

Tema 3. Sistemas físicos y sus modelos

Calendario

	Semana	Tema	Refuerzo	Laboratorio	Actividad
09/11/2020					
16/11/2020	1	S0 + T1			
23/11/2020	2	T2			
30/11/2020	3	T3		L1	
07/12/2020	4	T4			
14/12/2020	5	T5			L1
21/12/2020	--	Semana de repaso	R-L1		
28/12/2020	--	Semana de repaso			
04/01/2021	6	T6			
11/01/2021	7	T6			
18/01/2021	8	T7			
25/01/2021	9	T7			AG
01/02/2021	10	T8			
08/02/2021	11	T9		L2	
15/02/2021	12	T10	R-AG1		
22/02/2021	13	T11			L2
01/03/2021	14	Sesión examen	R-L2		
08/03/2021	15	Repaso (sesión doble)			
15/03/2021	16	Semana			

Próximas sesiones
T3-> (02/12 17:00CET)
L1-> (03/12 17-19CET)

Contenidos

- Tema 1. Conceptos generales de modelado matemático y simulación
- Tema 2. Modelado matemático de sistemas físicos
- Tema 3. Sistemas físicos y sus modelos
- Tema 4. Simulación
- Tema 5. Generación de números aleatorios
- Tema 6. Generación de variables aleatorias
- Tema 7. Medidas estadísticas
- Tema 8. Simulación de Monte Carlo
- Tema 9. Conceptos y elementos de simulación con eventos
- Tema 10. Modelado y simulación de sistemas de eventos discretos
- Tema 11. *Software* para modelado matemático y simulación

Diagrama de enlaces: Conceptos básicos

En cada grafo aparecerán **dos variables**:

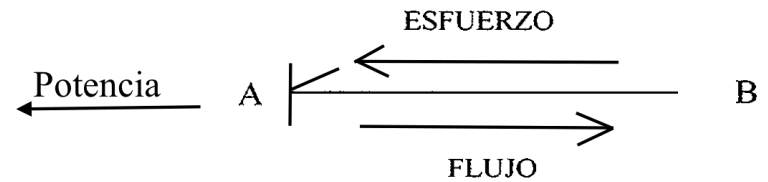
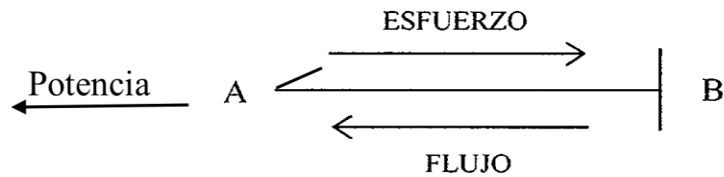
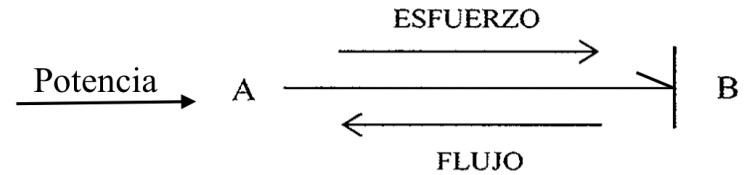
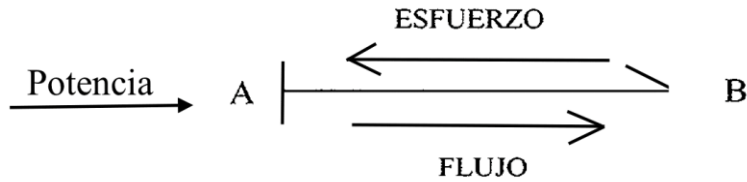
- un **flujo**
- un **esfuerzo**.

El **producto de estas variables es la potencia** que fluye a través del sistema.

Un modelo de simulación realizado mediante **Bond Graph** **permite observar el tráfico de la potencia entre los distintos elementos**, denominando a dicho proceso '**asignación de causalidad**'.

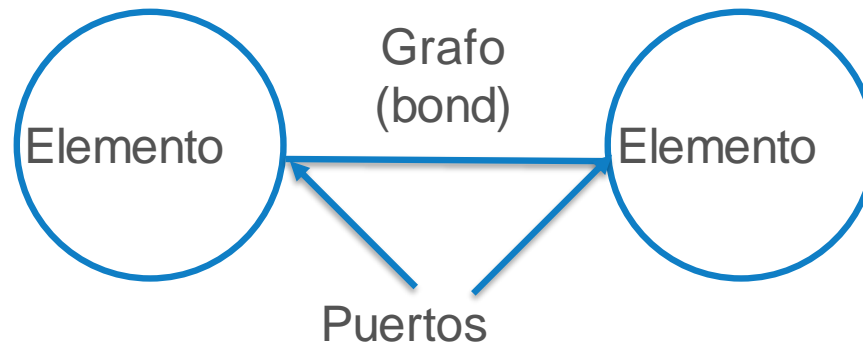
La **dirección del flujo de potencia** se ilustra gráficamente mediante un **trazo perpendicular al grafo**, denominado ***trazo causal***, el cual **se colocará en el extremo que origina el flujo** (o lo que es lo mismo, el extremo que recibe el esfuerzo)

Diagramas de enlaces: enlaces



Diagramas de enlaces: Elementos

Los componentes del sistema se representan mediante algunos elementos idealizados básicos interconectados. Hablaremos, por tanto, de elementos, puertos de conexión y grafos de interconexión (bonds).



Diagramas de enlaces: elementos II

Los elementos básicos que consideraremos son:

C: Capacitor. Elemento de almacenamiento (el condensador eléctrico almacena carga, el resorte mecánico almacena desplazamiento).

I: Inercia o inductor. Elemento de almacenamiento (la bobina eléctrica almacena flujo, una masa inerte almacena momento lineal).

R: Resistencia. Elemento de disipación energética (la resistencia eléctrica disipa calor, la fricción mecánica disipa calor).

