

# Remoção em Árvore Rubro Negra

# Introdução

O procedimento de remoção é composto de uma etapa de remoção em árvore binária de busca

Caso as propriedades rubro-negras teriam sido destruídas durante a operação, é necessária uma etapa de balanceamento

# Introdução

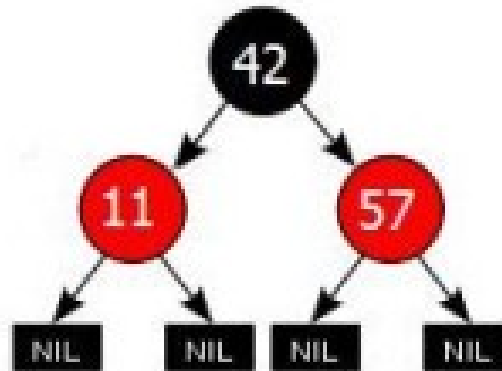
Caso o nó tenha dois filhos, escolher o seu sucessor para substituí-lo. Isto é, a informação contida no sucessor irá ser copiada sobre o nó cuja chave é o parâmetro da remoção.

O nó fisicamente removido será o sucessor.

Se este for RUBRO, a remoção termina. Caso contrário algumas correções serão necessárias.

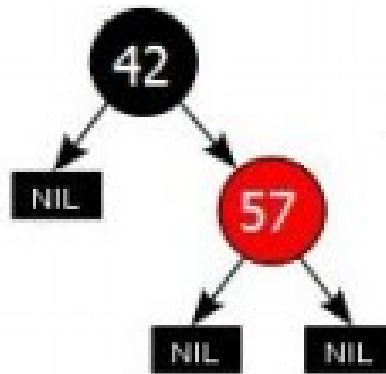
# Exemplo 1

- Remoção do nó 11
  1. Árvore Inicial



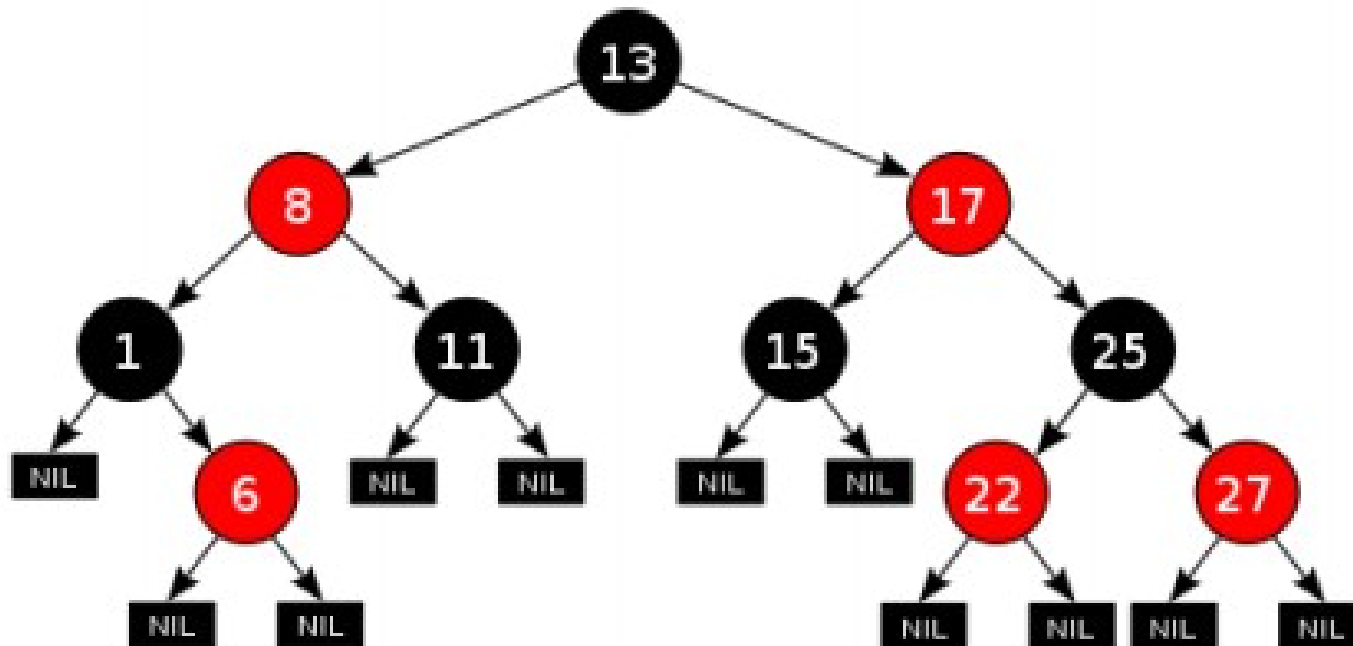
# Exemplo 1

- Remoção do nó 11
  2. Como o nó removido é rubro, todas as propriedades da árvore continuam válidas.



