales a un proceso físico, y en consecuencia continuas. Algunas señales físicas presentan formas claramente continuas, como al de la figura 1 (a). Sin embargo, otras señales físicas que ocurren en la práctica se aproximan a forma de la figura 1 (b) o figura 1 (c).

Por conveniencia a la hora de modelar matemáticamente señales analógicas, a partir de ahora permitiremos que una señal analógica pueda representarse con funciones discontinuas.

2.3. Señales básicas de tiempo continuo

En esta sección vamos a estudiar las señales básicas de tiempo continuo. Estas señales están representadas por funciones que tienen tres características importantes:

» **Singularidad**. Son funciones discontinuas con uno o más puntos de discontinuidad, lo cual ha dado lugar a que se las conozca como las **funciones singulares**.
» **Relaciones**. Las señales básicas se relacionan entre ellas mediante integración y derivación.
» **Composición**. Facilitan la descripción de señales más complejas al multiplicarlas por otras señales. Por ejemplo, la señal de la figura 1 (b) se puede describir más compactamente como $x(t) = u(t) \cdot \cos(t)$.

Funciones signo y escalón unitario

La **función signo** $sign(t)$ se define como:

$$sign(t) = \begin{cases} 1 & , t > 0 \\ -1 & , t < 0 \end{cases}$$

Y la **función escalón unitario** $u(t)$ se define como:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & , t > 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases}$$

La figura 2 (a) y figura 2 (b) muestran estas funciones. Estas funciones se utilizan para representar un cambio abrupto. Por ejemplo, el que ocurre cuando activamos el interruptor de un circuito.

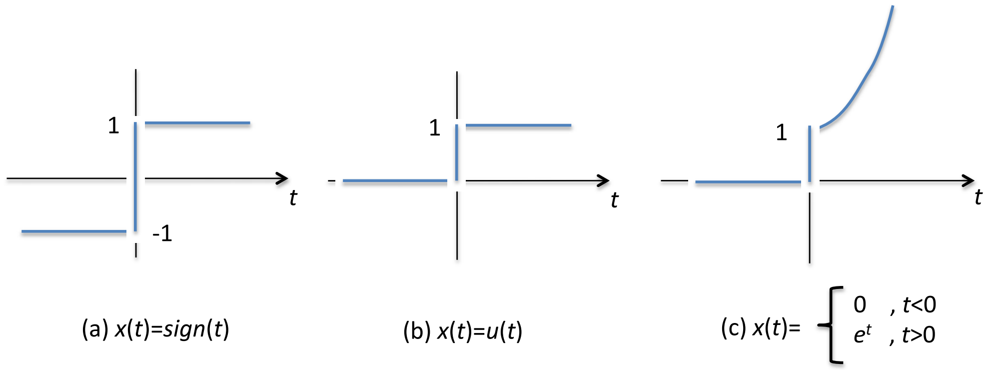


Figura 2: funciones continuas signo y escalón unitario

Estas funciones también se utilizan para representar de forma más concisa otras funciones. Por ejemplo, la función de la figura 2 (c) se puede escribir de forma más concisa como:

$$x(t) = u(t) \cdot e^t$$

Octave proporciona la función *sign* para generar la función $sing(t)$ y Heaviside para general la función $u(t)$. Por ejemplo, para generar la señal de figura 3 (a) podemos hacer:

```
t = -1:0.01:1;
x = sign(t);
plot(t,x);
axis([-2 2 -2 2]);
```

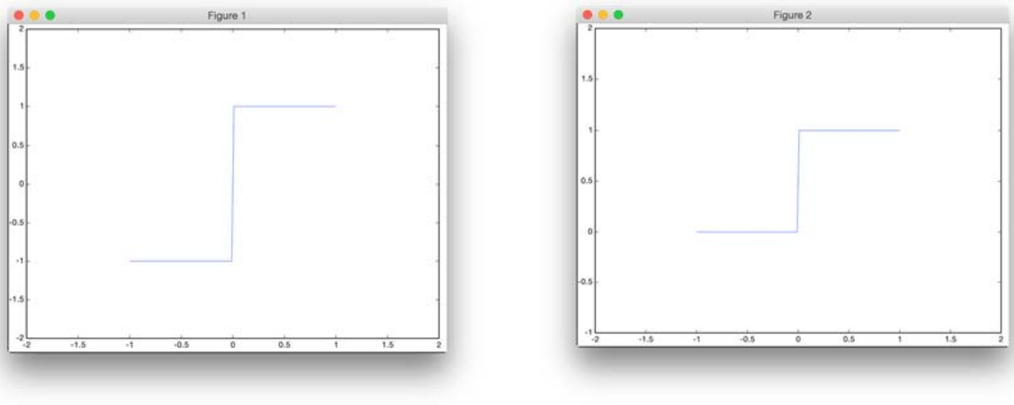
Donde:

- Definimos *t* como un vector con 1 fila y 201 columnas con los valores de -1 a 1 en incrementos de 0.01.
- *x* es un vector con la misma dimensión que *t*, pero donde cada elemento vale:
  - -1, si su correspondiente elemento en *t* es menor a 0.
  - 0, si su correspondiente elemento en *t* vale 0.
  - *y* +1 si su correspondiente elemento es mayor a 0.
- La función *plot(t,x)* muestra los puntos correspondientes a poner *t* en el eje de abscisas y *x* en el eje de ordenadas.

» La función *axis* permite definir los rangos a mostrar de las coordenadas de abscisas y ordenadas.