Se, Sf. Fuentes. En electricidad, de voltaje o corriente. En mecánica, de velocidad o de fuerza, etc..

TF. Transformador. Ej: transformador eléctrico, barra, ruedas dentadas, etc

GY. Girador. Ej: motor eléctrico, bomba centrífuga.

0, 1. Uniones de conexión entre elementos.

3.7 Causalidad

Por todo grafo se transmite potencia (dirección del grafo)

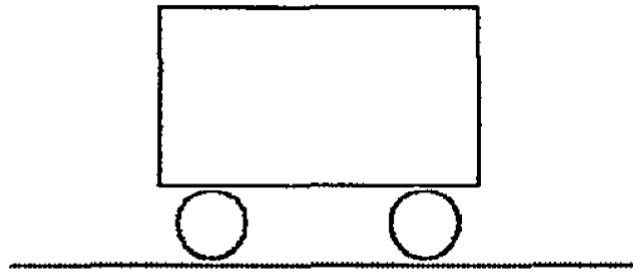
Las **variables de estado** del sistema, que determinan la potencia, son las variables **flujo** y las variables **esfuerzo**.

Por tanto, **un esfuerzo impuesto** en un grafo **ocasionará** como respuesta del sistema **un flujo**, mientras que **un flujo impuesto** en un elemento del sistema **originará** como reacción un **esfuerzo**.

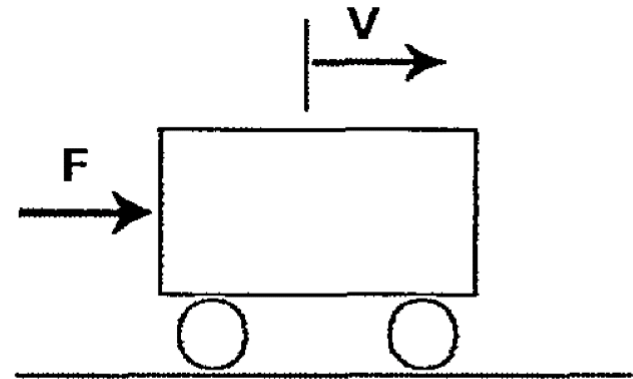
Hallar la **causalidad** de los grafos, **es determinar, de las dos variables que llevan asociadas todos los grafos (flujo y esfuerzo), cual de ellas es función de la otra**. Nunca ambas serán independientes y siempre una dependerá de la otra.

3.7 Causalidad: ejemplo

Sea por ejemplo un vehículo que se encuentra inicialmente parado. Si aplicamos una fuerza F , se pone en movimiento y alcanza una velocidad V .



No hay fuerza y el vehículo está parado

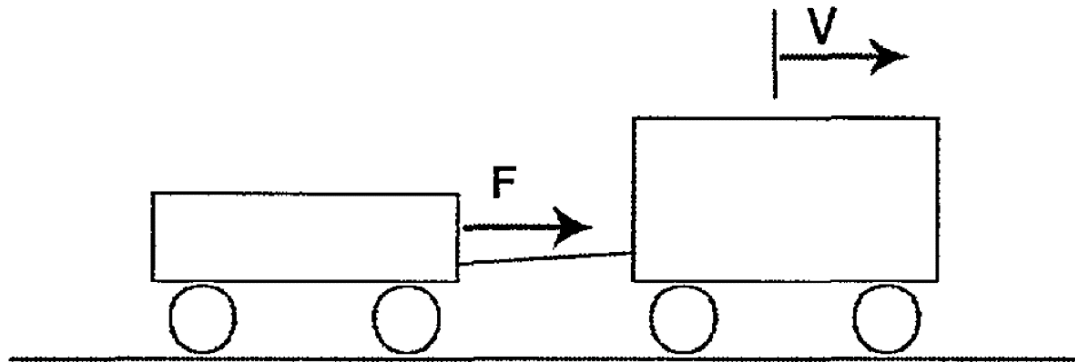


Se aplica una fuerza F al vehículo y éste alcanza una velocidad V

Vemos que la causa es la fuerza F , la cual, al ser aplicada, provoca que aparezca la velocidad V

3.7 Causalidad: ejemplo II

Si un vehículo que se mueve con una velocidad V , arrastrando un remolque, para que este último se mueva a la misma velocidad V es necesario comunicarle por medio del enganche una fuerza de valor F .



Se aplica una velocidad V al vehículo y este transmite una fuerza F al remolque.

Ahora la causa es la velocidad V a la que se desplaza el vehículo, mientras que el efecto es la fuerza F que hace que el remolque se mueva con la misma velocidad V .

Aplicación del Bond Graph a los sistemas mecánicos

Leyes importantes

Los sistemas mecánicos actúan sobre los cuerpos de forma que les imprimen movimiento. El movimiento puede ser de traslación o de rotación.

Segunda ley de Newton

La aceleración que adquiere un cuerpo es proporcional a la fuerza neta aplicada sobre el mismo

$$\sum F_i = ma, \quad \sum \tau_i = J\alpha$$

Principio de D'Alembert

La suma de las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo y las denominadas fuerzas de inercia, forman un sistema de fuerzas en equilibrio. A este equilibrio se le denomina *equilibrio dinámico*.

Aplicación del Bond Graph a los sistemas mecánicos

Variables de estado

En los **sistemas de traslación/rotación**, las **variables de estado** son

- **la velocidad/velocidad angular (variable de flujo)**
- **y la fuerza/torque (variable de esfuerzo)**

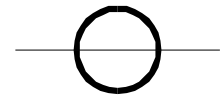
a partir de las que se puede obtener la energía cinética y potencial almacenadas.

Elementos del Bond Graph – fuentes de energía

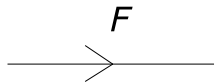
Establecen la manera en la que el sistema interactúa con el medio externo.

