

Kontrol Sistemleri Tasarımı

Mat-Lab ile Kök Yer Eğrileri

Prof.Dr. Galip Cansever

MatLab ile Kök yer eğrisi çiziminde

$$1 + K \frac{num}{den} = 0 \quad \text{formunu kullanacağız.}$$

$$\begin{aligned} num &= (s - z_1)(s - z_m) \dots (s - z_m) \\ &= s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} den &= (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n) \\ &= s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n \end{aligned}$$

Kök yer eğrisi için MatLab komutu : **rlocus(num,den)**

(Burada **K** kazancı otomatik olarak atanır.)

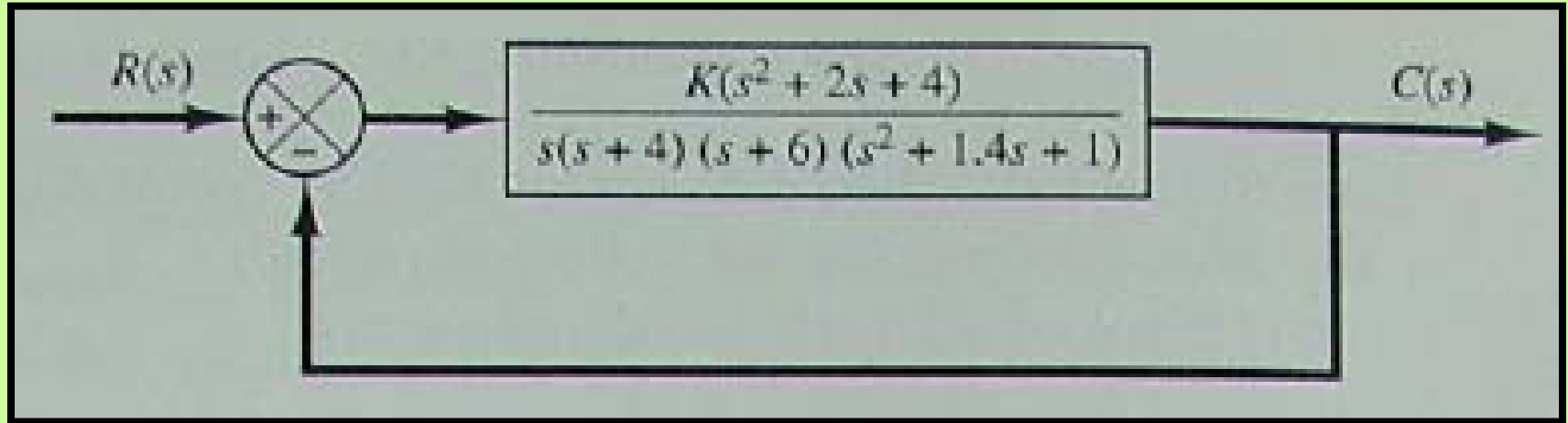
Durum Uzay vektörleri verilmiş ise **rlocus(A,B,C,D)**
kök yer eğrisi Matlab Komutu :

Eğer K kazanç sınırları tanımlanırsa: **rlocus(num,den,K)**
rlocus(A,B,C,D,K)

Eğer vektör oluşturulmak istenirse: **[r,K]=rlocus(num,den,K)**
[r,K]= rlocus(A,B,C,D,K)

Bu durumda çizim komutu: **plot(r)**

Örnek:



$$a = s(s+4) = s^2 + 4s \quad a = [1 \quad 4 \quad 0]$$

$$b = s + 6 \quad b = [1 \quad 6]$$

$$c = s^2 + 1.4s + 1 \quad c = [1 \quad 1.4 \quad 1]$$

$$d = \text{conv}(a, b) = [1 \quad 10 \quad 24 \quad 0]$$

$$e = \text{conv}(c, d) = [1 \quad 11.4 \quad 39 \quad 43.6 \quad 24 \quad 0]$$

$$\text{den} = [1 \quad 11.4 \quad 39 \quad 43.6 \quad 24 \quad 0]$$

```
p=[1 2 4]
```

```
r=roots(p)
```

```
r=-1+1.732j
```

```
=-1-1.732j
```

Açık döngü sıfırları

```
q =[1 11.4 39 43.6 24 0]
```

```
t=roots(q)
```

```
t=-0.7+0.7141j,
```

```
=-0.7-0.7141j
```

```
=0
```

```
=-4
```

```
=-6
```

