UNIVERSIDAD INTERNACIONAL DE LA RIOJA unir

Universidad Internacional de la Rioja (UNIR)

Campus de Ingeniería

Máster en Ingeniería Matemática y Computación

Laboratorio: Simulación de eventos discretos

Presentado por: Jorge Augusto Balsells Orellana

Director: Daniel Pérez Palau

Ciudad:
Fecha: 22 de febrero de 2021

Índice general

Capítulo 1

Descripción Técnica

Objetivos concretos y metodología de trabajo Este trabajo contiene las conclusiones de los resultados obtenidos de la simulación de la actividad 3 de Modelado y simulación numérica.

1.1. Objetivos Generales

- Modelar un sistema de colas.
- Construir el modelo de simulación.
- Obtener resultados estadísticos que nos permitan sacar conclusiones sobre el problema tratado.

1.2. Detalles de Implementación

Se ha desarrollado una simulación en Python, considerando que en esta actividad se tenía mayor libertad en cuanto a desarrollo, para poner en práctica algunos conceptos aprendidos en el cursod e Python.

Los tiempos se han implementado de manera exponencial, y discretos según se requieren. Los tiempos generados para un tiempo valle, son proporcionales a los tiempos generados para un tiempo pico.

En la figura 1 vemos los resultados del generador de números aleatorios para el flujo de cada cliente en tiempos valle. En la figura 2 vemos los resultados en tiempo pico. El comportamiento es el mismo, ya que es la misma función generadora, la variación es proporcional en amplitud, ya que el flujo de personas debe ser mayor.

Este ejercicio se puede realizar de la misma manera mediante técnicas de teoría de colas teniendo una distribución de llegadas, una distribución de tiempos de servicio y un numero de servidores, dónde el tiempo de llegada se describe como $t = \frac{1}{\lambda}$.

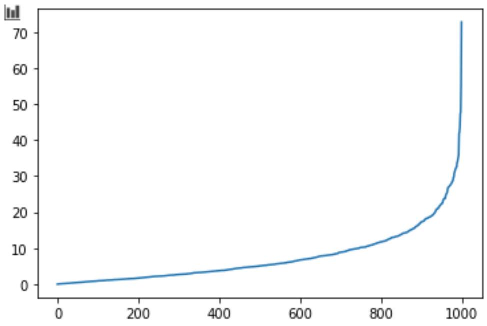


Figura 1: Tiempos valle generados.

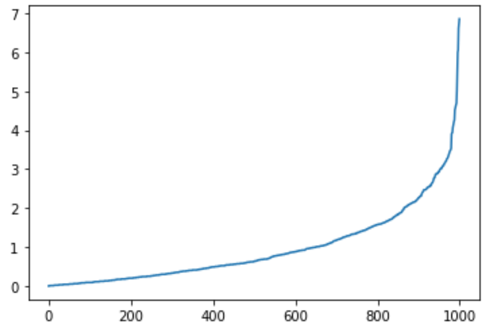


Figura 2: Tiempos pico generados.

Basados en el mismo concepto anterior, obtenemos los generadores aleatorios para el servicio de los operadores. En el caso de los operadores, el generador no es exponencial, simplemente es un generador estable de numeros aleatorios entre 0 y 1, que nos retornará valores discretos según los porcentajes de atención de cada uno de los cajeros. En la figura 3 se observa la distribución que sigue el operador 1 en atención en la caja. En la figura 4 se muestra la distribución que sigue el operador 2 en atención en la caja. En ambos casos, se ha verificado que al generar los valores aleatorios, sigan la misma distribución.

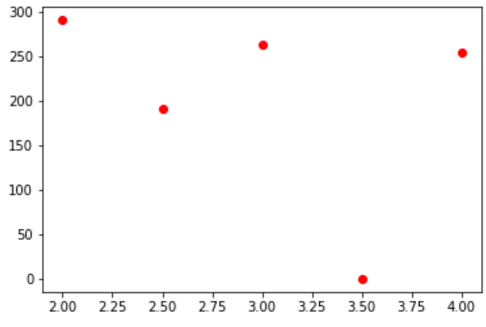


Figura 3: Distribución operador 1.