Existen **dos tipos**: las que aplican una fuerza sobre el sistema y las que imprimen velocidad sobre el sistema.

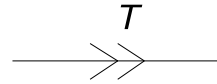
Símbolos específicos
De dominio



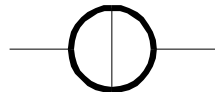
Voltage source



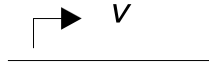
Force source



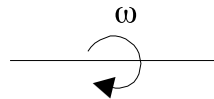
Torque source



Current source



Velocity source



Angular velocity source

Elemento diagrama
De enlaces



Ecuaciones:

$$e = e_b$$

$$f = f_b$$

Causalidad obligatoria

Elementos del Bond Graph – Capacitadores

Símbolos específicos
De dominio

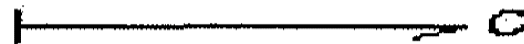
Elemento diagrama
De enlaces

Ecuaciones:



Capacitor

Causalidad preferencial



(Causalidad flujo)

$$e_i = C \int f_i dt$$

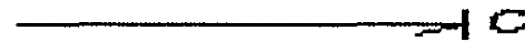


Translational spring

Causalidad **no** preferencial



Rotational spring



(Causalidad esfuerzo)

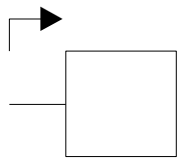
$$f_i = \frac{1}{C} \frac{d}{dt} e_i$$

Elementos del Bond Graph – Inductores

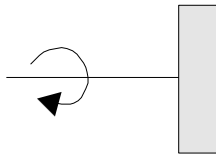
Símbolos específicos
De dominio



Inductor



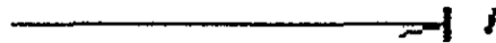
Mass



Inertance

Elemento diagrama
De enlaces

Causalidad preferencial



(Causalidad esfuerzo)

Causalidad **no** preferencial



(Causalidad flujo)

Ecuaciones:

$$f_i = \frac{1}{m} \int e_i dt$$

$$e_i = m \frac{d}{dt} f_i$$

Elementos del Bond Graph – Resistencias

Símbolos específicos
De dominio

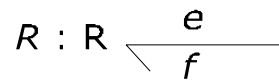
Elemento diagrama
De enlaces

Ecuaciones:

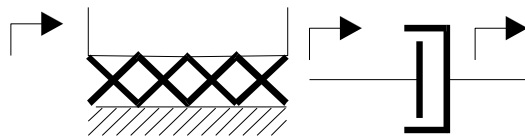


Resistor

Causalidad arbitraria

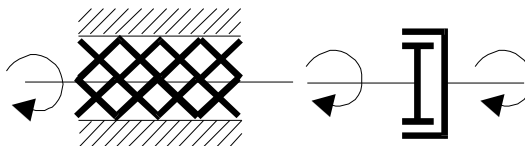


$$e = Rf$$



Friction

Damper



Friction

Damper



$$f = \frac{1}{R}e$$

Elementos del Bond Graph – Transformadores

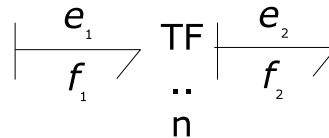
Símbolos específicos
De dominio

Elemento diagrama
De enlaces

Ecuaciones:

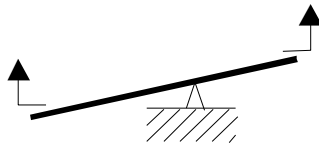


Causalidad “obligatoria”

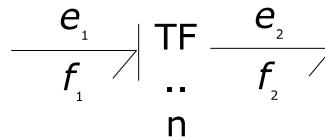


$$f_2 = nf_1$$

$$e_1 = ne_2$$

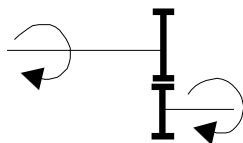


Cantilever



$$f_1 = f_2 / n$$

$$e_2 = e_1 / n$$



Mechanical gear

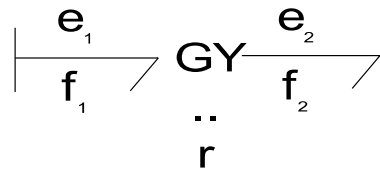
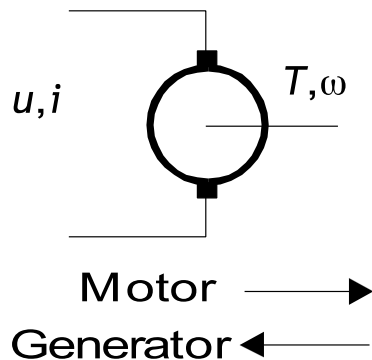
Elementos del Bond Graph – Giradores

Símbolos específicos
De dominio

Elemento diagrama
De enlaces

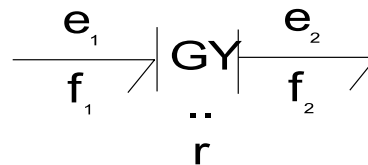
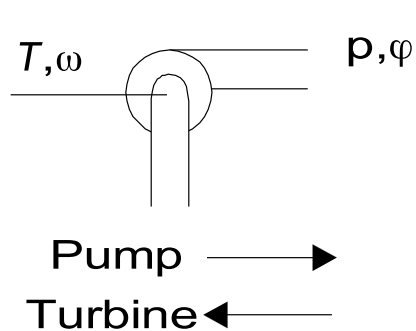
Ecuaciones:

