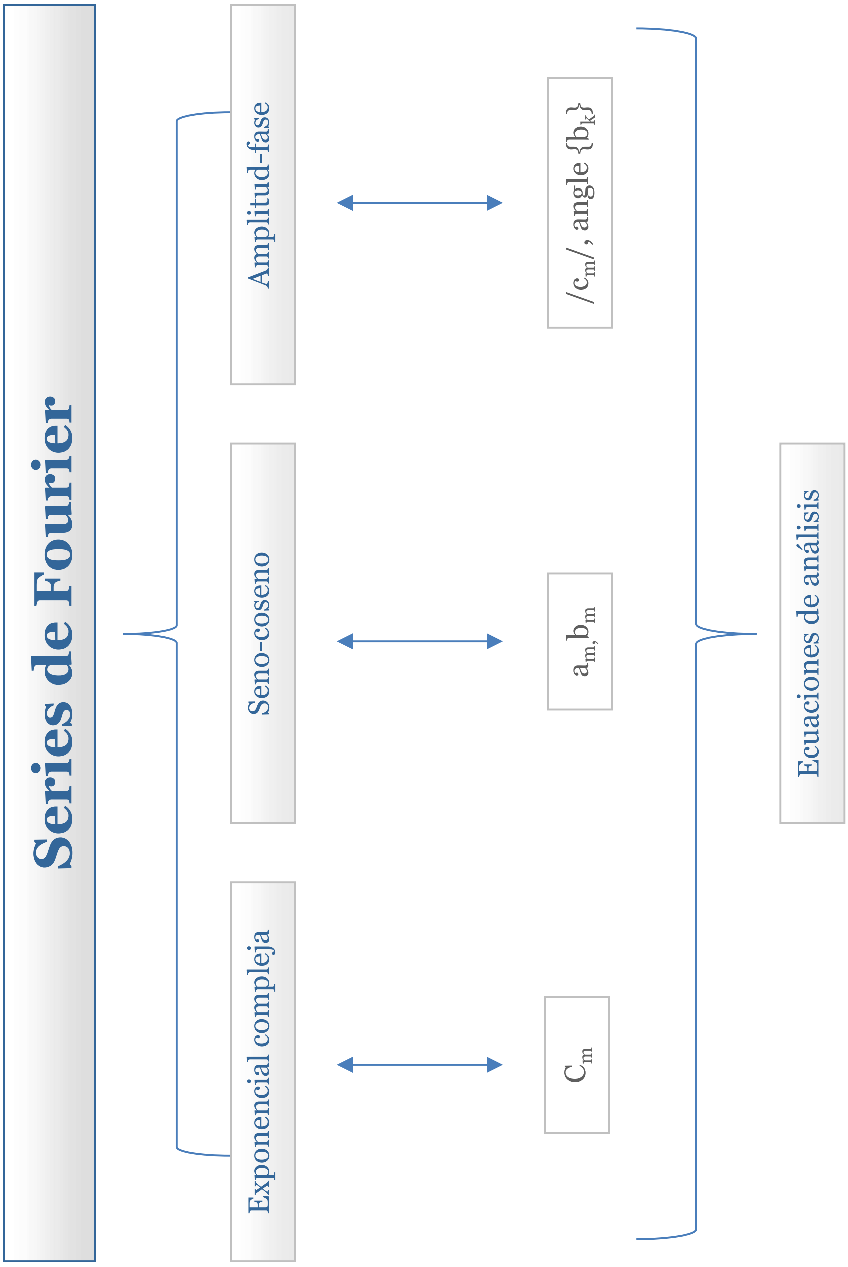
Series de Fourier

6

TEMA

Esquema


Series de Fourier
Amplitud-fase
Seno-coseno
Exponencial compleja
$/c_m/$, angle $\{b_k\}$
a_m, b_m
C_m
Ecuaciones de análisis

Ideas clave

6.1. ¿Cómo estudiar este tema?

Para estudiar este tema lee las **Ideas clave** que encontrarás a continuación.

En el tema anterior estudiamos la convolución, la cual nos permite predecir la salida de un sistema LTI conociendo solo su respuesta al impulso. En concreto, la respuesta de un sistema estaba formada por versiones escaladas y desplazadas de su respuesta al impulso unitario.

En este tema vamos a ver otra forma de predecir la salida de un sistema LTI conociendo su comportamiento cuando en la entrada ponemos sinusoides. En concreto, veremos que si la entrada se expresa como una combinación lineal de sinusoides, la salida se puede expresar como una combinación lineal de estas mismas sinusoides multiplicadas por coeficientes que las escalan y desplazan.