A partir de los generadores de números aleatorios descritos, podemos desarrollar la simu-

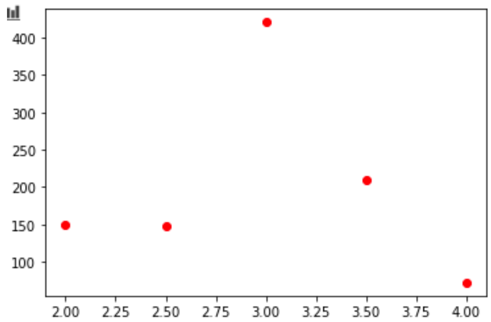


Figura 4: Distribución operador 2.

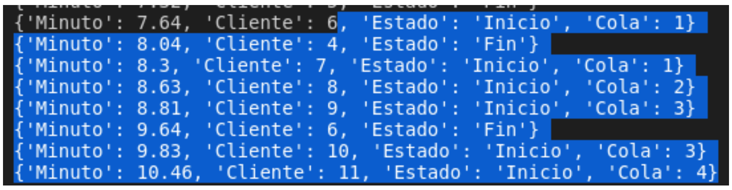
lación en base a lógica computacional basandonos en desarrollo de vectores, lo cual nos podrá dar un estimado de los tiempos y de la cola generada en diferentes intervalos.

1.3. Simulación cola Única

Al simular una cola única, trazaremos los resultados de la cola con 100 personas considerando solamente al operador 1, y solamente al operador 2.

Para generar la cola de clientes, nos basamos en el generador exponencial, y generamos 100 tiempos diferentes de llegada de clientes. En este caso, el primer valor es el tiempo del primer cliente, y el último valor es el tiempo del último cliente atendido. Dado que los valores están en base al tiempo promedio que tarda cada cliente en aparecer en la caja, generamos un vector donde, según la posición, se suman todos los tiempos anteriores que ya han transcurrido para cuando el cliente i llega a la caja.

Las imágenes de colas hacen relación a la cantidad de gente que se encuentra en cola cuando llega la siguiente persona. en el eje de las X, se visualizan las 100 personas que se han evaluado, en el eje de las y se visualiza el tamaño de la cola en el instante que llega la persona.



```
{'Minuto': 7.64, 'Cliente': 6, 'Estado': 'Inicio', 'Cola': 1}
{'Minuto': 8.04, 'Cliente': 4, 'Estado': 'Fin'}
{'Minuto': 8.3, 'Cliente': 7, 'Estado': 'Inicio', 'Cola': 1}
{'Minuto': 8.63, 'Cliente': 8, 'Estado': 'Inicio', 'Cola': 2}
{'Minuto': 8.81, 'Cliente': 9, 'Estado': 'Inicio', 'Cola': 3}
{'Minuto': 9.64, 'Cliente': 6, 'Estado': 'Fin'}
{'Minuto': 9.83, 'Cliente': 10, 'Estado': 'Inicio', 'Cola': 3}
{'Minuto': 10.46, 'Cliente': 11, 'Estado': 'Inicio', 'Cola': 4}
```

Figura 5: Distribución de cola.

1.3.1. Operario A

Este es un desarrollo de teoría de colas de un solo canal. El empleado A atiende a los clientes siguiendo una distribución discreta de la forma:

- 2 minutos en el 30 % de los clientes.
- 2.5 minutos en el 20 % de los clientes.
- 3 minutos en el 25 % de los clientes.
- 4 minutos en el resto de los clientes.

