

Bienvenido a la AMYS, la agencia de modelado y simulación.

Cómo ya sabes, en nuestra agencia contamos con los mejores detectives y agentes secretos del mundo. Ellos son capaces de modelar cualquier sistema posible.

Para superar con éxito la prueba deberás contar con tu número de agente. Y tu nombre en clave.

- Tu número de agente (NA) equivale a los últimos cuatro dígitos (ABCD) de tu número de identificación (DNI, cédula de ciudadanía,...).
- Tu nombre en clave (NC) está formado por las iniciales de tu nombre y apellidos (EFGH). Los nombres en clave están limitados a

Ejemplo: El número de identificación de Leia Targaryen Potter es el 4041977. Por consiguiente su número de agente será el 1977 y su nombre en clave LTP.

Utiliza este espacio para facilitar tu identificación:

Número de agente (NA)				
	A	B	C	D
Nombre en clave (NC)				
	E	F	G	H

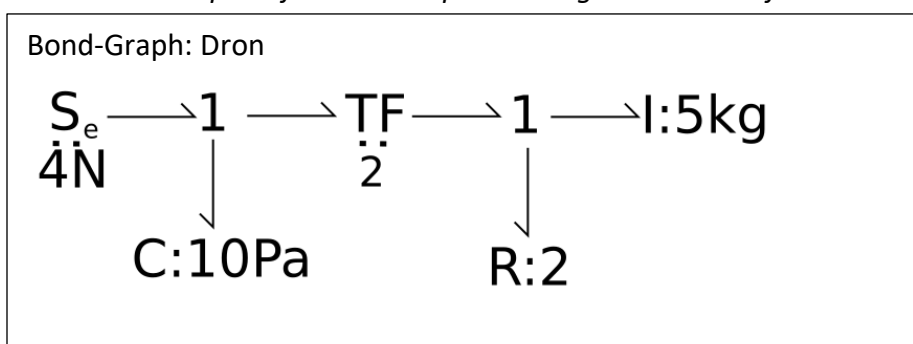
1. Conceptos de Simulación (1 punto):

En la división de vehículos están desarrollando un nuevo modelo para controlar la presión de una bomba de vapor. La bomba de vapor consta de un suministro de agua que se calienta para generar el vapor y poder mover el vehículo. Por mala fortuna, no estamos seguros de que el modelo sea correcto. Se requiere de un informe para verificar el modelo.

Explica con tus propias palabras en qué consiste el paso de verificación y propón ideas para verificar que el modelo desarrollado es correcto.

2. Bond graph (1.5 puntos)

El servicio de espionaje ha interceptado el siguiente mensaje secreto:



Creemos que se trata de un código para modelar un dron mensajero. Necesitamos interceptar el dron para conseguir la información que lleva. Para ello debemos obtener un sistema de ecuaciones minimal que modele el movimiento del dron.

- Extrae las ecuaciones que determina el sistema. (0.75 puntos)**
- Simplifica el sistema de ecuaciones. (0.75 puntos)**

3. Generación de números aleatorios (1.5 puntos)

En el departamento de criptografía usan un generador de números aleatorios para codificar los mensajes. Cada agente utiliza una combinación del primer dígito (A) de su NA y el primer carácter (E) de su NC para inicializarlo.

Actualmente se utiliza el generador:

$$x_{n+1} = (x_n \cdot a + b) \bmod m$$

Con $a = 3$, $b = 0$ y $m = 32768$. La semilla inicial se calcula siguiendo la regla $x_0 = 1024 \cdot l + A$.

El valor l se obtiene consultando el primer carácter de tu NC en la tabla siguiente:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8

Nos hemos dado cuenta que aproximadamente la mitad de nuestros agentes tienen malos resultados usando este sistema (tienen periodos más bajos de lo esperado).

- Determina tus primeros valores aleatorios (0.5 puntos).**

Indicación: puedes encontrar cómo obtener los valores A de tu NA y el primer carácter de tu NC al inicio del examen. Siguiendo el ejemplo de la introducción, la semilla inicial de Leia es $x_0 = 1024 \cdot 3 + 1 = 3073$. El 3 es el valor asociado a L en la tabla. El 1 se corresponde con el primer dígito de su NA.