Análogamente, para generar la señal de la figura 3 (a) podemos hacer:

```
t = -1:0.01:1;
x = heaviside(t);
plot(t,x);
axis([-2 2 -1 2]);
```



(a) Signo (b) Escalón unitario

Figura 3: función signo y escalón unitario en Octave

Aunque las funciones continuas signo y escalón unitario no están definidas en *t*=0, Octave las define en *t*=0 como:

$$sign(t) = \begin{cases} 1 & ,t > 0 \\ 0 & ,t = 0 \\ -1 & ,t < 0 \end{cases} \qquad u(t) = \begin{cases} 1 & ,t > 0 \\ 0.5 & ,t = 0 \\ 0 & ,t < 0 \end{cases}$$

Es decir:

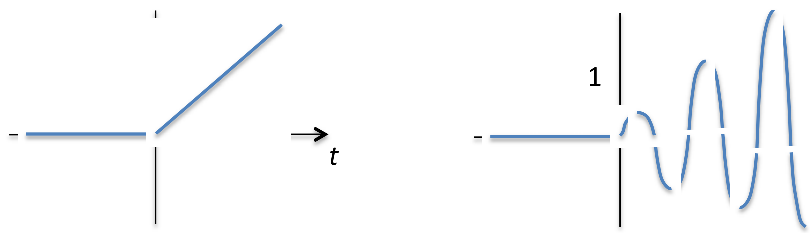
```
> sign(0)
ans =
    0
> heaviside(0)
ans =
   0.5000
```


Función rampa unitaria

La función **rampa unitaria** $r(t)$ tiene valor cero para los valores negativos de t y pendiente 1 para los valores positivos de t. Es decir:

$$r(t) = \begin{cases} t, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

La figura 4 (a) muestra la forma de la rampa unitaria. Muchas veces la función rampa unitaria se combina con otra función para modelar crecimientos lineales, como ocurre en la figura 4 (b).



(a) $x(t)=r(t)$ (b) $x(t) = r(t)\sin(t)$

Figura 4: funciones con rampas unitaria continua

La función rampa unitaria se relaciona con la función escalón unitario. En concreto podemos escribir la rampa unitaria en función del escalón unitario integrándolo:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\, d\tau \qquad (1)$$

En esta ecuación τ es la variable de integración y la variable independiente de la función escalón unitario, y t es la variable independiente de la función rampa unitaria. La variable de integración τ va desde $-\infty$ a t. Cuando τ alcanza el valor 0 empieza a acumular área de la función escalón unitario. En todo momento el área acumulada es igual a t, por ser el área de un rectángulo con alto 1 y ancho t.

Función impulso unitario

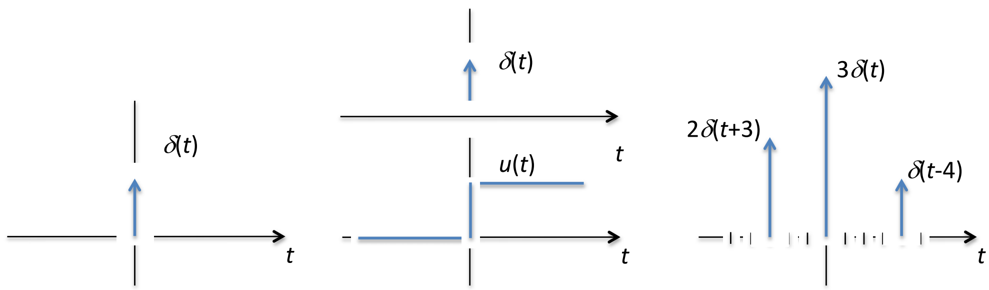
La función **impulso unitario** $\delta(t)$, también llamada delta de Dirac, se define como:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

Y además cumple que su área suma 1, es decir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t)dt = 1$$

La figura 5 (a) muestra la forma de esta función. La función puede considerarse como un chispazo de duración muy corta.



(a) Delta de Dirac

(b) Relación entre $\delta(t)$ y $u(t)$

(c) Delta desplazada y escalada

Figura 5: impulso unitario continuo

El impulso unitario $\delta(t)$ se relaciona con el escalón unitario $u(t)$ mediante derivación, es decir:

$$\delta(t) = u'(t) \qquad (2)$$

La figura5 (b) muestra esta relación gráficamente, donde vemos que para t=0 la pendiente se vuelve infinita, y para t ≠0 la pendiente es 0.

Dado que su área vale 1, en ocasiones se anota el impulso unitario multiplicado por un valor correspondiente a su área. La figura 5 (c) muestra el impulso $2\delta(t+3)$, indicando que su área es 2 y está desplazado a la posición t=-3. Análogamente para los impulsos $3\delta(t)$ y $\delta(t\text{-}4)$.

El impulso unitario tiene la **propiedad de criba** (en los libros más modernos llamada **propiedad de muestreo**), la cual nos dice que la integral de una función cualquiera $x(t)$ multiplicada por una delta desplazada a la posición t_0, es decir $\delta(t\text{-}t_0)$, es igual al valor de la función $x(t)$ en el instante $t=t_0$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)\,dt \;=\int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)\delta(t-t_0)\,dt \;= x(t_0)\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)\,dt = x(t_0)$$

Es decir, $\delta(t\text{-}t_0)$ muestrea el valor de la función $x(t)$ en el valor $t=t_0$. En el Tema 5 usaremos la propiedad de criba para desarrollar la idea de convolución.

