

Series de Fourier de tiempo discreto

[7.1] ¿Cómo estudiar este tema?

[7.2] Introducción

[7.3] Respuesta en frecuencia en tiempo discreto

[7.4] Ecuación de síntesis de la DTFS

[7.5] Ecuación de análisis de la DTFS

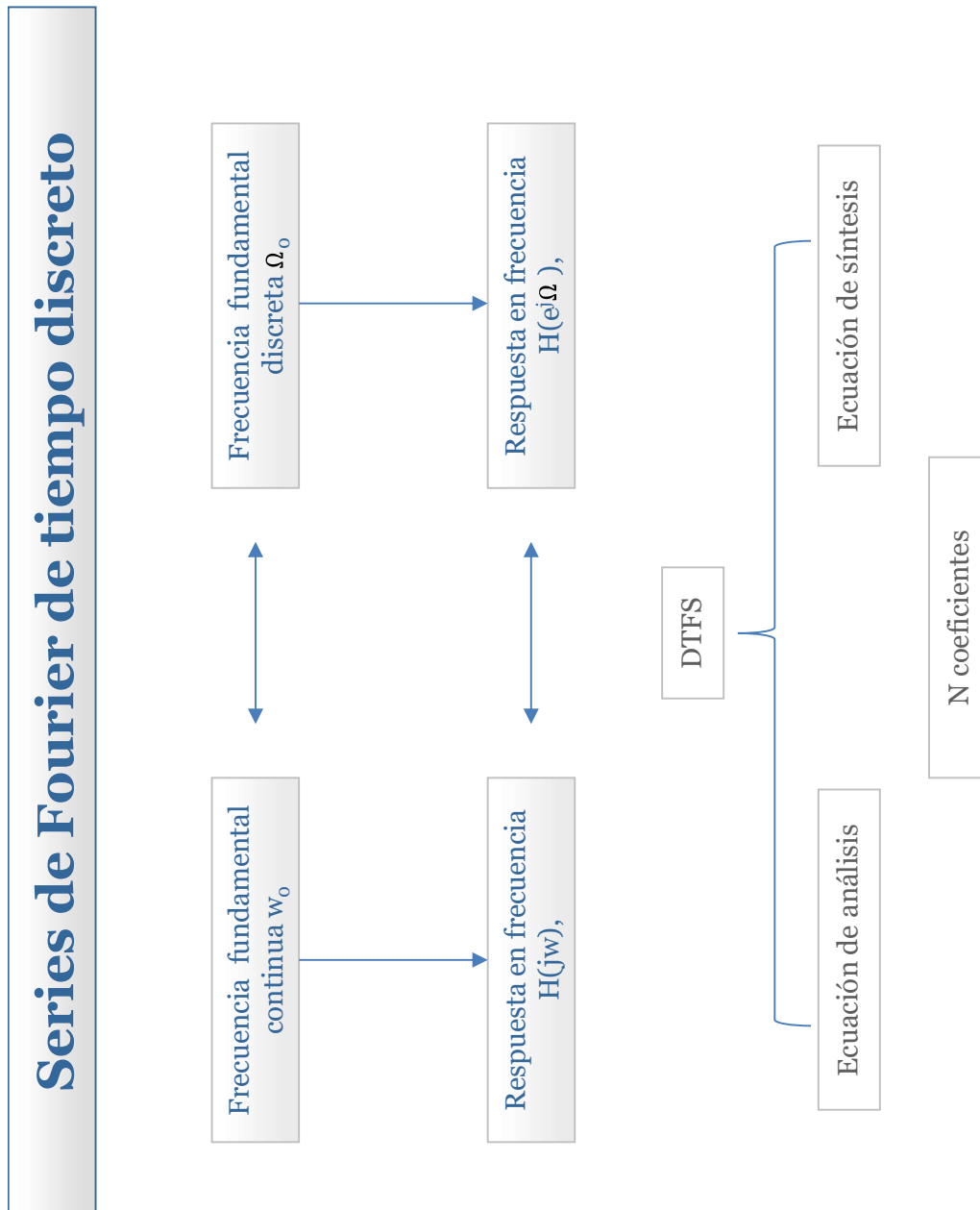
[7.6] Propiedades

[7.7] Los filtros en frecuencia

7

T E M A

Esquema



Ideas clave

7.1. ¿Cómo estudiar este tema?