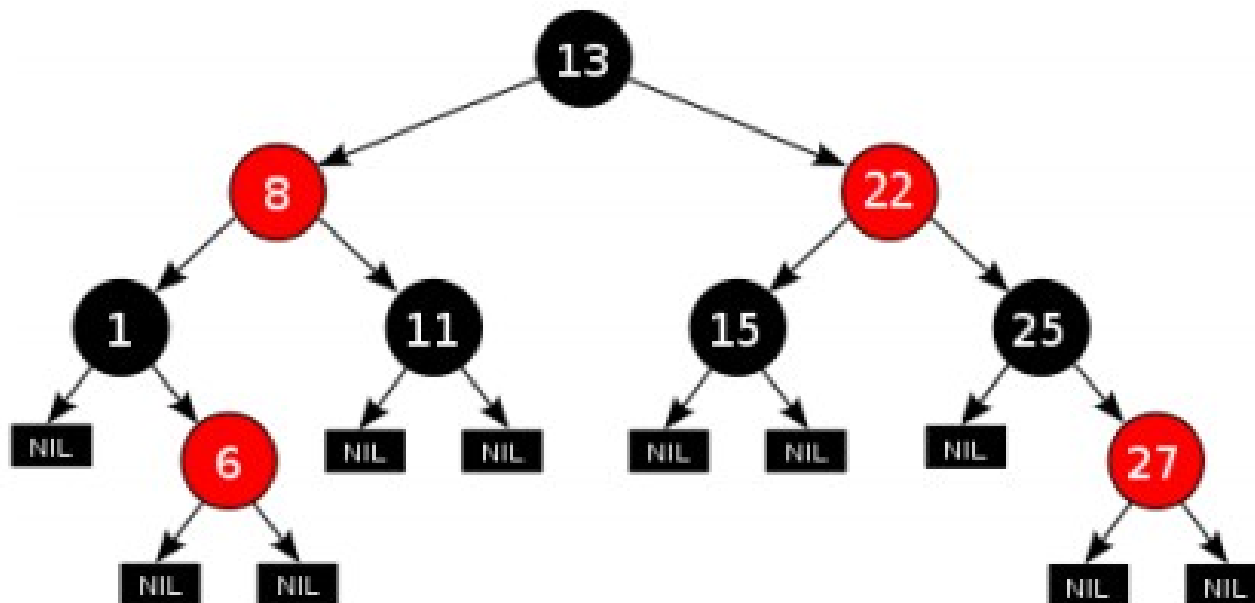
# Exemplo 2

- Remoção do nó 17
  - Árvore Inicial



# Exemplo 2

- Remoção do nó 17
  2. Como o nó removido é rubro, todas as propriedades da árvore continuam válidas.



# Remoção de nó negro

- A quantidade de nós negros em pelo menos um dos caminhos da árvore foi alterado
- Nesse caso, algumas operações de rotação e/ou alteração de cor serão necessárias.

