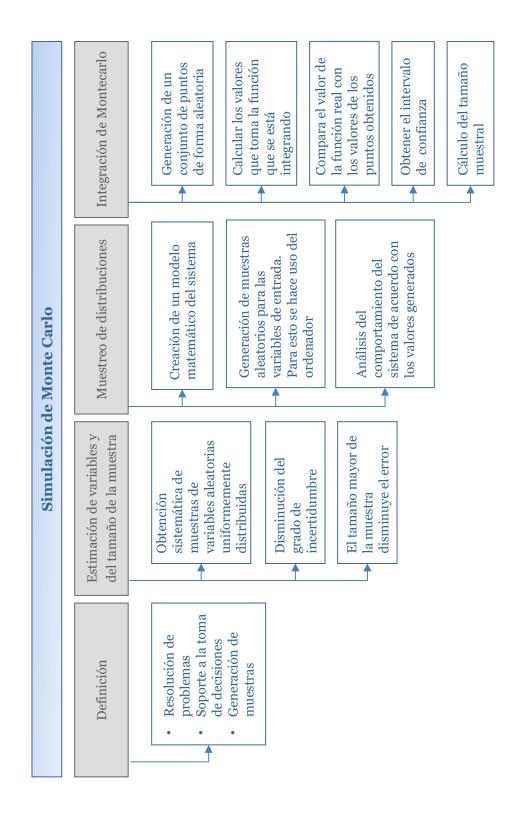
# Simulación de Monte Carlo

- [8.1] ¿Cómo estudiar este tema?
- [8.2] Orígenes del método. Definición
- [8.3] Estimación de las variables y del tamaño de la muestra
- [8.4] Muestreo de distribuciones
- [8.5] Integración de Monte Carlo
- [8.6] Aplicaciones del método



## Esquema



## Ideas clave

### 8.1. ¿Cómo estudiar este tema?

### Para estudiar este tema lee las Ideas clave que encontrarás a continuación.

Las ideas claves de este tema son:

- » Método de Monte Carlo, características y etapas.
- » Estimación de variables mediante el método de Monte Carlo.
- » Estimación del tamaño de la muestra.
- » Muestreo de distribuciones para variables continuas y discretas.
- » Integración de Monte Carlo, resolución de integrales definidas.

## 8.2. Orígenes del método. Definición

#### La simulación de Monte Carlo

Es una técnica de computación matemática que permite predecir los errores y problemas que se pueden encontrar en un análisis cuantitativo y en un sistema de análisis de decisiones.

Como ya se expuso en el «Tema 1», los orígenes de la simulación están ligados al proyecto Monte Carlo desarrollado en el laboratorio de Los Álamos en el año 1940 por Stan Ulam y John Von Neumann, en el que **investigaban el movimiento aleatorio de los neutrones para la generación de la bomba atómica.** La denominación de Monte Carlo proviene de la ciudad conocida por sus casinos al considerarse la ruleta uno de los primeros elementos físicos generador de números aleatorios.

Este método se ha usado y se usa en la actualidad para modelar una gran variedad de sistemas físicos y sistemas conceptuales. Proporciona un apoyo importante a la toma de decisiones con la aportación de los posibles resultados que se puede obtener cuando se lleva a cabo una acción y la probabilidad de que estos resultados se produzcan.

Además, permite la resolución de determinados problemas que no se podrían resolver por métodos exclusivamente numéricos o analíticos, al depender de elementos aleatorios, como por ejemplo la resolución de integrales complejas.

Los problemas que se pueden resolver y simular mediante este método son problemas estocásticos o deterministas en los que el reloj no es un elemento importante y que emplea números aleatorios uniformemente distribuidos en un intervalo.

La base del método es la generación de números aleatorios mediante un buen generador que permita obtener un conjunto estadístico adecuado.

Existen múltiples aplicaciones de *software* y lenguajes que dan soporte a este tipo de simulación desde las más sencillas como Excel a *Matlab*, *Octave* y otros, que serán tratadas en el último tema.

## 8.3. Estimación de las variables y del tamaño de la muestra

Con el método de Monte Carlo se puede llevar a cabo, entre otras cosas, **un análisis de riesgos mediante la construcción de un modelo** en la que cada vez que se ejecuta se usa un conjunto de valores aleatorios distintos de acuerdo con la función de distribución correspondiente. Dependiendo de la incertidumbre de los datos y de los rangos en los que toman valores, la simulación puede proporcionar miles de nuevos datos antes de dar por completada la simulación con el objeto de disminuir el grado de incertidumbre.