Causalidad “obligatoria”



$$e_2 = r f_1$$

$$e_1 = r f_2$$

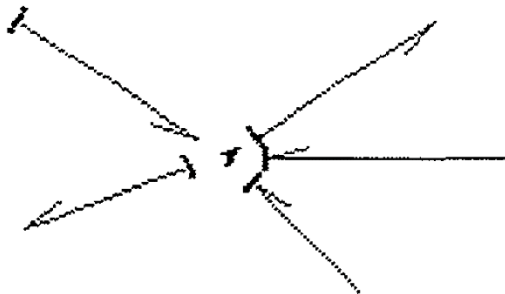
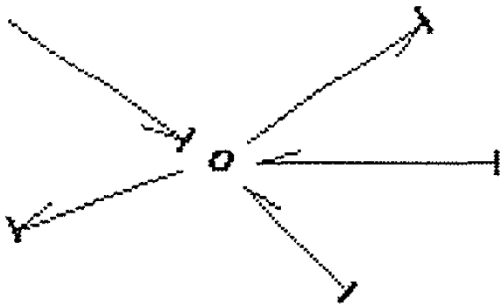


$$f_2 = e_1 / r$$

$$f_1 = e_2 / r$$

Elementos del Bond Graph – Nodos 1 y 0

Diagramas y causalidad:

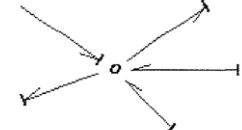
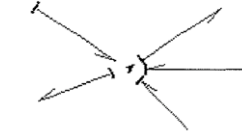
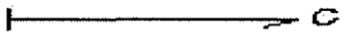
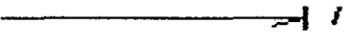
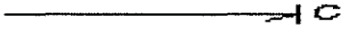

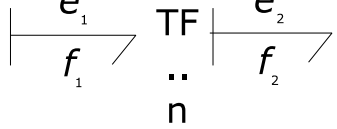
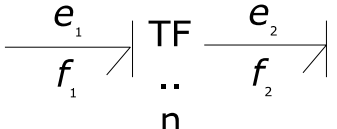
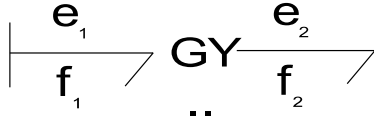
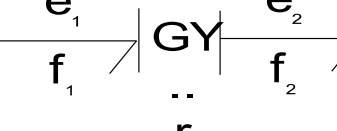


Ecuaciones:

$$e_i = e_T, \quad \forall i$$
$$\sum_{i=in} f_i = \sum_{o=out} f_o$$

$$f_i = f_T, \quad \forall i$$
$$\sum_{i=in} e_i = \sum_{o=out} e_o$$

Elementos del Bond Graph – Resumen

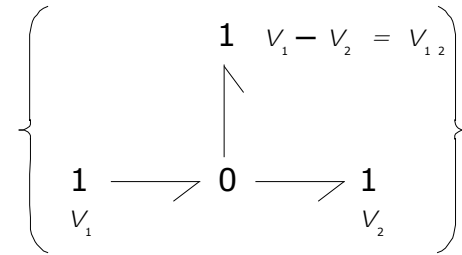
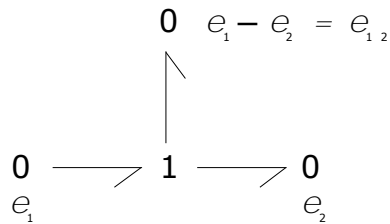
<h3>Fuentes</h3> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $e_b : S_e \xrightarrow[f]{e}$ $e_i = e_b$ </div> <div style="text-align: center;"> $f_b : S_f \xleftarrow[f]{e}$ $f_i = f_b$ </div> </div>	<h3>nodos</h3> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  <div style="text-align: center;"> $e_i = e_T, \quad \forall i$ $\sum_{i=in} f_i = \sum_{o=out} f_o$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;">  <div style="text-align: center;"> $f_i = f_T, \quad \forall i$ $\sum_{i=in} e_i = \sum_{o=out} e_o$ </div> </div>
<h3>Elementos de causalidad preferencial</h3> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  (Causalidad flujo) </div> <div style="text-align: center;"> $e_i = C \int f_i dt$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  (Causalidad esfuerzo) </div> <div style="text-align: center;"> $f_i = \frac{1}{m} \int e_i dt$ </div> </div>	<h3>Versión no preferencial</h3> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  (Causalidad esfuerzo) </div> <div style="text-align: center;"> $f_i = \frac{1}{C} \frac{d}{dt} e_i$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  (Causalidad flujo) </div> <div style="text-align: center;"> $e_i = m \frac{d}{dt} f_i$ </div> </div>
<h3>Causalidad opcional</h3> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $R : R \xleftarrow[f]{e}$ $e_i = R f_i$ </div> <div style="text-align: center;"> $R : R \xrightarrow[f]{e}$ $f_i = R e_i$ </div> </div>	
<h3>Causalidad Fijada por entrada/salida</h3> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  $f_2 = n f_1$ $e_1 = n e_2$ </div> <div style="text-align: center;">  $f_1 = \frac{1}{n} f_2$ $e_2 = \frac{1}{n} e_1$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  $e_2 = r f_1$ $e_1 = r f_2$ </div> <div style="text-align: center;">  $f_2 = \frac{1}{r} e_1$ $f_1 = \frac{1}{r} e_2$ </div> </div>	

Diagramas de enlaces: Sistemática

- Paso 1:** Determinar los dominios físicos que existen en el sistema y todos los elementos básicos. Asignar a cada elemento un nombre único para distinguirlos de los demás.
- Paso 2:** Indicar una variable esfuerzo de referencia en cada dominio (en los sistemas mecánicos, indicar una velocidad de referencia con dirección positiva).
- Paso 3:** Identificar el resto de esfuerzos (en sistemas mecánicos velocidades) y asignarles un nombre único.
- Paso 4:** Dibujar los esfuerzos mediante uniones 0. En los sistemas mecánicos, dibujar velocidades mediante uniones 1.
- Paso 5:** Identificar todas las diferencias de esfuerzo (en mecánica diferencias de velocidad) que se necesitan para conectar los puertos de todos los elementos enumerados en el paso 1.

