

Lista de Exercícios sobre Árvores B

1. Explique a seguinte sentença: Árvores-B são construídas de baixo para cima, enquanto árvores binárias são construídas de cima para baixo.

2. Dada uma Árvore-B de ordem 256

- (a) Qual o número máximo de descendentes de uma página?
- (b) Qual o número mínimo de descendentes de uma página (excluindo a raiz e as folhas)?
- (c) Qual o número mínimo de descendentes da raiz?
- (d) Qual o número mínimo de descendentes de uma folha?
- (e) Quantas chaves há numa página não folha com 200 descendentes?
- (f) Qual a profundidade máxima de uma árvore que contém 100.000 chaves?

4. Descreva como encontrar a menor chave armazenada em uma Árvore-B.

5. Como uma folha de uma Árvore-B se difere de um nó interno? Quais são as partes necessárias a uma folha?

6. Mostre a Árvore-B de ordem 4 que resulta de carregar os seguintes conjuntos de chaves

em ordem:

- (a) C G J X
- (b) C G J X N S U O A E B H I
- (c) C G J X N S U O A E B H I F
- (d) C G J X N S U O A E B H I F K L Q R T U W Z

9. Suponha que você vai deletar uma chave em uma Árvore-B, a qual causa um underflow na página. Se pela página irmã do lado direito é necessária concatenação, e pela página esquerda é possível redistribuição, qual opção você escolheria? Por quê?

10. (POSCOMP 2010) Em uma Árvore-B de ordem m , temos que: (i) cada nó contém no mínimo m registros ($m + 1$ descendentes) e no máximo $2m$ registros ($2m + 1$ descendentes), exceto o nó raiz que pode conter entre 1 e $2m$ registros; (ii) todas as folhas aparecem no mesmo nível. Sobre Árvores-B, é correto afirmar:

- (a) O particionamento de nós em uma Árvore-B ocorre quando um registro precisa ser inserido em um nó com $2m$ registros.
- (b) O particionamento de nós em uma Árvore-B ocorre quando um registro precisa ser inserido em um nó com menos de $2m$ registros.
- (c) O particionamento de nós em uma Árvore-B ocorre quando a chave do registro a ser inserido contém um valor (conteúdo) intermediário entre os valores das chaves dos registros contidos no mesmo nó.
- (d) O particionamento de nós ocorre quando é necessário diminuir a altura da árvore.
- (e) Em uma Árvore-B, aumenta em um nível sua altura, toda vez que ocorre o particionamento de um nó.

11. Seja uma árvore B de ordem $d = 3$ e altura $h = 3$. Qual o número máximo de chaves na árvore? E o número mínimo? Justifique.

12. Inserir em uma árvore B de ordem 2 vazia, as chaves { 10, 90, 170, 50, 80, 130, 100, 20, 30, 40, 70, 60 } na ordem. Remova sucessivamente da árvore B a menor chave do nó raiz até que a árvore fique vazia. Quando houver possibilidade de optar entre a chave sucessora ou predecessora imediata, opte sempre pela predecessora. Indique as ocorrências de redistribuição ou concatenação.

13. Responda.

- a. A que condições deve satisfazer uma árvore B de ordem d para que a inserção de qualquer chave ocasione o aumento da altura da árvore ?
- b. A que condições deve satisfazer uma árvore B de ordem d para que a remoção de qualquer chave ocasione a redução da altura da árvore ?
- c. Por que a redistribuição deve ser tentada antes da concatenação durante a remoção de uma chave situada em um nó com ocupação mínima de uma árvore B ?
- d. Se uma chave não está situada em uma folha de uma árvore B, o que garante que sua sucessora imediata, se existir, estará obrigatoriamente localizada em uma folha ?
- e. Qual é o pior caso do algoritmo de inserção de uma chave em uma árvore B de ordem d ? Como deve ser a árvore ?

14. Considere o seguinte grupo de chaves: (50) (80 10 60 20) (70 7 56 48 52) (57)

- (a) Ilustre graficamente como fica uma B-árvore com grau mínimo $d=2$ após a inserção de cada grupo de chaves.
- (b) Ilustre graficamente como fica a mesma B-árvore após a remoção dos seguintes grupos de chaves (7) (70 57) (60) (52)

15. Assuma que as chaves 1, 2, 3,... sejam inseridas em uma B-árvore com $t = 2$. Quais chaves provocam divisão de página (divide o nó)? Quais chaves fazem com que a árvore aumente sua altura? Se as chaves são eliminadas na mesma ordem, quais provocam concatenação de páginas (juntam nós)? Quais fazem com que a árvore diminua sua altura?

16. Mostre os resultados de inserir as chaves a seguir em uma árvore B de ordem 2 inicialmente vazia: 14, 39, 1, 6, 41, 32, 8, 38, 43, 3, 36. Após essas inserções, mostre os resultados de remover as chaves ímpares nessa estrutura.

17. Mostre os resultados de inserir as chaves a seguir em uma árvore B de ordem 3 inicialmente vazia: F, S, Q, K, C, L, H, T, V, W, M, R, N, P, A, B, X, Y, D, Z, E. Em seguida, mostre os resultados de remover todas as consoantes dessa árvore.

18. Qual a diferença entre uma árvore B e uma B*? Quais as vantagens da árvore B*? Quais as desvantagens? Como se comparam a altura mínima dessas árvores?