

NOMBRE Y APELLIDOS: Jorge Augusto Balsells Orellana

DNI: 1663153890101

ESTUDIO: Ingeniería Matemática y Computación

ASIGNATURA: Geometría Diferencial Aplicada

MODELO: D

FECHA: 20 de Marzo de 2021

CIUDAD: Guatemala

INSTRUCCIONES GENERALES

- En primer lugar, si todavía no lo has hecho, utiliza el link de descarga para obtener el enunciado de la prueba y, si fuera necesario, cualquier otro archivo necesario para la misma (**Apartado 1** del panel de control de tu Prueba de Evaluación).
- Revisa que el PDF descargado con los enunciados de la prueba corresponde con la asignatura y estudio que te corresponde.
- Antes de contestar, rellena todos los campos del encabezado de esta hoja con tus datos.
- Este documento WORD con tus respuestas deberá ser **entregado obligatoriamente** en el espacio habilitado para ello (**Apartado 3** del panel de control de tu Prueba de Evaluación). **Puedes nombrarlo de la manera que desees, no hay restricciones en este sentido.**
- **Asegúrate de guardar todos los cambios antes de entregarlo.** Una vez lo entregues, podrás descargarlo, revisarlo, hacer una nueva entrega, etc. durante el tiempo habilitado. **Una vez finalizado el tiempo de la prueba no podrás acceder a él.**
- Si tienes cualquier incidencia técnica durante el transcurso de la prueba de evaluación, puedes ponerte en contacto con las siguientes líneas telefónicas que Soporte Técnico pone a tu disposición:
 - ✓ ESPAÑA: +34 941 890135
 - ✓ COLOMBIA: +57 1 5084488
 - ✓ ECUADOR: +59 3 23931498
 - ✓ MÉXICO: +52 55 1328 8131
 - ✓ PERÚ: +51 1 7073435

IMPORTANTE > Si en caso excepcional, una vez finalizada tu prueba de evaluación, no pudieses entregarla a través del Campus Virtual, envía un correo electrónico con tu nombre, DNI/Cédula, nombre de la asignatura y estudio, adjuntando tu documento de prueba de evaluación a transfer@unir.net. De esta forma registraremos la entrega de tu prueba. **Únicamente se admitirá esta entrega en caso de no poder hacerlo a través del Campus Virtual.**

OBSERVACIONES · Si necesitas hacer alguna observación de cualquier tipo, escríbela aquí:

1. PLANTILLA RESPUESTAS TEST (CONTINUA HASTA EL PUNTO 2 SI TU PRUEBA NO TIENE PREGUNTAS TEST)

· Sólo si la prueba de evaluación contiene este tipo de preguntas. Escribe una X en la casilla correspondiente:

Respuesta opción Nº Pregunta	A / 1	B / 2	C / 3	D / 4	E / 5	F / 6 / FALSO	G / 7 / VERDADERO
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							

Respuesta opción Nº Pregunta	A / 1	B / 2	C / 3	D / 4	E / 5	F / 6 / FALSO	G / 7 / VERDADERO
26							
27							
28							
29							
30							
31							
32							
33							
34							
35							
36							
37							
38							
39							
40							
41							
42							
43							
44							
45							
46							
47							
48							
49							
50							

Respuesta opción Nº Pregunta	A / 1	B / 2	C / 3	D / 4	E / 5	F / 6 / FALSO	G / 7 / VERDADERO
51							
52							
53							
54							
55							
56							
57							
58							
59							
60							
61							
62							
63							
64							
65							
66							
67							
68							
69							
70							
71							
72							
73							
74							
75							

2. PREGUNTAS DE DESARROLLO y/o PREGUNTAS CORTAS (Contesta sólo si la prueba de evaluación contiene este tipo de preguntas)

- El espacio concreto para responder a las preguntas, viene determinado en el PDF de los enunciados ·
- Utiliza la fuente y formatos existentes en esta plantilla para contestar, salvo que el Profesor indique otra necesidad ·
- Escribe el enunciado de la pregunta/s y seguidamente la/s respuesta/s. No hace falta insertar páginas, según avances las contestaciones, se irán generando las páginas necesarias ·

NOTA INFORMATIVA > Si alguna pregunta necesitara de un desarrollo matemático, musical o dibujo a mano alzada, fotografíalo e **INSERTA LA IMAGEN** en este mismo Word.