Açık döngü kutupları

```
num=[0 0 0 1 2 4 ]
```

```
den=[1 11.4 39 43.6 24 0]
```

```
rlocus(num,den)
```

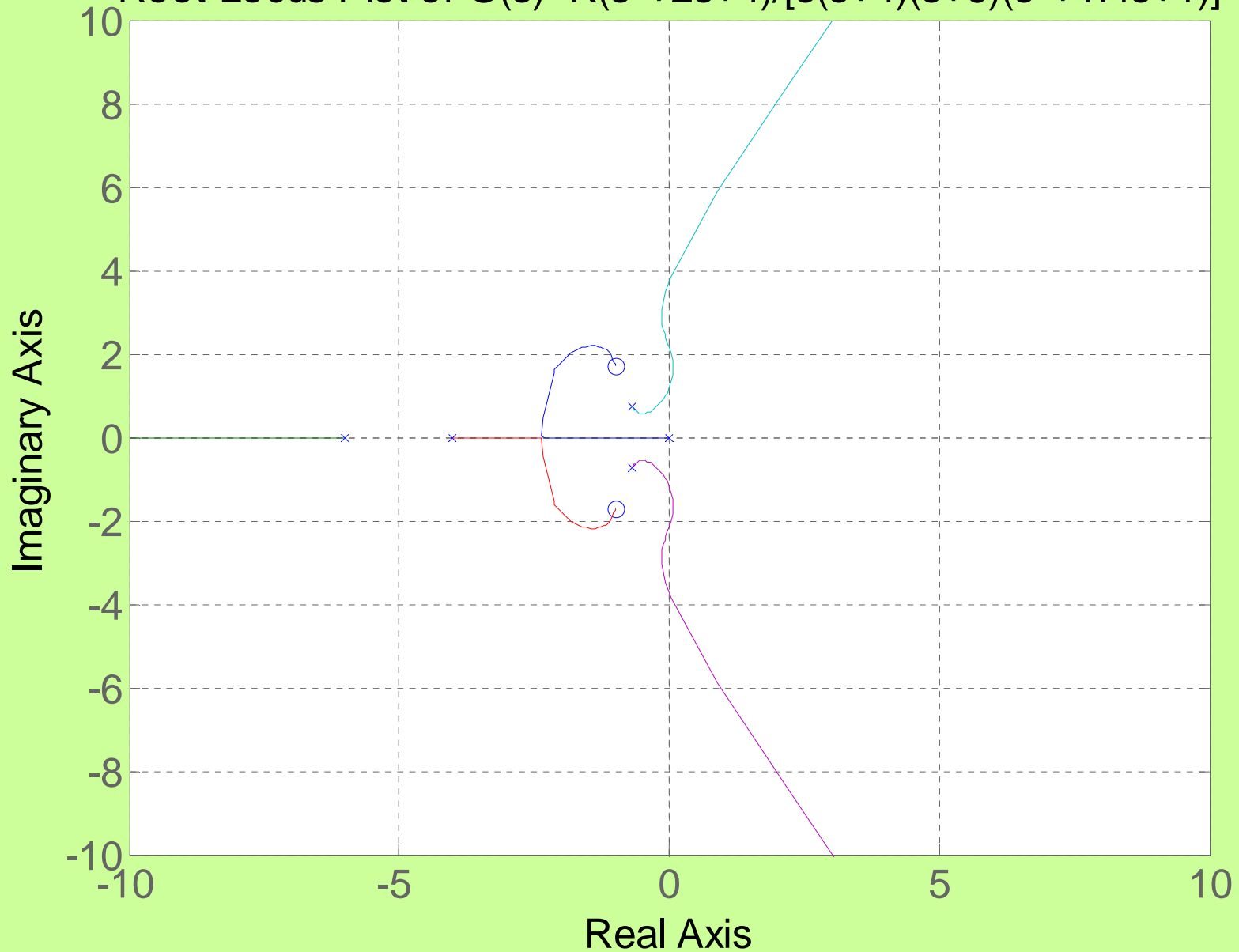
```
v=[-10 10 -10 10];axis(v)
```

```
grid
```