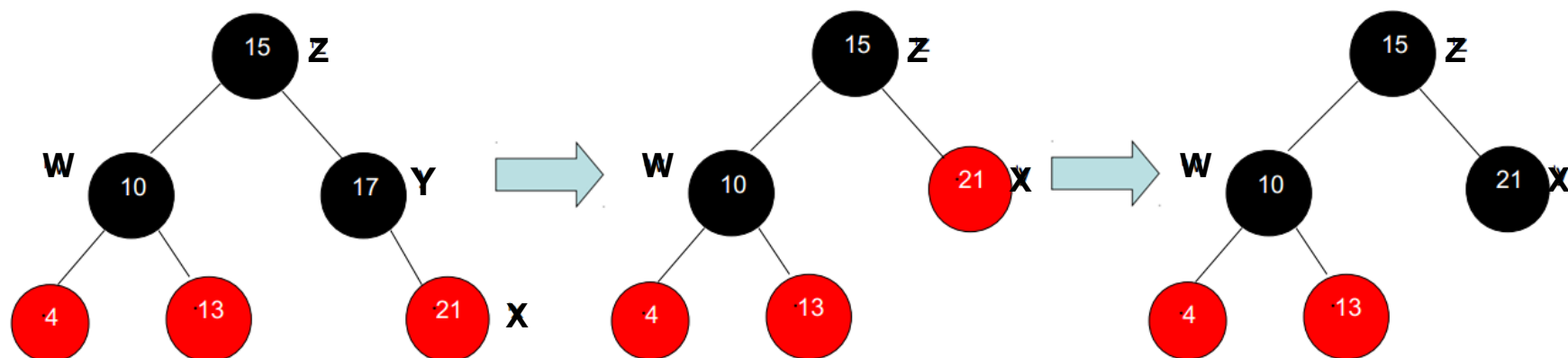


# Remoção de nó negro

- Existem quatro casos para corrigir as cores após uma remoção (de nó NEGRO), mas antes de defini-los, identificaremos alguns nós:
  - Seja  $z$  o nó a ser removido.
  - Seja a)  $y = z$  se  $z$  tinha um ou nenhum filho; ou  
b)  $y = \text{succ}(z)$  se  $z$  tinha dois filhos.
  - Seja  $x$  o filho de  $y$  antes da remoção de  $z$  ou NIL caso  $y$  não tivesse filho.
  - Seja  $w$  o tio de  $x$  (irmão de  $y$ ) antes da remoção de  $z$ .

# Remoção de nó negro

**Caso 0:** X é rubro ( Obs.: o pai Y negro foi removido )



Nos casos em que x é RUBRO basta fazer x NEGRO e todas as propriedades estarão restabelecidas. Fim da Remoção.

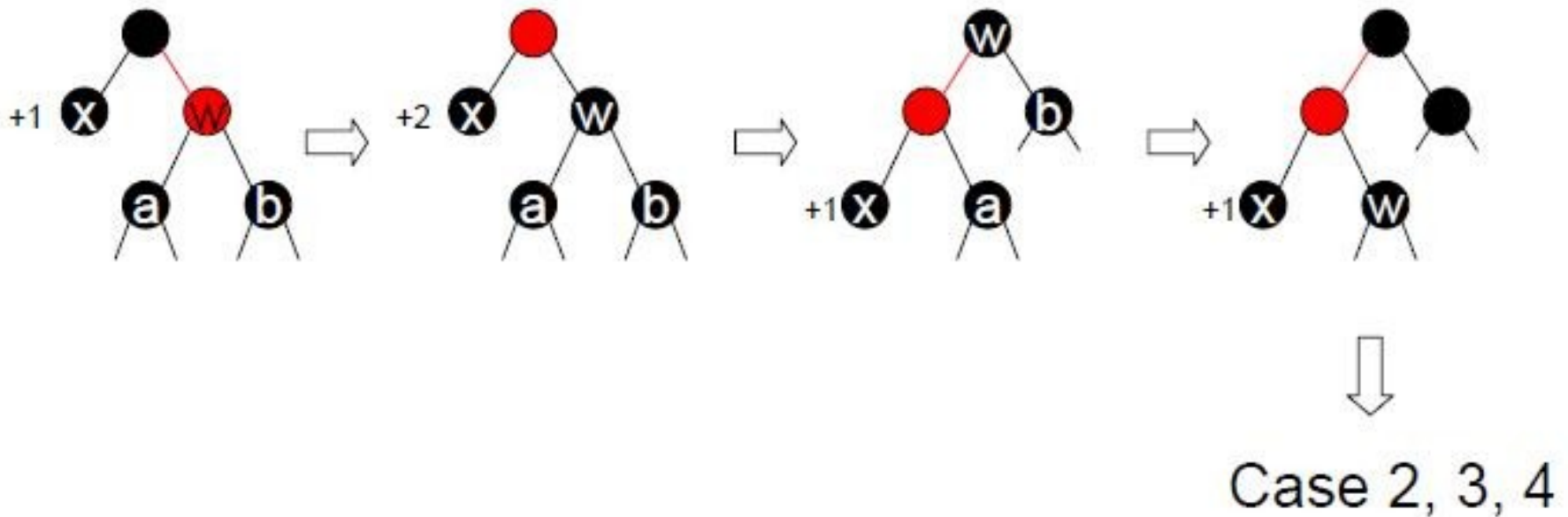
Observação importante: Tem um erro na figura. Nas duas últimas árvores, onde está a chave 15 (parâmetro da remoção) deveria estar a chave 17.

