Laboratorio 1: Sistemas dinámicos continuos

Sistemas Dinámicos Discretos y Continuos

Dra. Neus Garrido Sàez

Máster en Ingeniería Matemática y Computación
Escuela Superior en Ingeniería y Tecnología

LA UNIVERSIDAD
EN INTERNET

Laboratorio 1: Sistemas dinámicos continuos

Objetivos

- Consolidar los conocimientos adquiridos sobre sistemas dinámicos continuos.
- Implementar las representaciones de sistemas dinámicos continuos fundamentales.
- Estudiar las conclusiones obtenidas a partir de las gráficas generadas.

Entrega

- Documento Word con los comentarios y soluciones (.doc, .docx)
- Código fuente de Matlab o Scilab implementado (.m, .sce)
- (Si lo hacemos con la plantilla de LaTeX: entregamos el PDF)

Indicaciones

- Entrega individual
- Plazo máximo: 04/05/2021

Descripción del laboratorio

Uno de los sistemas dinámicos continuos caracterizado por su comportamiento caótico es el sistema de Lorenz. Este describe el fenómeno de convección de partículas en movimiento bajo la influencia de cambios en la temperatura. Consideraremos la siguiente simplificación del sistema de Lorenz:

$$\left\{\begin{array}{lcl} x' & = & \sigma(y-x), \\ y' & = & \rho x - y - xz, \\ z' & = & xy - \beta z, \end{array}\right. \qquad \sigma, \beta, \rho > 0, \quad \sigma > \beta + 1,$$

- $x(t)$: intensidad del movimiento
- $y(t)$: variación horizontal de la temperatura
- $z(t)$: variación vertical de la temperatura

Ejercicio 1 (4 puntos)

$$\begin{cases} x' = \sigma(y-x), \\ y' = \rho x - y - xz, \\ z' = xy - \beta z, \end{cases} \qquad \sigma, \beta, \rho > 0, \quad \sigma > \beta + 1,$$

- Para $\rho < 1$, calcula los puntos de equilibrio reales del sistema de Lorenz y determina su estabilidad.
- Consideremos $\rho = 1$ y $z' = z = 0$. Determina la solución del sistema lineal resultante de forma analítica y utilizando la función `dsolve` de MATLAB. Comprueba que las dos soluciones generales coinciden.
  Representa el campo de direcciones para tres valores distintos de $\sigma > 0$. Muestra las gráficas obtenidas y comenta los resultados alcanzados.

Ejercicio 2 (4 puntos)

A partir de la solución general obtenida en el Ejercicio 1, implementa la función `LorenzCD.m` que muestre las siguientes gráficas:

- Campo de direcciones del sistema lineal para cualquier valor de $\sigma > 0$ y $[x, y] \in [-5, 5] \times [-5, 5]$.
- Solución particular del sistema.
- Órbita de la solución particular.

Copia el código de la función en este documento y describe brevemente su funcionamiento.

Utilizando una condición sobre la solución en un instante t^*, $(x(t^*), y(t^*))$, `LorenzCD.m` debe calcular una solución particular del sistema.

LorenzCD.m

```
function LorenzCD(sigma, t*, x*, y*)
...
end
```

1. Representar el campo de direcciones para el valor de σ introducido.
2. Calcular la solución particular mediante la utilización de los valores de σ, t^*, $x(t^*)$ e $y(t^*)$. Estos parámetros de entrada se utilizarán para resolver el sistema de dos ecuaciones cuyas incógnitas son las constantes de la solución general.
3. Tras determinar los valores de las constantes de la solución general, ha de escribir la solución particular obtenida.
4. Representar la solución particular.
5. Representar la órbita asociada.

Ejercicio 3 (2 puntos)

Aplica la función `LorenzCD.m` con $\sigma = 1$ y $\sigma = 5$. Muestra y describe los resultados que has alcanzado para las soluciones particulares obtenidas con las siguientes condiciones sobre la solución:

- $(x(0), y(0)) = (0.5, 0)$
- $(x(1), y(1) = (2, 1)$

Representa el campo de direcciones en $[x, y] \in [-2, 2] \times [-2, 2]$, y la solución particular tomando $t \in [0, 2]$.

unir

LA UNIVERSIDAD
EN INTERNET