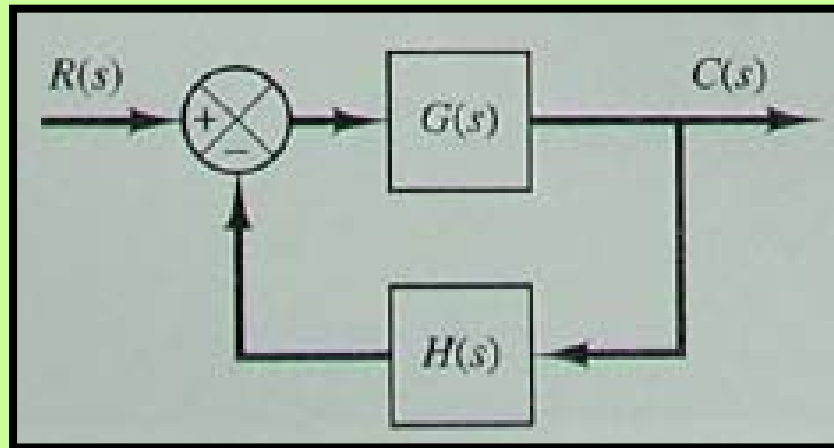
```
title('Root-Locus Plot of
```

```
G(s)=K(s^2+2s+4)/[s(s+4)(s+6)(s^2+1.4s+1)] ')
```

Root-Locus Plot of $G(s)=K(s^2+2s+4)/[s(s+4)(s+6)(s^2+1.4s+1)]$

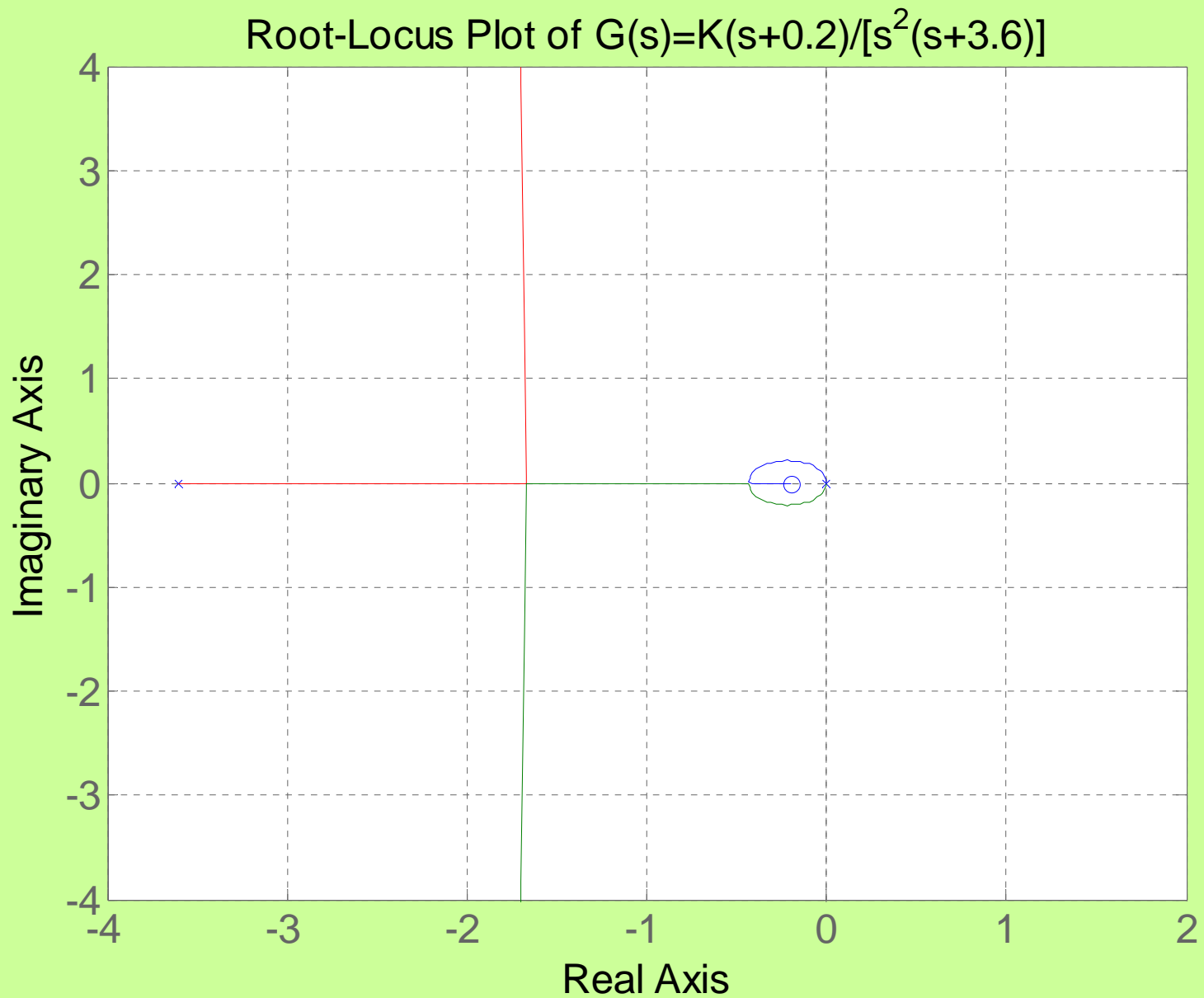


Örnek:

