Ejercicios tipo examen
Sesión de refuerzo

Sistemas Dinámicos Discretos y Continuos

Dra. Neus Garrido Sàez

Máster en Ingeniería Matemática y Computación
Escuela Superior en Ingeniería y Tecnología

Contenido

1

Ejercicio 1

Ejercicio 1

Enunciado

Considera el siguiente sistema dinámico: $\left\{ \begin{array}{rcl} 2x' & = & x - 2y + x^2 \\ 2y' & = & 2x + y + y^2 \end{array} \right.$

(1) Calcula los puntos fijos y de equilibrio.

(2) Linealiza el sistema y calcula los valores propios y di de qué tipo son los puntos de equilibrio.

(3) Esboza el plano de fases del sistema linealizado.

Ejercicio 1

Enunciado

Considera el siguiente sistema dinámico: $\left\{\begin{array}{rcl} 2x' & = & x-2y+x^2 \\ 2y' & = & 2x+y+y^2 \end{array}\right.$

(1) Calcula los puntos fijos y de equilibrio.

(2) Linealiza el sistema y calcula los valores propios y di de qué tipo son los puntos de equilibrio.

(3) Esboza el plano de fases del sistema linealizado.

(1) Puntos fijos:

$$\left\{\begin{array}{rcl} \frac{1}{2}x-y+\frac{1}{2}x^2 & = & x \\ \\ x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}y^2 & = & y \end{array}\right. \Rightarrow \quad X^F=(0,0)$$

Puntos de equilibrio:

$$\left\{\begin{array}{rcl} \frac{1}{2}x-y+\frac{1}{2}x^2 & = & 0 \\ \\ x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}y^2 & = & 0 \end{array}\right. \Rightarrow \quad X^*=(0,0)$$

Enunciado

Considera el siguiente sistema dinámico: $\left\{ \begin{array}{rcl} 2x' & = & x - 2y + x^2 \\ 2y' & = & 2x + y + y^2 \end{array} \right.$

(1) Calcula los puntos fijos y de equilibrio.

(2) Linealiza el sistema y calcula los valores propios y di de qué tipo son los puntos de equilibrio.

(3) Esboza el plano de fases del sistema linealizado.

(2) Sistema linealizado: $X' = AX$

$$J_F(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + x & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} + y \end{bmatrix} \Rightarrow A = J_F(X^*) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Valores propios:

$$|A - \lambda I| = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \lambda & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} - \lambda \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda + \frac{5}{4} = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} \lambda_1 & = & 1/2 + i \\ \lambda_2 & = & 1/2 - i \end{array} \right.$$

$\Rightarrow \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C},\ Re(\lambda) > 0 \Rightarrow X^*$ espiral fuente

Enunciado

Considera el siguiente sistema dinámico: $\left\{ \begin{array}{rcl} 2x' & = & x - 2y + x^2 \\ 2y' & = & 2x + y + y^2 \end{array} \right.$

(1) Calcula los puntos fijos y de equilibrio.

(2) Linealiza el sistema y calcula los valores propios y di de qué tipo son los puntos de equilibrio.

(3) Esboza el plano de fases del sistema linealizado.

(3) $\lambda_1 = 1/2 + i$, $\vec{v_1} = [i \quad 1]^T$
Solución general:

$$\boxed{X(t) = C_1 Re\left\{e^{\lambda_1 t}\vec{v_1}\right\} + C_2 Im\left\{e^{\lambda_1 t}\vec{v_1}\right\}}$$

$$e^{\lambda_1 t}\vec{v_1} = e^{\frac{1}{2}t}e^{it}\begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix} = e^{\frac{1}{2}t}(\cos(t) + i\sin(t))\begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix} = e^{\frac{1}{2}t}\begin{bmatrix} -\sin(t) \\ \cos(t) \end{bmatrix} + ie^{\frac{1}{2}t}\begin{bmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = -C_1 e^{\frac{1}{2}t}\sin(t) + C_2 e^{\frac{1}{2}t}\cos(t) \\ y(t) = C_1 e^{\frac{1}{2}t}\cos(t) + C_2 e^{\frac{1}{2}t}\sin(t) \end{cases}$$

Ejercicio 1

Enunciado

Considera el siguiente sistema dinámico: $\left\{\begin{array}{rcl} 2x' & = & x - 2y + x^2 \\ 2y' & = & 2x + y + y^2 \end{array}\right.$

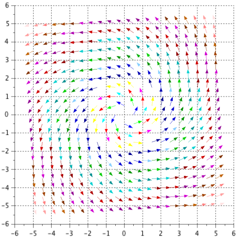
(1) Calcula los puntos fijos y de equilibrio.