La muestra o conjunto de valores que se obtienen con cada repetición, tiene que ser registrada. Con los valores que se obtienen de la simulación de Monte Carlo se obtiene una visión completa del sistema simulado porque no solo muestra los posibles resultados, sino que además indica la probabilidad que existe de que se produzcan esos valores.

Este método se considera un método de simulación estadística basado en la obtención sistemática de muestras de variables aleatorias uniformemente distribuidas. El hecho de que sean generadas por un ordenador y por una rutina determinista, hace que en realidad sean variables pseudo-aletorias que pueden ser consideradas válidas si cumplen ciertas características ya vistas en temas anteriores.

La intensidad de los cálculos en el método de Monte Carlo y los tamaños de las muestras no se podrían concebir sin la potencia de cálculo de los ordenadores actuales. Para determinar el tamaño n de la muestra se debe de tener en cuenta la precisión de las cifras decimales que se quiere alcanzar.

El error del método Monte Carlo es del orden de  $1/\sqrt{n}$ , lo que implica que por cada cifra decimal que se quiera ganar en la precisión, el tamaño de la muestra se debe de multiplicar por 100. Por tanto cuanto mayor sea el tamaño de la muestra se obtendrán mejores resultados. En el siguiente apartado se muestran ejemplos para el cálculo del tamaño de la muestra a partir de las distribuciones y la estimación del error y el grado de confianza considerados.

### 8.4. Muestreo de distribuciones

En el método de Monte Carlo se utilizan los métodos ya vistos en el «Tema 6» para la generación de variables aleatorias y obtener muestras de acuerdo con su función de distribución ya sean variables aleatorias continuas o discretas. Entre ellos **uno de los más usados el de la transformada inversa para las variables aleatorias continuas.** 

Dependiendo de la naturaleza del sistema, **los pasos que se deben realizar en la simulación** Monte Carlo son:

- » Creación de un modelo matemático del sistema:
  - Identificación de las variables de entrada del sistema que por su carácter aleatorio determinen el comportamiento del sistema.
  - Obtener la media y varianza muestrales, como estimadores de la media y la varianza de la población.
- » Generación de muestras aleatorias para las variables de entrada. Para esto se hace uso del ordenador.
- » Análisis del comportamiento del sistema de acuerdo con los valores generados.

El experimento se puede repetir varias veces y tantas como se considere necesario para entender el funcionamiento del sistema.

### 8.5. Integración de Monte Carlo

Una de las aplicaciones del método es el cálculo de integrales definidas con base en la ley de los grandes números y en la ley del límite central. Los pasos que se deben realizar para estos cálculos de acuerdo con el método son:

- » Generación de un conjunto de puntos de forma aleatoria.
- » Calcular los valores que toma la función que se está integrando.
- » Compara el valor de la función real con los valores de los puntos obtenidos, determinando cuales de los puntos generados se encuentran en el área delimitada y cuáles no.
- » A partir del cálculo de la probabilidad de éxitos mediante una distribución binomial y su aproximación a la normal se puede obtener el intervalo de confianza sabiendo que el área delimitada es proporcional a la probabilidad de que un punto aleatorio este en la superficie buscada.
- » El cálculo del tamaño muestral se puede obtener al igualar el error fijado a priori con el error en la estimación obtenido del intervalo de confianza que contiene el nivel de confianza.

## 8.6. Aplicaciones del método

Los datos que genera una simulación de Monte Carlo proporcionan grandes ventajas entre otras:

- » La representación gráfica de los datos y las probabilidades de que ocurran, lo que facilita la comunicación de los resultados.
- » Realización de un análisis de sensibilidad determinando que datos de entrada producen un mayor efecto en los resultados finales.
- » Realización de un escenario combinando valores de distintas entradas para comprobar los efectos que producen.
- » Establecer la correlación de entradas, es decir, las relaciones entre los datos de entrada.

Las aplicaciones de la simulación Monte Carlo son múltiples y variadas y en distintos contextos.

En finanzas, para, entre otros, estimar los movimientos de un precio o un valor bursátil, estimar el exceso de coste en un proyecto.

En telecomunicaciones para evaluar el rendimiento de una red.