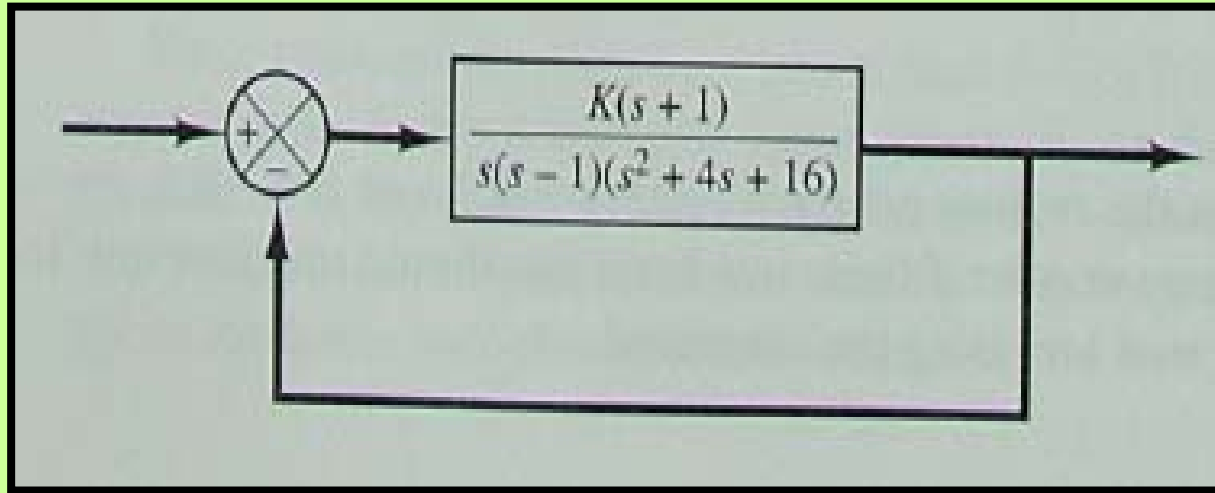


$$G(s)H(s) = \frac{K(s + 0.2)}{s^2(s + 3.6)}$$

```
num=[0 0 1 0.2]
den=[1 3.6 0 0]
rlocus(num,den)
v=[-4 2 -4 4];axis(v)
grid
title('Root-Locus Plot of G(s)=K(s+0.2)/[s^2(s+3.6)]')
```