(2) Linealiza el sistema y calcula los valores propios y di de qué tipo son los puntos de equilibrio.

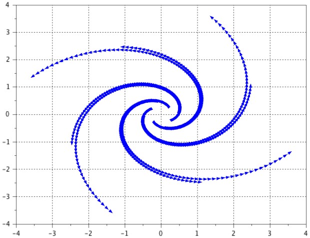
(3) Esboza el plano de fases del sistema linealizado.

(3)

Campo de direcciones:



Plano de fases:



2

Ejercicio 2

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3 + 1}{5x^2}$$

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3 + 1}{5x^2}$$

- Puntos fijos:

$$f_\lambda(x) = x \Leftrightarrow \lambda \frac{x^3 + 1}{5x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^* = -1$$

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3+1}{5x^2}$$

- Puntos fijos:

$$f_\lambda(x) = x \Leftrightarrow \lambda \frac{x^3+1}{5x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^* = -1$$

- Estabilidad de los puntos fijos:

$$f_\lambda'(x) = \frac{1}{5}\left(\lambda - \frac{2\lambda}{x^3} + 5\right) \Rightarrow |f_\lambda'(x^*)| = \frac{1}{5}|3\lambda + 5| \begin{cases} < 1 \Rightarrow & x^* \text{ atractor} \\ > 1 \Rightarrow & x^* \text{ repulsor} \\ = 1 \Rightarrow & x^* \text{ neutro} \end{cases}$$

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda\frac{x^3+1}{5x^2}$$

- Puntos fijos:

$$f_\lambda(x) = x \Leftrightarrow \lambda\frac{x^3+1}{5x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3+1=0 \Leftrightarrow x^* = -1$$

- Estabilidad de los puntos fijos:

$$f'_\lambda(x) = \frac{1}{5}\left(\lambda - \frac{2\lambda}{x^3} + 5\right) \Rightarrow |f'_\lambda(x^*)| = \frac{1}{5}|3\lambda+5| \begin{cases} <1 \Rightarrow & x^* \text{ atractor} \\ >1 \Rightarrow & x^* \text{ repulsor} \\ =1 \Rightarrow & x^* \text{ neutro} \end{cases}$$

  - Si $\lambda \in \left(-\frac{10}{3}, 0\right) \Rightarrow x^*$ es atractor

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3+1}{5x^2}$$

- Puntos fijos:

$$f_\lambda(x) = x \Leftrightarrow \lambda \frac{x^3+1}{5x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^* = -1$$

- Estabilidad de los puntos fijos:

$$f'_\lambda(x) = \frac{1}{5}\left(\lambda - \frac{2\lambda}{x^3} + 5\right) \Rightarrow |f'_\lambda(x^*)| = \frac{1}{5}|3\lambda + 5| \begin{cases} < 1 \Rightarrow & x^* \text{ atractor} \\ > 1 \Rightarrow & x^* \text{ repulsor} \\ = 1 \Rightarrow & x^* \text{ neutro} \end{cases}$$

  - Si $\lambda \in \left(-\frac{10}{3}, 0\right) \Rightarrow x^*$ es atractor
  - Si $\lambda \in \left(-\infty, -\frac{10}{3}\right) \cup (0, +\infty) \Rightarrow x^*$ es repulsor

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3+1}{5x^2}$$

- Puntos fijos:

$$f_\lambda(x) = x \Leftrightarrow \lambda \frac{x^3+1}{5x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3+1 = 0 \Leftrightarrow x^* = -1$$

