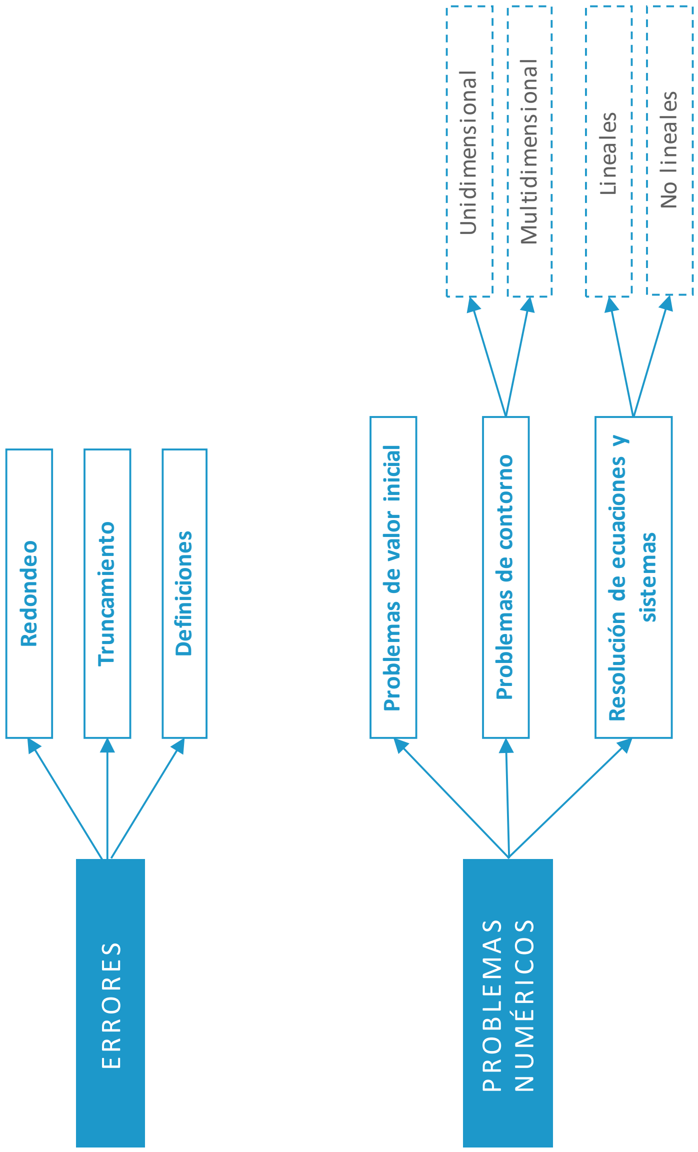
Métodos Numéricos Avanzados en Ingeniería

Preliminares de cálculo numérico

Índice

Esquema


ERRORES
Redondeo
Truncamiento
Definiciones
PROBLEMAS NUMÉRICOS
Problemas de valor inicial
Problemas de contorno
Resolución de ecuaciones y sistemas
Unidimensional
Multidimensional
Lineales
No lineales

2.1. ¿Cómo estudiar este tema?

Para estudiar este tema lee las Ideas clave que encontrarás a continuación

Los problemas matemáticos a los que se han enfrentado a lo largo de la historia y se enfrentan hoy matemáticos e ingenieros son múltiples. La forma ideal de dar solución a un problema es proporcionar una respuesta en forma de ecuación, de número, de resultado que siempre se cumpla bajo cualesquiera condiciones. No obstante, no siempre es posible obtener la solución analítica a todos los problemas con los que nos vamos a enfrentar, o no siempre quien debe resolver los problemas tiene suficiente experiencia o antecedentes matemáticos específicos para resolver un problema en particular.

Por ejemplo, supongamos que queremos resolver la ecuación:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 = 0$$

Esta ecuación tiene una solución analítica y, además, es muy sencilla de obtener. De este modo, cualquier persona que haya cursado algún estudio de matemáticas, por mínimo que sea, sería capaz de indicar que las soluciones son $x = \{-3,1\}$.

Sin embargo, si planteamos otro problema que a priori parece inofensivo como:

$$f(x) = x - e^{-x} = 0$$

vamos a saber que no podremos obtener por métodos analíticos su solución. A no ser que la persona que deba resolver este problema tenga intuición o algo de idea acerca de métodos numéricos, nunca sería capaz de adivinar que la solución está cerca del punto $x = 0.568$.