Para estudiar este tema lee las **Ideas clave** que encontrarás a continuación.

En el tema anterior hemos visto las series de Fourier de tiempo continuo. En este tema veremos las series de Fourier de tiempo discreto. Después veremos las propiedades y aplicaciones que tienen las series de Fourier, tanto de tiempo continuo como discreto.

7.2. Introducción

En el tema anterior determinamos dos ventajas importantes del análisis de Fourier:

- » **Espectro de frecuencia.** Los coeficientes del análisis de Fourier representan las componentes sinusoidales complejas armónicamente relacionadas que conforman una señal periódica cualquiera.
- » **Dominio de la frecuencia.** El análisis de Fourier convierte una señal representada en el dominio del tiempo en una señal representada en el dominio de la frecuencia. Esta representación desvela nuevas propiedades de la señal. Es más, podemos conocer y predecir el comportamiento de un sistema en el dominio de la frecuencia.

En el tema anterior estudiamos el análisis y síntesis de una FS en tiempo continuo. En la siguiente sección haremos este mismo estudio en el caso de tiempo discreto, mediante la representación DTFS (*Discrete Time Fourier Series*). Por analogía, en algunos libros a la FS la llaman CTFS (*Continuous Time Fourier Series*).

En el tema 2 vimos que la sinusoidal en tiempo discreto se define como:

$$x[n] = A \cos(\Omega_0 n + \phi) = \operatorname{Re}\{Ae^{j(\Omega_0 n + \phi)}\}$$

Donde n es la variable independiente y Ω_0 es la frecuencia angular fundamental de tiempo discreto de la señal.

Si el **periodo de tiempo discreto de la señal** es N , tenemos que:

$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$$

Además, vimos que la frecuencia angular fundamental de tiempo discreto Ω_0 no coincide con la frecuencia angular fundamental en tiempo continuo ω_0 , excepto en el caso donde la frecuencia de muestreo es $f_s=1$. En los demás casos la relación entre estas frecuencias viene dada por la relación:

$$\Omega_0 = \frac{\omega_0}{f_s}$$

7.3. Respuesta en frecuencia en tiempo discreto

Al igual que en tiempo continuo, en los sistemas LTI en tiempo discreto la respuesta a una exponencial compleja es una exponencial compleja a la misma frecuencia Ω , y en la que solo cambia la amplitud y la fase. Es decir, la relación entre entrada y salida es:

$$\text{tiempo continuo: } e^{j\omega t} \rightarrow H(j\omega)e^{j\omega t}$$

$$\text{tiempo discreto: } e^{j\Omega n} \rightarrow H(e^{j\Omega})e^{j\Omega n}$$

Al igual que en tiempo continuo, en tiempo discreto se llama **respuesta en frecuencia** $H(e^{j\Omega})$ a una función que nos dice cómo cambia la magnitud y la fase de una señal sinusoidal con frecuencia angular Ω cuando pasa por un sistema de tiempo discreto.

El argumento $e^{j\Omega}$ procede de la transformada Z . Si el círculo unidad está dentro de la región de convergencia de la transformada Z , la transformada de Fourier de tiempo discreto se puede obtener evaluando la transformada Z en el círculo unidad, es decir, asignando $z=e^{j\Omega}$. Además, con esta representación se hace explícita la periodicidad 2π .

Para demostrar que la exponencial compleja $e^{j\Omega n}$ es una autofunción de los sistemas LTI de tiempo discreto podemos aplicar la suma de convolución y ver lo que ocurre cuando a la entrada ponemos una exponencial compleja:

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m]x[n-m] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m] e^{j\Omega(n-m)}$$

Factorizando $e^{j\Omega n}$ fuera del sumatorio tenemos:

$$y[n] = e^{j\Omega n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m]e^{-j\Omega m} = H(e^{j\Omega})e^{j\Omega n}$$

Donde definimos la respuesta en frecuencia en tiempo discreto como:

$$H(e^{j\Omega}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m]e^{-j\Omega m}$$