- Estabilidad de los puntos fijos:

$$f'_\lambda(x) = \frac{1}{5}\left(\lambda - \frac{2\lambda}{x^3} + 5\right) \Rightarrow |f'_\lambda(x^*)| = \frac{1}{5}|3\lambda+5| \begin{cases} < 1 \Rightarrow & x^* \text{ atractor} \\ > 1 \Rightarrow & x^* \text{ repulsor} \\ = 1 \Rightarrow & x^* \text{ neutro} \end{cases}$$

  - Si $\lambda \in \left(-\frac{10}{3}, 0\right) \Rightarrow x^*$ es atractor
  - Si $\lambda \in \left(-\infty, -\frac{10}{3}\right) \cup (0, +\infty) \Rightarrow x^*$ es repulsor
  - Si $\lambda = \left\{-\frac{10}{3}, 0\right\} \Rightarrow x^*$ es neutro

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3 + 1}{5x^2}$$

- Los puntos en los que se producen las bifurcaciones satisfacen:
  (i) $f_\lambda(x^*) = x^*$
  (ii) $|f'_\lambda(x^*)| = 1$

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3 + 1}{5x^2}$$

- Los puntos en los que se producen las bifurcaciones satisfacen:
  (i) $f_\lambda(x^*) = x^*$
  (ii) $|f'_\lambda(x^*)| = 1$
- Puntos de bifurcación:

$$|f'_\lambda(x^*)| = 1 \Leftrightarrow \lambda = \left\{-\frac{10}{3}, 0\right\}$$

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3 + 1}{5x^2}$$

- Los puntos en los que se producen las bifurcaciones satisfacen:
  (i) $f_\lambda(x^*) = x^*$
  (ii) $|f'_\lambda(x^*)| = 1$
- Puntos de bifurcación:

$$|f'_\lambda(x^*)| = 1 \Leftrightarrow \lambda = \left\{-\frac{10}{3}, 0\right\}$$

- Puntos críticos:

$$f'_\lambda(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{2\lambda}{5+\lambda} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{2\lambda}{5+\lambda}}$$

Ejercicio 2

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3 + 1}{5x^2}$$

- Los puntos en los que se producen las bifurcaciones satisfacen:
  (i) $f_\lambda(x^*) = x^*$
  (ii) $|f'_\lambda(x^*)| = 1$
- Puntos de bifurcación:

$$|f'_\lambda(x^*)| = 1 \Leftrightarrow \lambda = \left\{-\frac{10}{3}, 0\right\}$$

- Puntos críticos:

$$f'_\lambda(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{2\lambda}{5+\lambda} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{2\lambda}{5+\lambda}}$$

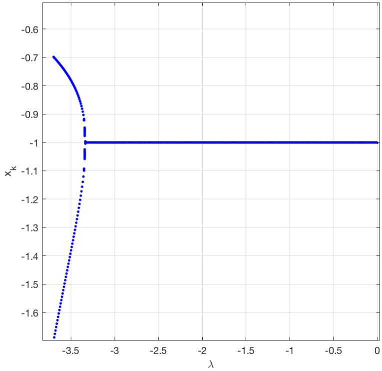
¿Cuáles son las representaciones gráficas fundamentales para dinámica real?

Enunciado

Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3+1}{5x^2}$$

Diagrama de bifurcación



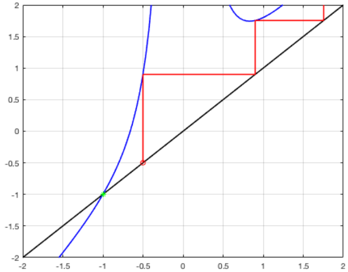
Ejercicio 2

Enunciado

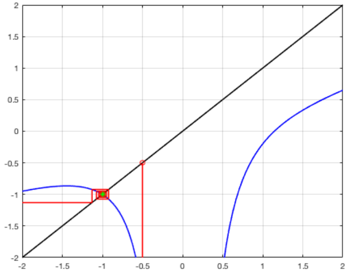
Realiza un estudio dinámico real de la siguiente familia de funciones:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda \frac{x^3 + 1}{5x^2}$$

Iteración gráfica (Diagramas de Verhulst)



(a) $\lambda = 2$, $x_0 = -0.5$



(b) $\lambda = -1$, $x_0 = -0.5$

3

Ejercicio 3

Ejercicio 3

Enunciado

Consideremos el método de Traub, con orden de convergencia cúbico y expresión iterativa:

$$\begin{aligned} y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\ x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned}$$

Calcula:

1. Índice de eficiencia.
2. ¿Es un método iterativo óptimo?
3. Operador de punto fijo resultante de aplicar el método de Traub sobre la familia de polinomios $p(z) = z^2 + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
4. Estudio dinámico complejo del operador de punto fijo anterior.