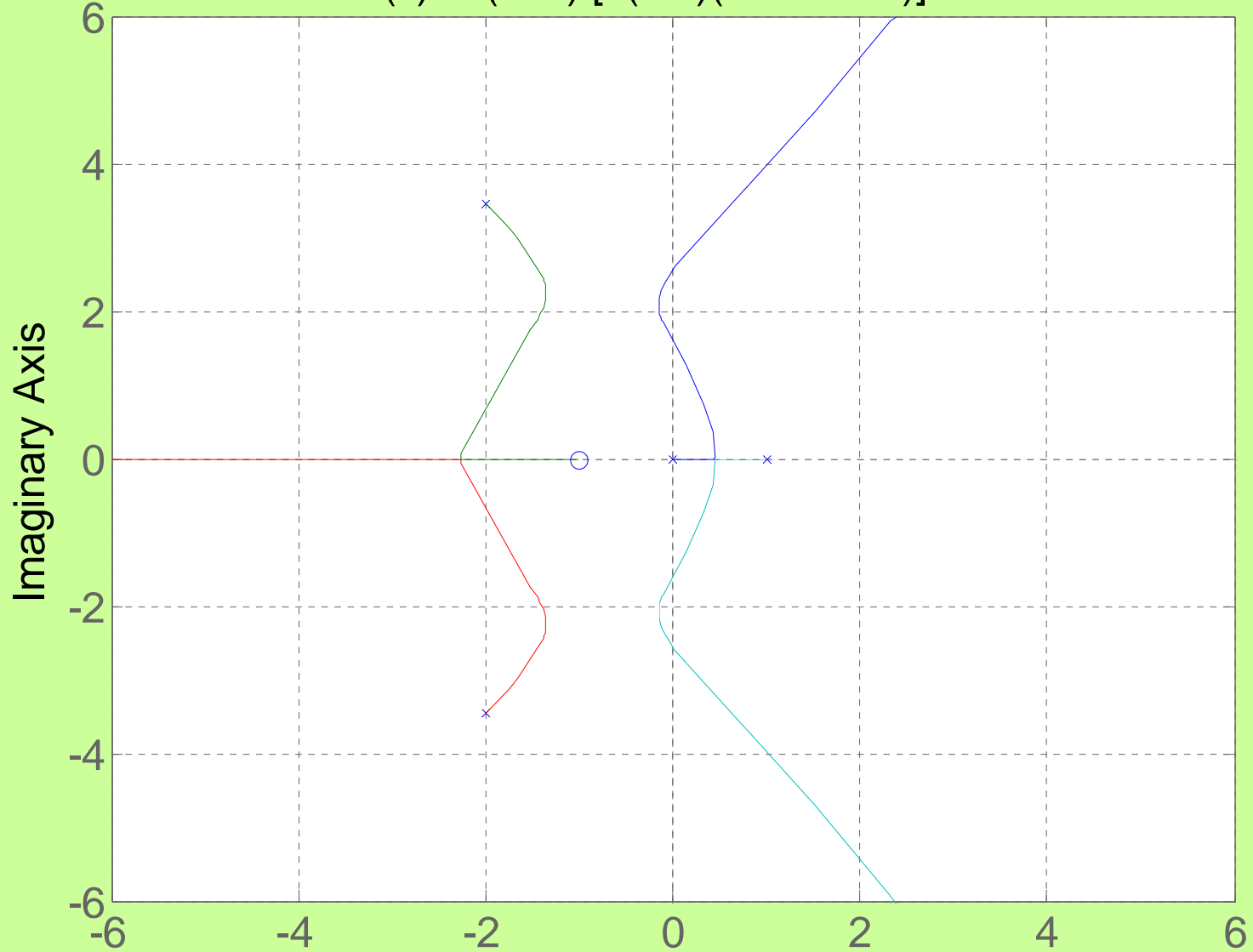


Örnek:

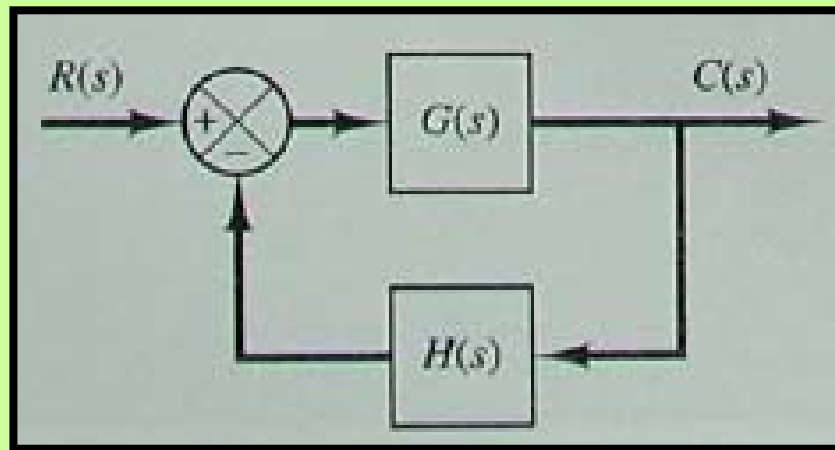


```
num=[0 0 0 1 1]
den=[1 3 12 -16 0]
rlocus(num,den)
v=[-6 6 -6 6];axis(v);axis('square')
grid
title('Root-Locus Plot of G(s)=K(s+1)/[s(s-1)(s^2+4s+16)]')
```

Root-Locus Plot of $G(s)=K(s+1)/[s(s-1)(s^2+4s+16)]$



Örnek:

