

EBMYL 505 – DOĞRUSAL SİSTEM TEORİSİ YILIÇI SINAVI

1. (40 puan) Aşağıda verilen matrislerin öz sistemini (eigensystem) bulunuz. (Bu çözümünüzü sol özvektörler için de tekrarlayınız.) Çözümünüzde tüm ayrıntıları açıklayınız.

$$\text{a. } A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ b. } A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \text{ c. } A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

2. (35 puan) \mathbb{R}^3 'te bir C bazı $\left\{ \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ olarak tanımlanıyor. Yine \mathbb{R}^3 'te tanımlı

bir başka D bazı $\left\{ \vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2, \vec{\omega}_3 \right\}$ için D bazından C bazına geçiş matrisi $P_{D \rightarrow C}$ aşağıdaki gibi tanımlanıyor:

$$P_{D \rightarrow C} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

- a. (20 puan) Buna göre D bazını oluşturan vektörleri bulunuz.
- b. (10 puan) $\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \\ 4 \end{bmatrix}$ vektörünü D ve C bazları cinsinden ifade ediniz.
- c. (5 puan) b seçeneğinde bulmuş olduğunuz çözüm üzerinden $P_{D \rightarrow C}$ matrisinin doğruluğunu teyit ediniz.
3. (25 puan) \mathbb{R}^n 'de $k < n$ olmak üzere lineer bağımsız bir vektör kümesi $\left\{ \vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_k \right\}$ olarak

veriliyor. Buna göre aşağıdaki koşulu sağlayan bir \vec{v}_m vektörü için:

$$\vec{v}_m \notin \text{span} \left\{ \vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_k \right\}$$

$\left\{ \vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_k, \vec{v}_m \right\}$ şeklinde verilen $k+1$ elemanlı vektör kümesinin de lineer bağımsız olacağını gösteriniz.

Sınav elle çözülecektir. Çözümlerinizi içeren cevap kağıtlarını en geç **24 Ocak 2018 Çarşamba saat 17:30'a kadar** elden teslim etmeniz gerekmektedir. (Cevap kağıtlarını elden teslim etme şansınız olmayacaksa cevaplarınızın düzgünce taratılmış halini barisnesimioglu@gmail.com veya baris.samim.nesimioglu@karatay.edu.tr adresine yollayabilirsiniz.)