

Lista 01

1) Qual a relação entre a função de complexidade e ordem de complexidade de um algoritmo?

2) Utilizando as definições para as notações assintóticas, prove se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

a) $3n^3 + 2n^2 + n + 1 = O(n^3)$

b) $7n^2 = O(n)$

c) $2^{n+2} = O(2^n)$

d) $2^{2n} = O(2^n)$

e) $5n^2 + 7n = \Theta(n^2)$

f) $6n^3 + 5n^2 \neq \Theta(n^2)$

g) $9n^3 + 3n = \Omega(n)$

3) Sendo $f(n) = 2n \log n + 5$ e $g(n) = 3n^3 + 4n$, responda V ou F para as questões abaixo, justificando sua resposta.

a) $f(n)$ é $\Theta(g(n))$

b) $g(n)$ é $O(f(n))$, portanto $f(n)$ é $\Omega(g(n))$

c) $O(g(n) + f(n)) = O(f(n))$

4) Prove a caracterização da notação O :

$$f(n) \in O(g(n)) \iff \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty$$

5) Verdadeiro ou falso? Justifique.

a) Como Θ é definido pela intersecção de O e Ω , a sua reflexividade e transitividade é uma consequência da reflexividade e transitividade do O e Ω .

b) As notações assintóticas denotam conjuntos de funções.

c) A notação O é usada para análise de pior caso de algoritmos, também chamado limite inferior.

6) Sejam f e g funções sobre a variável inteira positiva n . Prove ou mostre um contraexemplo.

Para qualquer constante $c \in \mathbb{R}$, $c > 0$

$$f \in O(g) \iff f + c \in O(g)$$

7) Considere a função definido pela recorrência

$$f_n = 2f_{n-1}; f_0 = 1$$

Professor Alberto afirma que $f_n = O(n)$, e que isso pode ser verificado da forma

$$f_n = 2f_{n-1} = 2O(n-1) = 2O(n) = O(n)$$

Mas sabendo que a solução dessa recorrência é $f_n = 2^n$ temos dúvidas que $2^n = O(n)$. Qual o erro do Professor Alberto?

8) Se a complexidade de pior caso de um algoritmo for definida por $f(n)$, então a função que define o número de passos que o algoritmo efetua, qualquer que seja a entrada, é $O(f(n))$. Verdadeiro ou falso? Justifique.

9) Elabore um algoritmo de uma função que multiplica um dado inteiro a por um inteiro b , usando somas sucessivas. Qual função $f(n)$ representa o número de somas efetuadas pelo seu algoritmo? Qual complexidade assintótica?

Exemplo: $5 * 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$

10) Elabore um algoritmo para solucionar o seguinte problema. São dadas duas listas $L1$ e $L2$ – não ordenadas - com n números inteiros cada uma delas; deseja-se saber quantos elementos existem em comum nas duas listas.

11) Quantas comparações o seu algoritmo (item 10) faz no melhor caso? E no pior caso? Qual é sua complexidade assintótica?

12) Elabore um algoritmo para solucionar o seguinte problema. São dadas duas listas $L1$ e $L2$ - ordenadas de forma não decrescente - com n e m inteiros cada, respectivamente; deseja-se saber quantos elementos existem em comum nas duas listas.

13) Quantas comparações o seu algoritmo (item 12) faz no melhor caso? E no pior caso? Qual é sua complexidade assintótica?