#### Modelado y Simulación Numérica Daniel Pérez Palau

Tema 9. Conceptos y elementos de simulación en eventos discretos



## Calendario

Carona	Oli 10				
	Semana	Tema	Refuerzo	Laboratorio	Actividad
09/11/2020					
16/11/2020	1	S0 + T1			
23/11/2020	2	T2			
30/11/2020	3	T3		L1	
07/12/2020	4	T4			
14/12/2020	5	T5			L1
21/12/2020		Semana de repaso	R-L1		
28/12/2020			Semana	de repaso	
04/01/2021	6	T6 + repaso			
11/01/2021	7	T6			
18/01/2021	8	T7			
25/01/2021	9	T7			AG
01/02/2021	10	T8			
08/02/2021	11	T9		L2	
15/02/2021	12	T10	R-AG1		
22/02/2021	13	T11			L2
01/03/2021	14	Sesión examen	R-L2		
08/03/2021	15	Repaso (sesión doble)			
15/03/2021	16		Semana F	Próximas sesio	nes
			_	FO /00/00 40	000ET\

Proximas sesiones T9-> (08/02 19:00CET) Lab-> (11/02 17-19 CET) T10 + S-G (16/02 17-18:30 CET)



#### Contenidos

- Tema 1. Conceptos generales de modelado matemático y simulación
- Tema 2. Modelado matemático de sistemas físicos
- Tema 3. Sistemas físicos y sus modelos
- Tema 4.Simulación
- Tema 5. Generación de números aleatorios
- Tema 6. Generación de variables aleatorias
- Tema 7. Medidas estadísticas
- Tema 8. Simulación de Monte Carlo
- Tema 9. Conceptos y elementos de simulación con eventos
- Tema 10. Modelado y simulación de sistemas de eventos discretos
- Tema 11. Software para modelado matemático y simulación



# Conceptos básicos

- Sistema: es un conjunto de entidades que interactúan entre sí a lo largo del tiempo con el propósito de alcanzar objetivos.
- Modelo: es la representación abstracta del sistema.
- Estado: del sistema, variables que contienen toda la información necesaria para describir el sistema.
- Entidades: cualquier objeto o componente que requiere una representación explícita.
- Atributos: son las propiedades de una determinada entidad.



# Conceptos básicos

- Lista: colección de entidades que están ordenadas de alguna manera lógica (ej: colas, pilas, etc).
- Evento: es un suceso instantáneo que cambia el estado del sistema (ej: llegada de un nuevo cliente).
- Notificación de un evento: es el registro de un evento que ocurre en el momento actual o en el futuro, incluye:
  - tipo de evento
  - tiempo en que se produce dicho evento.
- Lista de eventos: lista de notificaciones de eventos para eventos futuros ordenados por momento de ocurrencia.



# Conceptos básicos: Actividad

- Actividad (o espera incondicional) intervalo de tiempo de una longitud determinada que se conoce cuando comienza la actividad.
  - Distribución:
    - ser determinista
    - ser función de otras variables o atributos del sistema.

Puede cambiar en cada caso.

Se conoce como evento primario.



## Conceptos básicos: Retraso

- Retraso (o espera condicional) intervalo de tiempo de longitud indefinida, que no se conoce hasta que termina dicho retraso.
  - Se colocan en la cola de espera

No se representan mediante notificaciones de eventos y no aparecerán en la LEF.

Se conoce como evento condicional o secundario.



# Conceptos básicos: elementos

- Un generador de de números aleatorios uniformemente U(0,1).
- Un generador de v.a. con distribuciones específicas.
- Mecanismos de control y flujo del tiempo que tendrán lugar durante la simulación.
- Algoritmo de planificación de eventos/avance de tiempo que :
  - Determine el suceso que ocurrirá a continuación del actual.
  - Almacenamiento, eliminación o actualización de las notificaciones de eventos en la lista de eventos futuros.



# Conceptos básicos: elementos

- Recolección y análisis de los datos que se han generado a raíz de la simulación.
- Creación de informes y análisis de los resultados obtenidos.
- Detección de las posibles condiciones de error.



#### Mecanismos de avance

- La lista de eventos futuros es un elemento esencial del modelo de simulación.
- Se puede implantar el mecanismo que permite avanzar el tiempo de simulación y garantizar que todos los eventos se producen en un orden cronológico correcto.
- Esta lista contiene todas las notificaciones de los eventos que están programadas.



#### Mecanismos de avance

- La programación de un evento futuro consiste en
  - el instante que comienza una actividad
    - se calcula su duración o bien se establece como una muestra de una distribución estadística.
  - Luego, se almacena el evento de final de actividad junto con su tiempo.



#### Mecanismos de avance

- El algoritmo de planificación de eventos/ avance de tiempo determina la secuencia de acciones que debe realizar un simulador. Permite:
  - avanzar el reloj
  - construir una nueva instantánea del sistema en la que se muestra:
    - estado
    - entidades atributos
    - lista de eventos futuros.