La alternativa, por tanto, a la resolución analítica de los problemas es la **resolución numérica.** Para poder abordar las soluciones numéricas nos adentramos en el campo del análisis numérico, dentro del cual entran los métodos numéricos. A lo largo de este curso vamos a presentar los métodos numéricos más elementales que se utilizan en las ciencias aplicadas y las ingenierías.

Lo primero que podemos destacar acerca de «lo numérico» es que **no vamos a obtener soluciones exactas.** Es por ello que previamente indicábamos que la solución de $f(x) = x - e^{-x} = 0$ iba a estar cerca del punto $x = 0.568$. Por tanto, cualquier solución numérica va a ser una solución aproximada, pero será tan aproximada como deseemos. Para ello, existen diferentes métodos numéricos que van a conseguir obtener una solución aproximada. Aquellos métodos con mayor simplicidad, también serán los que menor aproximación obtengan. Por el contrario, aquellos métodos que tengan una mayor complejidad gozarán de obtener una aproximación mucho más precisa.

En este tema haremos hincapié en la característica fundamental del análisis numérico, que no es ni más ni menos que las **soluciones aproximadas.** De forma que, al ser las soluciones aproximadas, siempre vamos a cometer un error, que será inherente al proceso numérico. También va a haber otros errores derivados de la toma de datos o de la precisión de las máquinas sobre las que trabajemos.

Así, en la primera parte de este tema nos centraremos en todos los errores que se van a dar en los métodos numéricos, tanto por obtener soluciones aproximadas como por las herramientas que vamos a utilizar. Por otro lado, en la parte final de este tema, presentaremos los problemas que vamos a resolver. Estos problemas van a ser la **obtención de soluciones aproximadas a problemas de valor inicial y problemas de frontera, las soluciones numéricas a las ecuaciones en derivadas parciales, y la resolución de sistemas lineales y ecuaciones y sistemas no lineales a través de**

métodos iterativos. Para cada uno de los bloques de problemas, enunciaremos qué tipo de problema resolveremos y describiremos de forma muy sucinta las técnicas numéricas a aplicar en cada uno de ellos.

Los apartados de los que consta este tema son:

- Errores de redondeo.
- Errores de truncamiento.
- Definiciones de error.
- Aplicación de métodos numéricos avanzados a la resolución de problemas de ingeniería:
  - Problemas de valor inicial.
  - Problemas de contorno unidimensional.
  - Problemas de contorno multidimensional.
  - Solución de ecuaciones y sistemas lineales y no lineales.

2.2. Errores de redondeo

Los primeros errores en los que nos vamos a centrar son los errores de redondeo. Estos errores vienen originados por no disponer de precisión infinita para la representación de las magnitudes.

Para ello, debemos introducir el concepto de «**cifras significativas**». Cualquier magnitud que sea medible, puede ser representada a partir de un número y su correspondiente unidad. A la hora de representar ese número, tenemos que tomar una decisión acerca de **cuántas cifras vamos a utilizar para dicha representación**, de forma que el número con el que representemos esa cantidad coincida con la cantidad que estamos midiendo.

Las cifras significativas son la cantidad de cifras que coinciden con la medida de la magnitud correspondiente. Las cifras significativas pueden cambiar su interpretación en función de la magnitud que estemos tratando de representar.

La tabla 1 muestra diferentes casos, en los que las cifras significativas tienen diferentes implicaciones en función del número que estemos representando.

Número	Cifras significativas	Característica
134.25	5	Número decimal superior a 1
0.000378	3	Número decimal inferior a 1
2.350×10^3	4	Notación científica

Tabla 1. Ejemplos de cifras significativas.

Las personas y las computadoras solemos trabajar con cifras significativas. De hecho, el valor de π que solemos utilizar es 3.1416, pero en realidad tiene un número infinito de decimales. Debido al uso de las cifras significativas, estamos cometiendo un error, conocido como **error de redondeo**.

Matlab trabaja por defecto con el formato `double`, que es un formato de doble precisión. Este formato utiliza 32 dígitos de precisión para almacenar los datos, aunque después puede representarlos por pantalla en función de cómo se haya definido la instrucción `format`.