Rectángulo y triángulo unitario

El **rectángulo unitario** $\Pi(t)$ es una función rectangular centrada en el origen y de área unidad, que se define como:

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1/\tau, & |t| < \tau/2 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

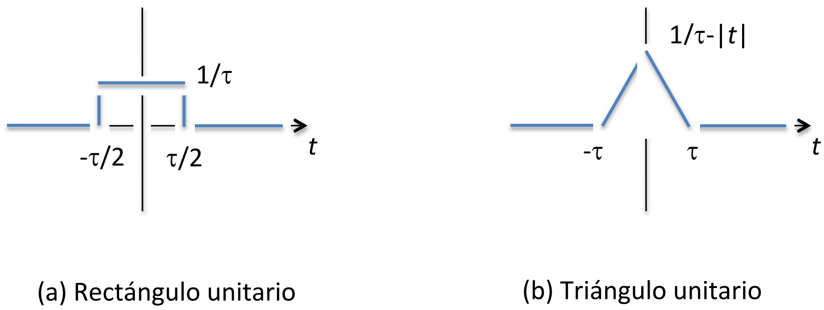


Figura 6: rectángulo y triángulo unitario continuo

La figura 6 (a) muestra esta función. El parámetro τ permite modificar le ancho y alto del rectángulo. Dado que el rectángulo siempre tiene altura 1/τ y anchura τ, su área es 1.

El rectángulo unitario se puede expresar como una diferencia de dos escalones unitarios desplazados de la forma:

$$\Pi(t) = u\left(t+\frac{\tau}{2}\right) - u\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$$

El **triángulo unitario** $\Lambda(t)$ es una función triangular centrada en el origen y de área unidad, que se define como:

$$\Lambda(t) = \begin{cases} \frac{1}{\tau} - |t|, & |t| < \tau \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

Dado que se trata de un triángulo isósceles con base 2τ y altura 1/τ, su área es 1. La figura 6 (b) muestra esta función.

2.4. Señales básicas de tiempo discreto

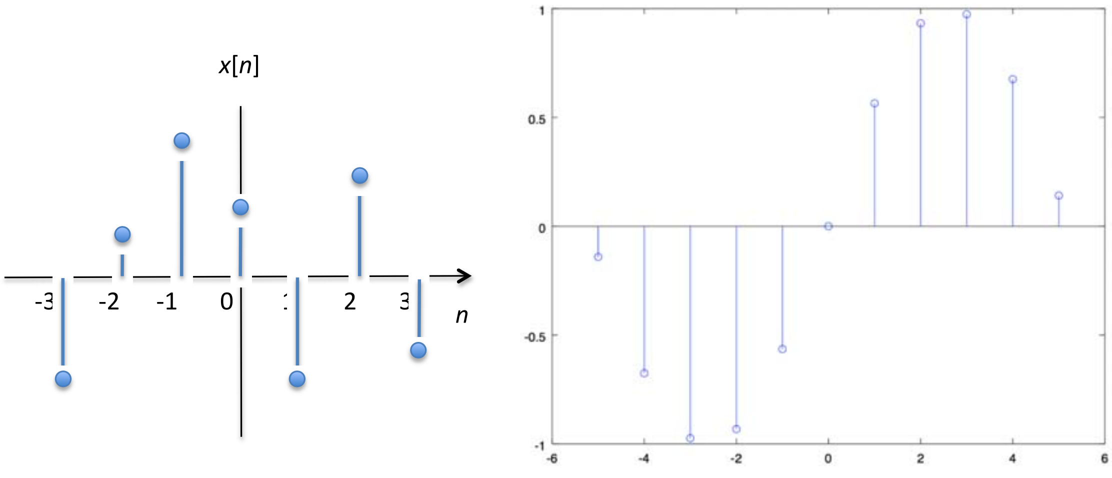
En esta sección vamos a estudiar las señales básicas de tiempo discreto. Muchas de las señales básicas de tiempo continuo tienen sus equivalentes señales básicas de tiempo discreto. También veremos que en algunos casos la forma de definir una señal en tiempo discreto difiere de su definición en tiempo continuo.

Las señales de tiempo discreto $x[n]$ también se llaman **secuencias** y solo están definidas para valores enteros de n. Es decir, el valor de expresiones como x[1.5] está indefinido.

Dado que las señales de tiempo discreto son por naturaleza discontinuas, una diferencia importante con sus equivalentes señales de tiempo continuo es que desaparece el concepto de continuidad y singularidad.

Por el contrario, dado que las señales de tiempo continuo $x(t)$ están definidas para todos los valores de t, podemos usar funciones de tiempo continuo para crear funciones de tiempo discreto. Por ejemplo, $x[n]$=sin($w_0 n$).

Las señales en tiempo discreto suelen representarse mediante un **diagrama de secuencia (*stem plot*)** como el de la figura 7 (a), donde los puntos representan el valor de la señal $x[n]$ para cada valor de tiempo discreto n.



(a) Señal de tiempo discreto

(b) Seno discreto con Octave

Figura 7: diagrama de secuencia

Octave dispone el comando *stem* para generar un diagrama de secuencia. Por ejemplo, la figura 7 (b) ha sido generada con los comandos:

```
n = [-5:5];
x = sin(0.6*n);
stem(n,x);
```

Muestreo y tiempo discreto

Las señales de tiempo discreto más habituales se obtienen a través del muestreo de señales de tiempo continuo.

En el Tema 1 vimos que muestrear consistía en adquirir los valores de una señal de tiempo continuo a intervalos uniformes de tiempo. Llamamos periodo de muestreo t_s al tiempo entre muestras.

> En la literatura muchas veces t_s aparece notada como T. Dado que T también se usa para indicar la longitud de una señal periódica de periodo T, nosotros nos referiremos al periodo de muestreo como t_s.

Si el tiempo entre muestras nt_s podemos obtener los valores de la señal de tiempo discreto como $x[n] = x(n\ t_s)$ donde n es un entero que indexa las muestras. La figura 8 resume este proceso.