- Horario valle:
  - Numero de clientes atendidos: 100. $Clientes = longitud(Vector)$
  - Numero de clientes atendidos por cada operador: 100(solamente hay un operador). Este valor se obtiene por medio de un contador que se suma con cada vez que cambia de estado el operador.
  - Porcentaje de ocupación del operador: 42.66 %. Este valor se obtiene de la siguiente manera: $Ocupacion = \frac{\sum tiempo_a tencion[i]}{vector[longitud(vector)-1]-vector[0]+tiempo_a tencion[len(vector)-1]}$. En este caso, el denominador hace referencia al tiempo en el cual se ha encontrado atendiendo personas en el almacen, siendo la diferencia entre el tiempo final y el tiempo inicial del sistema. A esto se le suma el tiempo de atención del último cliente. En el numerador, encontramos la sumatoria de tiempos de atención del operador.
  - Tiempo medio de espera en cola: 0.44 minutos. En este caso, el dato se obtiene a partir de la suma de los intervalos de tiempo, multiplicados por la cola en ese intervalo, dividido dentro del total del tiempo del sistema. $\frac{intervalo_t iempo[i]*cola[i]}{\sum vector[i]}$
  - Longitud de cola promedio. 0.3 personas. Por ser un numero flotante, se aproxima a 1 persona en promedio la cola y no a cero, tomando el peor de los casos. La figura 6 muestra la distribución de la cola en todo el tiempo de atención del total de los clientes.

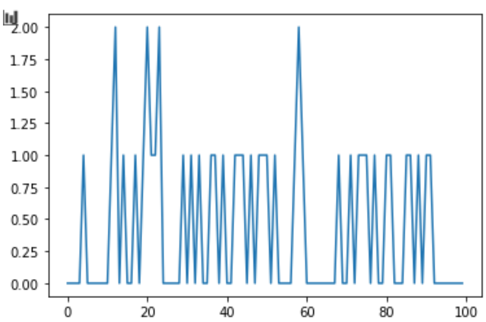


Figura 6: Cola determinada cuando llega cada cliente a la caja con operador 1 en tiempo valle.

- Horario pico:

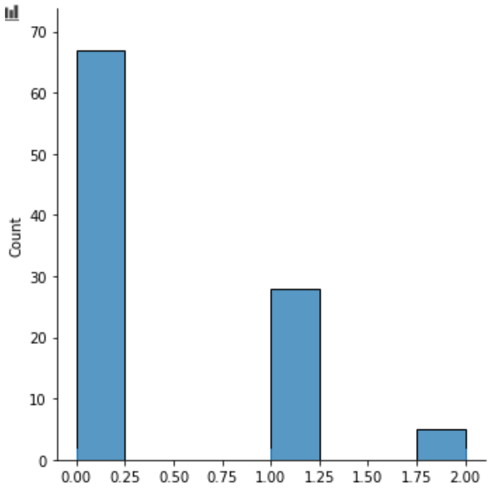


Figura 7: Distribución de cola con eventos aleatorios del operador 1 en tiempo valle.

- Numero de clientes atendidos: 100. $Clientes = longitud(Vector)$
- Numero de clientes atendidos por cada operador: 100(solamente hay un operador). Este valor se obtiene por medio de un contador que se suma con cada vez que cambia de estado el operador.
- Porcentaje de ocupación del operador: 100 %. Este valor se obtiene de la siguiente manera: $Ocupacion = \frac{\sum tiempo_atencion[i]}{vector[longitud(vector)-1]-vector[0]+tiempo_atencion[len(vector)-1]}$. En este caso, el denominador hace referencia al tiempo en el cual se ha encontrado atendiendo personas en el almacen, siendo la diferencia entre el tiempo final y el tiempo inicial del sistema. A esto se le suma el tiempo de atención del último cliente. En el numerador, encontramos la sumatoria de tiempos de atención del operador.
- Tiempo medio de espera en cola: 21.97 minutos. En este caso, el dato se obtiene a partir de la suma de los intervalos de tiempo, multiplicados por la cola en ese intervalo, dividido dentro del total del tiempo del sistema. $\frac{intervalo_tiempo[i]*cola[i]}{\sum vector[i]}$
- Longitud de cola promedio. 2.9 personas. Por ser un numero flotante, se aproxima a 3 persona en promedio la cola y no a cero, tomando el peor de los casos. La figura 8 muestra la distribución de la cola en todo el tiempo de atención del total de los clientes.