El poder predecir el comportamiento de un sistema LTI ante sinusoides no sería particularmente útil de no ser por el descubrimiento de que es posible representar un conjunto mucho mayor de funciones como combinación lineal de sinusoides. Euler fue el primero en proponer que cualquier función periódica se puede representar como una suma de sinusoides. Sin embargo, Fourier fue quien formalizó esta idea y por ello recibe el nombre de series de Fourier.

6.2. La respuesta en frecuencia

Se llama **respuesta en frecuencia** $H(jw)$ a una función que nos dice cómo cambia la magnitud y la fase de una señal sinusoidal con frecuencia angular w cuando pasa por un sistema.

El argumento jw procede de la transformada de Laplace, la cual generaliza este argumento de la forma $s=\alpha+jw$. Si el eje imaginario está dentro de la región de convergencia de la transformada de Laplace, la transformada de Fourier se obtiene asignando $s=jw$.

Aunque podemos representar trigonométricamente (con senos y cosenos) una sinusoidal, es más habitual representarlas con sinusoidales complejas $x(t)=e^{jwt}$.

La utilidad de caracterizar sistemas LTI usando la respuesta en frecuencia $H(jw)$ es que la frecuencia angular w de la señal se mantiene y lo único que cambia es la magnitud y fase de las sinusoidales, es decir, asumiendo que $x(t)=e^{jwt}$ podemos representar la función del sistema cómo:

$$y(t) = H(jw)x(t) = H(jw)e^{jwt}$$

Se llama **autofunción** a una señal sinusoidal compleja $x(t)=e^{jwt}$ que al pasarla por un sistema solo cambia su amplitud y fase, y los cambios en amplitud y fase $H(jw)$ se conocen como **autovalor**. El autovalor habitualmente se representa como un número complejo.

La representación con exponenciales complejas también simplifica muchas veces los cálculos. Un ejemplo es cuando queremos demostrar que la exponencial compleja es una autofunción de los sistemas LTI. Para ello podemos aplicar la integral de convolución y ver lo que ocurre cuando a la entrada ponemos una exponencial compleja:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{jw(t-\tau)}d\tau$$

Escribiendo $e^{jw(t-\tau)}$ como $e^{jwt}e^{-jw\tau}$ y observando que e^{jwt} se puede sacar fuera de la integral tenemos:

$$y(t) = e^{jwt}\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-jw\tau}d\tau = H(jw)e^{jwt}$$

Donde la salida del sistema es una exponencial compleja a la misma frecuencia angular w que la entrada, multiplicada por la respuesta en frecuencia a esa frecuencia angular:

$$H(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-jw\tau}d\tau$$

Observar que $H(jw)$ es una constante compleja cuyo valor depende solo de w, es decir, no depende de t.

Una ventaja importante de conocer la respuesta en frecuencia, frente a la respuesta al impuso, es que la respuesta en frecuencia nos convierte convoluciones en productos. Es decir, si tenemos una entrada de la forma:

$$x(t) = c_1 e^{jw_1 t} + c_2 e^{jw_2 t} + c_3 e^{jw_3 t}$$

Donde c_m son **coeficientes** asociados a cada sinusoidal, contantes y posiblemente complejos. Para conocer la salida tenemos que convolucionar las sinusoides con la respuesta al impulso:

$$y(t) = \left[c_1 e^{jw_1 t} + c_2 e^{jw_2 t} + c_3 e^{jw_3 t}\right] * h(t)$$
$$= c_1 e^{jw_1 t} * h(t) + c_2 e^{jw_2 t} * h(t) + c_3 e^{jw_3 t} * h(t)$$

Sin embargo, conociendo la respuesta en frecuencia a cada sinusoidal podemos limitarnos a multiplicar cada sinusoidal por su respuesta en frecuencia:

$$c_1 e^{jw_1 t} \rightarrow c_1 H(jw_1) e^{jw_1 t}$$
$$c_2 e^{jw_2 t} \rightarrow c_2 H(jw_2) e^{jw_2 t}$$
$$c_3 e^{jw_3 t} \rightarrow c_3 H(jw_3) e^{jw_3 t}$$

Y la propiedad de superposición nos da la salida del sistema:

$$y(t) = c_1 H(jw_1) e^{jw_1 t} + c_2 H(jw_2) e^{jw_2 t} + c_3 H(jw_3) e^{jw_3 t}$$

Luego, el hecho de que $x(t)$ se pueda escribir como una suma de autofunciones permite convertir convoluciones $c_k e^{jw_k t} * h(t)$ en multiplicaciones $c_k H(jw_k) e^{jw_k t}$.
El autovalor asociado a cada sinusoide representa la contribución de esa sinusoide a la señal de salida. Además, los autovalores proporcionan una interpretación alternativa del sistema. En vez de describir el comportamiento del sistema en el tiempo, los autovalores describen el comportamiento del sistema en cada frecuencia.