7.4. Ecuación de síntesis de la DTFS

Al igual que en tiempo continuo, vamos a considerar que una señal $x[n]$ periódica de tiempo discreto se puede representar mediante una suma de sinusoides armónicamente relacionadas cuya frecuencia fundamental es múltiplo de Ω_0 , es decir $m\Omega_0$:

$$\phi_m[n] = \{e^{jm\Omega_0 n}\} \quad \text{con } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

En este caso la **ecuación de síntesis** de la DTFS es:

$$x[n] = \sum_{m=0}^{N-1} c_m \phi_m[n] = \sum_{m=0}^{N-1} c_m e^{jm\Omega_0 n} \quad (1)$$

Análogamente al tiempo continuo, en tiempo discreto todas las sinusoides armónicamente relacionadas tienen como uno de sus periodos N (aunque para $|m| \geq 2$, el periodo fundamental es una fracción de N).

Periodicidad

Una diferencia importante con el tiempo continuo (donde la ecuación de síntesis incluye infinitas sinusoidales armónicamente relacionadas) es que en tiempo discreto la ecuación de síntesis (1) solo incluye N sinusoidales armónicamente relacionadas:

$$\phi_m[n] = \{e^{jm\Omega_0 n}\} = \left\{e^{jm\frac{2\pi}{N}n}\right\} \quad \text{con } m = \langle N \rangle$$

Esto se debe a que la variable independiente en tiempo discreto es entera y en consecuencia:

$$e^{j(N+m)\Omega_0 n} = e^{jN\Omega_0 n} e^{jm\Omega_0 n} = e^{j2\pi n} e^{jm\Omega_0 n} = e^{jm\Omega_0 n}$$

Es decir, las exponenciales complejas armónicamente relacionadas que difieren en múltiplos de 2π son idénticas:

$$\phi_m[n] = \phi_{m+rN}[n] \quad \text{con } r = \pm 1, \pm 2, \dots$$

El conjunto de N valores consecutivos se puede escoger arbitrariamente para aprovechar las simetrías del problema. Por ejemplo, si la señal es impar se puede escoger desde $m = -(N-1)/2$ hasta $m = +(N-1)/2$. Por esta razón la ecuación de síntesis habitualmente se escribe como:

$$x[n] = \sum_{m=\langle N \rangle} c_m e^{jm\Omega_0 n} \quad (2)$$

Una consecuencia útil de que la ecuación de síntesis (2) use una serie finita de armónicos es que no hay problemas de convergencia como ocurría en el tiempo continuo.

7.5. Ecuación de análisis de la DTFS

El análisis de la DTFS consiste en obtener los **coeficientes de la DTFT** que representan una señal de tiempo discreto. Para ello utilizamos la siguiente **ecuación de análisis** de la DTFS:

$$c_m = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jm\Omega_0 n} \quad (3)$$

De nuevo los N valores a sumar se pueden elegir arbitrariamente, en función del problema a resolver, siempre que sean valores sucesivos.

Periodicidad

Al igual que en la ecuación de síntesis (2), las exponenciales negativas armónicamente relacionadas de la ecuación de análisis (3) que difieren en frecuencias múltiplos de 2π son idénticas:

$$e^{-j(N+m)\Omega_0 n} = e^{-jN\Omega_0 n} e^{-jm\Omega_0 n} = e^{-j2\pi n} e^{-jm\Omega_0 n} = e^{-jm\Omega_0 n}$$

Esto quiere decir, si evaluamos más de N coeficientes en la ecuación de análisis (3) estos se acaban repitiendo con periodo N :

$$c_m = c_{m+rN} \quad \text{con} \quad r = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Es decir, en la DTFS solo existen N coeficientes distintos. En la figura 1 vemos un ejemplo de esta propiedad, donde los coeficientes se repiten con periodicidad $N=6$.

Emparejamiento

Lo que nos dice la ecuación de análisis (3) es que a partir de N valores de $x[n]$ podemos obtener los N coeficientes c_m . Análogamente, a partir de los N coeficientes c_m , la ecuación de síntesis (2) nos da los N valores distintos de la señal periódica $x[n]$. Esto quiere decir que tanto $x[n]$ como c_m describen completamente la señal. El hecho de que la señal $x[n]$ y sus coeficientes c_m **están emparejados** mediante la DTFS y se nota como:

$$x[n] \xleftrightarrow{DTFS} c_m$$

El concepto de señales emparejadas también se puede extender al caso continuo, aunque en este caso existen infinitos coeficientes y se nota como:

$$x(t) \xleftrightarrow{FS} c_m$$

En ambos casos los coeficientes representan sinusoidales complejas a una determinada frecuencia.