Ejemplo 1. Con el formato `double`, el número π está almacenado con 32 dígitos significativos. Si lo representamos con `format short`, vamos a obtener una representación con 5 dígitos.

```
>> format short
>> pi
ans=3.1416
```

Sin embargo, si lo representamos con `format long`, obtendremos una representación con 15 dígitos.

```
>> format long
>> pi
ans=3.141592653589793
```

Matlab también puede trabajar con un mayor número de dígitos para que los errores de redondeo se minimicen. Este concepto se conoce como «**aritmética de precisión variable**». Como contrapartida, tendremos unos cálculos bastante más lentos. Para ello, es suficiente con ejecutar el comando `vpa(digitos)`, donde `dígitos` es la cantidad de dígitos significativos con los que vamos a trabajar. A partir de entonces, la variable sobre la que queramos trabajar será de formato `vpa` y será tratada como simbólica en lugar de numérica. Para volver a transformarla en variable numérica, deberemos introducirla como argumento en el comando `double`.

Ejemplo 2. Almacenemos el valor de π con los 32 dígitos que trabaja Matlab por defecto.

```
>> pi32=pi;
```

En lugar de trabajar con 32 dígitos de precisión, queremos trabajar con 50. Para ello, le indicamos a Matlab que lo haga así:

```
>> digits(50)
```

Almacenemos el valor de π con los 50 dígitos:

```
>> pi50=vpa(pi);
```

Obtengamos la diferencia entre ambos valores almacenados:

```
>> dpi=pi50-pi32;
>> double(dpi)
ans= -5.0926e-60
```

2.3. Errores de truncamiento

Los errores de truncamiento son los errores que cometemos al realizar una aproximación matemática en lugar de un procedimiento exacto. Para obtener un conocimiento sobre las características de estos errores, debe considerar una formulación matemática que se utiliza ampliamente en los métodos numéricos para expresar funciones de manera aproximada: la serie de Taylor.

La serie de Taylor

La serie de Taylor nos permite utilizar **aproximaciones tan precisas como deseemos** de las funciones sobre las que vamos a trabajar, de forma que sobre estas aproximaciones utilizaremos los métodos numéricos para resolver problemas de forma aproximada. Esta serie se define en el siguiente teorema.

Teorema 1. Teorema de Taylor. Sean la función f y sus primeras $n+1$ derivadas continuas en un intervalo que contiene a y x. Entonces, el valor de la función en x viene dado por:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n$$

donde R_n es el residuo, que se define por:

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}, \xi \in (a, x)$$

Cuando utilizamos el polinomio de Taylor de grado 2, lo que estamos haciendo es tomar los términos hasta el segundo grado y despreciar el resto de términos, de forma que tendríamos como residuo R_3. La diferencia entre el valor exacto de la función y el residuo R_n es lo que se conoce como **error de truncamiento**.

Ejemplo 3. Queremos realizar una aproximación de la función derivada. Para ello utilizamos el desarrollo en serie de Taylor de primer orden tomando como $a = x_i$ y como $x = x_{i+1}$, desarrollando como sigue.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) \leftrightarrow f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$$

Utilizando esta aproximación, habremos cometido un error de truncamiento.

$$R_2 = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{(x-t)^2}{2} f''(t)\, dt$$

Ejemplo 4. Utilizando la expresión de la función derivada del ejemplo 3, obtén la expresión de la derivada de $f(x) = e^{-x}$.

La expresión aproximada de la derivada es:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} = \frac{e^{-x_{i+1}} - e^{-x_i}}{x_{i+1} - x_i}$$

En las aproximaciones numéricas vamos a utilizar con frecuencia los términos discretizados consecutivos, es decir $x_{k+1} - x_k$. A la distancia entre dos valores consecutivos de la variable independiente se le denomina paso, y se representa por:

$$h = x_{k+1} - x_k$$

Retomando el teorema anterior y utilizando $a = x_i, x = x_{i+1}$, podemos expresar el residuo como:

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x_{i+1} - x_i)^{n+1} = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} h^{n+1} \propto h^{n+1}$$

De modo que, por norma general, se puede expresar el residuo como:

$$R_n = \mathcal{O}(h^{n+1})$$

donde $\mathcal{O}(\cdot)$ indica que el orden del residuo o, lo que es equivalente, que el error de truncamiento es de orden correspondiente.

2.4. Definiciones de error

Una vez hemos analizado los errores más habituales al utilizar métodos numéricos y representaciones o almacenamiento en computadoras, vamos a aportar una serie de definiciones de error que nos van a permitir, a lo largo de la asignatura, evaluar la bondad de un método iterativo.

Errores conocida la solución analítica

Cuando conocemos las soluciones analítica y_a y numérica y_n, podemos obtener una serie de errores conocidos como **verdaderos**, pues se trata de **errores que se pueden medir** y no estimaciones.

