

## Tema 10. Modelado y Simulación de sistemas de eventos discretos

# Calendario

	Semana	Tema	Refuerzo	Laboratorio	Actividad
09/11/2020					
16/11/2020	1	S0 + T1			
23/11/2020	2	T2			
30/11/2020	3	T3			
07/12/2020	4	T4			
14/12/2020	5	T5			
21/12/2020	--	Semana de repaso	R-L1		
28/12/2020	--		Semana de repaso		
04/01/2021	6	T6 + repaso			
11/01/2021	7	T6			
18/01/2021	8	T7			
25/01/2021	9	T7			AG
01/02/2021	10	T8			
08/02/2021	11	T9		L2	
15/02/2021	12	T10	R-AG1		
22/02/2021	13	T11			L2
01/03/2021	14	Sesión examen	R-L2		
08/03/2021	15	Repaso (sesión doble)			
15/03/2021	16		Semana de exámenes		

Próximas sesiones  
T10 + S-G (16/02 17-18:30 CET)  
T11 (22/02 18:00 CET)

# Contenidos

- Tema 1. Conceptos generales de modelado matemático y simulación
- Tema 2. Modelado matemático de sistemas físicos
- Tema 3. Sistemas físicos y sus modelos
- Tema 4. Simulación
- Tema 5. Generación de números aleatorios
- Tema 6. Generación de variables aleatorias
- Tema 7. Medidas estadísticas
- Tema 8. Simulación de Monte Carlo
- Tema 9. Conceptos y elementos de simulación con eventos
- Tema 10. Modelado y simulación de sistemas de eventos discretos
- Tema 11. *Software* para modelado matemático y simulación

# Eventos discretos (etapas)

1. Determinar características de las entradas
  - distribuciones de probabilidad continuas o discretas.
2. Construcción la tabla de simulación. Contiene
  - Entradas
  - Salidas
3. Para cada entrada de la tabla se genera
  - un valor para cada una de las entradas
  - se calcula el valor de respuesta.

# Eventos discretos (elementos principales)


- Variables de entrada:
  - fenómenos reales,
  - no tenemos control sobre ellas

Llegada de clientes  
Demanda de productos  
...
- Parámetros de diseño:
  - Determinan la configuración
  - Podemos establecer control durante la fase de diseño.

Número de operarios  
...
- Variables de salida:
  - Determinadas por las variables de entrada y parámetros
  - Control a través de los parámetros

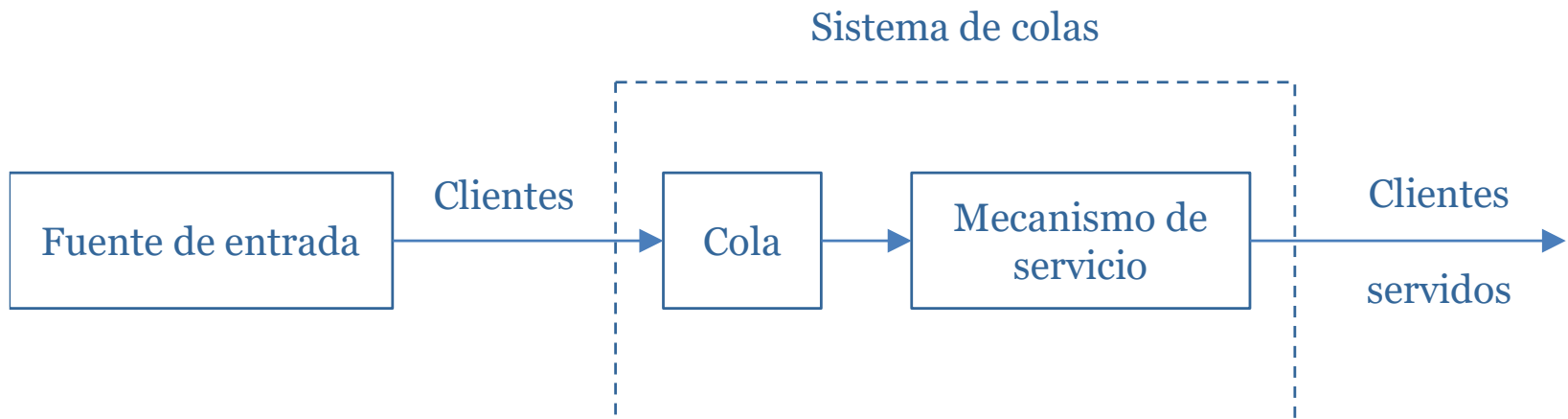
Tiempo de espera  
Tiempo de procesado  
...

# Eventos discretos (sistemas de colas)

- Los modelos de colas describen sistemas con líneas de espera.
  - Objetivo: encontrar el estado estable del sistema y su capacidad de servicio.
  - Variables a analizar:
    - Tasa de llegada
    - Tasa de servicio
- Aleatoriedad
- 
- Caracterización de los sistemas de colas:
    - Distribución de la enterada
    - Número de servidores
    - Tiempo de servicio
    - Capacidad del sistema
    - Disciplina de cola

# Eventos discretos (sistemas de colas)

## Esquema básico



# Sistemas de colas: elementos

Población de entrada

- Finita
- Infinita
  - Llegadas determinista, o aleatoria.