La DTFS es la única transformación que podemos calcular numéricamente con un ordenador. Esto se debe a que para calcularla se necesita un conjunto finito de N muestras que dan lugar a N coeficientes. En el caso de la FS sufriremos los problemas de convergencia que describimos en el tema anterior.

Cuando $x[n]$ está formada por sinusoides reales o complejas fáciles de identificar, a menudo es más sencillo determinar los coeficientes c_m por inspección, en vez de evaluando la ecuación de análisis (3). Para ello representamos las sinusoides identificadas en forma de exponenciales complejas y después identificamos su posición y valor del coeficiente en la ecuación de síntesis (2).

» **Ejemplo 1:** coeficientes DTFS por inspección.

Determinar los coeficientes de la siguiente señal por inspección:

$$x[n] = \cos(\pi n/3 + \phi)$$

La frecuencia fundamental de esta señal es $\Omega_0 = \pi/3$, con lo que su periodo será de $N=6$. Luego procedemos a representar la sinusoidal identificada como una exponencial compleja, incluyendo también la fase ϕ :

$$x[n] = \frac{\left(e^{j(\frac{\pi}{3}n + \phi)} + e^{-j(\frac{\pi}{3}n + \phi)} \right)}{2} = \frac{1}{2} e^{j\phi} e^{j\frac{\pi}{3}n} + \frac{1}{2} e^{-j\phi} e^{-j\frac{\pi}{3}n}$$

Comparando este resultado con la ecuación de síntesis (2) podemos identificar que, de los $N=6$ coeficientes que buscamos, solo son distintos de cero los coeficientes con $m=1$ y $m=-1$. En concreto, los N coeficientes toman los valores:

$$c_m = \begin{cases} \frac{e^{j\phi}}{2}, & m = 1 \\ \frac{e^{-j\phi}}{2}, & m = -1 \\ 0, & m = -2, 0, 2, 3 \end{cases}$$

Teniendo en cuenta que $|e^{j\phi}|=1$ y que $\angle(e^{j\phi}) = \phi$, la figura 1 representa estos coeficientes. Podemos ver que los coeficientes tienen periodo $N=6$.

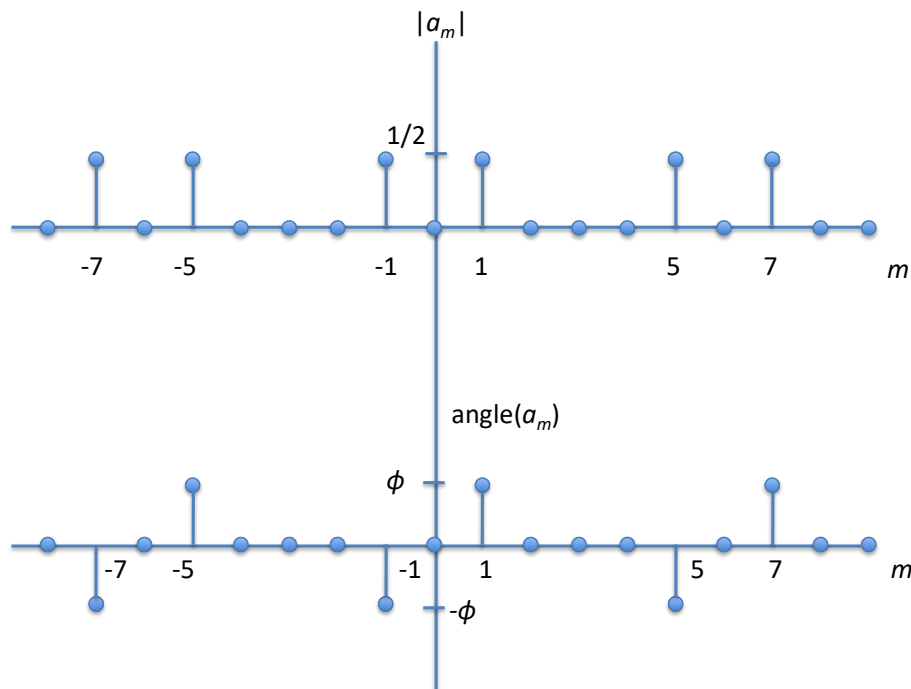


Figura 1: amplitud y fase de ejemplo

7.6. Propiedades

En esta sección vamos a ver que la representación de señales periódicas con la FS y DTFS tienen una serie de propiedades que nos ayudan a operar y entender mejor esta representación. Cuando las propiedades sean similares en la FS y DTFS, las describiremos solo en un caso. Cuando existan diferencias lo indicaremos.