Si tuvieras dificultades técnicas para hacerlo, puedes adjuntar dicho fichero en el Apartado 4 del panel de control de tu Prueba de Evaluación.

(EMPIEZA A CONTESTAR EN ESTA PÁGINA, GRACIAS.)

Ejercicio 1:

Jorge A. Ruizells Orellana
Geometría Diferencial.

• Problema 1.

Curva $\mathbf{z} = \mathbf{z}^A$ con $\mathbf{z} > 0$

$$\mathbf{z} = t, \quad \mathbf{z} = t^A$$

$$\text{Vector} = [t, 0, t^A]$$

Parametrizado

Parametrización

se multiplica por matriz en rotación en \mathbf{z} para
rotarla y generar una superficie en revolución

revolución

$$[t, 0, t^A] \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow [t \cos \phi, -t \sin \phi, t^A]$$

Calculo primera forma fundamental

$$\phi(u) = [U \cos v, -U \sin v, U^A]$$

$$\phi(u) = [-\sin v, -\cos v, 4U^3] \quad \times$$

$$\phi(u) = [\cos v, -\sin v, 4U^3]$$

$$\phi(v) = [-U \sin v, -U \cos v, 0]$$

$$\phi(u, u) = [0, 0, 12U^2]$$

$$\phi(u, v) = [-U \cos v, U \sin v, 0]$$

$$\phi(v, v) = [-\sin v, -\cos v, 0]$$

Derivadas para
Calculo de primera
forma fundamental

$$E = \langle \phi(u), \phi(u) \rangle = \cos^2 v + (-\sin^2 v) + 16U^6$$

$$E = 1 + 16U^6$$

$$F = \langle \phi(u), \phi(v) \rangle = +\cancel{\sin v} - U \cancel{\sin v} \cos v + U \cancel{\sin v} \cos v + 0$$

$$F = 0$$

$$G = \langle \phi(v), \phi(v) \rangle = U^2 \sin^2 v + U^2 \cos^2 v + 0 \Rightarrow U^2$$

Jorge A. Paulselli Arellano

Coefficiente primera forma fundamental

$$E = 1 + 16U^6 \quad F = 0 \quad G = U^2$$

segunda forma fundamental

$$L = \text{Det}(\phi(u), \phi(v), \phi(w)) / \sqrt{EG - F^2}$$

llamare este valor η

$$\eta = EG - F^2 \Rightarrow (1 + 16U^6)(U^2) - 0 \Rightarrow U^2(1 + 16U^6)$$

$$\sqrt{\eta} = \sqrt{U^2(1 + 16U^6)} \Rightarrow U\sqrt{1 + 16U^6}$$

$$L = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 0 & 12U^2 \\ \cos v & -\sin v & 4U^3 \\ -U \sin v & -U \cos v & 0 \end{vmatrix}}{\sqrt{\eta}} \Rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 0 & 0 & 12U^2 \\ \cos v & -\sin v & 4U^3 \\ -U \sin v & -U \cos v & 0 \end{vmatrix}}{U\sqrt{1 + 16U^6}}$$

$$L = 12U^2 (-U \cos^2 v - U \sin^2 v) \Rightarrow 12U^2 (-U) (\cos^2 v + \sin^2 v)$$

$$L = \frac{-12U^3}{U\sqrt{1 + 16U^6}} \Rightarrow \frac{-12U^2}{\sqrt{1 + 16U^6}}$$

$$M = \Rightarrow \text{Det}(\phi(u), \phi(v), \phi(w)) / \sqrt{\eta}$$

$$M = \frac{\begin{vmatrix} -\sin v & -\cos v & 0 \\ \cos v & -\sin v & 4U^3 \\ -U \sin v & -U \cos v & 0 \end{vmatrix}}{\sqrt{\eta}}$$

$$M = (-\sin v (4U^3 (U \cos v)) + \cos v (+4U^3 (U \sin v)) + 0) / \sqrt{\eta}$$

$$M = (-4U^4 \sin v \cos v + 4U^4 \sin v \cos v + 0) / \sqrt{\eta}$$

$$M = 0$$

Jorge A. Balcells Orellana.

