

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

  

ESTUDIO	ASIGNATURA	CONVOCATORIA
MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN (PLAN 2016)	4391010002.- MÉTODOS NUMÉRICOS AVANZADOS EN INGENIERÍA	Ordinaria

  

FECHA	MODELO	CIUDAD DEL EXAMEN
19-21/03/2021	Modelo - C	

Etiqueta identificativa

L J

## INSTRUCCIONES GENERALES

1. La duración del examen es de **2 horas**.
2. Escribe únicamente con **bolígrafo/esfero azul o negro**.
3. No está permitido utilizar más hojas de las que te facilita la UNIR (puedes utilizar folios para hacerte esquemas u organizarte pero **se entregarán junto al examen**).
4. **El examen FINAL supone el 60%** de la calificación final de la asignatura. Es necesario aprobar el examen, para tener en cuenta la evaluación continua, aunque esta última sí se guardará para la siguiente convocatoria en caso de no aprobar.
5. No olvides **rellenar EN TODAS LAS HOJAS los datos del cuadro** que hay en la parte superior con tus datos personales.
6. El **DNI/NIE/PASAPORTE** debe estar sobre la mesa y disponible para su posible verificación.
7. **Apaga y retira del alcance los teléfonos móviles**.
8. **Retirar del alcance y visibilidad el smartwatch**.
9. Las preguntas se contestarán en **CASTELLANO**.
10. El profesor tendrá muy en cuenta las **faltas de ortografía** en la calificación final.
11. **No se permite el uso de Internet**, ni ningún otro tipo de comunicación electrónica. El **acceso a Internet** queda permitido **únicamente para la descarga y carga del examen en la plataforma de la asignatura**. Si en alguna de las respuestas se detecta un caso de copia de fuentes como Internet u otros compañeros, el examen tendrá una calificación de 0 puntos, y la pérdida total de la nota de la evaluación continua.
12. Todas las **respuestas** deberán estar **debidamente justificadas**.
13. Todos los **resultados** se deben dar con **6 cifras decimales**.

## Puntuación

### Preguntas

- Puntuación máxima 10,00 puntos

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

Vas a empezar el examen de Métodos Numéricos Avanzados en Ingeniería.

Encontrarás todas las preguntas al final del examen. Utiliza el espacio reservado para responder a cada pregunta.

- Asegúrate de tener todo el material que necesitas.
- Echa un vistazo a los tres problemas y comienza por el que prefieras.
- Los tres problemas tienen la misma calificación máxima.
- Todas las respuestas se deben justificar y razonar, incluyendo todos los pasos utilizados en su desarrollo hasta llegar al resultado final.
- Los resultados se deben proporcionar con 6 cifras decimales.

Dispones de 2 horas para realizar el examen. ¡Ánimo y suerte!

### 1. Pregunta 1

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**



DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		



DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

## 2. Pregunta 2

NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA





DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

### 3. Pregunta 3

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		



DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

1. Considera la siguiente ecuación diferencial de orden tres

$$x'''(t) + 2\cos(t) + x'(t) = 2x(t), \quad t \in [0, 2\pi],$$

sujeto a las condiciones iniciales

$$x(0) = 3, \quad x'(0) = 2, \quad x''(0) = 1.$$

- a) (2 puntos) Transforma el problema de valor inicial en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. Escribe una función PVI.m que implemente el sistema de ecuaciones diferenciales y copia el código en la hoja de respuestas del examen.
- b) (2.5 puntos) Resuelve el PVI para el intervalo  $t \in [0, 2\pi]$  con 40 subintervalos con el método de Runge-Kutta de orden 4. Representa la solución  $x(t)$  e indica en una tabla los valores de  $x(t)$  para  $t \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\}$ .
- c) (2.5 puntos) Resuelve el PVI para el intervalo  $t \in [0, 2\pi]$  con 40 subintervalos con el método de Adams-Bashforth de orden 4. Representa la solución  $x(t)$  e indica en una tabla los valores de  $x(t)$  para  $t \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\}$ .
- d) (3 puntos) Calcula una estimación del orden de convergencia de ambos métodos. Describe y muestra el proceso que has seguido para obtenerla.

2. Consideremos la ecuación no lineal

$$xe^{x^2} + 3\cos(x) = \sin(x^2) - 5.$$

A continuación, aproximaremos la solución de la ecuación anterior utilizando métodos iterativos.