Evaluaciones de riesgo

En meteorología, física de partículas, astronomía.

Resolución de problemas matemáticos y físicos.

## Lo + recomendado

## Lecciones magistrales

#### Simulación Monte Carlo

En la siguiente lección magistral estudiaremos dos aplicaciones concretas de la simulación de Monte Carlo.



Accede a la lección magistral a través del aula virtual

No dejes de leer...

#### Introducción al método de simulación Monte Carlo

Capítulo de un libro con ejemplos de aplicación del método de Montecarlo con Excel.

Accede al capítulo a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web: <a href="https://uplamcdn.files.wordpress.com/2009/04/libro-cap-o8.pdf">https://uplamcdn.files.wordpress.com/2009/04/libro-cap-o8.pdf</a>

### Simulación de Monte Carlo con Excel

Desarrollo de un ejemplo de uso del Excel para simulaciones mediante el método de Monte Carlo.

Accede al artículo a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web:

<a href="http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Simulacion\_MC.pdf">http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Simulacion\_MC.pdf</a>

## + Información

## A fondo

### Simulación, Método de Montecarlo

Rodríguez-Aragón. L. J. (2011). *Simulación, Método de Montecarlo*. Ciudad Real: Universidad de Castilla-La Mancha. Área de Estadística e Investigación Operativa.

Aplicación del Método de Montecarlo al cálculo de integrales.

Accede al artículo a través del aula virtual o desde la siguiente dirección web: <a href="https://www.uclm.es/profesorado/licesio/Docencia/mcoi/Tema4\_guion.pdf">https://www.uclm.es/profesorado/licesio/Docencia/mcoi/Tema4\_guion.pdf</a>

### Enlaces relacionados

### **Development of Monte-Carlo methods for edge physics**

Proyecto de desarrollo de métodos Monte-Carlo para su aplicación en la física.



Accede a la página web a través del aula virtual o desde la siguiente dirección: http://www.ipp.mpg.de/1060652/montecarlo

## Bibliografía

Glasserman, P. (2003). Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Nueva York: Springer.

Herzog, T. y Lord, G. (2002). *Applications of Monte Carlo Methods to Finance and Insurance*. Connecticut: Actex.

Hillier, F. S. y Lieberman, G. J. (2010). Introducción a la investigación de operaciones (9th ed.). Nueva York: McGraw-Hill.

Recuperado de https://books.google.es/books?id=whooAQAAMAAJ

Saavedra, P. e Ibarra V. (s. f.). *Método Monte Carlo y su aplicación a finanzas* (Libro electrónico.).México: Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa. Recuperado de: http://mat.izt.uam.mx/mat/documentos/notas%20de%20clase/cfenaoe3.pdf

### **Test**

#### 1. El método de Monte Carlo es:

- A. Es una técnica de computación matemática de apoyo a la toma de decisiones.
- B. No es una técnica que permita la realización de simulaciones.
- C. Solo permite la simulación de sistemas deterministas.
- D. Ninguna es verdadera.

#### 2. El método de Monte Carlo:

- A. Solo puede resolver problemas que tengan solución analítica.
- B. Puede resolver problemas complejos que dependan de valores aleatorios.
- C. No soporta la representación de problemas complejos.
- D. Ninguna es verdadera.

#### 3. El método de simulación de Monte Carlo:

- A. Es un método de simulación estadística basado en la obtención sistemática de muestras de variables aleatorias solo con distribución Normal.
- B. Es un método de simulación estadística basado en la obtención sistemática de muestras de variables aleatorias solo con distribución de Poisson.
- C. Es un método de simulación estadística basado en la obtención sistemática de muestras de variables aleatorias uniformemente distribuidas.
- D. Ninguna de las anteriores es verdadera.

#### 4. En la simulación de Monte Carlo el tamaño de la muestra:

- A. No es relevante.
- B. Se determina a partir de la precisión de las cifras que se quiera alcanzar.
- C. Siempre es el mismo en todos los experimentos.
- D. Ninguna de las anteriores es verdadera.

#### **5.** En la integración mediante Monte Carlo:

- A. Se requiere la generación de un conjunto de puntos separados por distancias constantes.
- B. Se requiere la generación de un conjunto de puntos de forma aleatoria.
- C. No se generan nada más que los puntos de la función que se va a integrar.
- D. Ninguna de las anteriores es verdadera.