El primer error que se nos presenta siempre es el error numérico ϵ_n, que se puede calcular como la diferencia entre ambas soluciones:

$$\epsilon_n = y_a - y_n$$

La magnitud de este error no va a indicar la buena o mala aproximación que hemos realizado; para este propósito está el error relativo porcentual ϵ_r, que nos indica en un valor de porcentaje la bondad de nuestra aproximación a partir de:

$$\epsilon_r[\%] = 100\frac{\epsilon_n}{y_a}$$

Ejemplo 5. Queremos obtener el valor de la función $f(x) = \sin(x)$ desde $x_i = 0$ hasta $x_{i+1} = \frac{\pi}{2}$ con el desarrollo en serie de Taylor de orden 2. Calcula el error numérico y el error relativo.

El desarrollo en serie de Taylor de la función $f(x) = \sin(x)$ es:

$$\begin{aligned} f(x_{i+1}) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + R_n \\ \approx \sin(x_i) + h\cos(x_i) - \frac{h^2}{2}\sin(x_i) \end{aligned}$$

donde $h = x_{i+1} - x_i = \pi/2$. De este modo:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \approx \sin(0) + \frac{\pi}{2}\cos(0) - \frac{\pi^2}{4}\sin(0) = \frac{\pi}{2}$$

La solución verdadera es:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

De este modo, el error numérico es:

$$\epsilon_n = 1 - \frac{\pi}{2} \approx -0.5708$$

Mientras que el error relativo es:

$$\epsilon_r = 100 \cdot \frac{-0.5708}{1} = 57.08\,\%$$

Errores cuando no se conoce la solución analítica

En los métodos iterativos no se conoce la solución analítica del problema, pero sí que se puede averiguar cómo una secuencia se va aproximando cada vez a la solución esperada. En ese caso, los errores los obtenemos a partir de dos aproximaciones consecutivas. De este modo, uno de los errores más habituales que se utilizan es:

$$y_{k+1} - y_k$$

que, en caso de que queramos obtenerlo de forma porcentual, tendríamos:

$$100\,\frac{y_{k-1} - y_k}{y_{k+1}}$$

Ejemplo 6. La función exponencial.

La función exponencial se puede expresar a partir del desarrollo de McLaurin como:

$$e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

Obtengamos la solución para $x = 0.5$ tomando, en cada iteración, un término más del sumatorio, hasta que el error relativo porcentual sea menor del 5 %. Para ello, tomamos en la primera iteración $y_1 = 1$, y en la segunda iteración $y_2 = 1 + x = 1 + 0.5$. El error porcentual es:

$$100\;\frac{1.5 - 1}{1.5} = 33.33\,\%$$

Tomemos otro término, de forma que $y_2 = 1 + x + \frac{x^2}{2} = 1 + 0.5 + \frac{0.5^2}{2} = 1.625$. El error porcentual es:

$$100\;\frac{1.625 - 1.5}{1.625} = 7.69\,\%$$

Tomemos otro término. Ahora, $y_3 = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} = 1.6458$. El error porcentual es:

$$100\;\frac{1.6458 - 1.625}{1.6458} = 1.27\,\%$$

2.5. Aplicación de métodos numéricos a la resolución de problemas

A lo largo de esta asignatura vamos a centrarnos en la resolución de determinados problemas de ingeniería a partir de métodos numéricos. A continuación, se describen los problemas que vamos a resolver y las técnicas que deberemos utilizar.

Problemas de valor inicial

Un problema de valor inicial está compuesto por una ecuación diferencial de primer orden y una condición inicial. Es decir:

$$y'(t) = f\big(t, y(t)\big), t \in [a, b], y(a) = y_a$$

También hay problemas de valor inicial definidos a partir de un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\begin{gathered} y_1'(t) = f_1\big(t, y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\big) \\ y_2'(t) = f_2\big(t, y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\big) \\ \vdots \\ y_m'(t) = f_m\big(t, y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\big) \end{gathered}$$

con $t \in [a, b]$, y una condición inicial sobre cada una de las ecuaciones:

$$y_1(a) = y_{1a}, y_2(a) = y_{2a}, \dots, y_m(a) = y_{ma}$$

El tercer tipo de problema que podemos resolver con estas técnicas es una ecuación diferencial de orden mayor que uno:

$$y^{(m)}(t) = f\left(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(m-1)}(t)\right)$$

Sobre la que conozcamos los valores de las condiciones iniciales para la función incógnita $y(t)$ y sus derivadas de orden $m-1$:

$$y(a) = y_a, y'(a) = y'_a, \dots, y^{(m-1)}(a) = y_a^{(m-1)}$$

El ejemplo 7 muestra un caso de resolución de un problema de valor inicial en el campo de la ingeniería.