6.3. Sinusoidales armónicamente relacionadas

En el tema 1 vimos que una señal periódica se repite cada determinado **periodo** T:

$$x(t) = x(t + T)$$

El **periodo fundamental** T_0 es el valor de T positivo más pequeño y la **frecuencia angular fundamental** w_0 es el valor de w más pequeño, que se calcula como:

$$w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

Donde el denominador es T (y no T_0), porque T no corresponde con el periodo más pequeño para las componentes armónicamente relacionadas.

Los tres tipos habituales de sinusoidales con frecuencia angular fundamental w_0 son:

$$x(t) = e^{w_0 t} \qquad x(t) = \mathrm{Re}\{e^{w_0 t}\} = \cos w_0 t \qquad x(t) = \mathrm{Im}\{e^{w_0 t}\} = \sin w_0 t$$

Se llaman **sinusoidales armónicamente relacionadas** $\phi_m(t)$ al conjunto de sinuosidades cuya frecuencia fundamental es múltiplo de w_0, es decir, mw_0. En el caso de la sinusoidal compleja estas serían:

$$\phi_m(t) = \left\{e^{jm\ \ {}_0 t}\right\} \quad \text{con} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm\infty$$

Por la forma en que han sido definidas todas las señales armónicamente relacionadas $\phi_m(t)$, tienen como uno de sus periodos:

$$T = \frac{2\pi}{w_0}$$

Aunque para $|m| \geq 2$, el periodo fundamental es una fracción de T. Una **serie de Fourier** (Fourier Series FS) es una forma de representar una señal periódica $x(t)$ con este periodo T como una combinación lineal de sinusoidales armónicamente relacionadas:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \phi_m(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{jmw_0 t} \qquad (1)$$

En (1), c_m corresponde a los **coeficientes de la FS**, al término con m=0 se le llama **componente continua** (DC) y al resto de términos se les llama **componentes armónicas** (AC).

Lo que Fourier descubrió es que cualquier señal periódica $x(t)$ se puede escribir como una combinación lineal de sinusoidales armónicamente relacionadas. La dificultad está en identificar los coeficientes c_m que hacen cierta la igualdad (1).

Las condiciones de Dirichlet para la FS

Las **condiciones de Dirichlet** para la FS formalizan las condiciones suficientes para que una función periódica $x(t)$ se pueda escribir como una serie de Fourier. Estas condiciones son:

» **Integral absolutamente limitada**. $x(t)$ debe de ser integrable sobre un periodo T, es decir:

$$\int_T |x(t)|dt \ < \infty$$

» **Oscilación limitada**. $x(t)$ debe tener un número finito de máximos y mínimos en su periodo T.

» **Discontinuidades limitadas**. $x(t)$ debe tener un número finito de discontinuidades en su periodo T.

6.4. Serie de Fourier exponencial

En esta sección vamos a ver cómo se calculan los coeficientes de la FS en el caso en el que las sinusoidales son exponenciales complejas, es decir, la FS tiene la forma (1).

El cálculo de los coeficientes c_m de la FS se realiza mediante la llamada **ecuación de análisis** de la FS, que es la siguiente:

$$c_m = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jmw_0t}dt \qquad (2)$$

Dado que las sinusoidales armónicamente relacionadas $\phi_m(t)$ tienen todas periodo T, la integración se puede realizar sobre cualquier periodo de longitud T.

El coeficiente c_0 es la componente continua (DC) y se calcula aplicando (2) con m=0, es decir:

$$c_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t)\, dt \qquad (3)$$

Interpretando la integral en (3) podemos concluir que el coeficiente c_0 es simplemente la media de $x(t)$ en el periodo.

Si tenemos los coeficientes de una FS podemos reconstruir la señal aplicando (1), por eso a esta ecuación también se la llama **ecuación de síntesis** de la FS.

» **Ejemplo 1**: coeficientes de una onda cuadrada.

