

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

ESTUDIO	ASIGNATURA	CONVOCATORIA
MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN (PLAN 2016)	4391010002.- MÉTODOS NUMÉRICOS AVANZADOS EN INGENIERÍA	Ordinaria

FECHA	MODELO	CIUDAD DEL EXAMEN
13-15/03/2020	Modelo - C	

Etiqueta identificativa

L J

INSTRUCCIONES GENERALES

1. **Lee atentamente** todas las preguntas antes de empezar.
2. La duración del examen es de **2 horas**.
3. Escribe únicamente con **bolígrafo negro**.
4. No está permitido utilizar más hojas de las que te facilita la UNIR (al final del examen tienes un folio que puedes utilizar **únicamente** para hacerte esquemas y organizarte, el cual se **entregará** junto con el examen).
5. **El examen PRESENCIAL supone el 60%** de la calificación final de la asignatura. Es necesario aprobar el examen, para tener en cuenta la evaluación continua, aunque esta última sí se guardará para la convocatoria extraordinaria en caso de no aprobar.
6. No olvides **rellenar EN TODAS LAS HOJAS los datos del cuadro** que hay en la parte superior con tus datos personales.
7. El **DNI/NIE/PASAPORTE debe estar sobre la mesa** y disponible para su posible verificación.
8. **Apaga el teléfono móvil**.
9. Las preguntas se contestarán en **CASTELLANO**.
10. El profesor tendrá muy en cuenta las **faltas de ortografía** en la calificación final.
11. Se permite el uso de ordenadores, así como de discos duros, memorias flash o similares.
12. No se permite el uso de Internet, ni ningún tipo de comunicación electrónica.
13. Todas las **respuestas** deberán estar **debidamente justificadas**.
14. Todos los **resultados** se deben dar con **6 cifras decimales**.

Puntuación

Problemas

- Opción personalizada 10.00 puntos

**NO UTILIZAR ESTA
PARTE DE LA HOJA**

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

Vas a empezar el examen de Métodos Numéricos Avanzados en Ingeniería.

- Asegúrate de tener todo el material que necesitas.
- Echa un vistazo a los tres problemas y comienza con el que prefieras.
- Lee bien los enunciados. Si alguna expresión matemática no se visualiza correctamente:
 - Comprueba si aparece al final del examen como anexo.
 - En caso contrario, comunícaselo al responsable del examen lo antes posible.
- Recuerda que para la respuesta puedes utilizar todas las hojas en las que no se indique lo contrario.

¡Ánimo y suerte!

1. Sea el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}x' &= y - z + t \\y' &= 3t^2 \\z' &= y + e^{-t}\end{aligned}$$

siendo $x(0)=1$, $y(0)=1$, $z(0)=-1$.

1. (3.5 puntos) Resuelve por el método de Heun de orden 2 el problema de valor inicial en $t \in [0, 1]$, tomando como paso $h=0.05$. Representa la evolución de $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, indicando sus valores en $t=\{0.1, 0.5, 0.75, 1\}$.
2. (3.5 puntos) Resuelve por el método de Runge-Kutta de orden 4 el problema de valor inicial en $t \in [0, 1]$, tomando como paso $h=0.05$. Representa la evolución de $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, indicando sus valores en $t=\{0.1, 0.5, 0.75, 1\}$.
3. (3 puntos) Calcula una estimación del orden de convergencia de ambos métodos.

**NO UTILIZAR ESTA
PARTE DE LA HOJA**

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

2. Queremos resolver la ecuación no lineal

$$\sin(x) = x^2 - 1.$$

Utilizaremos los métodos de Newton y MUSC. El método MUSC tiene la expresión

$$y_k = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)},$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{\frac{1}{5}f'(x_k) + \frac{4}{5}f'(y_k)}, k = 0, 1, 2, \dots$$

Para ambos métodos, el criterio de parada será $|x_{k+1} - x_k| + |f(x_{k+1})| < 10^{-9}$. Para obtener la solución de la ecuación no lineal, sigue los siguientes pasos.

