

| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

| ESTUDIO   | ASIGNATURA  | CONVOCATORIA   |
|---|---|----------------|
| MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN (PLAN 2016) | 4391029008.- SISTEMAS DINÁMICOS DISCRETOS Y CONTINUOS | Extraordinaria |

| FECHA         | MODELO     | CIUDAD DEL EXAMEN |
|---------------|------------|-------------------|
| 11-13/09/2020 | Modelo - C |                   |

Etiqueta identificativa

L

J

## INSTRUCCIONES GENERALES

- La duración del examen es de **2 horas**.
- Escribe únicamente con **bolígrafo/esfero azul o negro**.
- No está permitido utilizar más hojas de las que te facilita la UNIR (puedes utilizar folios para hacerte esquemas u organizarte pero **se entregarán junto al examen**).
- El examen ONLINE supone el 60%** de la calificación final de la asignatura. Es necesario aprobar el examen, para tener en cuenta la evaluación continua, aunque esta última sí se guardará para la siguiente convocatoria en caso de no aprobar.
- No olvides **rellenar EN TODAS LAS HOJAS los datos del cuadro** que hay en la parte superior con tus datos personales.
- El **DNI/NIE/PASAPORTE** debe estar sobre la mesa y disponible para su posible verificación.
- Apaga y retira del alcance los teléfonos móviles.**
- Retirar del alcance y visibilidad el smartwatch.**
- Las preguntas se contestarán en **CASTELLANO**.
- El profesor tendrá muy en cuenta las **faltas de ortografía** en la calificación final.
- Se permite el uso de **calculadora científica no programable**.
- Todas las respuestas deberán estar **debidamente justificadas**.
- No se podrán utilizar recursos externos**, tales como apuntes, acceso a internet o similares.  
El **acceso a internet** queda permitido **únicamente para la descarga y carga del examen en la plataforma de la asignatura**. Si en alguna de las respuestas se detecta un caso de copia de los materiales de la asignatura, de cualquier otra fuente (por ejemplo, internet) o de otros compañeros, el examen tendrá una calificación de 0 puntos, y también la pérdida total de la nota de la evaluación continua.

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**

| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

## Puntuación

### DESARROLLO

- Puntuación máxima 10.00 puntos

NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA

Vas a comenzar el examen de Sistemas Dinámicos Discretos y Continuos:

- Puntuación máxima: 10 puntos.
- Cada pregunta tiene una calificación máxima de 2 puntos.
- Todas las respuestas se deben justificar y razonar, incluyendo todos los pasos utilizados en su desarrollo hasta llegar al resultado final.
- Asegúrate de que tienes las gráficas necesarias para desarrollar los problemas al final del examen.
- Indica claramente a qué pregunta y apartado corresponde cada respuesta.

Dispones de 2 horas para realizar el examen. ¡Ánimo y suerte!

1. El campo de direcciones es una herramienta gráfica utilizada en sistemas dinámicos continuos modelizados por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias.

(a) Describe con tus propias palabras en qué consiste, qué representa y cuáles son sus características fundamentales.

(b) La Figura 1 (ver anexo) corresponde al campo de direcciones de un determinado sistema dinámico continuo  $x' = F(t, x)$ . Describe las características dinámicas que observas en la gráfica.

NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA

| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |



| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

2. Transforma la siguiente ecuación diferencial de segundo orden

$$x'' + 2xx' - x^2 - 3x = 0.$$

en un sistema de dos ecuaciones diferenciales de orden uno y calcula:

- (a) Puntos fijos y puntos de equilibrio del sistema resultante.
- (b) Linealiza el sistema y calcula los valores propios. Indica de qué tipo son los puntos de equilibrio.
- (c) Calcula la solución general del sistema lineal.

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**





| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

3. Realiza un estudio dinámico real completo de la siguiente función racional:

$$G(x) = x - k \frac{x^3 + 1}{3x^2}$$

Calculando:

- (a) Puntos fijos.
- (b) Estabilidad de los puntos fijos en función de  $k \in \mathbb{R}$
- (c) Puntos críticos.
- (d) ¿Qué herramientas gráficas se pueden utilizar para completar el estudio dinámico real? Explica brevemente en qué consiste cada una de ellas.

NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA

| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |



| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

4. Estudia la dinámica del método de Newton amortiguado (llama  $k$  al parámetro) aplicado al polinomio

$$p(z) = z^3 - z,$$

en función de  $k \in \mathbb{C}$ , determinando:

- (a) Puntos fijos y su carácter en función del parámetro  $k$ .
- (b) Puntos críticos.
- (c) ¿Qué herramientas gráficas utilizarías para determinar la dinámica compleja por completo? Explica brevemente su funcionamiento.

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**

| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |





| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

5. El plano dinámico es una herramienta gráfica utilizada para el estudio de la estabilidad de sistemas dinámicos discretos asociados a los métodos iterativos de variable compleja.

(a) Describe con tus propias palabras en qué consiste, qué representa y cuáles son sus características fundamentales.

(b) La Figura 2 (ver anexo) corresponde al plano dinámico asociado al operador de punto fijo de un determinado método iterativo. Describe las características dinámicas que observas en la gráfica.

**NO UTILIZAR ESTA  
PARTE DE LA HOJA**



| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

DESARROLLO - Pregunta 1

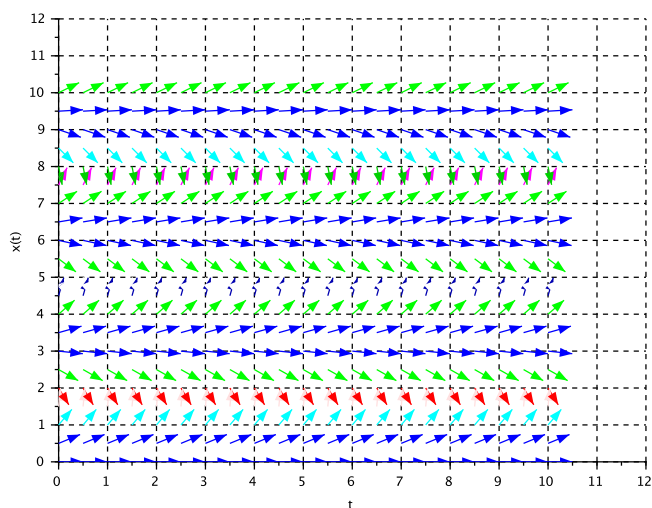


Figura 1. Problema 1. Campo de direcciones

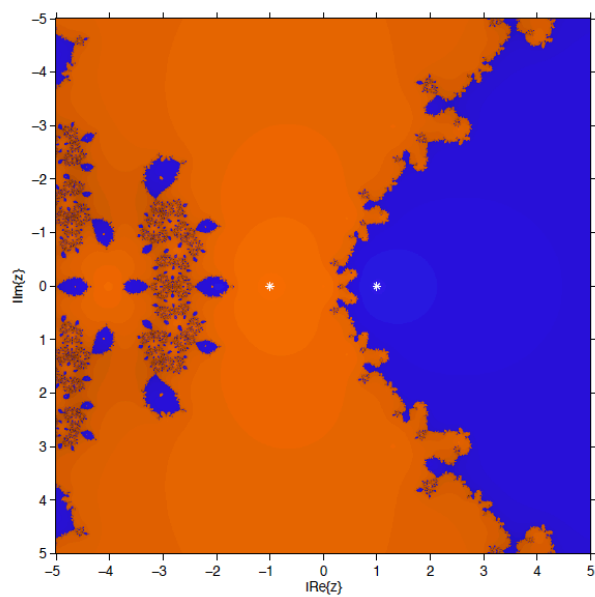


Figura 2. Problema 5. Plano dinámico

| DATOS PERSONALES |      | FIRMA |
|------------------|------|-------|
| Nombre:          | DNI: |       |
| Apellidos:       |      |       |

**B O R R A D O R**  
**PÁGINA NO VÁLIDA PARA RESPONDER**

**B O R R A D O R**  
**PÁGINA NO VÁLIDA PARA RESPONDER**