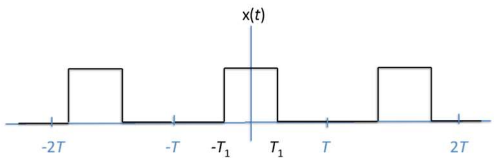
Calcular los coeficientes de la FS de una onda cuadrada representada en la figura 1 (a) y definida por la ecuación:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < T_1 \\ 0, & T_1 < |t| < T \end{cases}$$

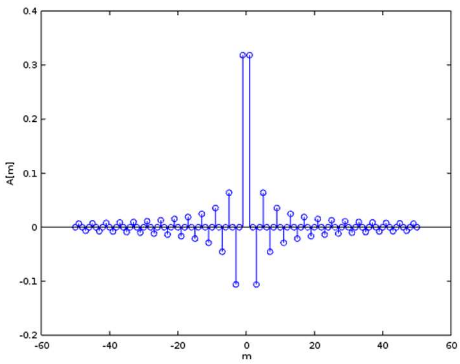
Para calcular los coeficientes aplicamos la ecuación de análisis (2). Dado que la señal es simétrica, resulta más sencillo usar como periodo de integración $[-T/2, T/2]$, aunque cualquier intervalo de longitud T daría el mismo resultado:

$$c_m = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)e^{-jmw_0t}dt = \frac{1}{T}\int_{-T_1}^{T_1} e^{-jmw_0t}dt = \frac{-1}{jmTw_0}\,e^{jmw_0t}\Big|_{-T_1}^{T_1}$$

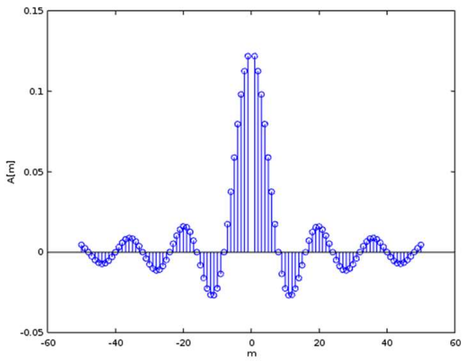
$$= \frac{2}{mTw_0}\left(\frac{e^{jm\quad {}_0T_1} - e^{-jmw_0T_1}}{2j}\right)$$



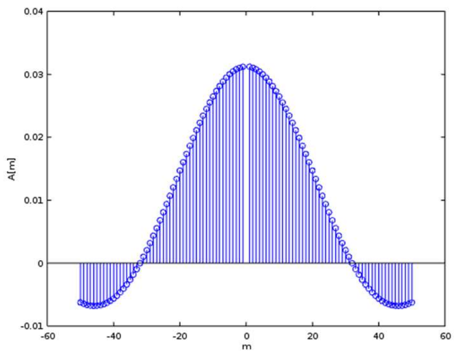
(a) Onda cuadrada



(b) Coeficientes con T=4T_1



(c) Coeficientes con T=16T_1



(d) Coeficientes con T=64T_1

Figura 1: onda cuadrada

Observando que el factor entre paréntesis es $sin(mw_0T_1)$ y que $Tw_0=2\pi$, podemos expresar los coeficientes como:

$$c_m = \frac{2\sin mw_0T_1}{mTw_0} = \frac{\sin mw_0T_1}{m\pi} \qquad m \neq 0 \tag{4}$$

Observar que el coeficiente c_0 en (4) está indefinido por tener la forma 0/0. Como sabemos que este es el coeficiente DC que nos da la media de la señal podemos aplicar (3) para calcularlo:

$$c_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t)\,dt = \frac{1}{T_0}\int_{-T_1}^{T_1} 1\,dt = \frac{2T_1}{T}$$

La figura 1 (b)-(d) muestra los coeficientes de la FS para T=4T_1, T=16T_1, T=64T_1, respectivamente.

La función obtenida en (4) ocurre tan frecuentemente en el análisis de Fourier que tiene su propio nombre:

$$\operatorname{sinc} u = \frac{\sin u\pi}{u\pi}$$

Si tomamos $u = \frac{2mT_1}{T}$s podemos reescribir (4) como:

$$c_m = \frac{2T_1}{T} \operatorname{sinc}\left(\frac{2mT_1}{T}\right) \qquad m \neq 0$$

6.5. Cálculo de los coeficientes con Octave

Octave no nos permite calcular los coeficientes de la FS pero sí es útil para representarlos.

Para ello empezamos definiendo el rango de coeficientes que queremos observar:

```
m = [-50:50];
```

Y después aplicamos la función de análisis sobre estos coeficientes. Por ejemplo, para obtener los coeficientes del ejemplo 1 con T=2π y T=4T_1, aplicamos (4) de la forma:

```
T=2*pi;
w0=2*pi/T;
T1=T/4;
C = sin(m*w0*T1)./(m*pi);
stem(m,C);
xlabel('m');
ylabel('C[m]');
```

El resultado obtenido se muestra en la figura 1 (b). Modificando el valor de T1 podemos obtener la figura 1 (c) y (d).