# Casos para regulagem quando $x$ é filho esquerdo

- **Caso 1:**  $W$  é RUBRO
- **Caso 2:**  $W$  é NEGRO, seus dois filhos são NEGROS
- **Caso 3:**  $W$  é NEGRO, seu filho da esquerda é RUBRO e seu filho da direita é NEGRO
- **Caso 4:**  $W$  é NEGRO e seu filho da direita é RUBRO.

# Caso 1 - Modelo

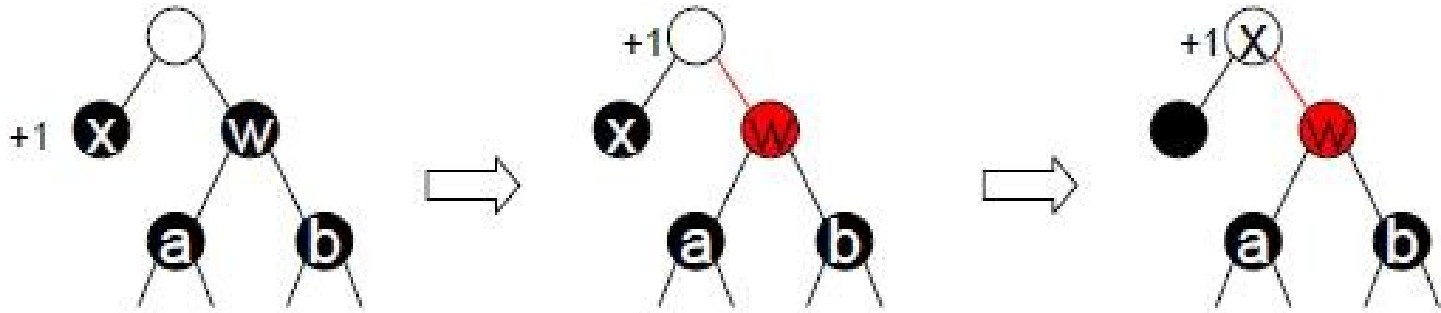
W é RUBRO



Observação: Nos modelos o nó Y já foi removido.

## Caso 2 - Modelo

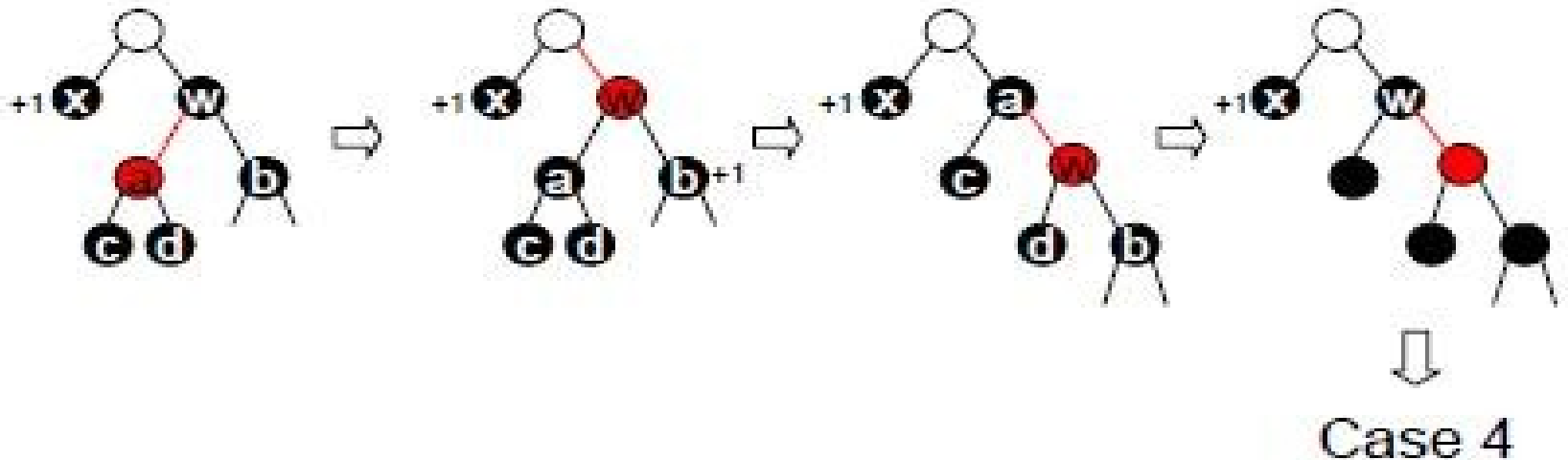
W é NEGRO, seus dois filhos são NEGROS



- O processo continua recursivamente em x.