Diagramas de enlaces: sistemática II

Paso 6: Construir las diferencias de esfuerzo usando un nudo de unión 1 (en los sistemas mecánicos, nudos de unión 0).



Paso 7: Conectar los puertos de todos los elementos con las uniones 0 (uniones 1 para sistemas mecánicos).

Paso 8: Simplificar el grafo resultante.

Diagramas de enlaces: reglas de simplificación

a $\frac{e_{in}}{f_{in}} \nearrow 0 \frac{e_{uit}}{f_{uit}} \nearrow = \frac{e}{f} \nearrow$

b $\frac{e_{in}}{f_{in}} \nearrow 1 \frac{e_{uit}}{f_{uit}} \nearrow = \frac{e}{f} \nearrow$

c $\frac{e_1}{f_1} \nearrow 0 \frac{e_3 = e_4}{f_3 = f_4} \nearrow 0 \frac{e_6}{f_6} \nearrow = \frac{e_1}{f_1} \nearrow 0 \frac{e_6}{f_6} \nearrow$
 $\begin{array}{c} e_2 \searrow f_2 \\ | \\ e_5 \searrow f_5 \end{array}$

d $\frac{e_1}{f_1} \nearrow 1 \frac{e_3 = e_4}{f_3 = f_4} \nearrow 1 \frac{e_6}{f_6} \nearrow = \frac{e_1}{f_1} \nearrow 1 \frac{e_6}{f_6} \nearrow$
 $\begin{array}{c} e_2 \searrow f_2 \\ | \\ e_5 \searrow f_5 \end{array}$

Diagramas de enlaces: sistemática III

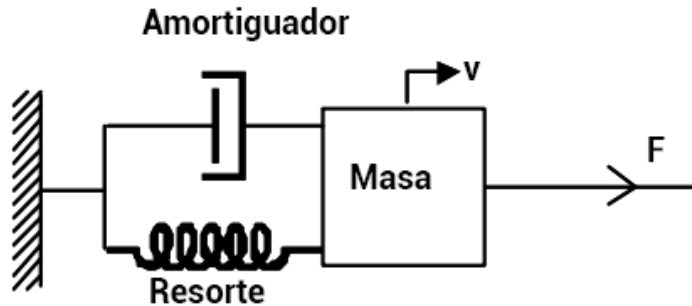
Paso 9: Aplicar causalidades

Paso 10: Extraer ecuaciones del sistema.

Paso 11: Simplificar las ecuaciones.

Ejemplo de modelado

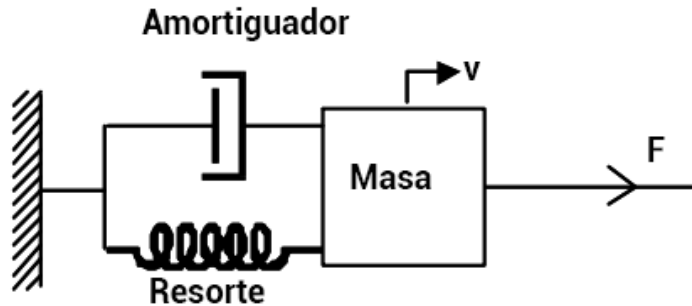
Analicemos el siguiente sistema de resorte con masa amortiguada (sistema mecánico de traslación):



- Fuentes de energía sobre la masa: Velocidad y fuerza
- Potencia: $P = F \cdot v$

3.2 Sistemas mecánicos: Ejemplo de modelado

Analicemos el siguiente sistema de resorte con masa amortiguada (sistema mecánico de traslación):



- Además **hay que considerar**: la **fuerza del amortiguador**, con coeficiente de amortiguación b , la **fuerza del resorte** F_r con coeficiente k , la **fuerza sobre la masa** F_m :

$$F_a = bv$$

$$F_r = kx$$

$$F_m = m \frac{dv}{dt}$$

2ª ley Newton

$$bv + kx = m \frac{dv}{dt}$$

Ejemplo de modelado

► **Paso 1:** Determinar los dominios físicos que existen en el sistema y todos los elementos básicos. Asignar a cada elemento un nombre único para distinguirlos de los demás.

Dominio físico: mecánico de traslación

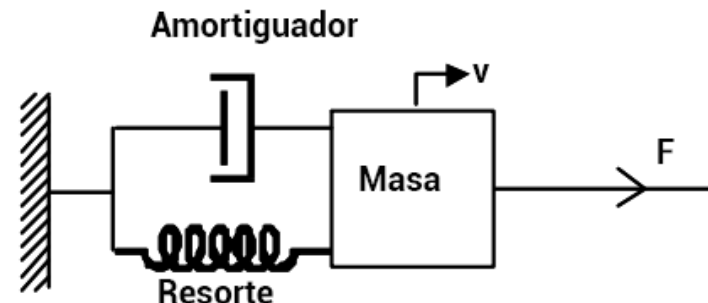
Elementos: Amortiguador (R), Resorte (C), Masa (I), Fuente de esfuerzo.

► **Paso 2:** Indicar una variable esfuerzo de referencia en cada dominio (en los sistemas mecánicos, indicar una velocidad de referencia con dirección positiva).

La masa con velocidad positiva hacia la derecha.

► **Paso 3:** Identificar el resto de esfuerzos (en sistemas mecánicos velocidades) y asignarles un nombre único.