6.6. Series de Fourier trigonométricas

Las FS se pueden representar de tres formas: exponencial compleja, sino-coseno y amplitud-fase. En el apartado anterior hemos visto la representación con exponencial compleja. En este apartado vamos a ver las otras dos.

Representación seno-coseno de la FS

La **ecuación de síntesis seno-coseno** de la FS nos permite representar una señal periódica $x(t)$ como una combinación lineal de senos y cosenos armónicamente relacionados de la forma:

$$x(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(mw_0 t) + b_m \sin(mw_0 t) \qquad (5)$$

Esta representación está limitada a representar señales reales pero en este caso es especialmente intuitiva. El coeficiente a_0 representa la componente continua (DC) y corresponde al primer coseno (donde m=0).

Las **ecuaciones de análisis seno-coseno** tienen la forma:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_T x(t)\,dt \quad a_m = \frac{2}{T}\int_T x(t)\cos mw_0 t\,dt \quad b_m = \frac{2}{T}\int_T x(t)\sin mw_0 t\,dt \quad (6)$$

Relación entre representación seno-coseno y exponencial de la FS

La ecuación de síntesis seno-coseno (5) está relacionada con la ecuación de síntesis exponencial (1). Sustituyendo las siguientes identidades de Euler en la ecuación de síntesis seno-coseno (5):

$$\cos(mw_0 t) = \frac{1}{2}\left(e^{jmw_0 t} + e^{-jmw_0 t}\right) \qquad \sin(mw_0 t) = \frac{1}{2j}\left(e^{jmw_0 t} - e^{-jmw_0 t}\right) \quad (7)$$

Obtenemos:

$$x(t) = a_0 + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{\infty} a_m\left(e^{jmw_0t} + e^{-jmw_0t}\right) + jb_m\left(e^{jmw_0t} - e^{-jmw_0t}\right)$$
$$= a_0 + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{\infty} (a_m + jb_m)e^{jmw_0t} + (a_m - jb_m)e^{-jmw_0t}$$

Donde vemos que la correspondencia entre coeficientes es:

$$\begin{cases} c_0 = a_0 \\ c_m = \dfrac{(a_m - jb_m)}{2} \\ c_{-m} = c^* = \dfrac{(a_m + jb_m)}{2} \end{cases} \qquad (8)$$

Ya que al sustituir estos coeficientes obtenemos la ecuación de síntesis exponencial (1):

$$x(t) = c_0 + \sum_{m=1}^{\infty} c_n e^{jmw_0t} + c_{-n}e^{-jmw_0t} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_n e^{jmw_0t}$$

Análogamente las ecuaciones de análisis exponencial (2) y (3) se relacionan y pueden reescribirse en forma de ecuaciones de análisis seno-coseno (6) mediante los cambios:

$$\begin{cases} a_0 = c_0 \\ a_m = c_m + c_{-m} \\ b_m = j(c_m - c_{-m}) \end{cases} \qquad (9)$$

En concreto:

$$a_m = c_m + c_{-m} = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jmw_0t}dt + \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{jmw_0t}dt$$
$$= \frac{1}{T}\int_T x(t)\left(e^{+jmw_0t} + e^{-jmw_0t}\right)dt$$
$$b_m = j(c_m - c_{-m}) = \frac{j}{T}\int_T x(t)e^{-jmw_0t}dt - \frac{j}{T}\int_T x(t)e^{jm\;\;{}_0t}dt$$
$$= \frac{-j}{T}\int_T x(t)\left(e^{+jmw_0t} - e^{-jmw_0t}\right)dt$$

Y aplicando los cambios en (7) acabamos obteniendo las ecuaciones de análisis seno-coseno:

$$a_m = \frac{1}{T}\int_T x(t)[2\cos(mw_0t)]dt = \frac{2}{T}\int_T x(t)\cos(mw_0t)\,dt$$
$$b_m = \frac{-j(2j)}{T}\int_T x(t)\sin(mw_0t)\,dt = \frac{2}{T}\int_T x(t)\sin(mw_0t)\,dt$$

» **Ejemplo 2**: coeficientes seno-coseno

Obtener los coeficientes seno-coseno del ejemplo 1. Aplicando las sustituciones en (9) tenemos:

$$a_0 = c_0 = \frac{2T_1}{T}$$
$$a_m = c_m + c_{-m} = \frac{\sin mw_0T_1}{m\pi} + \frac{\sin mw_0T_1}{m\pi} = \frac{2\sin mw_0T_1}{m\pi} \qquad m \neq 0$$
$$b_m = j(c_m - c_{-m}) = j\left(\frac{\sin mw_0T_1}{m\pi} - \frac{\sin mw_0T_1}{m\pi}\right) = 0 \qquad m \neq 0$$