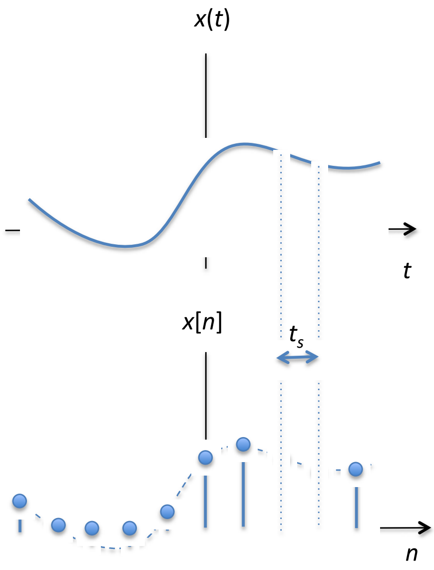


Figura 8: proceso de muestreo

Dado un periodo de muestreo t_s, podemos definir la **frecuencia cíclica de muestreo** f_s y la **frecuencia angular de muestreo** w_s, respectivamente como:

$$t_s = \frac{1}{f_s} = \frac{2\pi}{w_s} \qquad f_s = \frac{1}{t_s} \qquad w_s = \frac{2\pi}{t_s} \quad w_s = 2\pi f_s$$

La frecuencia cíclica de muestreo f_s lo que nos dice es cuántas muestras se toman en un segundo.

Funciones signo y escalón unitario

La **función signo** $sign[n]$ nos da una secuencia definida como:

$$sign[n] = \begin{cases} 1 & ,n > 0 \\ 0 & ,n = 0 \\ -1 & ,n < 0 \end{cases}$$

Y la **función escalón unitario** $u(t)$ nos da una secuencia definida como:

$$u[n] = \begin{cases} 1 & ,n \geq 0 \\ 0 & ,n < 0 \end{cases}$$

La figura 9 (a) y figura 9 (b) muestran estas secuencias, respectivamente:

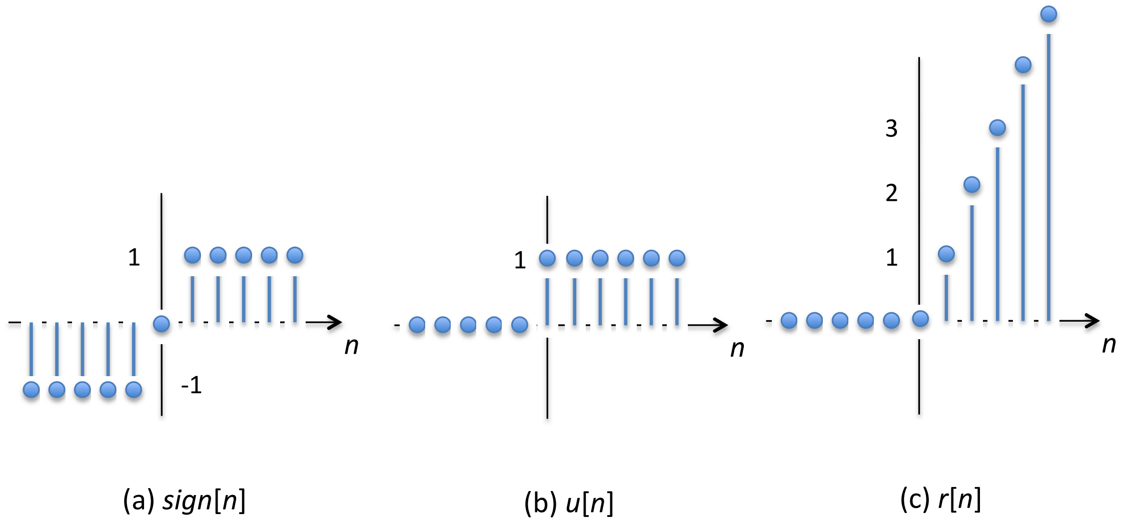


Figura 9: funciones de tiempo discreto signo, escalón y rampa unitaria

Observar que las funciones de tiempo discreto signo y escalón unitario están definidas en n=0, a diferencia de sus equivalentes continuas $x(t)$, que no están definidas en t=0.

Función impulso unitario

La función **impulso unitario** $\delta[n]$, en el caso de tiempo discreto se define como:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

Observar que, a diferencia del caso continuo, $\delta[n]$ está bien definida en n=0.

En el caso continuo, (2) nos relacionaba $\delta(t)$ con $u(t)$ por derivación. En el caso de tiempo discreto, $\delta[n]$ y $u[n]$ se relacionan por diferencias, es decir:

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

O bien podemos escribir la función escalón como un sumatorio que acumula deltas desplazadas de la forma:

$$u[n] = \sum_{m=-\infty}^{n} \delta[m]$$

El impulso unitario de tiempo discreto también tiene la **propiedad de criba**, por el que una función cualquiera $x[n]$ multiplicada por una delta desplazada a la posición n_0, es decir $\delta[n-n_0]$, es igual al valor de la función $x[n]$ en el instante $n=n_0$, es decir:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\delta[n-n_0] = x[n_0]$$

Es decir, como $\delta[n-n_0]$ es no cero solo cuando su parámetro se hace cero, $\delta[n-n_0]$ muestrea el valor de la función $x[n]$ en $n=n_0$.