Tasa media de llegadas:  $n^0$  medio de llegadas por unidad de tiempo

- Población infinita  $\rightarrow$  tasa media “constante”
- Población finita  $\rightarrow$  tasa media depende del tiempo y  $n^0$  clientes en el sistema

Capacidad del sistema de cola:  $n^0$  de clientes que pueden esperar.

- Finita
  - Existe tasa de rechazo
- Infinita



# Sistemas de colas: distr. habituales

**El número de llegadas por unidad de tiempo** (poblaciones infinitas):  
**distribución de Poisson** con parámetro  $\lambda$

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

( $\lambda$  es la tasa de llegadas por unidad de tiempo).

**El tiempo entre llegadas se distribuye exponencialmente** con media  $1/\lambda$  unidades de tiempo.

**El número de llegadas que se produce en un intervalo de  $t$  UT:**  
**distribución de Poisson de media  $\lambda t$ .**

**La entrada es un proceso aleatorio IID.**

# Sistemas de colas: la cola

La **cola** representa el lugar en el que los **clientes esperan** a ser atendidos:

- **Tamaño:**
  - Finito
  - Infinito
- **Comportamiento de los clientes en la cola:**
  - Cliente se va si la cola es muy larga y luego reintenta,
  - Cliente se va si la salida de la cola se alarga,
  - Clientes que pasan de una cola a otra buscando la más corta
- **Disciplina de la cola:** orden lógico de los clientes que se encuentran en la cola y que determina cuál de los clientes sale de la cola cuando un servidor se ha quedado libre.

# Sistemas de colas: disciplina de cola

Las disciplinas de cola que se suelen considerar son:

- **FIFO** (first in, first out): Primero en entrar, primero en salir. Es la disciplina más habitual.
- **LIFO** (last in, last out): Ultimo en entrar, primero en salir.
- **SIRO** (service in random order): El primero en salir se selecciona de forma aleatoria.
- **PR** (priority): Primero en salir, el de mayor prioridad.
- **SPT** (short processing time): Primero en salir, el de menor tiempo de procesamiento.

# Sistemas de colas: disciplina de cola

En la disciplina de cola, **cuando se habla de entrar o salir, nos estamos refiriendo exclusivamente a la cola, no al sistema.**

El tiempo de salida del sistema dependerá, además, del tiempo de servicio.

# Sistemas de colas: elementos

- **Mecanismo de servicio:** (número de centros de servicio)

1 cola/ centro de servicio

Servidores en paralelo

Opciones:

un número finito de servidores o

un número infinito de servidores (autoservicio).

# Sistemas de colas: elementos

- **Tiempo de servicio:** tiempo que transcurre desde que se inicia el servicio al cliente hasta que termina.
  - se suele asumir que la **distribución de probabilidad** de los tiempos de servicio **de cada servidor es la misma**.
  - **tiempos de servicio distribuidos exponencialmente** si la distribución del número de llegadas de tipo Poisson.
- **Tasa media de servicio:** es el número de clientes servidos por unidad de tiempo. Se representa por  $\mu$ .

# SdC: medidas de rendimiento

Para evaluar el rendimiento se calculan una serie de medidas:

- $L_s$ : es el número medio de clientes en el sistema.
- $L_q$ : es el número medio de clientes esperando en la cola (los clientes que están siendo servidos se excluyen).
- $W_s$ : es el tiempo de espera en el sistema, incluyendo el tiempo de servicio para cada cliente.
- $W_q$ : es el tiempo de espera en la cola, excluyendo el tiempo de servicio para cada cliente.
- $P_n$ : es la probabilidad de que exactamente  $n$  clientes estén dentro del sistema en un determinado momento.
- $\rho$ : es la tasa de utilización del sistema o proporción de tiempo que los servidores del sistema están ocupados.

# Fórmula de Little

En los modelos tipo M/M/s se cumplen la fórmula de Little, que tiene la expresión:

Para el servicio:

$$L_s = \lambda W_s$$

Para la cola:

$$L_q = \lambda W_q$$

Además, se cumple la relación:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$



# SdC: métodos de simulación

Simulación manual por medio de tablas y mediante hojas de cálculo.

- La tabla de simulación proporciona un método sistemático para el seguimiento del estado del sistema con el tiempo.

La **simulación manual** se realiza en **tres etapas**:

- Determinación y generación de las distribuciones de cada una de las entradas.
- Construcción de una tabla de simulación, que es la esencia de la simulación manual.
- Para cada entrada de la tabla, generación de valores para las variables de entrada, cálculo de las respuestas.

# Simulaciones de inventario

Objetivo: determinar el coste de inventario de una empresa.