Consideremos la siguiente familia de métodos iterativos

$$\begin{aligned} y_k &= x_k - \gamma \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \\ x_{k+1} &= x_k - H(\mu_k) \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \tag{1}$$

siendo  $H(\mu_k)$  una función peso real con  $\mu_k = \frac{f'(y_k)}{f'(x_k)}$  y  $\gamma \in \mathbb{R}$ ,  $\gamma \neq 0$ .

- a) (1 punto) Representa en una misma gráfica las funciones que hay a cada lado de la igualdad, tomando valores de  $x \in [-2, 0]$ . Indica el valor aproximado en que se cortan ambas funciones.
- b) (2 puntos) Considerando el primer paso de (1) con  $\gamma = 1$ , obtendríamos el método iterativo de Newton. Aplica el método de Newton para resolver la ecuación no lineal, utilizando como estimación inicial  $x_0 = -0.5$  y como criterio de parada  $|x_{k+1} - x_k| + |f(x_{k+1})| < 10^{-12}$  con un máximo de 50 iteraciones. Proporciona la solución de la ecuación, el número de iteraciones, el valor de  $|x_{k+1} - x_k| + |f(x_{k+1})|$  obtenido en la última iteración y el valor del ACOC. Recuerda usar aritmética de precisión variable al introducir la estimación inicial.
- c) (3 puntos) Si en (1) consideramos  $\gamma = \frac{2}{3}$  y  $H(\mu_k) = \frac{3\mu_k + 1}{6\mu_k - 2}$ , obtenemos un método iterativo, que llamamos método M4, con orden de convergencia teórico de 4. Escribe la expresión iterativa del método M4 e implementa una función M4.m en la que programes este método. Como valores de salida de la función, tendrás que dar la solución de la ecuación, el número de iteraciones, el valor de  $|x_{k+1} - x_k| + |f(x_{k+1})|$  y el valor del ACOC. Copia el código completo del programa en la hoja del examen.
- d) (3 puntos) Aplica el método M4 para obtener una aproximación a la solución de la ecuación no lineal utilizando como estimación inicial  $x_0 = -0.5$  y como criterio de parada  $|x_{k+1} - x_k| + |f(x_{k+1})| < 10^{-12}$  con un máximo de 50 iteraciones. Proporciona la solución de la ecuación, el número de iteraciones, el valor de  $|x_{k+1} - x_k| + |f(x_{k+1})|$  obtenido en la última iteración y el valor del ACOC. Recuerda usar aritmética de precisión variable al introducir la estimación inicial.

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

e) (1 punto) Establece una comparativa entre los métodos de Newton y M4 a partir de los resultados obtenidos.

3. Consideremos el problema de contorno unidimensional

$$y''(x) = y'(x) + 2(y(x) - \ln(x))^3 - \frac{1}{x}, \quad x \in [2, 3],$$

siendo las condiciones de contorno

$$y(2) = 1 + \ln(2), \quad y'(3) = \frac{2}{9}.$$

Resolveremos este problema utilizando diferencias finitas. Para ello, responde razonadamente a las siguientes preguntas:

- (2 puntos) Discretiza el problema para  $N + 1$  nodos, indicando la expresión general, utilizando diferencias divididas centrales.
- (1.5 puntos) Para resolver con el método de Newton el sistema de ecuaciones obtenido tras la discretización, deberás obtener la función vectorial no lineal  $F(y) = 0$ . Indica la expresión discretizada para  $i \in \{1, N - 1, N\}$ .
- (1.5 puntos) Para resolver con el método de Newton el sistema de ecuaciones, deberás obtener la matriz Jacobiana  $F'(y)$ . Indica la expresión de las filas 1, 2 y  $N$ .
- (5 puntos) Resuelve el problema de contorno no lineal aplicando el método de diferencias finitas. Para resolver el sistema no lineal, utiliza el método de Newton con una tolerancia de  $10^{-5}$ , un máximo de 100 iteraciones, un valor de  $N = 10$  y una estimación inicial de  $y = [1.5, 1.5, \dots, 1.5]$ . Representa la solución  $y(x)$  e indica en una tabla los valores de la solución en todos los nodos. Copia el código del archivo .m que has necesitado elaborar para responder a este problema. Incluir el código es imprescindible para puntuar este apartado.

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**



DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

**B O R R A D O R**  
**PÁGINA NO VÁLIDA PARA RESPONDER**

**B O R R A D O R**  
**PÁGINA NO VÁLIDA PARA RESPONDER**