El impulso unitario $\delta[n]$ a menudo se usa para componer un **tren de impulsos unitarios** $\delta_N[n]$ separados por distancia N como:

$$\delta_N[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta[n-mN]$$

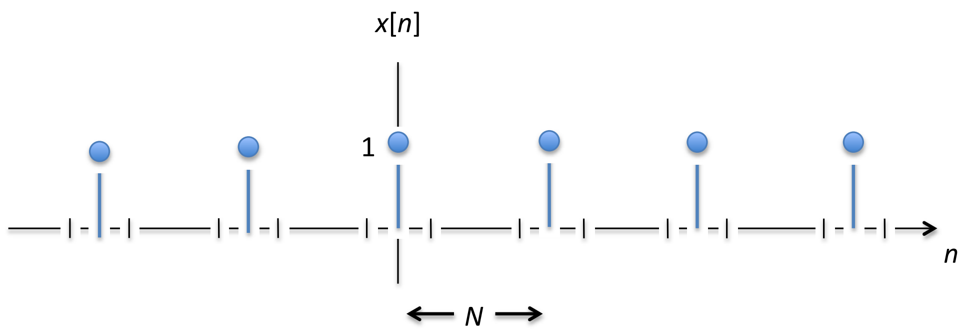


Figura 10: tren de impulsos unitarios

La figura 10 muestra las deltas despaldadas a posiciones múltiplo de N.

Función rampa unitaria

La función **rampa unitaria** $r[n]$ en el caso de tiempo discreto nos da una secuencia con valor cero para los valores negativos de n y que crece de uno en uno para los valores positivos de n. Es decir:

$$r[n] = \begin{cases} n, & n > 0 \\ 0, & n \leq 0 \end{cases}$$

La figura 9 (c) muestra la forma de la rampa unitaria.

En (1) vimos que la función rampa unitaria continua se podía escribir en función del escalón unitario mediante una integral. En el caso de tiempo discreto la rampa unitaria se puede escribir en función del escalón unitario mediante un sumatorio:

$$r[n] = \sum_{m=-\infty}^{n-1} u[m] = n \cdot u[n]$$

También podemos escribir el escalón unitario en función de la rampa unitaria mediante diferencias:

$$u[n] = r[n+1] - r[n]$$

2.5. Sinusoidal y exponencial de tiempo discreto

Antes de seguir leyendo deberás visionar la tercera y quinta lección magistral que describen la sinusoidal y la exponencial.

De estas lecciones magistrales ya sabemos que la exponencial real es un caso particular de la exponencial compleja y que cualquier sinusoidal es una combinación lineal de exponenciales complejas. En esta sección vamos a estudiar las peculiaridades de las sinusoidales y exponenciales en el caso de tiempo discreto.

La sinusoidal de tiempo discreto

Ya sabemos que la sinusoidal continua se define como:

$$x(t) = A\cos(2\pi f t + \phi) = A\cos(wt + \phi) = Re\left\{Ae^{j(wt+\phi)}\right\}$$

Donde *t* es la variable independiente, *f* es la **frecuencia cíclica continua** de la señal y w es la **frecuencia angular continua** de la señal.

La sinusoidal de tiempo discreto se define como:

$$x[n] = A\cos(2\pi F n + \phi) = A\cos(\Omega n + \phi) = Re\left\{Ae^{j(\Omega n+\phi)}\right\}$$

Donde n es la variable independiente, F es la **frecuencia cíclica de tiempo discreto** de la señal y Ω es la **frecuencia angular de tiempo discreto** de la señal.

Si N es el **periodo de tiempo discreto de la señal**, tenemos que:

$$F = \frac{1}{N} \qquad \Omega = \frac{2\pi}{N}$$

Dimensiones en la sinusoidal de tiempo discreto

Debemos tener en cuenta que en las señales de tiempo continuo la dimensión de t es el tiempo, mientras que en las señales de tiempo discreto la dimensión de n son las muestras. Es decir, n es una variable que indexa las muestras.

Cuando escribimos $\cos(2\pi ft)$ o $\cos(wt)$, f se mide en ciclos/seg (Hz) y w se mide en radianes/seg. En consecuencia $2\pi ft$ y wt son valores en radianes y cos() recibe su parámetro en radianes.

En el caso de tiempo discreto $2\pi Fn$ y Ωn también deben expresarse en radianes. Dado que n no mide el tiempo sino las muestras, F se mide en ciclos/muestra y Ω se mide en radianes/muestra. De esta forma $2\pi Fn$ y Ωn arrojan valores en radianes y cos() recibe su parámetro en radianes.

Muestreo y sinusoidal de tiempo discreto

A menudo la sinusoidal de tiempo discreto se obtiene por muestreo de la sinusoidal continua $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t)$ con frecuencia cíclica fundamental de f_0 en ciclos/segundo.

Si muestreamos a una tasa de muestreo f_s muestras/segundo obtenemos la sinusoidal de tiempo discreto con frecuencia fundamental de tiempo discreto $F_0=f_0/f_s$. Es decir, aplicando la relación $x[n]=x(nt_s)$:

$$x[n] = A\cos(2\pi f_0 n t_s) = A\cos(2\pi n f_0/f_s) = A\cos(2\pi F_0 n)$$

De esta relación obtenemos dos conclusiones:

» La magnitud de F_0 es consistente, y cumple:

$$F_0 \text{ (ciclos/muestra)} = \frac{f_0 \text{ (ciclos/seg)}}{f_s \text{ (muestras/seg)}} \qquad (3)$$

Es decir, F_0 es una frecuencia cíclica normalizada a la frecuencia de muestreo.

Análogamente en el caso de usar la frecuencia angular fundamental de tiempo discreto Ω_0:

$$\Omega_0 \text{(radianes/muestra)} = \frac{w_0 \text{ (radianes/seg)}}{f_s \text{ (muestras/seg)}} \qquad (4)$$

» La frecuencia fundamental de tiempo discreto F_0 no coincide con la frecuencia fundamental continua f_0 (excepto en el caso donde f_s=1).