Ejercicio 3

Método de Traub

$$
\begin{aligned}
y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\
x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots
\end{aligned}
$$

Ejercicio 3

Método de Traub

$$\begin{aligned} y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\ x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned}$$

- Orden de convergencia: $p = 3$

Método de Traub

$$
\begin{aligned}
y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\
x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots
\end{aligned}
$$

- Orden de convergencia: $p = 3$
- Evaluaciones funcionales: $f(x_k)$, $f(y_k)$, $f'(x_k) \Rightarrow d = 3$

Ejercicio 3

Método de Traub

$$
\begin{aligned}
y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\
x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots
\end{aligned}
$$

- Orden de convergencia: $p = 3$
- Evaluaciones funcionales: $f(x_k)$, $f(y_k)$, $f'(x_k) \Rightarrow d = 3$
- Índice de eficiencia: $I = p^{1/d} = 3^{1/3} \approx 1.4422$

Ejercicio 3

Método de Traub

$$
\begin{aligned}
y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\
x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots
\end{aligned}
$$

- Orden de convergencia: $p = 3$
- Evaluaciones funcionales: $f(x_k)$, $f(y_k)$, $f'(x_k) \Rightarrow d = 3$
- Índice de eficiencia: $I = p^{1/d} = 3^{1/3} \approx 1.4422$
- Optimalidad: $p = 2^{d-1}$

Ejercicio 3

Método de Traub

$$\begin{aligned} y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\ x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned}$$

- Orden de convergencia: $p = 3$
- Evaluaciones funcionales: $f(x_k)$, $f(y_k)$, $f'(x_k) \Rightarrow d = 3$
- Índice de eficiencia: $I = p^{1/d} = 3^{1/3} \approx 1.4422$
- Optimalidad: $p = 2^{d-1} \Rightarrow$ El método de Traub no es óptimo $(3 \neq 2^2)$

Método de Traub

$$\begin{aligned} y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\ x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned}$$

- Orden de convergencia: $p = 3$
- Evaluaciones funcionales: $f(x_k)$, $f(y_k)$, $f'(x_k) \Rightarrow d = 3$
- Índice de eficiencia: $I = p^{1/d} = 3^{1/3} \approx 1.4422$
- Optimalidad: $p = 2^{d-1} \Rightarrow$ El método de Traub no es óptimo $(3 \neq 2^2)$
- Operador de punto fijo:

Ejercicio 3

Método de Traub

$$\begin{aligned} y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\ x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

- Orden de convergencia: $p = 3$
- Evaluaciones funcionales: $f(x_k)$, $f(y_k)$, $f'(x_k) \Rightarrow d = 3$
- Índice de eficiencia: $I = p^{1/d} = 3^{1/3} \approx 1.4422$
- Optimalidad: $p = 2^{d-1} \Rightarrow$ El método de Traub no es óptimo $(3 \neq 2^2)$
- Operador de punto fijo:

Paso 1: $\qquad y = z - \dfrac{z^2 + \lambda}{2z} = \dfrac{z^2 - \lambda}{2z}$

Ejercicio 3

Método de Traub

$$
\begin{aligned}
y_k &= x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \\
x_{k+1} &= y_k - \frac{f(y_k)}{f'(x_k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots
\end{aligned}
$$

- Orden de convergencia: $p = 3$
- Evaluaciones funcionales: $f(x_k)$, $f(y_k)$, $f'(x_k) \Rightarrow d = 3$
- Índice de eficiencia: $I = p^{1/d} = 3^{1/3} \approx 1.4422$
- Optimalidad: $p = 2^{d-1} \Rightarrow$ El método de Traub no es óptimo $(3 \neq 2^2)$
- Operador de punto fijo:

Paso 1: $$y = z - \frac{z^2 + \lambda}{2z} = \frac{z^2 - \lambda}{2z}$$

Paso 2: $$O_\lambda(z) = y - \frac{y^2 + \lambda}{2z} = \frac{z^2 - \lambda}{2z} - \frac{\left(\frac{z^2 - \lambda}{2z}\right)^2 + \lambda}{2z} = \frac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$$

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F$$

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F \quad \Leftrightarrow \quad z^F = \begin{cases} z_1^F = -i\sqrt{\lambda}, \\ z_2^F = i\sqrt{\lambda}, \\ z_3^F = -i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \\ z_4^F = i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \end{cases}$$

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F \quad \Leftrightarrow \quad z^F = \begin{cases} z_1^F = -i\sqrt{\lambda}, \\ z_2^F = i\sqrt{\lambda}, \\ z_3^F = -i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \\ z_4^F = i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \end{cases}$$

- Estabilidad:

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F \quad \Leftrightarrow \quad z^F = \begin{cases} z_1^F = -i\sqrt{\lambda}, \\ z_2^F = i\sqrt{\lambda}, \\ z_3^F = -i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \\ z_4^F = i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \end{cases}$$

- Estabilidad:

$$O'_\lambda(z) = \frac{3(z^2+\lambda)^2}{8z^4}$$

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F \quad \Leftrightarrow \quad z^F = \begin{cases} z_1^F = -i\sqrt{\lambda}, \\ z_2^F = i\sqrt{\lambda}, \\ z_3^F = -i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \\ z_4^F = i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \end{cases}$$

- Estabilidad:

$$O'_\lambda(z) = \frac{3(z^2+\lambda)^2}{8z^4} \Rightarrow \begin{cases} O'_\lambda(z^F_{1,2}) = 0 < 1 \quad \Rightarrow \quad z_1^F \text{ y } z_2^F \text{ superatractores} \\ O'_\lambda(z^F_{3,4}) = 6 > 1 \quad \Rightarrow \quad z_3^F \text{ y } z_4^F \text{ repulsores} \end{cases}$$

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F \quad \Leftrightarrow \quad z^F = \begin{cases} z_1^F = -i\sqrt{\lambda}, \\ z_2^F = i\sqrt{\lambda}, \\ z_3^F = -i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \\ z_4^F = i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \end{cases}$$

- Estabilidad:

$$O'_\lambda(z) = \frac{3(z^2+\lambda)^2}{8z^4} \Rightarrow \begin{cases} O'_\lambda(z_{1,2}^F) = 0 < 1 \quad \Rightarrow \quad z_1^F \text{ y } z_2^F \text{ superatractores} \\ O'_\lambda(z_{3,4}^F) = 6 > 1 \quad \Rightarrow \quad z_3^F \text{ y } z_4^F \text{ repulsores} \end{cases}$$

- Puntos críticos libres:

$$O'_\lambda(z) = 0$$

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F \quad \Leftrightarrow \quad z^F = \begin{cases} z_1^F = -i\sqrt{\lambda}, \\ z_2^F = i\sqrt{\lambda}, \\ z_3^F = -i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \\ z_4^F = i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \end{cases}$$

- Estabilidad:

$$O'_\lambda(z) = \frac{3(z^2+\lambda)^2}{8z^4} \Rightarrow \begin{cases} O'_\lambda(z_{1,2}^F) = 0 < 1 & \Rightarrow \quad z_1^F \text{ y } z_2^F \text{ superatractores} \\ O'_\lambda(z_{3,4}^F) = 6 > 1 & \Rightarrow \quad z_3^F \text{ y } z_4^F \text{ repulsores} \end{cases}$$

- Puntos críticos libres:

$$O'_\lambda(z) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad z^C = \left\{-i\sqrt{\lambda}, i\sqrt{\lambda}\right\}$$

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F \quad \Leftrightarrow \quad z^F = \begin{cases} z_1^F = -i\sqrt{\lambda}, \\ z_2^F = i\sqrt{\lambda}, \\ z_3^F = -i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \\ z_4^F = i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \end{cases}$$