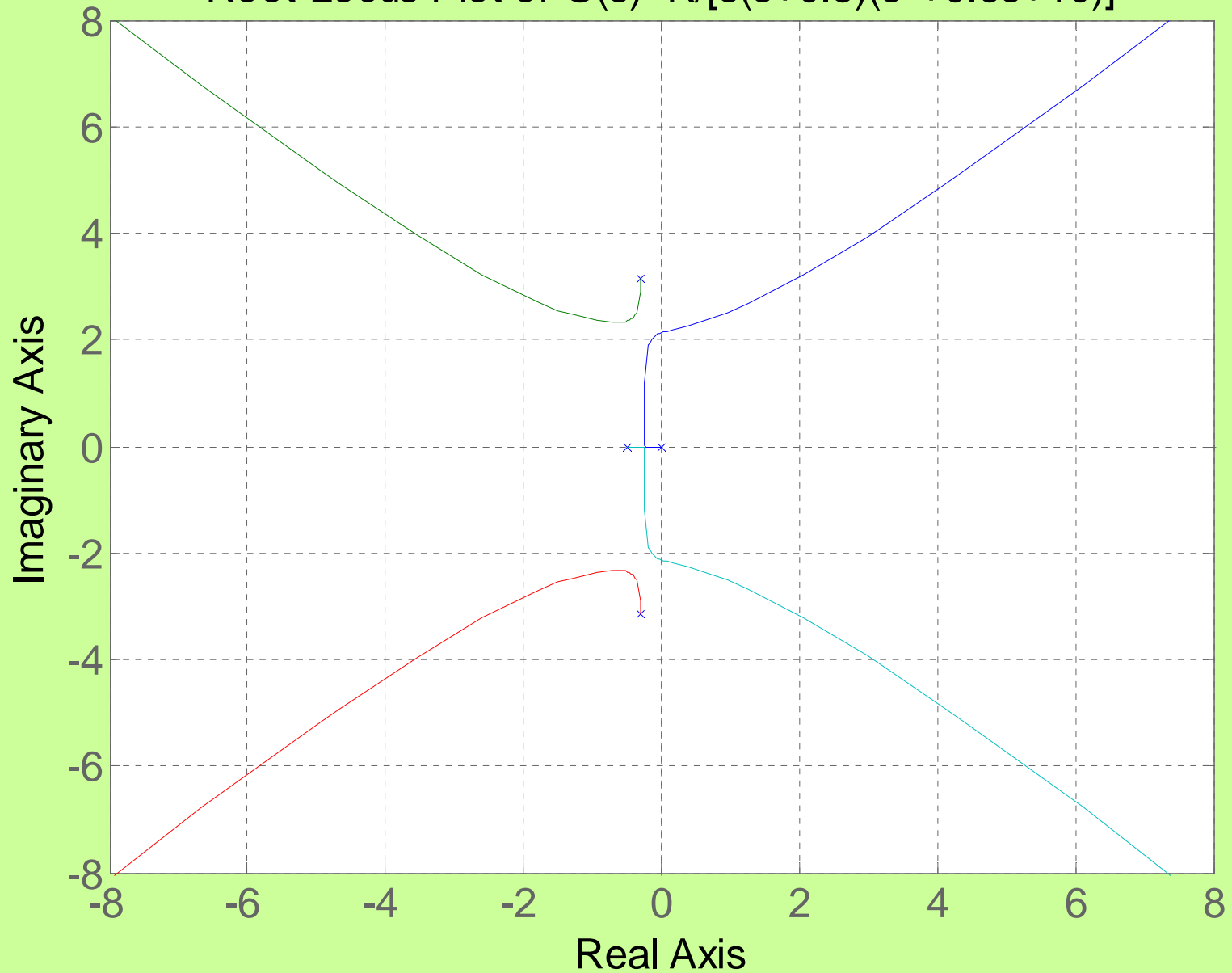


$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s + 0.5)(s^2 + 0.6s + 10)} = \frac{K}{s^4 + 1.1s^3 + 10.3s^2 + 5s}$$