Ejemplo 7. Circuito

El circuito RLC de la figura se cierra en el instante $t = 0$

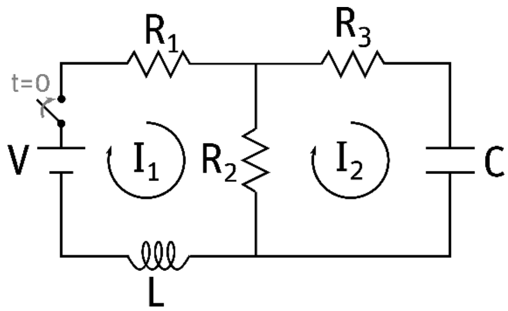


Figura 1. Circuito RLC.

Este circuito de puede modelar a partir de las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$I_1'(t) = \frac{1}{L}[V - I_1(t)(R_1 + R_2) + I_2(t)R_2]$$

$$I_2'(t) = \frac{1}{R_2 + R_3}\left[\frac{V_1 R_2}{L} - \frac{(R_1 + R_2)R_2}{L} I_1(t) + \left(\frac{R_2^2}{L} + \frac{1}{C}\right) I_2(t)\right]$$

Se trata de un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. La información de que el circuito se cierra en $t = 0$ está indicando cuales son las condiciones iniciales: $I_1(0) = 0$ e $I_2(0) = 0$ (para conocer esta consecuencia hay que tener conocimientos de teoría de circuitos). Por tanto, estamos ante un problema de valor inicial definido por un sistema de ecuaciones diferenciales.

Los métodos que vamos a utilizar para resolver los tres tipos de problemas de valor inicial se clasifican entre métodos de un paso y métodos multipaso. En ambos casos, la solución se obtiene por intervalos en orden creciente.

En el caso de los métodos de un paso, solo se utiliza la información del intervalo actual para obtener la solución en el intervalo siguiente. Describiremos este tipo de métodos en el tema siguiente, y profundizaremos sobre los métodos de Euler, Heun y Runge-Kutta.

Respecto de los métodos multipaso, podemos distinguir principalmente entre dos tipos: los **métodos explícitos y los métodos implícitos**. Los primeros obtienen la solución en el intervalo siguiente a partir de la información del intervalo actual y de los anteriores. Los segundos también requieren de la solución en el intervalo siguiente, por lo que requieren de la solución de una ecuación no lineal. En temas posteriores trabajaremos con los métodos de Adams-Bashforth y de Adams-Moulton, entre otros.

Problemas de contorno unidimensional

Los problemas de contorno unidimensional, también conocidos como problemas de frontera, son aquellos problemas que están definidos por una ecuación diferencial

$$y''(x) = f\big(x, y(x), y'(x)\big), x \in [a, b]$$

y por condiciones en los extremos del intervalo sobre el cual queremos conocer la solución.

$$y(a) = \alpha, y(b) = \beta$$

El ejemplo 8 muestra un caso de ingeniería en el que tiene que resolver un problema de contorno unidimensional.

Ejemplo 8. Desarrollo de un balance de calor para una barra sin aislar en estado estacionario

El desarrollo de un balance de calor para una barra de longitud L sin aislar y en estado estacionario se puede modelar como:

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} + q\big(T_a - T(x)\big) = 0$$

Teniendo en cuenta la temperatura en los extremos de la barra,

$$T(0) = T_1, T(L) = T_2$$

nos encontramos ante un problema de contorno unidimensional.

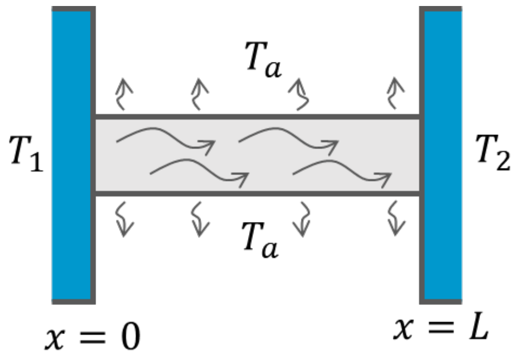


Figura 2. Balance de calor. Barra estado estacionario.

La función incógnita solo va a depender de una variable, de ahí el calificativo de unidimensional.

Hay dos tipos de problemas de contorno, que vienen dados por la ecuación $f\big(x, y(x), y'(x)\big)$; distinguiremos entre los casos en los que la ecuación es lineal o no lineal. Asimismo, utilizaremos dos técnicas completamente diferentes para resolver de forma numérica los problemas de contorno unidimensionales. Los métodos de disparo y la discretización a partir del método de diferencias finitas se verán más adelante.