- Estabilidad:

$$O'_\lambda(z) = \frac{3(z^2+\lambda)^2}{8z^4} \Rightarrow \begin{cases} O'_\lambda(z_{1,2}^F) = 0 < 1 \quad \Rightarrow \quad z_1^F \text{ y } z_2^F \text{ superatractores} \\ O'_\lambda(z_{3,4}^F) = 6 > 1 \quad \Rightarrow \quad z_3^F \text{ y } z_4^F \text{ repulsores} \end{cases}$$

- Puntos críticos libres:

$$O'_\lambda(z) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad z^C = \left\{-i\sqrt{\lambda}, i\sqrt{\lambda}\right\}$$

$\Rightarrow \nexists$ puntos críticos libres

Ejercicio 3

Estudio dinámico complejo del operador $O_\lambda(z) = \dfrac{3z^4 - 6\lambda z^2 - \lambda^2}{8z^3}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- Puntos fijos:

$$O_\lambda(z^F) = z^F \quad \Leftrightarrow \quad z^F = \begin{cases} z_1^F = -i\sqrt{\lambda}, \\ z_2^F = i\sqrt{\lambda}, \\ z_3^F = -i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \\ z_4^F = i\sqrt{\dfrac{\lambda}{5}} \end{cases}$$

- Estabilidad:

$$O'_\lambda(z) = \frac{3(z^2+\lambda)^2}{8z^4} \Rightarrow \begin{cases} O'_\lambda(z_{1,2}^F) = 0 < 1 \quad \Rightarrow \quad z_1^F \text{ y } z_2^F \text{ superatractores} \\ O'_\lambda(z_{3,4}^F) = 6 > 1 \quad \Rightarrow \quad z_3^F \text{ y } z_4^F \text{ repulsores} \end{cases}$$

- Puntos críticos libres:

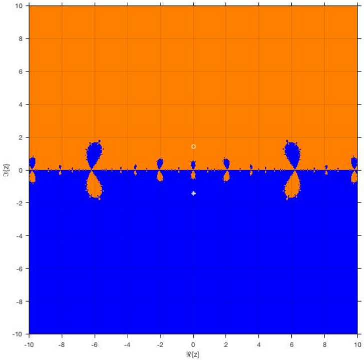
$$O'_\lambda(z) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad z^C = \left\{-i\sqrt{\lambda}, i\sqrt{\lambda}\right\}$$

$\Rightarrow \nexists$ puntos críticos libres $\Rightarrow \nexists$ plano de parámetros

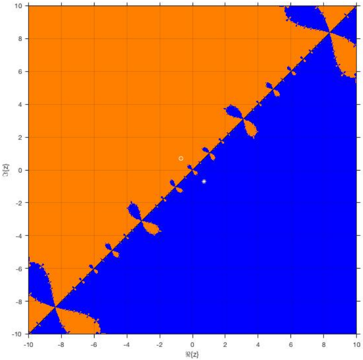
Ejercicio 3

Planos dinámicos $z_1^F = -i\sqrt{\lambda}$ $z_2^F = i\sqrt{\lambda}$

Planos dinámicos $\blacksquare$ $z_1^F = -i\sqrt{\lambda}$ $\blacksquare$ $z_2^F = i\sqrt{\lambda}$

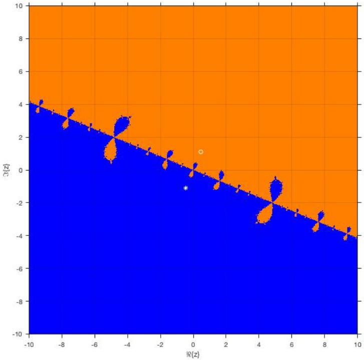


(e) $\lambda = 2$

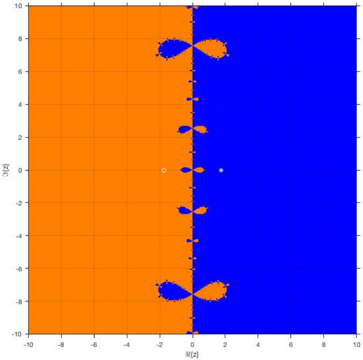


(f) $\lambda = i$

Planos dinámicos $z_1^F = -i\sqrt{\lambda}$ $z_2^F = i\sqrt{\lambda}$



(g) $\lambda = 1 - i$



(h) $\lambda = -3$

unir

LA UNIVERSIDAD
EN INTERNET