Ejemplo 1: **obtención de frecuencia de tiempo discreto.**

Si tenemos una señal sinusoidal de tiempo $x(t)$ con frecuencia cíclica fundamental f_0=1000 ciclos/seg, la muestreamos a una frecuencia de muestreo f_s=5000 muestras/seg y las muestras las guardamos en $x[n]$ ¿cuáles son las frecuencias fundamentales cíclica y angular de tiempo discreto de $x[n]$?

Aplicando (3) tenemos que la frecuencia cíclica de $x[n]$ es:

$$F_0 = f_0/f_s = \frac{1000 \text{ ciclos/seg}}{5000 \text{ muestras/seg}} = \frac{1}{5} \text{ciclos/muestra}$$

Análogamente, como $w_0=2\pi f_0$, aplicando (4) obtenemos:

$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{5} \text{radiales/muestra}$$

Pérdida de unicidad de las sinusoidales discretas

Las sinusoidales de tiempo discreto con diferentes frecuencias son únicas para frecuencias angulares Ω_0 en el intervalo 2π. Las sinusoidales de tiempo discreto que difieren en frecuencia angular 2π son iguales, es decir:

$$\cos((\Omega + 2\pi)n) = \cos(\Omega n + 2\pi n) = \cos(\Omega n)$$

La última igualdad se debe a que el coseno se repite cada 2π radianes. El hecho de que las sinusoidales discretas se repitan cada 2π hace que normalmente la frecuencia angular de tiempo discreto se estudie solo en el rango [0,2π), o bien [-π,π).

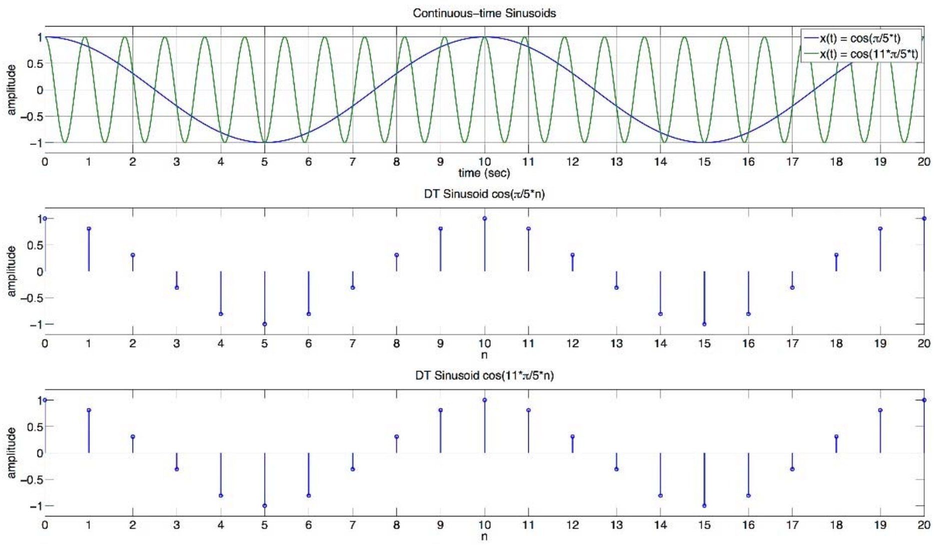


Figura 11: al muestrear diferentes frecuencias de tiempo continuo producen la misma señal de tiempo discreto

Fuente: http://allsignalprocessing.com/discrete-time-frequency-avoid-confusion/

Esto quiere decir que al muestrear señales de tiempo continuo a diferentes frecuencias podemos obtener la misma señal muestreada en tiempo discreto. La figura 11 muestra como al muestrear las señales $x(t)$=cos(1/5πt) y $x(t)$=cos(11/5πt) con t_s=1 se obtiene la misma señal ya que 1/5π=1/5π+10/5π.

Pérdida de periodicidad de las sinusoidales discretas

Es más, cuando muestreamos una señal sinusoidal continua, la secuencia sinusoidal de tiempo discreto obtenida **puede no ser periódica**. En concreto, se sabe que:

» El requisito para que una secuencia sinusoidal de tiempo discreto sea periódica es que su frecuencia fundamental de tiempo discreto sea un número racional F_0=p/q. Es decir, el parámetro de la sinusoidal cumpla $2\pi F_0 q$=$2\pi p$, donde p, q son enteros. Por ejemplo, la figura 12 (a) y figura 12 (b) son señales periódicas con periodo N_0 =16, ya que cumplen $2\pi F_0 16=2\pi p$ (para para p=1 y p=5, respectivamente), mientras que la figura 12 (c) es una señal aperiódica.

» Cuando $1/F_0$ no es entero la secuencia sinusoidal no es directamente reconocible. En la figura 12 (a) $1/F_0$=16 con lo que el periodo de N_0=16 es directamente reconocible.

En la figura 12 (b) $1/F_0$=16/5 con lo que su periodo no es directamente reconocible.

En ambos casos su periodo coincide con el numerador de $1/F_0$, es decir N_0=16. En la figura 12 (c) $1/F_0=16/\pi$ con lo que la señal es aperiódica.