- Dar una explicación de porqué la mitad de los agentes tienen dicho problema (0.5 puntos).**

- c) **Proponer un generador alternativo que mejore el problema de forma que se generen todos los valores posibles independientemente del número de agente (0.5 puntos).**

4. Generación de variables aleatorias (1.5 puntos)

Las condiciones iniciales de un sistema se obtienen de forma aleatoria. Los equipos de modelado están trabajando con dos posibles variables aleatorias definidas en el soporte $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ con densidades respectivas:

- $f(x) = -\cos x$,
- $g(x) = \frac{\pi}{1+\pi} \left(\frac{1}{x^2} - \cos x \right)$.

Para determinar el mejor modelo se van a realizar simulaciones con ambas variables aleatorias.

- a) **Proponer un método para generar variables aleatorias para la variable con densidad f . (0.5 puntos)**
- b) **Calcular un valor aleatorio de la variable aleatoria con la densidad f . Para ello utiliza los números generados en el ejercicio 1.a. (0.25 puntos)**
- c) **Proponer un método para generar variables aleatorias para la variable con densidad g . (0.5 puntos)**
- d) **Calcular un valor aleatorio de la variable aleatoria con la densidad g . Para ello utiliza los números generados en el ejercicio 1.a. (0.25 puntos)**

5. Estadísticos (1.5 puntos)

A todos los mensajes cifrados de la AMYS se les añade ruido de forma aleatoria para dificultar la decodificación de parte de agencias rivales. Todos los mensajes recibidos están formados por números aleatorios generados entre 0 y 9.

Hemos recibido un mensaje cifrado de uno de nuestros agentes. Tenemos sospechas que el agente ha sido capturado y que nuestros rivales han enviado el mensaje inventándose los números aleatorios.

Propón un método para determinar si el mensaje recibido se ha generado usando números aleatorios o no.

Indicación: Un generador de números de entre 0 y 9 es equivalente a una moneda de 10 caras.

6. Métodos de Monte Carlo (1 punto).

En la AMYS se imprimen piezas en 3D en alta definición de dimensiones máximas $10 \times 10 \times 10$ cm. Para controlar su exactitud se controla el volumen de la pieza mediante un método de Monte Carlo. Para ello, se dispone de una máquina de medición que, dadas las 3 coordenadas de un punto del espacio, determina si en dicha posición hay material impreso o no.

- a) **Propón un método de Monte Carlo para calcular el volumen de la pieza. (1 punto)**

Por ahora, se utiliza un método de Monte Carlo que realiza una medición cada 0.1 segundos. Después de 5000 mediciones hemos obtenido el volumen con un error de 0.1. Se disponen 10 horas para mejorar la precisión en un decimal (se requiere un error de 0.01).

b) ¿Se podrá reducir el error a esa cantidad con el tiempo disponible? (0.5 puntos)

7. Modelado y Simulación de sistemas discretos (1 punto)

En el servicio de detección del fraude nuestros agentes realizan un control de verificación de documentos. El proceso consiste en los siguientes pasos:

- *Se recibe un documento.*
- *Un primer operador determina de forma instantánea si debe ser atendido por la vía urgente o por la vía estándar.*
- *Un segundo operario estudia el documento con los siguientes tiempos:*
 - a. *Por la vía urgente: 5 minutos.*
 - b. *Por la vía estándar: 30 minutos.*

Se ha comprobado que el siguiente documento en llegar tarda:

- *5 minutos con una probabilidad del 35%.*
- *8 minutos con una probabilidad del 35%.*
- *10 minutos con una probabilidad del 10%.*

El 40 % de los documentos recibidos deben ser atendidos de forma prioritaria.

Se quiere dimensionar el sistema. Para ello se ha propuesto realizar una simulación de eventos discretos.

a) Identifica las variables de estado del sistema. (0.25 puntos)

b) Identifica los eventos y los retrasos del sistema. (0.25 puntos)

c) Explica qué harías para (0.5 puntos):

- **distribuir los documentos entre urgentes y estándar**
- **determinar el tiempo entre llegadas de documentos.**

8. Software para el modelado y la simulación (1 punto)

Un nuevo recluta quiere desarrollar un modelo para simular un sistema descrito por una ecuación diferencial que no tiene una solución analítica. Está dudando entre emplear un software simbólico o uno numérico. Como miembro del equipo de formación debes aconsejarlo en la elección del software.

Explica las diferencias entre ambos tipos de software. ¿En cuál recomendarías realizar la simulación? (Justifica tu respuesta).