- (1.5 puntos) Representa gráficamente sobre una figura las funciones que hay a cada lado de la igualdad, tomando valores de $x \in [0, 2]$. Indica el valor aproximado en que se cortan ambas funciones.
- (2 puntos) Aplica el método de Newton para obtener la solución de la ecuación no lineal, utilizando como estimación inicial $x_0 = 1$. Proporciona la solución de la ecuación, el número de iteraciones, la estimación del error en el último paso y el valor del ACOC.
- (3 puntos) Implementa una función OMUSC.m en la que programes el método MUSC; tendrás que escribir el código que hay dentro del bucle while en la hoja de examen. Como valores de salida de la función, tendrás que dar la solución de la ecuación, el número de iteraciones, la estimación del error y el valor del ACOC.
- (2 puntos) Aplica el método MUSC para obtener la solución de la ecuación no lineal, utilizando como estimación inicial $x_0 = 1$. Proporciona la solución de la ecuación, el número de iteraciones, la estimación del error en el último paso y el valor del ACOC.
- (1.5 puntos) Establece una comparativa entre los métodos de Newton y MUSC a partir de los resultados obtenidos.

**NO UTILIZAR ESTA
PARTE DE LA HOJA**

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

3. Sea la ecuación en derivadas parciales hiperbólica

$$u_{tt}(x,t) - \alpha^2 u_{xx}(x,t) + a(x)u_t(x,t) + b(t)u(x,t) = m(x,t),$$

donde $x \in [0, L]$ y $t \geq 0$, con las condiciones iniciales

$$u(x, 0) = f(x), \quad u_t(x, 0) = g(x),$$

y con las condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 0.$$

Para resolver la ecuación en derivadas parciales de forma numérica, deberás seguir los siguientes pasos.

- (1.5 puntos) Obtén la expresión general en diferencias divididas utilizando el método explícito. Utiliza la notación $u(x, t) = u_{i,j}$, $a(x) = a_i$, $b(t) = b_j$, $m(x, t) = m_{i,j}$. Toma h como paso de la variable x y k como paso de la variable t . Indica sobre qué valores de i y j se aplica esta expresión.
- (2.5 puntos) Aplica el desarrollo de Taylor hasta orden 2 sobre la condición de contorno $u_t(x, 0)$, teniendo en cuenta que $m(x, 0) = a(x)g(x) + b(0)u(x, 0)$.
- (1 puntos) Particulariza la expresión general del apartado a en los nodos $i \in \{1, nx-1\}$, teniendo en cuenta los datos obtenidos en el apartado b.
- (5 puntos) Obtén la solución de la ecuación en derivadas parciales, tomando $a(x) = b(t) = m(x, t) = 0$, $\alpha^2 = 4\pi^2$, $L = \pi$, $f(x) = \sin(x)$, $g(x) = 0$, $h = \pi/10$, $k = 0.05$. Representa gráficamente la solución $u(x, t)$ en el instante $T = 1$. Escribe en una tabla los valores de $u(x, t)$ en el instante $T = 1$ con seis decimales.

**NO UTILIZAR ESTA
PARTE DE LA HOJA**

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

Problemas

Problema 1

PVI

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) - z(t) + t \\ y'(t) = 3t^2 \\ z'(t) = y(t) + e^{-t} \end{cases}, \quad t \in [0,1]$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 1, \quad z(0) = -1.$$

Problema 2

Ecuación no lineal

$$\sin(x) = x^2 - 1$$

Método MUSC

$$y_k = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)},$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{\frac{1}{5}f'(x_k) + \frac{4}{5}f'(y_k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Criterio de parada

$$|x_{k+1} - x_k| + |f(x_{k+1})| < 10^{-9}.$$

Problema 3

EDP hiperbólica

$$u_{tt}(x, t) - \alpha^2 u_{xx}(x, t) + a(x)u_t(x, t) + b(t)u(x, t) = m(x, t),$$

$$u(x, 0) = f(x), u_t(x, 0) = g(x), u(0, t) = u(L, t) = 0.$$

**NO UTILIZAR ESTA
PARTE DE LA HOJA**

DATOS PERSONALES		FIRMA
Nombre:	DNI:	
Apellidos:		

B O R R A D O R
PÁGINA NO VÁLIDA PARA RESPONDER

B O R R A D O R
PÁGINA NO VÁLIDA PARA RESPONDER