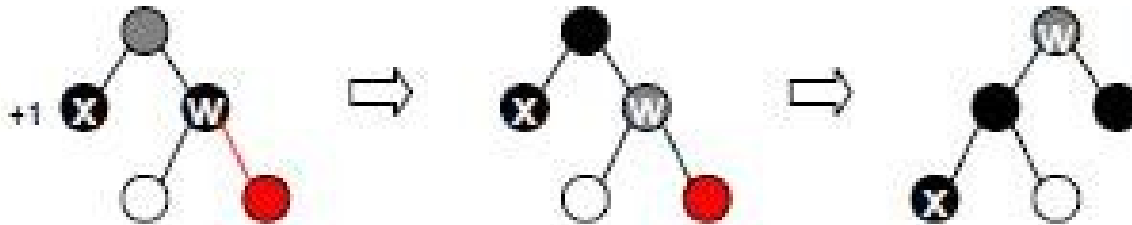
## Caso 3 - Modelo

W é NEGRO, seu filho da esquerda é RUBRO e o filho da direita é NEGRO



# Caso 4 - Modelo

W é NEGRO e seu filho da direita é RUBRO



## Lista de Exercícios #4

1) Detalhar o procedimento a ser realizado (rotações e recoloração) em cada um dos casos da remoção e seus respectivos subcasos, se houver.

2) Para cada caso, elaborar 2 exemplos que não sejam *similares*.

Isto é que não tenham mesmas características de:

- altura
- ordem dos filhos esquerdo e direito
- cores dos nós não descritos nos casos (x, y, z, w)

3) Qual a complexidade da remoção em ARN? Justifique.

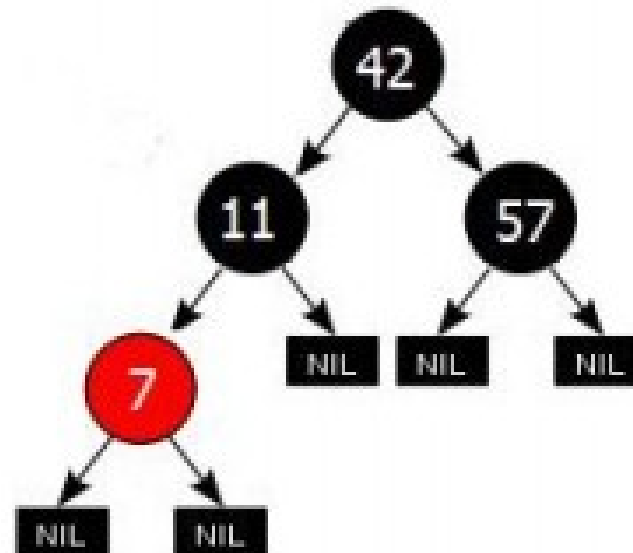
4) Usando os exemplos ilustrados a seguir:

- (i) Identificar os nós x, y, z, w
- (ii) Identificar cada caso e subcaso, complementando os exemplos.
- (iii) Algum caso não foi contemplado? Qual?