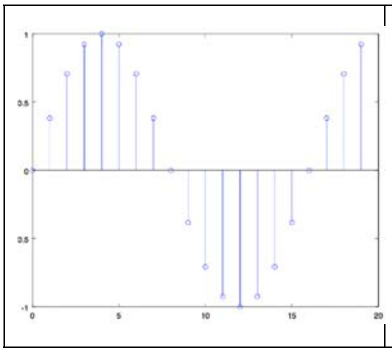
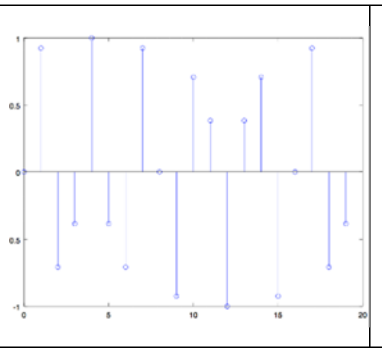
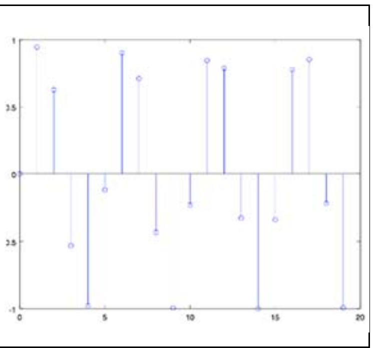
		
(a) F_0=1/16	F_0=5/16	$F_0=\pi/16$

Figura 12: ejemplo de sinusoidales de tiempo discreto

La exponencial compleja de tiempo discreto

Dada una exponencial compleja continua donde A y a son constantes complejas:

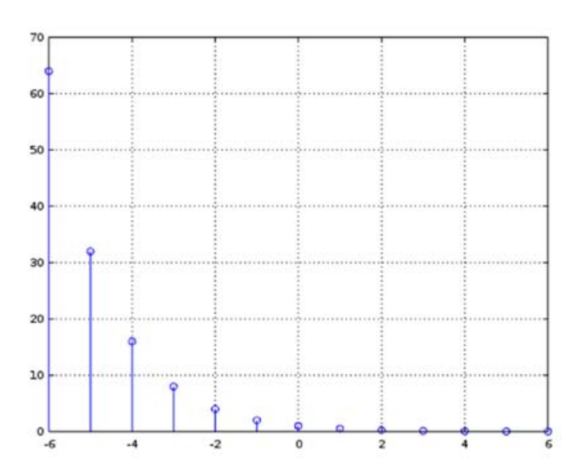
$$x(t) = Ae^{j2\pi f_0 t} = Ae^{at}$$

Si la muestreamos con periodo de muestreo t_s aplicando la relación $x[n]=x(nt_s)$ obtenemos la secuencia de tiempo discreto con frecuencia cíclica fundamental de tiempo discreto $F_0 = \frac{f_0}{f_s}$:

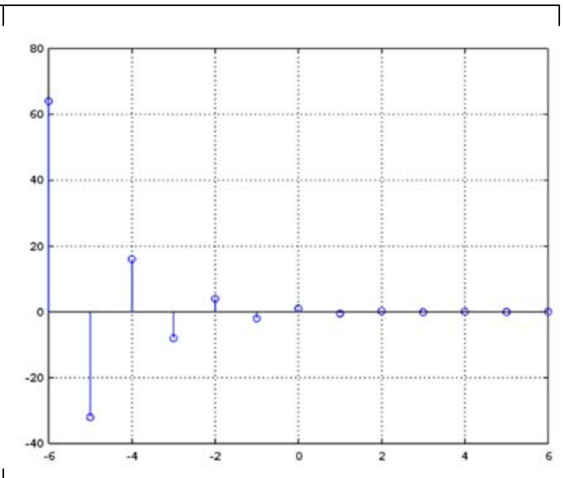
$$x[n] = Ae^{j2\pi\frac{f_0}{f_s}n} = ae^{j2\pi F_0 n} = Az^n$$

En el caso de tiempo discreto, por comodidad habitualmente se escribe el complejo $z = e^{j2\pi F_0} = e^{j\Omega_0}$.

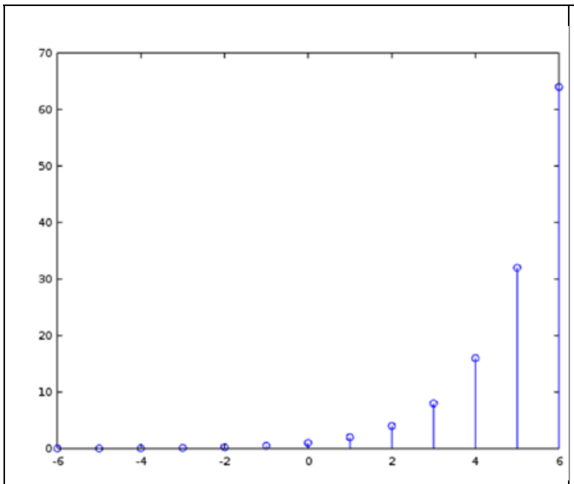
Si asumimos A y z reales, la figura 13 muestra la forma que tiene la exponencial en función del valor de z. Vemos que en los casos en los que z es negativo la señal cambia de signo en función de si n es par o impar.



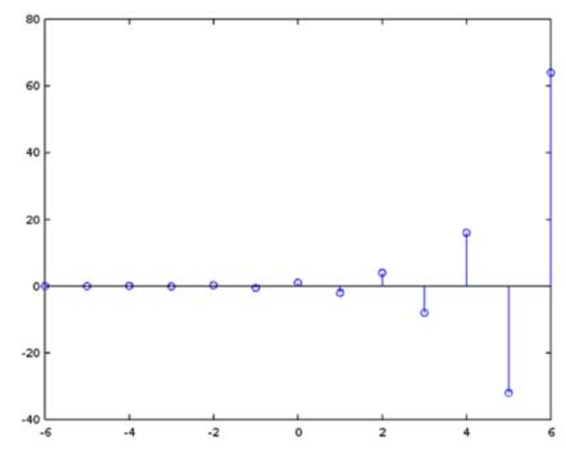
(a) 0<z<1



(b)-1<z<0



(c) z>1



(d) -1<z

Figura 13: secuencia exponencial compleja en función de z.