$$N = \text{Det}(\phi(u), \phi(v), \phi(w)) = \begin{vmatrix} -U \cos v & U \sin v & 0 \\ \cos v & -\sin v & 4U^3 \\ -U \sin v & -U \cos v & 0 \end{vmatrix} / \sqrt{n}$$

$$N = [-U \cos v (4U^3 (U \cos v)) - U \sin v (4U^3 (U \sin v)) + 0] / \sqrt{n}$$

$$N = (-4U^5 \cos^2 v - 4U^5 \sin^2 v) / \sqrt{n} \rightarrow -4U^5 (\cos^2 v + \sin^2 v) / \sqrt{n}$$

$$N = \frac{-4U^5}{U\sqrt{1+16U^6}} \rightarrow \frac{-4U^4}{\sqrt{1+16U^6}}$$

* Segunda forma fundamental

$$L = -12U^2 / \sqrt{1+16U^6}$$

$$M = 0 \quad N = -4U^4 / \sqrt{1+16U^6}$$

¿Es la superficie parametrizada en este ejercicio isométrica a un plano? Justifica.

que 2 superficies tengan la misma curvatura gaussiana no implica que estas sean localmente isométricas. Para esto se debe aplicar el teorema egregio de Gauss.

$$K_p = \frac{LN - M^2}{EG - F^2}$$

Dado que se busca isometría con un plano, la curvatura de un plano es cero, por lo cual se descarta que sean localmente isométricas.

Ejercicio 2:

Jorge Augusto Ralsell - Orellana.

Problema 2.

Ejercicios de Interpolación

$$p_1 = (0, 3) \quad p_2 = (1, -1)$$

p3 seleccionado: $p_3 = (3, 0)$



Método de Newton para Interpolación

$$f(x) \quad P_n(x) = f(x_0) + \sum_{i=1}^n \frac{f[x_0, \dots, x_i]}{i!} (x-x_0)^i$$

$$f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \Rightarrow \frac{-1 - 3}{1 - 0} \Rightarrow \frac{-4}{-1} = -4$$

$$f[x_2, x_0] = \frac{f(x_2) - f(x_0)}{x_2 - x_0} \Rightarrow \frac{0 - 3}{3 - 0} \Rightarrow \frac{-3}{3} = -1$$

$$f[x_1, x_2, x_0] = \frac{f[x_1, x_0] - f[x_2, x_0]}{x_1 - x_2} \Rightarrow \frac{-4 - (-1)}{1 - 3} \Rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$x \quad f(x) \quad f[x_1, x_0]$

0 3

1 -1 -4

3 0 $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$

Polinomio de Newton.

$$\frac{3}{2} (x-1)(x-0) - 4(x-0) + 3$$

$$\frac{3}{2} x^2 - \frac{3}{2} x - 4x + 3 \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{3}{2} x^2 - \frac{11}{2} x + 3 = P}$$

Jorge Aguado Ruiz de los Ojeda.

Polinomio de Lagrange

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) L_i(x)$$

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

$$L_0 f(x_0) = \frac{(x-1)(x-3)(3)}{(0-1)(0-3)}$$

$$L_1 f(x_1) = \frac{(x-0)(x-3)(-1)}{(1-0)(1-3)}$$

$$L_2 f(x_2) = \frac{(x-0)(x-1)(0)}{(3-0)(3-1)} = 0$$

x	$f(x)$
0	$\frac{3}{2}$
1	-1
3	0

$$p_0 = (x-1)(x-3)\left(\frac{3}{2}\right) \Rightarrow x^2 - 3x - x + 3$$

$$p_1 = (x)(x-3)\left(\frac{-1}{-2}\right) \Rightarrow \frac{x^2 - 3x}{2}$$

$$p = x^2 - 3x - x + 3 + \frac{x^2 - 3x}{2} \Rightarrow \frac{3x^2 - 11x + 3}{2}$$

Polinomio de Lagrange

$$p = \frac{3x^2 - 11x + 3}{2}$$

loge A. Balcells = 0.

ejercicio 2. Interpolación.