Una única velocidad extra: la pared con velocidad 0: v_0

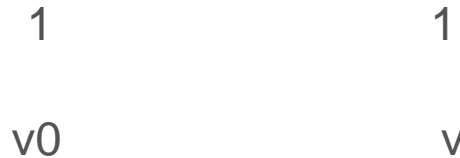


Ejemplo de modelado

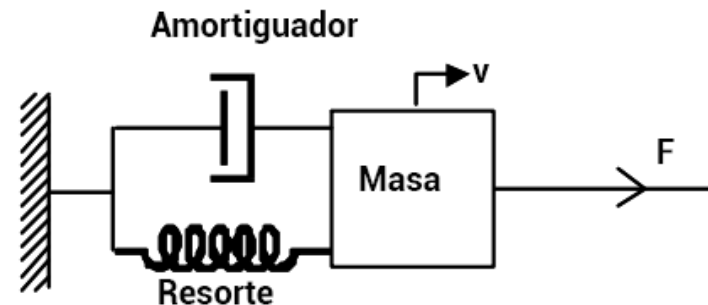
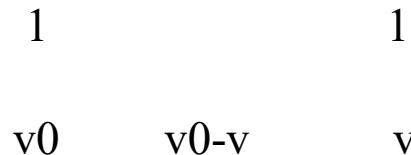
► Paso 4:

mecánicos, dibujar velocidades mediante uniones 1.

En los sistemas

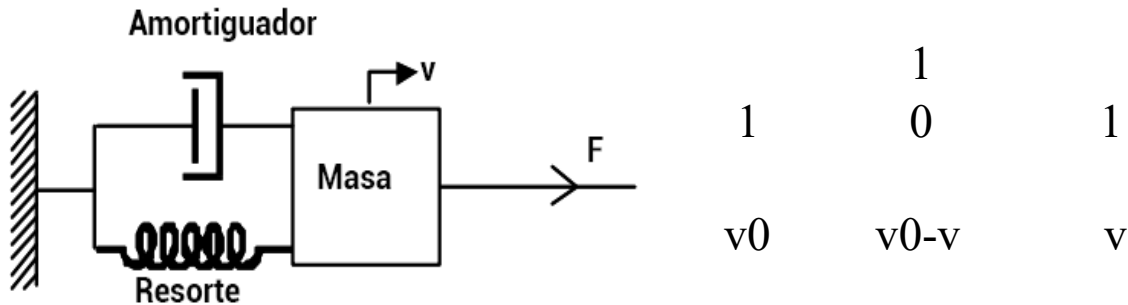


► Paso 5: Identificar todas las diferencias de esfuerzo (en mecánica diferencias de velocidad) que se necesitan para conectar los puertos de todos los elementos enumerados en el paso 1.

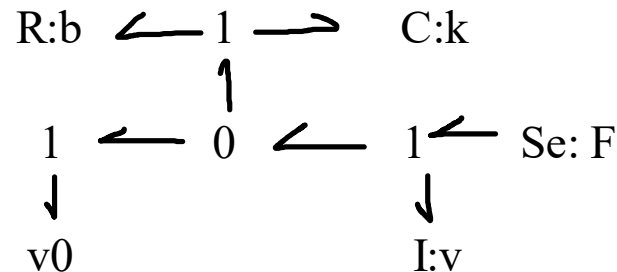


Ejemplo de modelado

- **Paso 6:** Construir las diferencias de esfuerzo usando un nudo de unión 1 (en los sistemas mecánicos, nudos de unión 0).

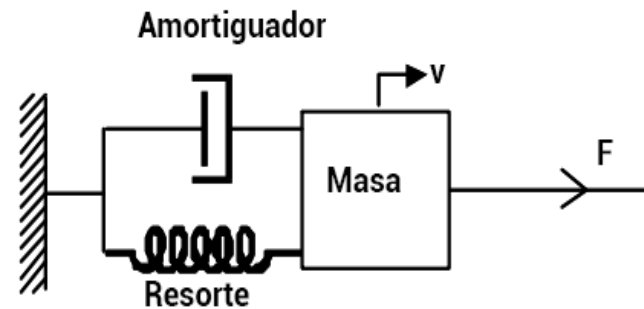
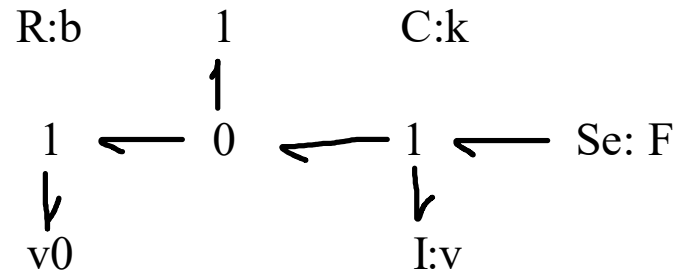


- **Paso 7:** Conectar los puertos de todos los elementos con las uniones 0 (uniones 1 para sistemas mecánicos).



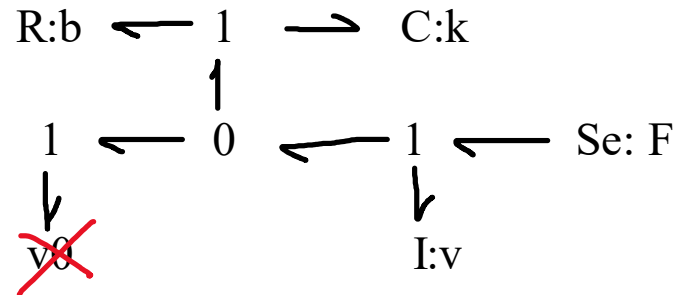
Ejemplo de modelado

► **Paso 8:** Simplificar el grafo resultante.

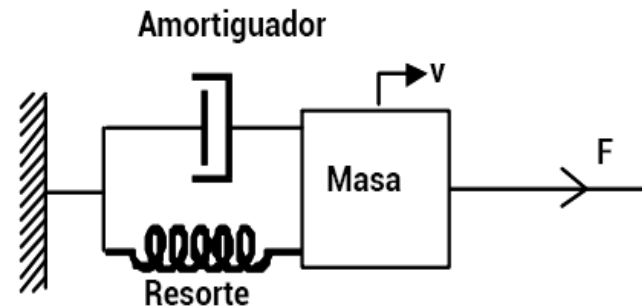


Ejemplo de modelado

- **Paso 8:** Simplificar el grafo resultante.