Lo + recomendado

Lecciones magistrales

Potencia y raíz de números complejos

En esta lección magistral vamos a repasar cómo calcular potencias y raíces de números complejos.

La lección magistral está disponible en el aula virtual

No dejes de leer…

Función impulso unitario

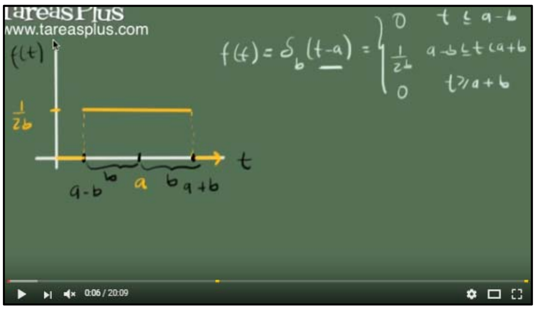
En este divulgativo introduce el concepto de impulso unitario y sus propiedades.

Accede al artículo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/EcuacionesDiferenciales/EDO-Geo/edo-cap5-geo/laplace/node9.html

No dejes de ver…

Función impulso unitario y la función delta de Dirac

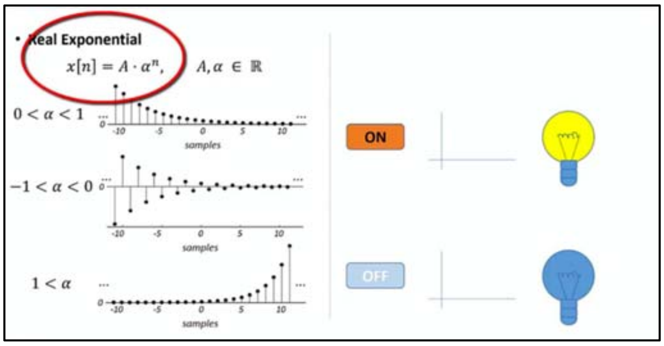
Este tutorial describe el concepto de las funciones «impulso unitario y delta de la Dirac».



Accede al vídeo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
https://www.youtube.com/watch?v=pntXn8a1VcI

Señales discretas básicas

En esta lección se describen las secuencias discretas más importantes.



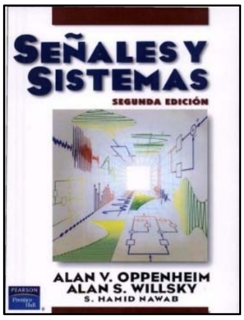
Accede al vídeo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
https://www.youtube.com/watch?v=gGcy0vIVYno

+ Información

A fondo

Señales y sistemas

Oppenheim, A. V., Willsky, A. S. y Hamid, S. (1998). *Señales y sistemas*. México: Pearson.



En el apartado 2.3 se describe las señales de tiempo continuo básicas y en el apartado 2.4 se describen las señales discretas básicas. Además, al principio del tema 8 se describe la exponencial compleja.

Accede al libro desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
https://books.google.es/books?id=g275oK3PxRYC&pg=PA13

Bibliografía

Oppenheim, A. V., Willsky, A. S. y Hamid, S. (1998). *Señales y sistemas*. México: Pearson.

Test

1. ¿Cuál de estas funciones no presenta singularidad?

A. $u(t)$.

B. $r(t)$.

C. $sin(2\pi t)$.

D. Todas tienen singularidad.

2. ¿Cuánto vale $u(t)$ en $t=0$.

A. 1.

B. 0.5.

C. 0.

D. No está definido.

3. ¿Cuánto vale $sign[n]$ en $n=0$:

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. No está definido.

4. ¿Qué hacemos para representar $r(t)$ en función de $u(t)$?

A. Sumamos.

B. Multiplicamos.

C. Derivamos.

D. Integramos.

5. ¿Qué hacemos para representar $\delta(t)$ en función de $u(t)$?

A. Sumamos.

B. Multiplicamos.

C. Derivamos.

D. Integramos.

6. ¿Qué hacemos para obtener $x(t)$ en $t=t_0$?

A. Muestreamos.

B. Escaneamos.

C. Aplicamos la propiedad de criba.

D. Ninguna de las anteriores.

7. La función $\Pi(t)$:

A. Siempre tiene altura $1/\tau$ y anchura τ,.

B. Siempre tiene altura τ y anchura $1/\tau$,.

C. Se relaciona con $\Lambda(t)$ mediante integración.

D. Se relaciona con $\Lambda(t)$ mediante diferenciación.

8. Dada una señal de tiempo continuo con frecuencia cíclica fundamental f_0. ¿Cómo obtenemos la F_0 de la señal muestreada?

A. $F_0=2\pi f_0$.

B. $F_0=2\pi/f_0$.

C. $F_0=f_0/f_s$.

D. $F_0=f_s/f_0$.

9. ¿Cuánto vale $r[n]$ en $n=0$?

A. $u[n]\cdot\delta[n]$ en $n=0$.

B. 0.

C. 1.

D. 2π.

10. Dada una señal de tiempo discreto con $F_0=2\pi$, ¿cuál es su periodo fundamental?

A. $N_0=2\pi$.

B. $N_0=1/2\pi$.

C. $N_0=1$.

D. No tiene.