# Exemplo 3

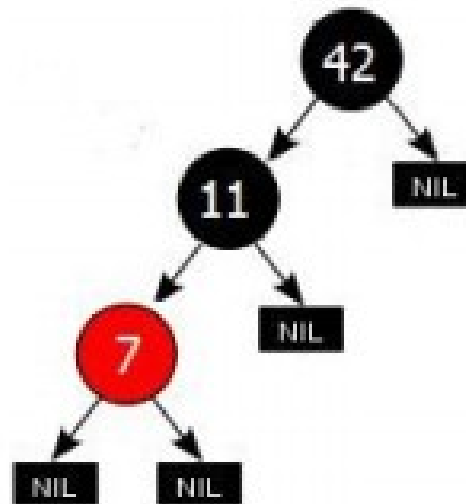
- Remoção do nó 57  
Árvore Inicial



# Exemplo 3

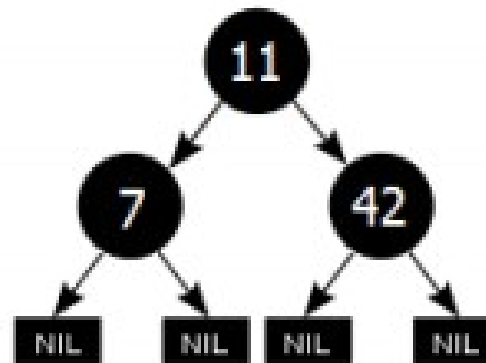
- Remoção do nó 57

Dica: Simétrico ao caso 4 do modelo anterior



# Exemplo 3

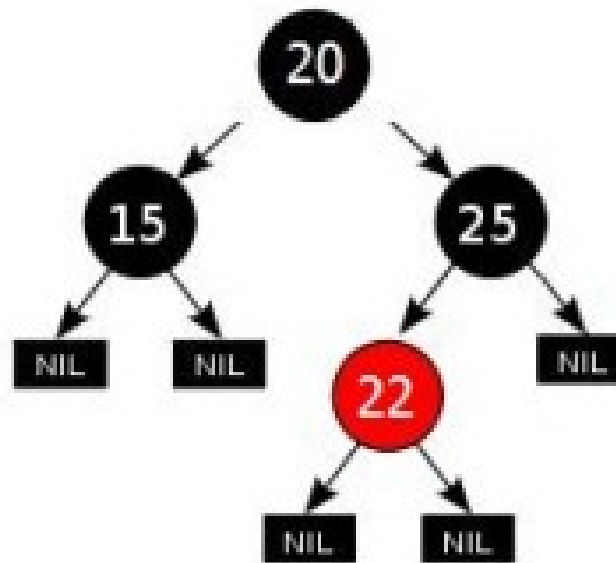
- Remoção do nó 57  
Árvore Final



# Exemplo 4

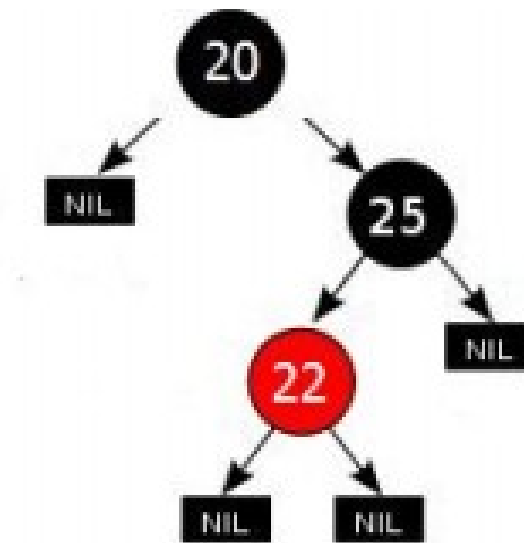
- Remoção do nó 15

Árvore Inicial