1.3.2. Operario B

Este es un desarrollo de teoría de colas de un solo canal. El empleado B atiende a los clientes siguiendo una distribución discreta de la forma:

- 2 minutos en el 15 % de los clientes.

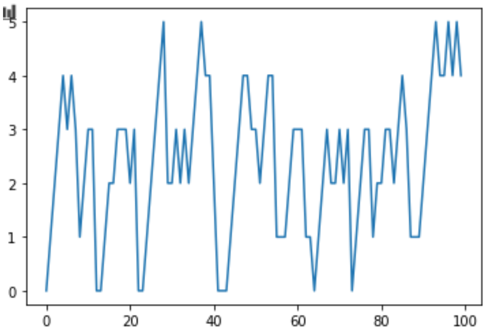


Figura 8: Cola determinada cuando llega cada cliente a la caja con operador 1 en tiempo pico.

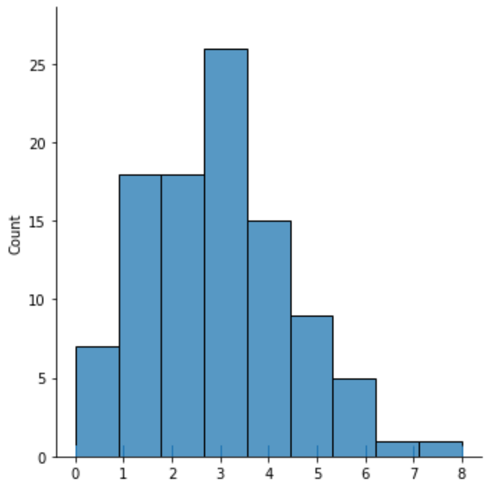


Figura 9: Distribución de cola con eventos aleatorios del operador 1 en tiempo pico.

- 2.5 minutos en el 15 % de los clientes.
- 3 minutos en el 40 % de los clientes.
- 3.5 minutos en el 20 % de los clientes.
- 4 minutos en el resto de los clientes.

- Horario valle:
  - Numero de clientes atendidos: 100. $Clientes = longitud(Vector)$
  - Numero de clientes atendidos por cada operador: 100(solamente hay un operador). Este valor se obtiene por medio de un contador que se suma con cada vez que cambia de estado el operador.
  - Porcentaje de ocupación del operador: 46.64 %. Este valor se obtiene de la siguiente manera: $Ocupacion = \frac{\sum tiempo_atencion[i]}{vector[longitud(vector)-1]-vector[0]+tiempo_atencion[len(vector)-1]}$. En este caso, el denominador hace referencia al tiempo en el cual se ha encontrado atendiendo personas en el almacen, siendo la diferencia entre el tiempo final y el

tiempo inicial del sistema. A esto se le suma el tiempo de atención del último cliente. En el numerador, encontramos la sumatoria de tiempos de atención del operador.

- Tiempo medio de espera en cola: 0.49 minutos. En este caso, el dato se obtiene a partir de la suma de los intervalos de tiempo, multiplicados por la cola en ese intervalo, dividido dentro del total del tiempo del sistema. $\frac{intervalo_tiempo[i]*cola[i]}{\sum vector[i]}$
- Longitud de cola promedio. 0.2 personas. Por ser un numero flotante, se aproxima a 1 persona en promedio la cola y no a cero, tomando el peor de los casos. La figura 10 muestra la distribución de la cola en todo el tiempo de atención del total de los clientes.

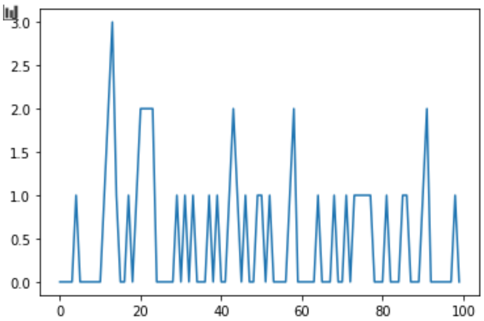


Figura 10: Cola determinada cuando llega cada cliente a la caja con operador 2 en tiempo valle.

