

EBMYL 505 – DOĞRUSAL SİSTEM TEORİSİ FİNAL SINAVI

1. Aşağıda verilen homojen dinamik sistem için,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- i. (30 puan) Durum denklemini sağlayan  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$  durumlarının analitik ifadelerini bulunuz.
- ii. (15 puan) Çıkışın  $y(t)$  analitik ifadesini bulunuz ve çıkışın  $t=15$ sn anındaki değerini hesaplayınız.

2. Bir tüketim ortamında 2 adet tıraş köpüğü firması (X ve Y) mevcuttur ve pazarda başka bir firma mevcut değildir. Bu iki firma her yarım yılda (6 ayda) bir pazar araştırması yaptırmaktadırlar ve pazar araştırmaları sonucu şu veriler ortaya çıkmaktadır:

- Her yarım yılda X firmasının müşterilerinin %20'si Y firmasına geçmektedir. İlişkili yarım yıl boyunca, X firmasının kalan müşterileri, X firmasının ürünlerini kullanmaya devam etmektedirler.
- Her yarım yılda Y firmasının müşterilerinin %25'i X firmasına geçmektedir. İlişkili yarım yıl boyunca, Y firmasının kalan müşterileri, Y firmasının ürünlerini kullanmaya devam etmektedirler.

Yukarıda verilen bu araştırma verilerinin uzun yıllar değişmeyeceği varsayımıyla,

- i. (10 puan) Bu tüketim ortamı için dinamik bir model türetiniz.
  - ii. (20 puan) X firmasının en başta 10.000 müşterisi, Y firmasının ise 500.000 müşterisi olduğu varsayımıyla, 16 yıl sonra iki firmanın müşteri durumlarının ne olacağını hesaplayınız.
3. (25 puan)  $(n \times n)$  boyutunda, **köşegendeki elemanları aynı olan üst üçgen formunda** bir A matrisi düşünölsün. Böyle bir matrise örnek olabilecek  $6 \times 6$ 'lık bir matris aşağıda verilmiştir:

$$A = \begin{bmatrix} w & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ 0 & w & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ 0 & 0 & w & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ 0 & 0 & 0 & w & a_{45} & a_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w \end{bmatrix}$$

Bu formda olan herhangi bir  $(n \times n)$  matrisin, ancak ve ancak hâlihazırda kendisinin köşegen olması durumunda köşegenleştirilebileceğini ispatlayınız.

Sınav elle çözülecektir (ara işlemler için Matlab, Mathematica vb. bir program kullanmanızda bir sakınca yoktur.) Çözümlerinizi içeren cevap kağıtlarını en geç 13 Şubat 2018 Salı saat 23:59'a kadar elden teslim etmeniz gerekmektedir. (Teslim edeceğiniz saat veya konumunuz itibarıyla, cevap kâğıtlarını elden teslim etme şansınız olmayacaksa, cevaplarınızın düzgünce taratılmış halini barisnesimioglu@gmail.com veya baris.samim.nesimioglu@karatay.edu.tr adresine yollayabilirsiniz.)