Linealidad

Sean $x(t)$ e $y(t)$ dos señales periódicas con un mismo periodo T representadas como FS:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m e^{jm\omega_0 t} \quad y(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m e^{jm\omega_0 t}$$

Es decir:

$$x(t) \overset{FS}{\leftrightarrow} a_m$$

$$y(t) \overset{FS}{\leftrightarrow} b_m$$

Sea $z(t)$ una combinación lineal de $x(t)$ e $y(t)$:

$$z(t) = Ax(t) + By(t)$$

Sabemos que:

- » $z(t)$ será periódica con el mismo periodo T .
- » Los coeficientes de $z(t)$, representados por c_m , son una combinación lineal de los coeficientes que modifican la amplitud de las señales (A y B) por los coeficientes de la FS (a_m, b_m). En concreto:

$$z(t) = Ax(t) + By(t) \overset{FS}{\leftrightarrow} c_m = Aa_m + Bb_m$$

Esto se puede demostrar fácilmente aplicando la ecuación de síntesis:

$$z(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (Aa_m + Bb_m) e^{jm\omega_0 t} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{jm\omega_0 t}$$

Desplazamiento en el tiempo

Sea $x(t)$ una señal periódica con periodo T , y coeficientes c_m , es decir:

$$x(t) \overset{FS}{\leftrightarrow} c_m$$

Su desplazamiento en el tiempo $x(t-t_0)$ da lugar a una señal donde:

- » El periodo T de la señal se preserva.
- » Los coeficientes de la señal desplazada preservan la magnitud (es decir, $|c_m|=|d_m|$) y varían solo su fase (en $m\omega_0 t_0$). Es decir:

$$x(t-t_0) \overset{FS}{\leftrightarrow} d_m = c_m e^{jm\omega_0 t_0}$$

Esto se puede demostrar aplicando la ecuación de análisis a $x(t-t_0)$:

$$d_m = \frac{1}{T} \int_T x(t-t_0) e^{-jm\omega_0 t} dt$$

Realizando el cambio $\tau=t-t_0$, donde τ también recorre un intervalo de periodo T , tenemos:

$$d_m = \frac{1}{T} \int_T x(\tau) e^{-jm\omega_0(\tau+t_0)} d\tau = e^{jm\omega_0 t_0} \frac{1}{T} \int_T x(\tau) e^{-jm\omega_0 \tau} d\tau = e^{jm\omega_0 t_0} c_m$$

Desplazamiento en frecuencia

Sea $x(t)$ una señal periódica con periodo T , y coeficientes c_m , es decir:

$$x(t) \overset{FS}{\leftrightarrow} c_m$$

Su desplazamiento en los coeficientes c_{m-m_0} varía la fase pero no la amplitud de la señal en el tiempo:

$$e^{jm_0\omega_0 t} x(t) \overset{FS}{\leftrightarrow} c_{m-m_0}$$

Inversión temporal

Sea $x(t)$ una señal periódica con periodo T , y coeficientes c_m , es decir:

$$x(t) \overset{FS}{\leftrightarrow} c_m$$

Su inversión temporal $x(-t)$ da lugar a una señal donde:

- » El periodo T de la señal se preserva.
- » Los coeficientes se invierten. Es decir:

$$x(-t) \xleftrightarrow{FS} c_{-m}$$

En el caso de señales pares e impares, una consecuencia interesante de la propiedad de inversión temporal es:

- » Si $x(t)$ es par, es decir $x(t)=x(-t)$, entonces sus coeficientes son también pares, es decir: $c_m=c_{-m}$.
- » Si $x(t)$ es impar, es decir $x(t)=-x(-t)$, entonces sus coeficientes son también impares, es decir: $c_m=-c_{-m}$.