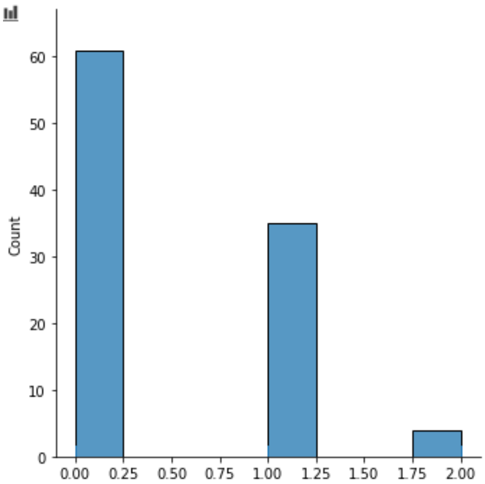


Figura 11: Distribución de cola con eventos aleatorios del operador 2 en tiempo valle.

- Horario pico:
  - Numero de clientes atendidos: 100. $Clientes = longitud(Vector)$
  - Numero de clientes atendidos por cada operador: 100(solamente hay un operador). Este valor se obtiene por medio de un contador que se suma con cada vez que cambia de estado el operador.

- Porcentaje de ocupación del operador: 100 %. Este valor se obtiene de la siguiente manera: $Ocupacion = \frac{\sum tiempo_a tencion[i]}{vector[longitud(vector)-1]-vector[0]+tiempo_a tencion[len(vector)-1]}$. En este caso, el denominador hace referencia al tiempo en el cual se ha encontrado atendiendo personas en el almacen, siendo la diferencia entre el tiempo final y el tiempo inicial del sistema. A esto se le suma el tiempo de atención del último cliente. En el numerador, encontramos la sumatoria de tiempos de atención del operador.
- Tiempo medio de espera en cola: 23.8 minutos. En este caso, el dato se obtiene a partir de la suma de los intervalos de tiempo, multiplicados por la cola en ese intervalo, dividido dentro del total del tiempo del sistema. $\frac{intervalo_t iempo[i]*cola[i]}{\sum vector[i]}$
- Longitud de cola promedio. 2.7 personas. Por ser un numero flotante, se aproxima a 3 persona en promedio la cola y no a cero, tomando el peor de los casos. La figura 12 muestra la distribución de la cola en todo el tiempo de atención del total de los clientes.

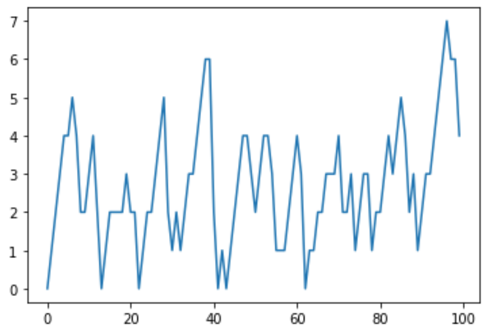


Figura 12: Cola determinada cuando llega cada cliente a la caja con operador 2 en tiempo pico.

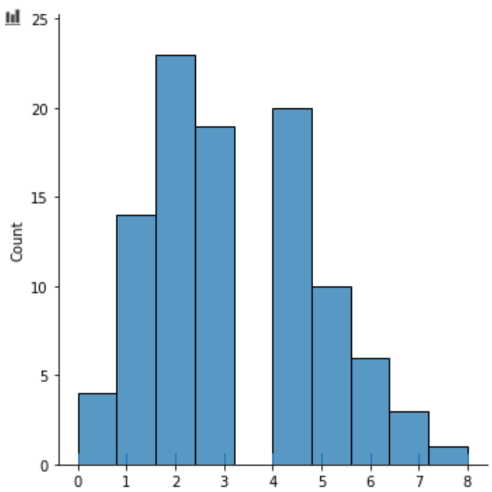


Figura 13: Distribución de cola con eventos aleatorios del operador 2 en tiempo pico.