#### Mecanismos de avance: inicio

- Al comenzar la simulación, debemos
  - establecer primera instantánea del sistema
    - inicializar el reloj a 0
    - establecer las condiciones iniciales del sistema.
    - determinar los instantes de ocurrencia de los eventos futuros más cercanos en el tiempo.

## Mecanismos de avance: progreso

#### En cada nuevo paso:

- 1. Eliminar la notificación del evento más próximo.
- 2. Avanzar el reloj.
- 3. Ejecutar el evento correspondiente y actualizar las variables de estado del sistema.
- 4. Si es necesario, generar nuevos eventos futuros y almacenar su notificación.
- 5. Actualizar contadores y estimadores estadísticos muestrales.

#### Estos pasos se repiten hasta que

- se alcance una condición determinada
- se llegue al tiempo de simulación prefijado.



#### Medidas de rendimiento

La **simulación** permite **recoger datos** sobre el estado del sistema.

A partir de la información recogida se pueden

- estimar los parámetros de rendimiento del sistema.
  - la longitud media de la cola de espera,
  - el tiempo medio de espera en la cola,
  - el tiempo de servicio,
  - el número de clientes rechazados si la cola es finita,
  - etc.



## Distribuciones habituales

La distribución del tiempo entre llegadas y la de los tiempos de servicio, suelen ser exponenciales.

 $\parallel$ 

La distribución del número de llegadas por unidad de tiempo suele ser una distribución de Poisson.

También pueden considerarse otras distribuciones (normal, Erlang,...)

Recomendación: realizar un **análisis de la robustez** para verificar la **sensibilidad de las medidas del rendimiento** respecto a la forma de las distribuciones de entrada.

# **Aplicaciones**

La simulación se aplica al estudio de sistemas de naturaleza muy diversa.

- resolver problemas operativos en sistemas que ya existen
- Mejorar el comportamiento del sistema.

#### Ejemplos

Simulación de:

- procesos financieros y análisis de inversiones.
- procesos hospitalarios y médicos.
- del rendimiento de sistemas de espera



# **Aplicaciones**

#### Ejemplos

#### Análisis de:

- sistemas de producción y cadenas de montaje.
- redes y sistemas de comunicación.
- sistemas de transporte.
- sistemas de computación y cálculo intensivo.
- de inventarios.



¿Una cola o varias colas?

Queremos estudiar las colas en un supermercado.

Datos de los que disponemos:

Afluencia de clientes:

- Valle  $\sim \exp\left(\frac{1}{7}\right)$
- Punta  $\sim \exp(1)$

¿Una cola o varias colas?

Queremos estudiar las colas en un supermercado.

Datos de los que disponemos:

Eficiencia personal

Tiempo	Operario 1	Operario 2
2	30%	15%
2,5	20%	15%
3	25%	40%
3,5	0%	20%
4	resto	resto



Con estos datos el dueño quiere saber qué estrategia utilizar. Para ello se pregunta:

- En hora valle:
  - ¿Son necesarios 2 cajeros?
  - Si con uno es suficiente, ¿debo poner el cajero A o el cajero B?
- En hora punta:
  - ¿Merece la pena instaurar un sistema de cola única o, por el contrario, es mejor tener dos colas una para cada caja?



El sistema tendrá los siguientes componentes:

- 1. Estado del sistema:
  - $-L_0(t)$ : número de clientes en espera
  - $-L_A(t)$ : 0 si operario A ocupado, 1 si libre
  - $-L_B(t)$ : 0 si operario B ocupado, 1 si libre
- 2. Entidades: no se requieren entidades (salvo si queremos estadísticas).
- 3. Eventos:
  - Entrada de un cliente (tipo E),
  - fin de atención operario A (tipo SA)
  - Fin de atención operario B (tipo SB)



El sistema tendrá los siguientes componentes:

#### Actividades:

- Tiempo entre entradas
- Tiempo de servicio operario A
- Tiempo de servicio operario B

#### 5. Retrasos:

Si los dos operarios ocupados → espero



Algunas pregutnas para realizar correctamente el modelo:

- 1. ¿Cómo afecta cada evento al estado del sistema? ¿Y a los atributos de las entidades?
- 2. ¿Las actividades son deterministas, aleatorias o siguen un patrón?
- 3. ¿Qué evento marca el inicio y el final de cada actividad?
- 4. ¿Puede una actividad empezar independientemente del estado del sistema o está condicionado al estado?
- 5. ¿Qué evento determina el comienzo de un retraso? ¿Y su fin?
- 6. ¿Cuál es el estado del sistema en t = 0?
- 7. ¿Qué eventos deben generarse cuando se inicie el sistema?



Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q, L_A, L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 2$
E, $t = 4$
E, $t = 7.5$

Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q, L_A, L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$
1	(0,1,0)	

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 2$
E, $t = 4$
SA, $t = 5$
E, $t = 7.5$

Generamos nuevo evento: SA, t=5

Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q, L_A, L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$
1	(0,1,0)	E, $t = 3$

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 3$
E, $t = 4$
SA, $t = 5$
E, $t = 7.5$

Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q, L_A, L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$
1	(0,1,0)	E, $t = 3$
3	(0,1,1)	

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 3$
E, $t = 4$
SA, $t = 5$
E, $t = 7.5$
SB, $t = 8$

Evento tipo E A ocupado  $\rightarrow$  modificamos  $L_B$ Generamos nuevo evento: SB, t=8

Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q, L_A, L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$
1	(0,1,0)	E, $t = 3$
3	(0,1,1)	E, t=4

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 3$
E, $t = 4$
SA, $t = 5$
E, $t = 7.5$
SB, $t = 8$

Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q, L_A, L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$
1	(0,1,0)	E, $t = 3$
3	(0,1,1)	E, t=4
4	(1,1,1)	

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 3$
E, $t = 4$
SA, $t = 5$
E, $t = 7.5$
SB, $t = 8$

Evento tipo E A ocupado  $\rightarrow$  modificamos  $L_Q$  inicio de un retraso

Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q, L_A, L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$
1	(0,1,0)	E, $t = 3$
3	(0,1,1)	E, t=4
4	(1,1,1)	SA, $t = 5$

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 3$
E, $t = 4$
SA, $t = 5$
E, $t = 7.5$
SB, $t = 8$

Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q, L_A, L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$
1	(0,1,0)	E, $t = 3$
3	(0,1,1)	E, $t = 4$
4	(1,1,1)	SA, $t = 5$
5	(0,1,1)	

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 3$
E, $t = 4$
SA, $t = 5$
E, $t = 7.5$
SB, $t = 8$
SA, $t = 10.5$

Evento tipo SA Se libera A

comprobamos si hay cola ( $L_Q = 1 > 0$ )

A sigue ocupado per se reduce la cola fin de un retraso

Generamos siguiente evento tipo SA

Reloj	Estado del sistema $\left(L_Q,L_A,L_B ight)$	Siguiente LEF
0	(0,0,0)	E, $t = 1$
1	(0,1,0)	E, $t = 3$
3	(0,1,1)	E, $t = 4$
4	(1,1,1)	SA, $t = 5$
5	(0,1,1)	E, $t = 7,5$

LEF
$E\;t=1$
E, $t = 3$
E, $t = 4$
SA, $t = 5$
E, $t = 7,5$
SB, $t = 8$
SA, $t = 10.5$

Evento tipo SA Se libera A comprobar

comprobamos si hay cola ( $L_Q = 1 > 0$ )

A sigue ocupado per se reduce la cola fin de un retraso

Generamos siguiente evento tipo SA

#### En el laboratorio se solicita:

- 1. Simulación en hora valle
  - a. Función de generación de afluencia de clientes
  - b. Función de cálculo de tiempo de atención
  - c. Función de avance del tiempo
- 2. Simulación en hora punta 1
  - a. Generación de afluencia de clientes
  - b. Tiempo de atención para cada operario
  - c. Simulaciones
    - i. Cola única
    - ii. Dos colas

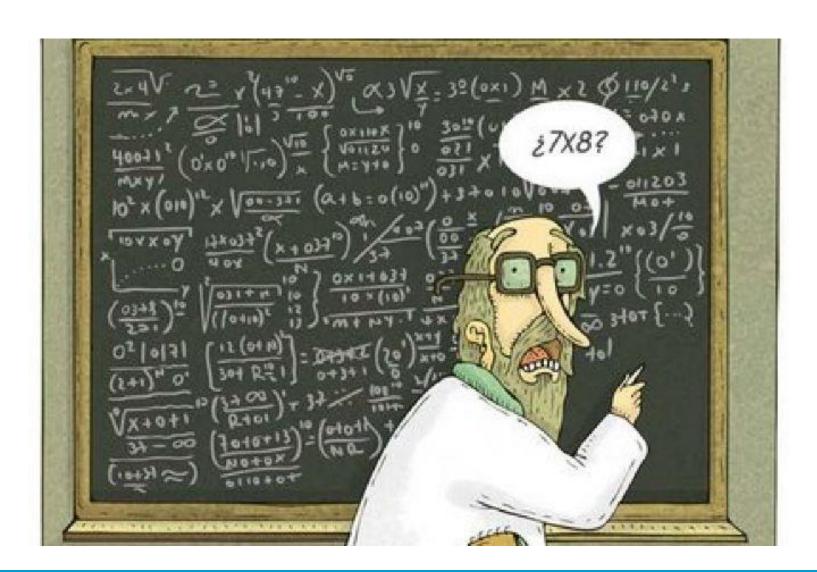


#### Formato de entrega:

- Memoria de trabajo con
  - Las fórmulas/funciones empleadas y su justificación.
  - Los resultados obtenidos para cada simulación.
  - Las conclusiones de cada modelo.
  - Las respuestas al propietario de ModySim.



## ¿Dudas?







www.unir.net