Escalado temporal

El escalado temporal cambia el periodo de la señal. En concreto, si $x(t)$ tiene periodo T y frecuencia fundamental $w_0=2\pi/T$, entonces la señal escalada $x(at)$, donde a indica el factor de compresión, tendrá periodo T/a y frecuencia fundamental aw_0 .

Dado que el escalado temporal se aplica directamente a cada componente armónica de $x(t)$, podemos concluir que los coeficientes de cada componente permanecen inalterados.

Es decir:

Si:

$$x(t) \xleftrightarrow{FS} c_m$$

Entonces:

$$x(at) \xleftrightarrow{FS} c_m$$

Esto se puede demostrar observando la representación de $x(at)$ en la ecuación de síntesis:

$$x(at) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{jm(aw_0)t}$$

Es importante observar que los coeficientes no cambian pero la frecuencia fundamental de $x(at)$ sí ha cambiado a aw_0 .

Simetría del conjugado

La propiedad de simetría del conjugado dice que si:

$$x(t) \xleftrightarrow{FS} c_m$$

Entonces los coeficientes de su conjugada están conjugados e invertidos:

$$x^*(t) \xleftrightarrow{FT} c_{-m}^*$$

Si $x(t)$ es real, es decir $x(t)=x^*(t)$, entonces:

$$c_m = c_{-m}^*$$

Luego si $x(t)$ es real podemos concluir que:

- » $\text{Re}\{c_m\}$ es una función par. Es decir, cumple la propiedad de paridad porque $\text{Re}\{c_m\}=\text{Re}\{c_{-m}^*\}$ con lo que $\text{Re}\{c_m\}=\text{Re}\{c_{-m}\}$.
- » Im es una función impar. Es decir, cumple la propiedad de imparidad porque $\text{Im}\{c_m\}=\text{Im}\{c_{-m}^*\}$ con lo que $\text{Im}\{c_m\}=-\text{Im}\{c_{-m}\}$

Simetría par e impar

En el tema 1 vimos que toda función se puede escribir como la suma de una función par e impar:

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

En el tema 6 vimos que la ecuación de síntesis de la FS trigonométrica tiene la forma general:

$$x(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(mw_0 t) + b_m \sin(mw_0 t)$$

Cuando $x(t)$ es par, todos los coeficientes b_m desaparecen, es decir la FS tiene la forma:

$$x(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(mw_0 t)$$

Análogamente, cuando $x(t)$ es impar, todos los coeficientes a_m desaparecen y la FS tiene la forma:

$$x(t) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(mw_0 t)$$

Un corolario es que:

- » Si $x(t)$ es real y par pura, entonces cada uno de sus coeficientes c_m será real y par puro.
- » Si $x(t)$ es real e impar pura, entonces cada uno de sus coeficientes c_m será imaginario e impar puro.

Relación de Parseval

La relación de Parseval dice que la potencia media de una señal $x(t)$ en un periodo T es igual a la energía de sus componentes armónicas c_m . En concreto, en el tema 1 vimos que la potencia media de la señal periódica se define como:

$$P_{x(t)} = \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt$$

Dado que $x(t)$ en general es compleja, $|x(t)|$ obtiene su módulo. Y la energía de una señal no periódica se define como:

$$E_{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

Dado que los coeficientes son discretos, su energía se define como:

$$E_{c_m} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |c_m|^2$$

Lo que dice la relación de Parseval es que $P_{x(t)} = E_{c_m}$. En la FS esto significa que:

$$\frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |c_m|^2$$

Y en la DTFS esto significa que:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} |x[n]|^2 = \sum_{m=\langle N \rangle} |c_m|^2$$

7.7. Los filtros en frecuencia

Un filtro es un sistema diseñado para dejar pasar señales a determinadas frecuencias y bloquear o atenuar otras. Existen básicamente cuatro tipos de filtros:

- » **Filtros paso bajo.** Permite pasar frecuencias bajas y rechaza las altas, tal como muestra la figura 2 (a).
- » **Filtro paso alto.** Permite pasar las altas frecuencias y rechaza las bajas frecuencias, tal como muestra la figura 2 (b).
- » **Filtro paso banda.** Permite pasar todas las señales excepto las que están a una determinada frecuencia, tal como muestra la figura 2 (c).
- » **Filtro de rechazo de banda.** Permite pasar solo las señales excepto las que están a una determinada frecuencia, tal como muestra la figura 2 (d).