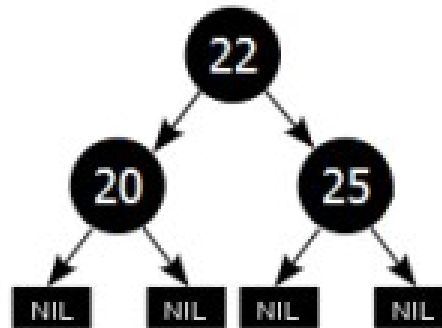
# Exemplo 4

- Remoção do nó 15



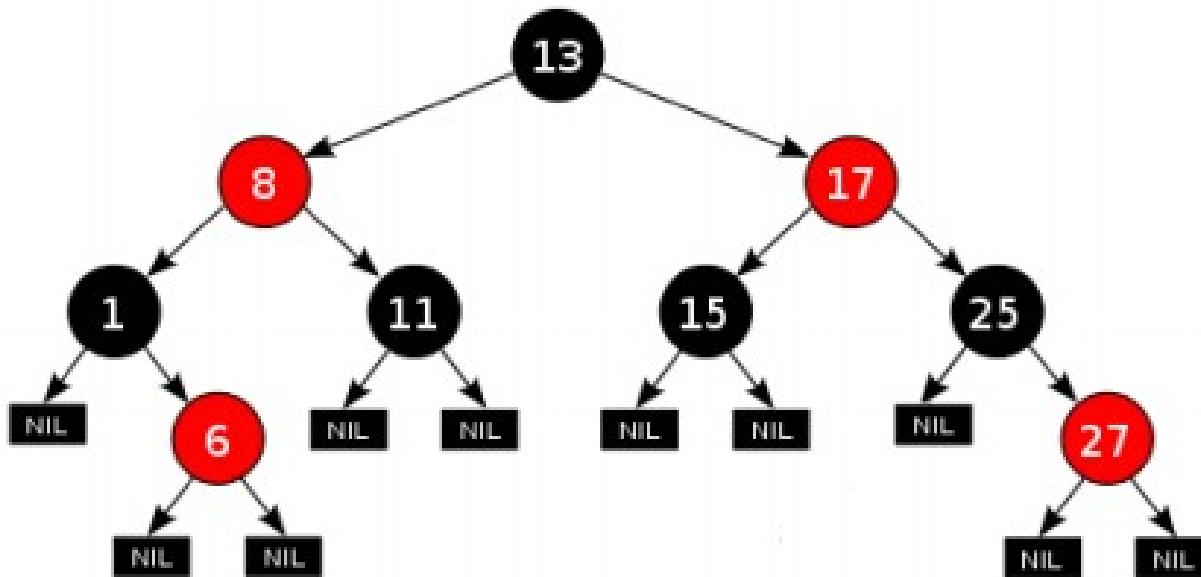
# Exemplo 4

- Remoção do nó 15  
Árvore Final



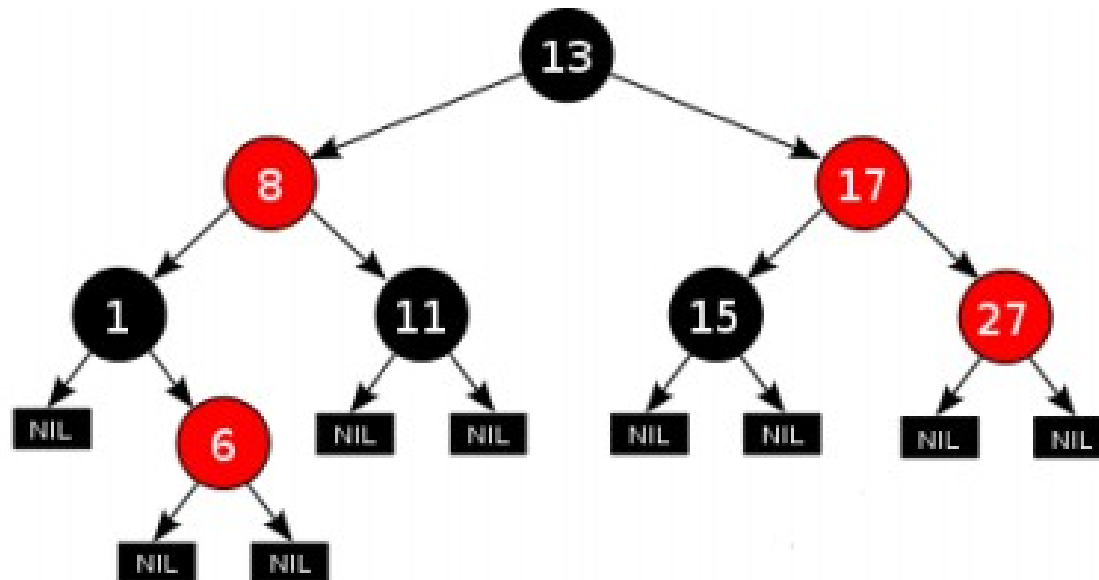
# Exemplo 5

- Remoção do nó 25  
Árvore Inicial



# Exemplo 5

- Remoção do nó 25





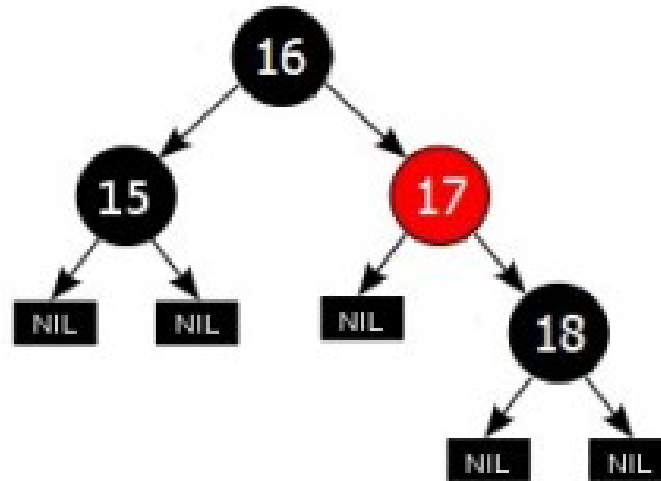
# Exemplo 5

- Remoção do nó 25  
Árvore Final