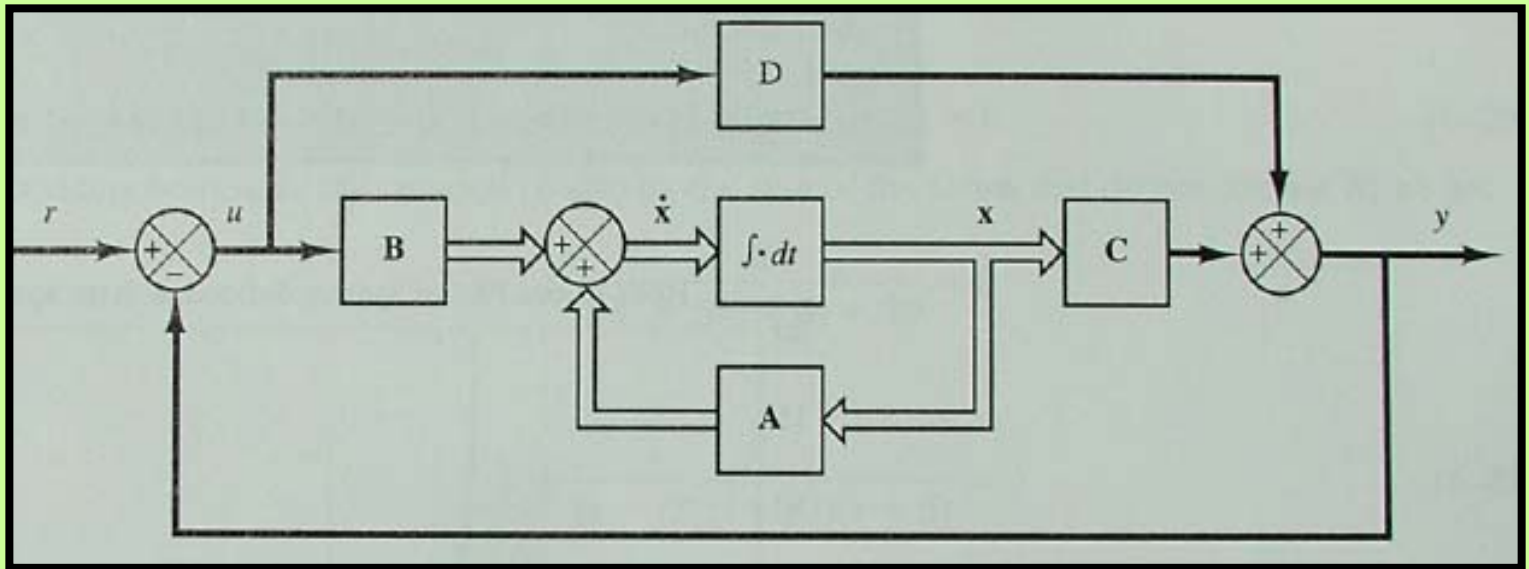
Açık Döngü Kutupları: $-0.3+3.148j$; $-0.3-3.148j$; -0.5 ; 0

```
num=[0 0 0 0 1]
den=[1 1.1 10.3 5 0]
rlocus(num,den)
grid
title('Root-Locus Plot of G(s)=K/[s(s+0.5)(s^2+0.6s+10)]')
```

Root-Locus Plot of $G(s)=K/[s(s+0.5)(s^2+0.6s+10)]$



Örnek:



$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$$u = r - y$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -160 & -56 & -14 \end{bmatrix},$$

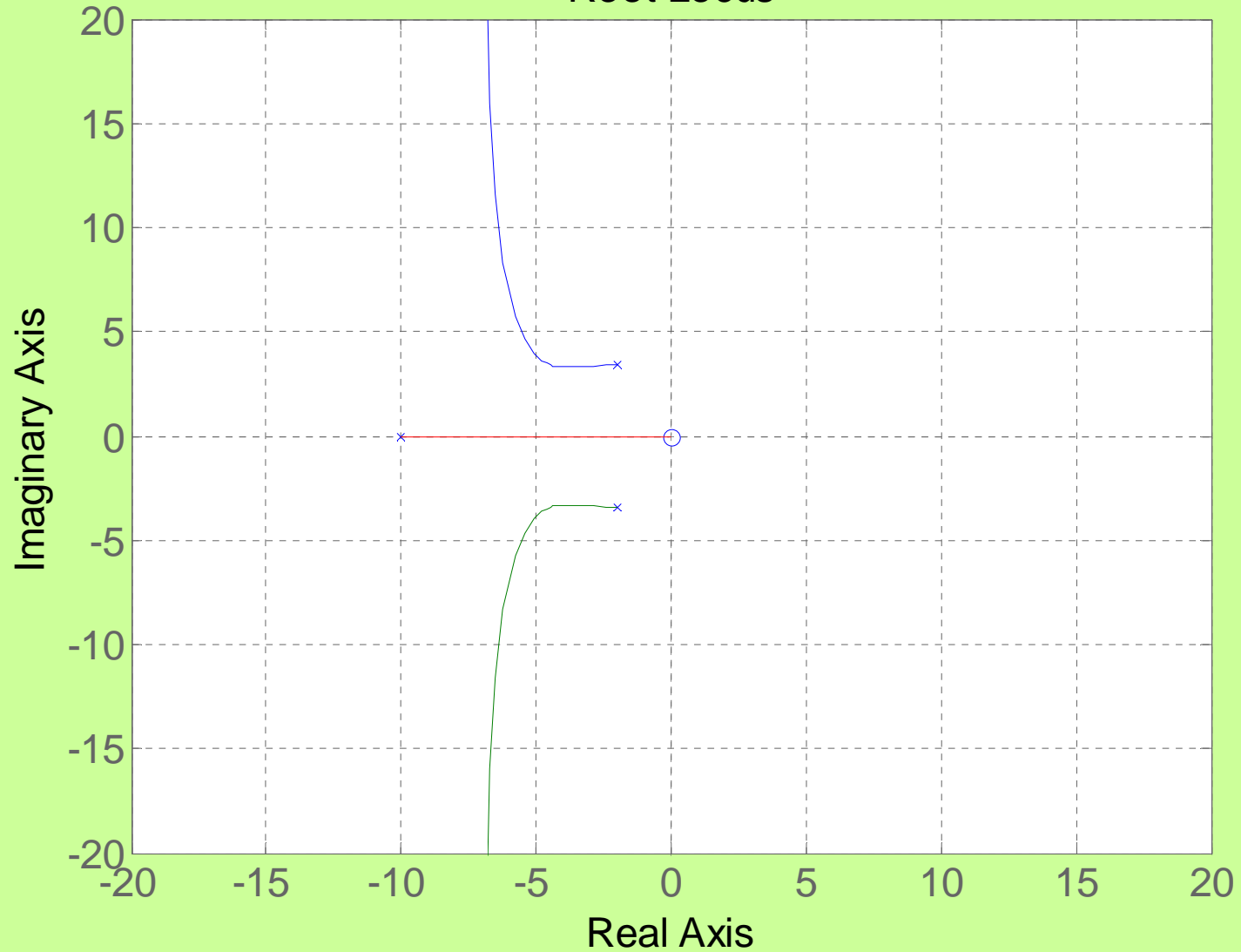
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -14 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0],$$