En este ejemplo los coeficientes del seno son cero porque $x(t)$ es una función par. Es decir, aplicando (5) obtenemos que la onda cuadrada se puede expresar como una suma de cosenos armónicamente relacionados:

$$x(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos mw_0t$$

Representación amplitud-fase de la FS

Para obtener forma amplitud-fase de la FS simplemente calculamos la **amplitud** A_m y **fase** ϕ_m de los coeficientes de la forma:

$$\begin{cases} A_m = |c_m| = \sqrt{a_m^2 + b_m^2} \\ \phi_m = \angle c_m = \arctan\left(\dfrac{b_m}{a_m}\right) \end{cases}$$

Donde la ecuación **de síntesis amplitud-fase** de la FS sería:

$$x(t) = c_0 + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(mw_0 t + \phi_m)$$

» **Ejemplo 3**: cálculo de coeficientes amplitud-fase

Determinar los coeficientes de la FS exponencial y FS amplitud-fase de la figura 2.

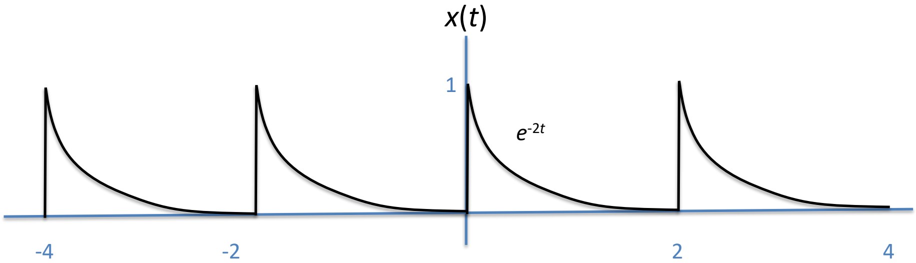


Figura 2: ejemplo de señal

El periodo de la señal es T=2, con lo que w_0=2π/T=π. En este ejemplo el periodo más sencillo de integración sería $x(t) = e^{-2t}$, y aplicando la ecuación de análisis exponencial (2) tenemos:

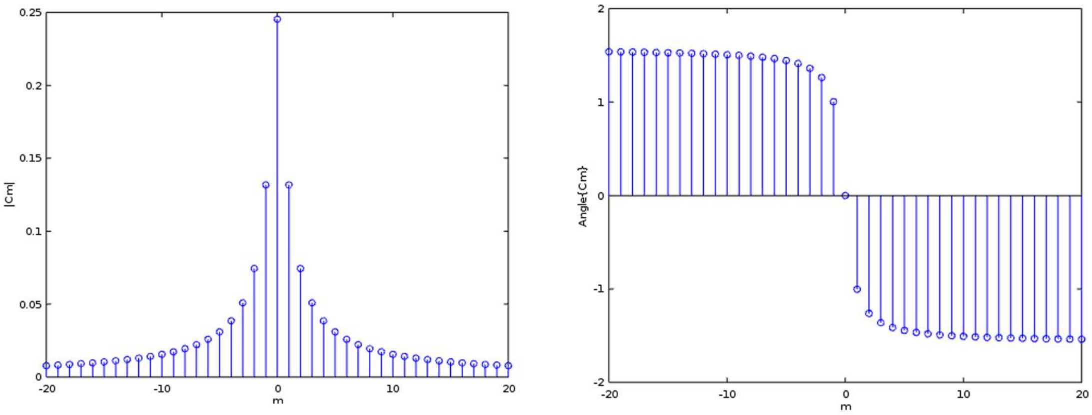
$$c_m = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jmw_0 t}dt = \frac{1}{2}\int_0^2 e^{-2t}\, e^{-jm\pi t}dt = \frac{1}{2}\int_0^2 e^{-(2t+jm\quad)}\, dt$$

$$= \frac{-1}{2(2+jm\pi)} e^{-(2+jm\pi)t}\Big|_0^2 = \frac{1}{4+jm2\pi}\left(1 - e^{-4}e^{-jm2\pi}\right)$$

Dado que $e^{-jm2\pi} = 1$ tenemos:

$$c_m = \frac{1-e^{-4}}{4+jm2\pi}$$

La figura 3 muestra la descomposición en amplitud-fase de estos coeficientes. La figura 3 (a) lo que nos indica es que la amplitud de los coeficientes se reduce a medida que aumenta su frecuencia. La figura 3 (b) lo que nos indica es que los coeficientes de baja magnitud no desfasan la señal y aumenta el desfase a medida que aumenta la frecuencia de los coeficientes.