Problemas de contorno multidimensional

Si en los problemas de contorno unidimensional la función incógnita dependía de una sola variable, en el caso multidimensional **la función incógnita va a depender de más de una variable.** Este tipo de problemas también son conocidos como ecuaciones en derivadas parciales.

Cuando las ecuaciones dependen de dos variables, tienen la expresión general:

$$A\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} + D = 0$$

Sobre estas ecuaciones, las variables independientes suelen ser las dos espaciales o una espacial y una temporal. Existen diferentes combinaciones acerca de las condiciones de contorno (para las variables espaciales) y para las condiciones iniciales (para las variables temporales). Una posibilidad sería:

$$u(0,t) = 0, u(L,t) = 1, u(x,0) = \sin(x)\,, u_t(x,0) = \cos(2x)$$

Las ecuaciones parabólicas son aquellas en las que $B^2 - 4AC = 0$. Nos ocuparemos de los métodos explícito, implícito y de Crank-Nicholson para resolver los problemas de contorno multidimensionales en temas posteriores, identificando las características de cada uno de ellos. Veamos en el ejemplo 9 un caso de aplicación.

> **Ejemplo 9**. Desarrollo de un balance de calor para una barra sin aislar en estado transitorio.
>
> El desarrollo de un balance de calor para una barra de longitud L sin aislar y en estado transitorio se puede modelar como:

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = 0$$

Teniendo en cuenta la temperatura en los extremos de la barra:

$$T(0,t) = T_1, T(L,t) = T_2$$

y las condiciones iniciales:

$$T(x,0) = T_a, T_t(x,0) = -T_a/2$$

nos encontramos ante un problema de contorno multidimensional:

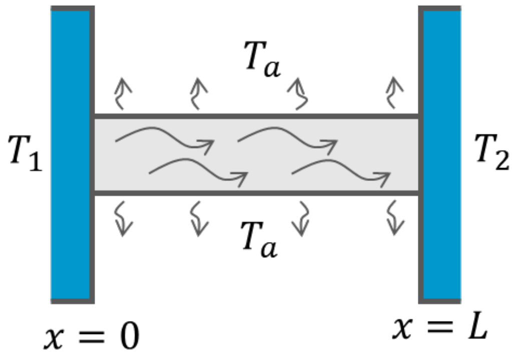


Figura 3. Balance de calor. Barra estado transitorio.

Cuando $B^2 - 4AC > 0$ estamos ante las ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas. Estas ecuaciones se ocuparán en otros temas. Desarrollaremos los métodos explícito e implícito para poder resolver este tipo de problemas. Un ejemplo de problema de contorno multidimensional parabólico es el de la ecuación de onda. Por último, en el caso en que $B^2 - 4AC < 0$, las ecuaciones en derivadas parciales serán elípticas. Veremos también más adelante cómo transformar estas ecuaciones en sistemas lineales, que nos permitirán obtener su solución de una forma sencilla. Un ejemplo de este tipo de problemas de contorno multidimensionales es la ecuación de Laplace.

Solución de ecuaciones y sistemas lineales y no lineales

Otra gran rama del análisis numérico es la resolución de ecuaciones y sistemas lineales y no lineales. Directamente en la resolución de ecuaciones lineales no entraremos por su extremada sencillez.

Hacia el final de la asignatura nos centraremos en los sistemas de ecuaciones lineales, que se pueden expresar de forma general como:

$$\left.\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}\right\} \leftrightarrow AX = B$$

Veremos una serie de métodos que nos permitirán resolver de una forma eficiente los sistemas de ecuaciones lineales. Para ello, utilizaremos por primera vez con toda su magnitud los métodos iterativos, y profundizaremos sobre los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.

Dedicaremos también otro tema a la resolución de ecuaciones no lineales, de expresión general:

$$f(x) = 0$$

Este tipo de ecuaciones aparecen en numerosos casos de la ingeniería, y no se pueden resolver de forma analítica.

Ejemplo 10.