Para diseñar un filtro es necesario conocer la **frecuencia de corte** ω_c que es la frecuencia a la que dejar pasar o no la señal. También es útil conocer la frecuencia fundamental ω_0 de la señal que estamos pasando por el filtro.

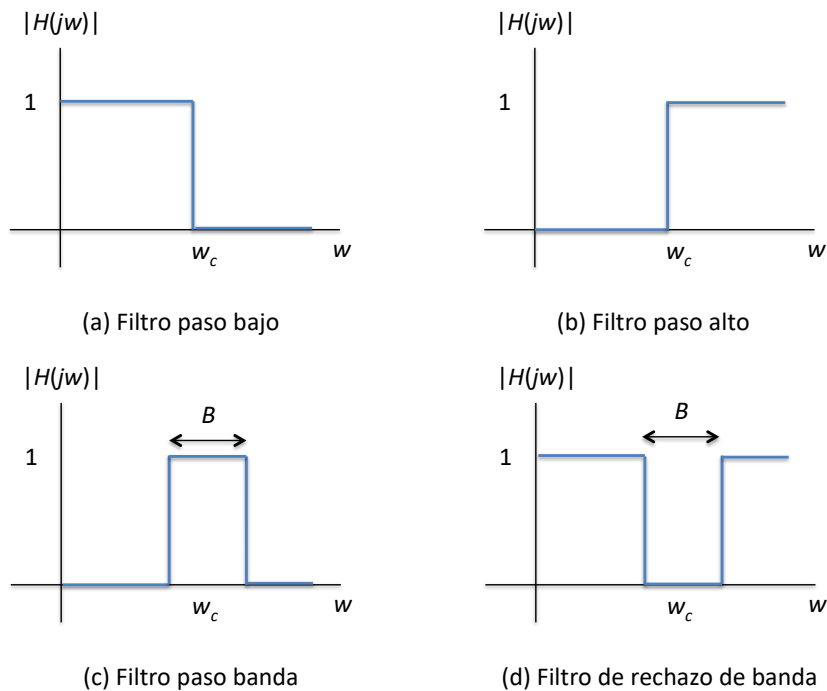


Figura 2: tipos de filtros

La figura 2 (a) muestra un filtro paso bajo ideal en el que la magnitud de la respuesta en frecuencia es 1 hasta la frecuencia de corte w_c y 0 a partir de esta frecuencia. Si en este filtro $w_c < w_o$, lo que estamos haciendo es filtrar el armónico fundamental y todos sus armónicos (ya que $mw_o > w_o$), con lo que solo quedará la componente DC de la señal.

Por el contrario, si $w_c > w_o$ estamos permitiendo pasar el armónico principal.

Análogamente, si $w_c > mw_o$ estamos permitiendo pasar m armónicos.

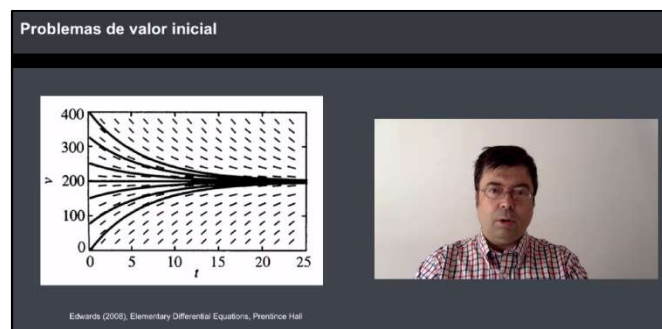
La figura 2 (c) muestra un filtro paso banda ideal donde estamos permitiendo pasar a los armónicos entorno a w_c con **ancho de banda B** .

Lo + recomendado

Lecciones magistrales

Problemas de valor inicial

En esta lección magistral veremos qué son, cuándo surgen y cómo actuar ante problemas de valor inicial.



Accede a la lección magistral a través del aula virtual.

No dejes de leer...

Filtros de frecuencia

En este artículo repasa los diferentes filtros de frecuencia.



Accede al artículo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:

<http://www.galeon.com/senales/aficiones1349723.html>

No dejes de ver...