Los modelos matemáticos de inventarios pueden ser:

- Deterministas o de demanda conocida, en los que se puede predecir estadísticamente casi con exactitud las demandas que se van a recibir.
- Estocásticos, en los que la demanda es una variable aleatoria del modelo.

# Simulaciones de inventario

Debe tenerse en cuenta

## **Coste de fabricación**

Usualmente de la forma

$$A \cdot p + C$$

$A$ : coste de producción de unidad

$p$ : producción

$C$ : coste base

**Coste de mantenimiento del inventario**, puede ser una función de:

- la cantidad máxima de almacenamiento en un periodo,
- la media de producto que se almacena o
- la cantidad de producto al final de un periodo.

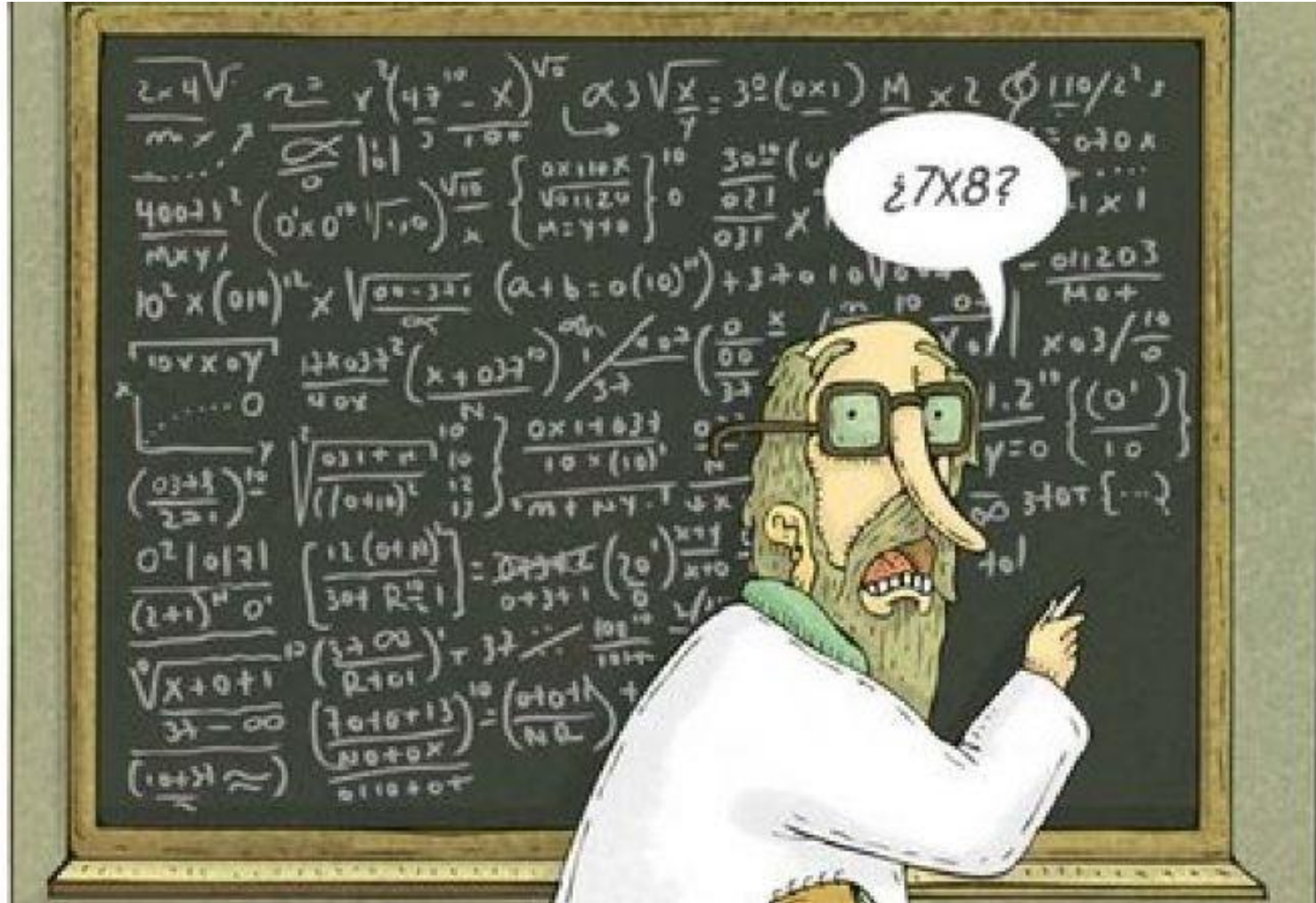
**Coste de demanda no satisfecha.**

# Simulaciones de inventario

## Modelos de **revisión continua**:

- los niveles de inventario se reducen pero son reabastecidos.
- Revisión periódica en la que se comprueba el nivel del inventario.
- Para que el nivel de inventario sea mayor que una cantidad determinada, se realizan ordenes de reabastecimiento periódicamente.

## ¿Dudas?





[www.unir.net](http://www.unir.net)