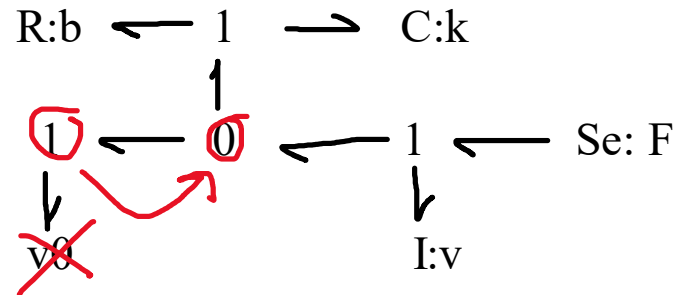


- **Paso 9:** Aplicar causalidades
- **Paso 10:** Extraer y simplificar ecuaciones

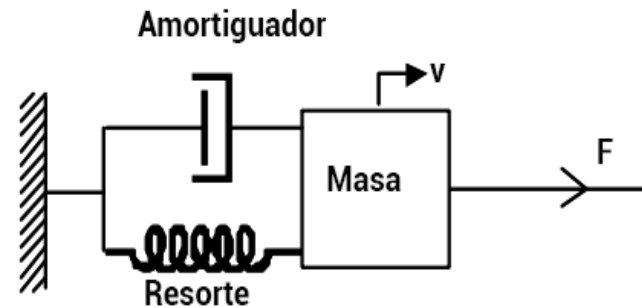


Ejemplo de modelado

- **Paso 8:** Simplificar el grafo resultante.

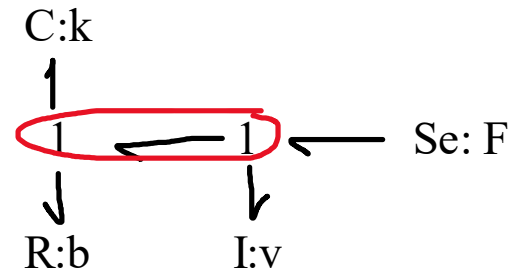


- **Paso 9:** Aplicar causalidades
- **Paso 10:** Extraer y simplificar ecuaciones

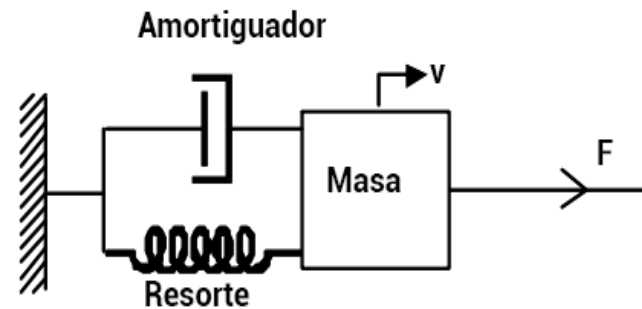


Ejemplo de modelado

- **Paso 8:** Simplificar el grafo resultante.

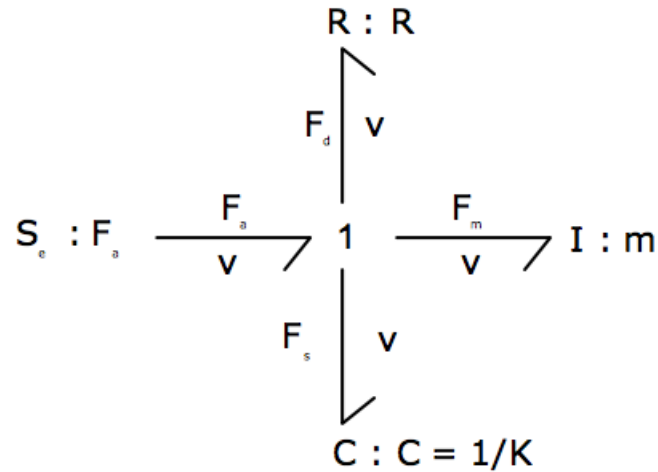


- **Paso 9:** Aplicar causalidades
- **Paso 10:** Extraer y simplificar ecuaciones

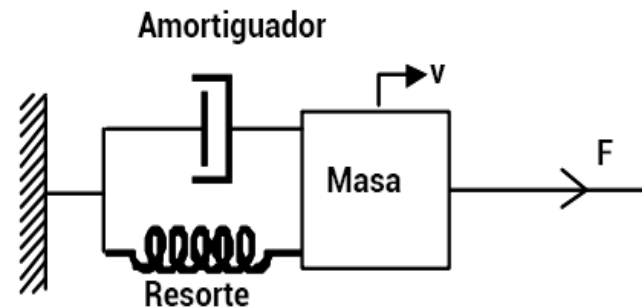


Ejemplo de modelado

- **Paso 8:** Simplificar el grafo resultante.