Para una determinada modelización, necesitamos obtener la solución de la ecuación:

$$x = e^{-x}$$

pero no podemos conseguir una solución analítica a ese problema. Se trata de una ecuación no lineal que reescribiremos como:

$$f(x) = x - e^{-x} = 0$$

Finalizaremos la materia con la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales, de expresión general:

$$F(X) = 0$$

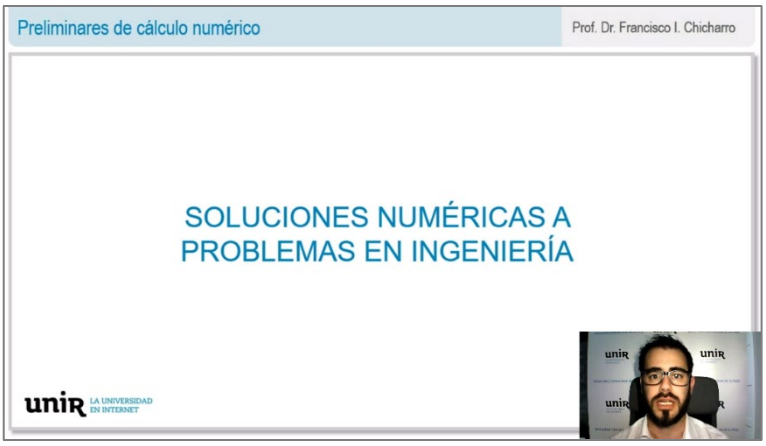
Analizaremos el problema con detalle y veremos cómo extender determinadas técnicas numéricas del caso escalar del tema anterior al caso vectorial.

Lo + recomendado

Lecciones magistrales

Soluciones numéricas a problemas en ingeniería

En esta lección magistral vamos a mostrar las soluciones numéricas a algunos problemas habituales que se dan en la ingeniería. Para ello utilizaremos el *software* Matlab.

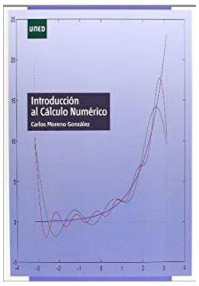


Accede a la lección magistral a través del aula virtual

No dejes de leer

Estabilidad y errores en el cálculo numérico

Moreno, C. (2007). *Introducción al cálculo numérico*. Madrid: UNED.



En el capítulo 1 de este libro, podrás encontrar más información acerca de los errores que hemos visto en este tema. Además, puedes profundizar en el aspecto de la estabilidad de los métodos numéricos.

Accede al libro a través de la Biblioteca Virtual de UNIR

Aproximaciones y errores de redondeo

Chapra, S. C. y Canale, R. P. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros (5a. Ed.)*. Madrid: McGraw-Hill.

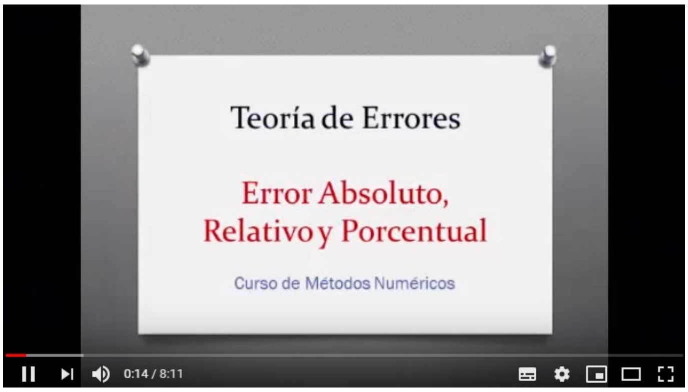
El libro de Chapra y Canale constituye un documento de un nivel ligeramente inferior al que vamos a impartir en la asignatura, pero presenta una serie de problemas que vamos a poder resolver. En el capítulo 3 de este libro puedes encontrar las definiciones e información ampliada con ejemplos.

Accede al libro a través de la Biblioteca Virtual de UNIR

No dejes de ver

Teoría de errores

En este vídeo puedes encontrar la parte de los métodos numéricos en la que se desarrolla la teoría de los diferentes errores.



Accede al vídeo a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:

https://www.youtube.com/watch?v=vUnPUFNq2ME

Métodos numéricos para ingeniería

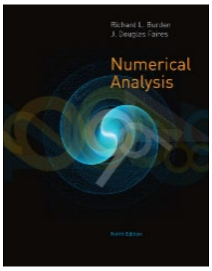
En este enlace el protagonista hace una reflexión acerca de los métodos numéricos. Un repaso de las matemáticas desde su origen hasta las matemáticas computacionales actuales

Accede al vídeo a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:
https://www.youtube.com/watch?v=df5WGeYVyhw

A fondo

Preliminares matemáticos y análisis del error

Burden, R. L. y Faires, J. D. (2011). *Numerical analysis* (9ª ed). Boston: Brooks/Cole CENGAGE learning.