# Exemplo 7

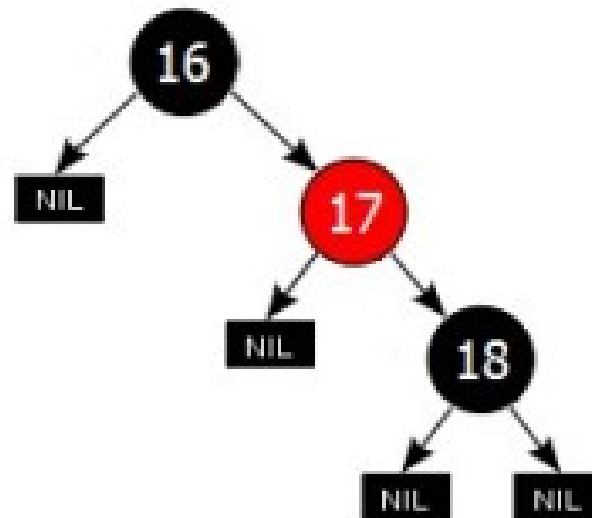
- Remoção do nó 15

Árvore Inicial



# Exemplo 7

- Remoção do nó 15



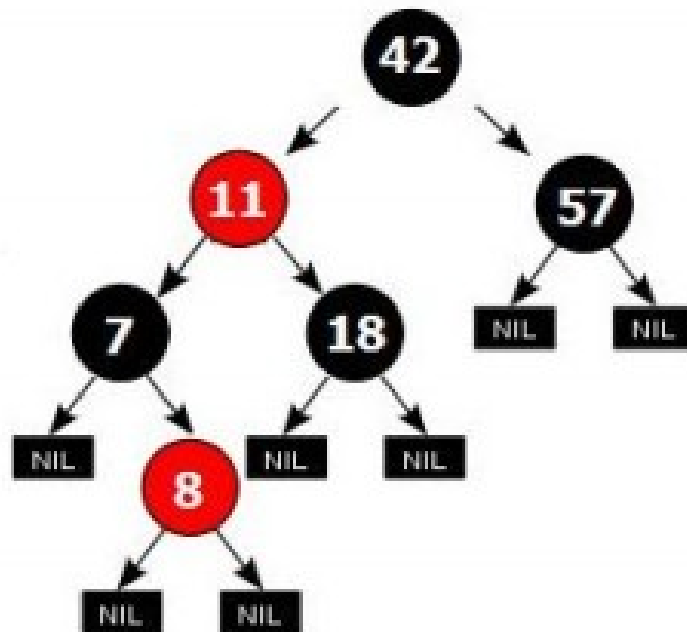
# Exemplo 7

- Remoção do nó 15

Árvore Final

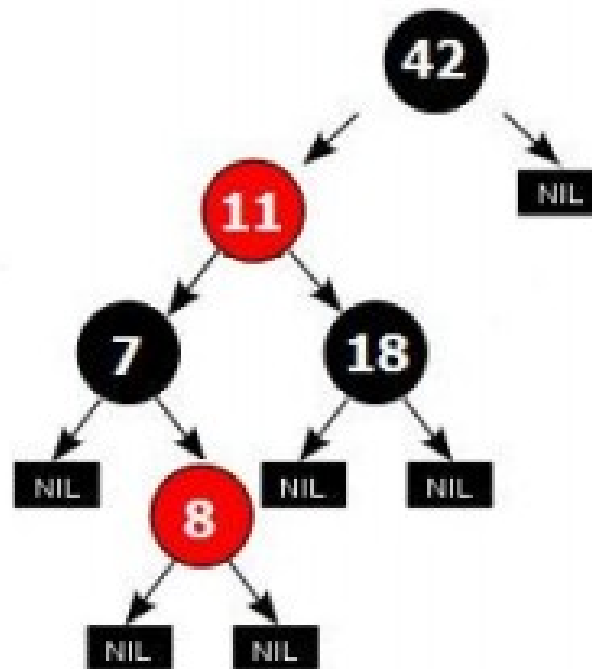
# Exemplo 8

- Remoção do nó 57  
Árvore Inicial



# Exemplo 8

- Remoção do nó 57



# Exemplo 8

- Remoção do nó 57

Árvore Final