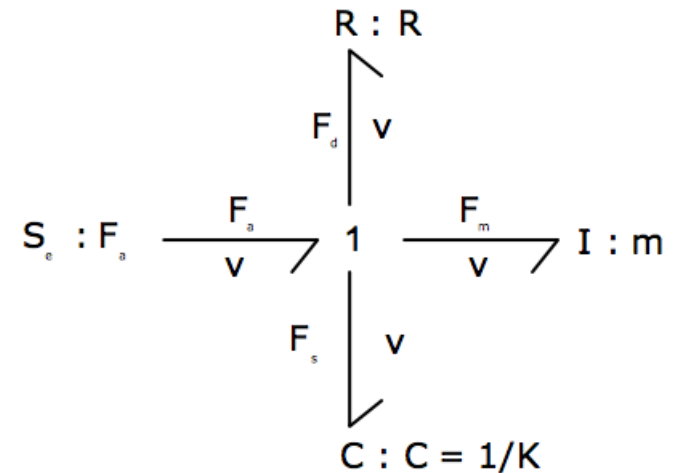
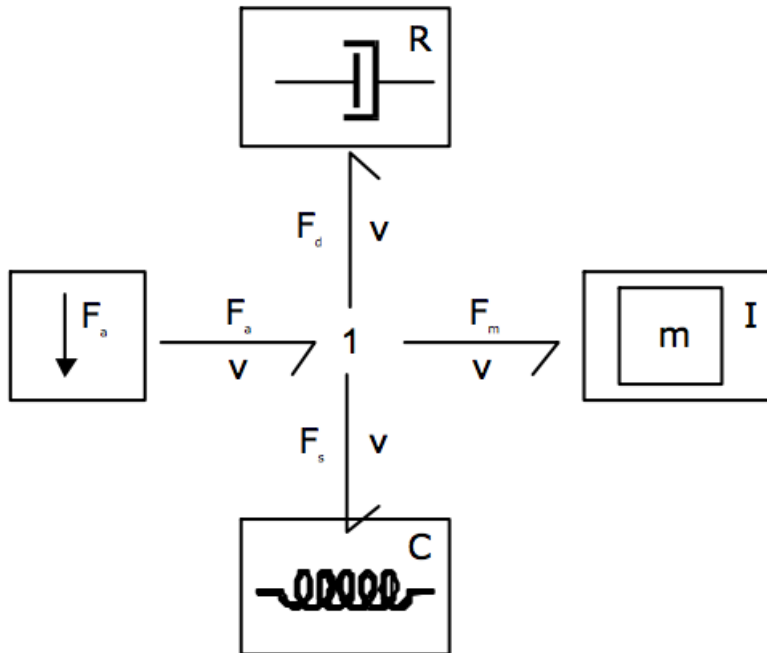


- **Paso 9:** Aplicar causalidades
- **Paso 10:** Extraer y simplificar ecuaciones

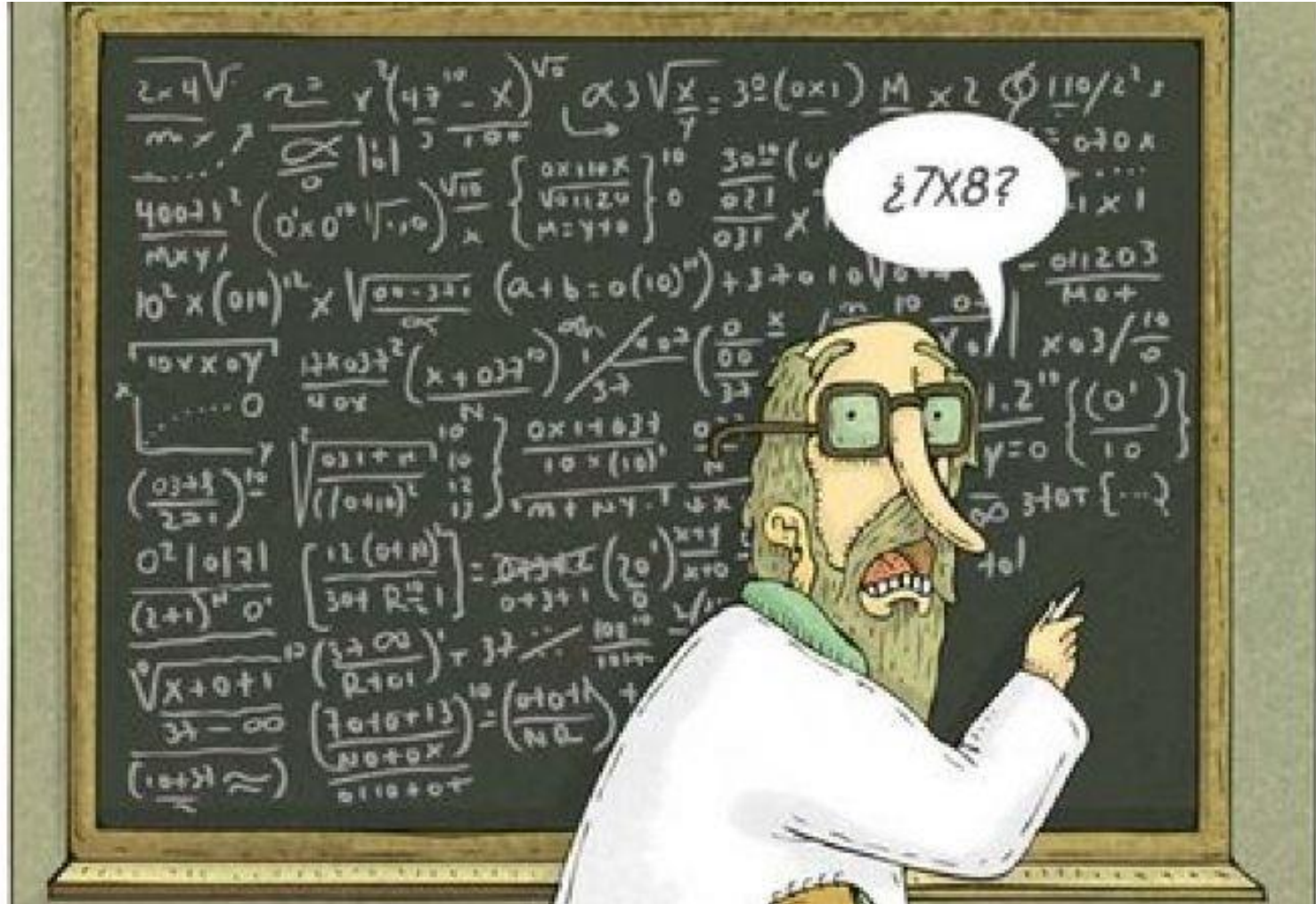


3.2 Sistemas mecánicos: Ejemplo de modelado

Diagrama de enlaces:



¿Dudas?





www.unir.net