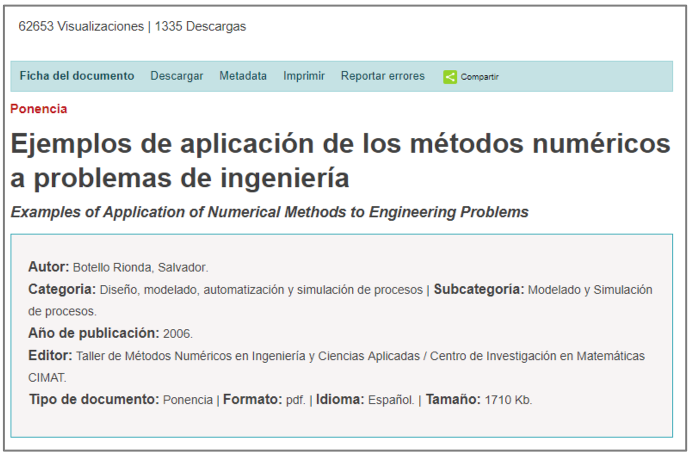


En el capítulo 1 de *Numerical Analysis* se hace una introducción a los preliminares matemáticos más importantes a la hora de afrontar esta asignatura. Además, se trabaja sobre los errores de redondeo, sobre la estructura de un algoritmo y sobre la convergencia de los métodos numéricos.

Recursos externos

Ejemplos de aplicación de los métodos numéricos a problemas de ingeniería

En esta web se presentan algunas aplicaciones de los métodos numéricos a diversos problemas de ingeniería. Se muestra una descripción de algunos de los problemas importantes en el diseño asistido por computadora utilizando métodos numéricos que actualmente se abordan en ingeniería.


62653 Visualizaciones | 1335 Descargas

Ficha del documento Descargar Metadata Imprimir Reportar errores Compartir

Ponencia

Ejemplos de aplicación de los métodos numéricos a problemas de ingeniería

Examples of Application of Numerical Methods to Engineering Problems

Autor: Botello Rionda, Salvador.
Categoria: Diseño, modelado, automatización y simulación de procesos | **Subcategoria:** Modelado y Simulación de procesos.
Año de publicación: 2006.
Editor: Taller de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas / Centro de Investigación en Matemáticas CIMAT.
Tipo de documento: Ponencia | **Formato:** pdf. | **Idioma:** Español. | **Tamaño:** 1710 Kb.

Accede a la página web a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:
https://www.revistavirtualpro.com/biblioteca/ejemplos-de-aplicacion-de-los-metodos-numericos-a-problemas-de-ingenieria

Test

1. Los errores de redondeo vienen dados por:

A. el método numérico aplicado.

B. la precisión finita de las máquinas de cálculo.

C. la diferencia entre dos términos consecutivos.

2. ¿Cuántas cifras significativas tiene el número 33,87?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

3. Para aumentar el número de dígitos con los que trabaja Matlab por defecto a 50 introduciremos en Matlab...

A. `digits(5).`

B. `digits(50).`

C. No es necesario introducir nada porque Matlab trabaja con 50 dígitos por defecto.

4. Los errores de truncamiento vienen dados por:

A. Realizar una aproximación matemática

B. La precisión finita de los equipos.

C. El número de dígitos significativos.

5. El paso h se define a partir de:

A. El orden de la aproximación del desarrollo de Taylor.

B. El tamaño del sistema que vayamos a resolver.

C. La diferencia entre dos términos consecutivos.

6. El error numérico se define a partir de:

A. La diferencia entre las soluciones analítica y numérica.

B. El cociente entre las soluciones analítica y numérica.

C. El residuo del desarrollo de Taylor.

7. El problema dado por $y'(t) = f\big(t, y(t)\big), t \in [a, b], y(a) = y_a$ es un:

A. Problema de valor inicial.

B. Problema de contorno unidimensional.

C. Problema de contorno multidimensional.

8. El problema dado por $y''(x) = f\big(x, y(x), y'(x)\big), x \in [a, b], y(a) = \alpha, y(b) = \beta$ es un:

A. Problema de valor inicial.

B. Problema de contorno unidimensional.

C. Problema de contorno multidimensional.

9. El problema dado por $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0$ es una ecuación en derivadas parciales:

A. Parabólica.

B. Elíptica.

C. Hiperbólica.

10. El problema dado por $\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0$ es una ecuación en derivadas parciales:

A. Parabólica.

B. Elíptica.

C. Hiperbólica.