1.3.3. Temas Interesantes

Este es un desarrollo de teoría de colas multicanal. Se puede desarrollar a través de matrices markovianas(tipo exponencial) dónde se describe de la siguiente manera:

Tiempo entre llegadas.

$$Tiempo_entre_llegadas = \frac{1}{\lambda} \tag{1.1}$$

Tiempo entre servicios.

$$Tiempo_entre_servicios = \frac{1}{\mu} \tag{1.2}$$

Número de unidades en el sistema.

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \tag{1.3}$$

Tiempo en el cual una unidad está en el sistema.

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{1.4}$$

Número promedio de unidades esperando en la fila.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{1.5}$$

Tiempo en que una unidad espera en fila.

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{1.6}$$

Factor de uso del sistema:

$$\phi = \frac{\lambda}{\mu} \tag{1.7}$$

Probabilidad de que ninguna unidad se encuentre en el sistema.

$$P_o = 1 - \phi \tag{1.8}$$

Probabilidad de que el sistema tenga exactamente n unidades.

$$P_n = [1 - \frac{\lambda}{\mu}][\frac{\lambda}{\mu}]^n \tag{1.9}$$

Para estos casos, se debe tener un tiempo entre llegadas y un tiempo entre servicios, estos se pueden promediar de los datos obtenidos en la simulación para agilizar el proceso.

Capítulo 2

Resultados

En las figuras 6 y 10 se muestra la cola que deben hacer los clientes segun el número de cliente que ha sido en llegar en un tiempo valle. En este caso, por motivos de simplicidad se hizo siguiendo una distribución de numero de cliente, en lugar de mostrar tiempos en el eje x. En el caso del operador 1, resalta la cola con 2 clientes como máximo, sin embargo, esta sube 4 veces con los datos muestreados. En el caso de tener una persona en cola, sube aproximadamente 25 veces. en el caso del operador 2, sube una unica vez a 3 clientes en cola, 4 veces con 2 clientes en cola, y aproximadamente 21 veces con 1 cliente en cola.

2.1. Conclusiones

Con estos datos podemos concluir que es directamente proporcional el porcentaje de tiempo que el operador se encuentra desocupado, a la eficiencia del mismo, y por lo tanto, el operador 1 es mas eficiente trabajando cuando se necesita una sola cola con un solo operador en tiempo valle y en tiempo pico.

Apéndices

Apéndice A

Conclusiones para el propietario

En caso de tener un flujo de clientes en temporada valle, es aconsejable dejar solamente al operador 1, ya que el tiempo estimado de cola con este operador es mas bajo que con el operador 2, aunque en realidad la diferencia en eficiencia no es tan grande con tan pocos datos. De la misma manera, no se esta saturando al operador 1 con una cantidad de trabajo intolerable, lo cual es requisito para el bienestar de todo trabajador. En cuanto aumenta el flujo de clientes, si la cola sobrepasa de 3 personas, y la cola empieza a aumentar de tiempo en un tiempo superior a 1 minuto promedio por persona, es aconsejable agregar al segundo operador para mantener un flujo constante de clientes, ya que de no agregarse, la cola puede llegar a ser de un aproximado de 7 personas con un tiempo cercano a 10 minutos de espera en promedio. Esto puede llevar a posibles futuros cambios de tiendas para los clientes que tienen una mayor espera.

Lo ideal es sacar una conclusión con una mayor cantidad de muestras para poder determinar de una mejor manera la tendencia estadística, ya que en varios de los casos, el operador 2 era mas eficiente que el operador 1. Sin embargo la diferencia es mínima.

Apéndice B

Codigo Fuente del proyecto

El codigo fuente del proyecto se encuentra adjunto en el sistema en un notebook de python. De la misma manera, adjunto link de github para visualizarlo en linea. https://github.com/JBalsells/INGMAT/blob/main/Hoja%203/Laboratorio3.ipynb