$x \quad f(x) \quad f(x_0, x_1, \dots)$

0 3

1 -1 -4

2 0 1/2 3/2

-1 0 0 1/4 5/4

$$f = \frac{0 - 0}{3 - (-1)} = 0$$

$$f = \frac{1/2 - 0}{1 - (-1)} = \frac{1/2}{2} = \frac{1}{4}$$

$$f = \frac{3/2 - 1/4}{0 - (-1)} = \frac{5/4}{1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x + 3 + \frac{5}{4}(x-3)(x-1)(x-0)$$

$$(x^2 - x - 3x + 3)(x) \Rightarrow x^3 - x^2 - 3x^2 + 3x$$

$$\frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x + 3 + \frac{5}{4}x^3 - \frac{5}{4}(4x^2) + \frac{3(5)}{4}x$$

$$\frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x + 3 + \frac{5}{4}x^3 - 5x^2 + \frac{15}{4}x$$

$$P = \frac{5}{4}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - \frac{7}{4}x + 3$$

Jorge A. Balsells Orellana.

Problema 2 inciso C.

Para 4 puntos, tendremos 3 polinomios, por lo tanto, ya que son splines cúbicos, tendremos $a_3x_0^3 + a_2x_0^2 + a_1x_0 + a_0 = y_0$, 4 incógnitas por cada polinomio, en total $4 \times 3 = 12$ incógnitas, y 12 ecuaciones.

$$f_1(x_0) = y_0 \quad \text{Punto 1}$$

$$f_1(x_1) = y_1 \quad \text{Punto 2}$$

$$f_2(x_1) = y_1 \quad \text{Punto 2}$$

$$f_2(x_2) = y_2 \quad \text{Punto 3}$$

$$f_3(x_2) = y_2 \quad \text{Punto 3}$$

$$f_3(x_3) = y_3 \quad \text{Punto 4}$$

$$a_3x_0^3 + a_2x_0^2 + a_1x_0 + a_0 = y$$

Puntos	2	4
	0	3
	1	-1
	3	0
	-1	0

Polinomios

$$a_3(0)^3 + a_2(0)^2 + a_1(0) + a_0 = 3$$

$$a_3(1)^3 + a_2(1)^2 + a_1(1) + a_0 = -1$$

$$b_3(1)^3 + b_2(1)^2 + b_1(1) + b_0 = -1$$

$$b_3(3)^3 + b_2(3)^2 + b_1(3) + b_0 = 0$$

$$c_3(3)^3 + c_2(3)^2 + c_1(3) + c_0 = 0$$

$$c_3(-1)^3 + c_2(-1)^2 + c_1(-1) + c_0 = 0$$

6 ecuaciones

se igualan las derivadas para evitar picos y que la función sea diferenciable.

$$\begin{cases} f_1'(x_1) = f_2'(x_1) = 3a_3(1)^2 + 2a_2(1) + a_1 = 3b_3(1)^2 + 2b_2(1) + b_1 \\ f_2'(x_2) = f_3'(x_2) = 3b_3(3)^2 + 2b_2(3) + b_1 = 3c_3(3)^2 + 2c_2(3) + c_1 \\ f_1''(x_1) = f_2''(x_1) = 6a_3(1) + 2a_2 = 6b_3(1) + 2b_2 \\ f_2''(x_2) = f_3''(x_2) = 6b_3(3) + 2b_2 = 6c_3(3) + 2c_2 \end{cases}$$

hasta ahora hay 10 ecuaciones y 12 incógnitas. las otras 2 ecuaciones surgen con condiciones iniciales en los extremos.

$$\begin{cases} f_1''(x_0) = 0 \Rightarrow 6a_3(0) + 2a_2 = 0 \\ f_3''(x_3) = 0 \Rightarrow 6c_3(-1) + 2c_2 = 0 \end{cases}$$

este problema se puede representar matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27 & 9 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & -3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 27 & 9 & 3 & 1 & 0 & -27 & -9 & -3 & -1 \\ 6 & 2 & 0 & 0 & -6 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 18 & 2 & 0 & 0 & -18 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \\ b_3 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \\ c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Gracias por todo!