(a) $|c_m|$ (b) $\angle c_m$

Figura 3: coeficientes del ejemplo

Los comandos Octave usados para obtener estas gráficas son:

```
m = [-20:20];
Cm = (1-exp(-4))./(4.+j*2*pi.*m);
subplot(1,2,1), stem(m,abs(Cm));
xlabel('m');
ylabel('|Cm|');
subplot(1,2,2), stem(m,angle(Cm));
xlabel('m');
ylabel('Angle\{Cm\}');
```

6.7. Convergencia y truncado

La ecuación de síntesis de la FS (1) requiere infinitos coeficientes para representar una señal $x(t)$. Cuando usamos computadores para calcularla la FS habitualmente truncamos la señal a $x_N(t)$, es decir, a una suma finita de valores con n=N, es decir, $2N$ coeficientes:

$$x_N(t) = \sum_{m=-N}^{N} c_n e^{jm\ \ {}_0 t}$$

En principio esperaríamos que la señal a $x(t)$ converja $x(t)$ cuando $N \to \infty$. Sin embargo, experimentalmente se ha observado que esto no es así. A este fenómeno se le conoce como **artefacto de Gibbs**. La figura 4 muestra el tipo de artefacto que se producen en los puntos de discontinuidad de una onda cuadrada, como la del ejemplo 1.

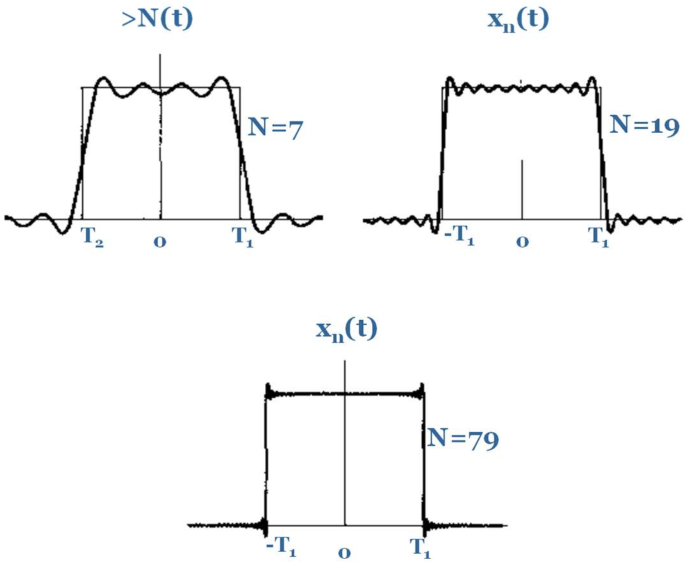


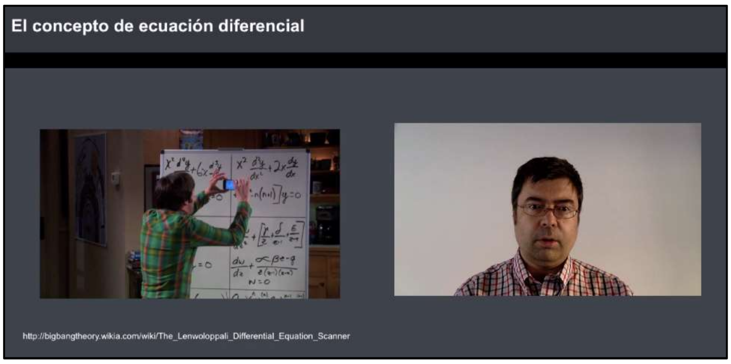
Figura 4: artefacto de Gibbs

Lo + recomendado

Lecciones magistrales

El concepto de ecuación diferencial

En esta lección magistral repasaremos conceptos básicos relacionados con la idea de ecuación diferencial.

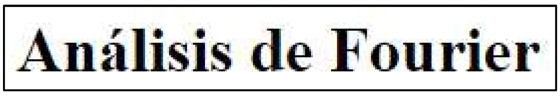


Accede a la lección magistral a través del aula virtual.

No dejes de leer…

Análisis de series de Fourier

En este artículo se describe el análisis de series de Fourier con ejemplos.