Filtro paso banda

Este tutorial describe cómo crear un filtro paso banda a partir de un filtro paso alto y otro paso bajo.

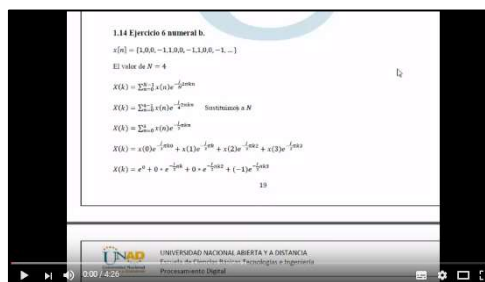


Accede al vídeo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:

<https://www.youtube.com/watch?v=X3hrz4y69K8>

Ejercicio de serie discreta de Fourier

En este vídeo vemos cómo se resuelve un ejercicio comparándolo con la respuesta en MatLab.



Accede al vídeo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:

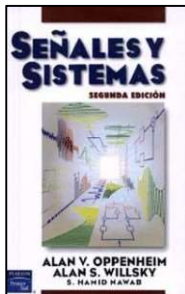
<https://www.youtube.com/watch?v=ycipD-6CzkA>

+ Información

A fondo

Señales y sistemas

Oppenheim, A. V. (1998). *Señales y sistemas*. Méjico: Prentice Hall.



En las páginas 211-225 se describen la representación de series discretas de Fourier y las propiedades de la DTFS.

Accede al libro desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:

<https://books.google.es/books?id=g2750K3PxRYC&pg=PA210>

Problemas resueltos

San Blas, A. A. (2015). *Problemas resueltos de señales y sistemas*. Alicante: Universitat Miguel Hernández.



Este libro contiene numerosos problemas sobre la FS y FTFS.

Accede al libro desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:

<https://books.google.es/books?id=FDjTCgAAQBAJ>

Bibliografía

Oppenheim, A. V., Willsky, A. S. y Hamid, S. (1998). *Señales y sistemas*. México: Pearson.

Oppenheim, A. V. (2009). *Discrete time sygnal processing*. EE.UU.: Pearson.

Test

1. ¿Cuándo son iguales Ω_0 y ω_0 ?
 - A. Siempre.
 - B. Nunca.
 - C. Cuando la frecuencia de muestreo es 1.
 - D. Cuando el periodo es 1.

2. ¿Cuántas sinusoidales armónicamente relacionadas tiene la DTFS?
 - A. Las mismas que la FS.
 - B. Más que la FS.
 - C. Menos que la FS.
 - D. Ninguna de las anteriores.

3. Para poder aplicar la ecuación de síntesis de la DTFS las muestras deben:
 - A. Estar ordenadas.
 - B. Ser reales.
 - C. Ser consecutivas.
 - D. Ninguna de las anteriores.

4. ¿Qué representación de señales tiene emparejada la señal con sus coeficientes?
 - A. Ninguna.
 - B. La FS.
 - C. La DTFS.
 - D. Ambas.

5. Si sumamos dos señales de periodo T su periodo será:
 - A. T .
 - B. $2T$.
 - C. $1/T$.
 - D. Ninguna de las anteriores.

6. Cuando desplazamos una señal en el tiempo cambia:
- A. El periodo de la señal.
 - B. La magnitud.
 - C. La fase.
 - D. La magnitud y la fase.
7. Cuando invertimos temporalmente una señal:
- A. Los coeficientes se preservan.
 - B. Los coeficientes se invierten.
 - C. Los coeficientes cambian de fase.
 - D. Ninguna de las anteriores es correcta.
8. Si $x(t)$ es una señal impar:
- A. Los coeficientes son pares.
 - B. Los coeficientes son impares.
 - C. Los coeficientes son reales.
 - D. Los coeficientes son imaginarios.
9. Si la descomposición en FS trigonométrica de una señal tiene solo senos, sabemos que:
- A. Los coeficientes son reales.
 - B. Los coeficientes son imaginarios.
 - C. La señal es par.
 - D. La señal es impar.
10. ¿Un filtro que deja pasar solo señales entre 2.4 GHz y 2.5 GZ es un:
- A. Filtro paso bajo.
 - B. Filtro paso alto.
 - C. Filtro paso banda.
 - D. Filtro de rechazo de banda.