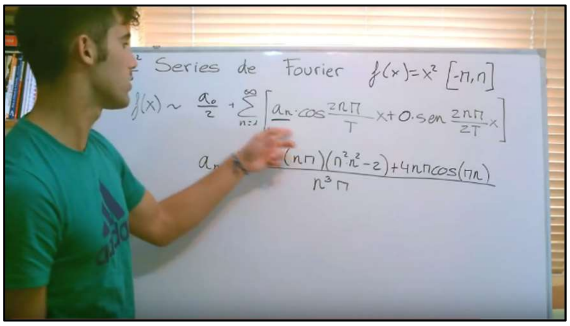


Accede al artículo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/fourier/Fourier.html

No dejes de ver…

Cálculo-Series de Fourier (I)

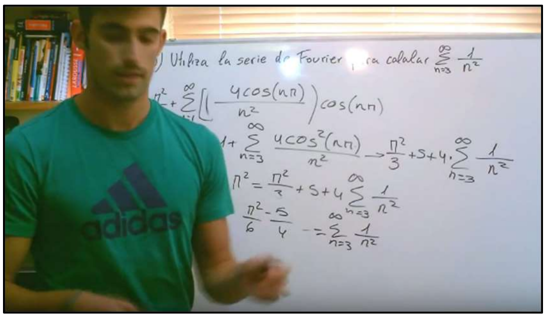
Este tutorial describe las series de Fourier trigonométricas.



Accede al vídeo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
https://www.youtube.com/watch?v=ixJmZG1zmJ8

Cálculo-Series de Fourier (II)

Este tutorial describe cómo aproximar una serie de Fourier.



Accede al vídeo desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
https://www.youtube.com/watch?v=lHfLn957fmY

+ Información

A fondo

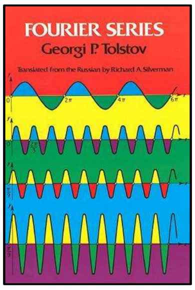
Oppenheim, A. V. (1998). *Señales y sistemas*. Méjico: Prentice Hall.

En las páginas 177-194 se describe el origen histórico de las series de Fourier y se formaliza el concepto de FS en tiempo continuo.

Accede al libro desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
https://books.google.es/books?id=g2750K3PxRYC&pg=PA177

Fourier Series

Tolstov, G. P. (2012). *Fourier Series*. Ne York: Courier Corporation.



Este libro está completamente dedicado a estudiar a fondo las FS.

Accede al libro desde el aula virtual o a través de la siguiente dirección web:
https://books.google.es/books?id=_amjAQAAQBAJ

Bibliografía

Oppenheim, A. V., Willsky, A. S. y Hamid, S. (1998). *Señales y sistemas*. México: Pearson.

Soria, E. (2003). *Tratamiento digital de señales: problemas y ejercicios resueltos*. Madrid: Pearson.

Test

1. ¿Qué no modifica un sistema LTI en una sinuosidad?

A. La amplitud.

B. La fase.

C. El ángulo.

D. La frecuencia.

2. ¿Qué nos dice la respuesta en frecuencia?

A. Cómo cambian el retardo.

B. Cómo cambia la amplitud.

C. Cómo cambia la fase.

D. Cómo cambia la amplitud de la fase.

3. ¿Qué formas tenemos para representar la FS?

A. Exponencial compleja.

B. Seno-coseno.

C. Amplitud-fase.

D. Todas las anteriores.

4. ¿Qué diferencia hay entre exponencial compleja y sinusoidal compleja?

A. Ninguna.

B. La primera puede representarse como suma de seno-coseno.

C. La segunda incluye siempre el tiempo.

D. Ninguna de las anteriores.

5. ¿De qué no depende el autovalor?

A. Tiempo.

B. Frecuencia.

C. Amplitud.

D. Fase.

6. ¿Qué cambia en una autofunción?

A. Solo el rango.

B. Solo la amplitud.

C. Sola la fase.

D. Amplitud y fase.

7. Los coeficientes de la ecuación analítica seno-coseno son:

A. Enteros.

B. Reales.

C. Complejos.

D. Ninguna de las anteriores es correcta.

8. Las señales armónicamente relacionadas tienen un periodo fundamental:

A. Menor o igual a T.

B. Mayor o igual a T.

C. Igual a T.

D. Ninguna de las anteriores.

9. ¿Qué no tiene la ecuación de síntesis seno-coseno de la FS?

A. Término DC.

B. Coeficientes.

C. Parte real.

D. Parte imaginaria.

10. ¿Qué no tiene la ecuación de síntesis amplitud-fase de la FS?

A. Término DC.

B. Coeficientes.

C. Seno.

D. Coseno.