$$D = [0]$$

rlocus(A,B,C,D)

Root Locus



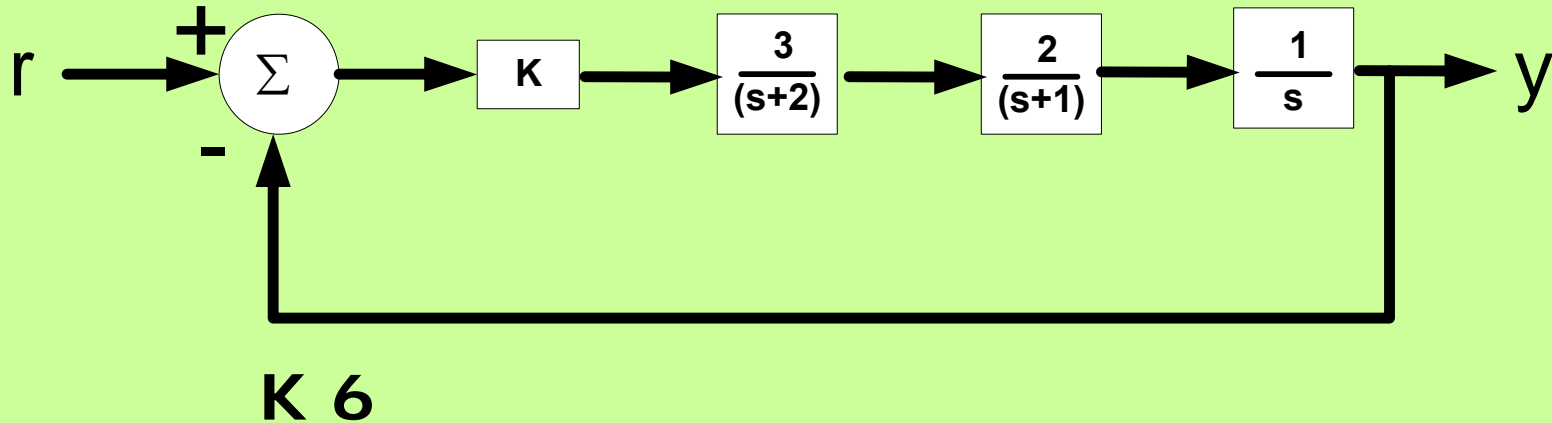
Ayrıca durum uzay vektörlerinden

$$[\text{num}, \text{den}] = \text{ss2tf}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$$

komutu ile transfer fonksiyonu elde edilebilir.

```
num=[0 0 1 0]  
den=[1 14 56 160]
```

Örnek:

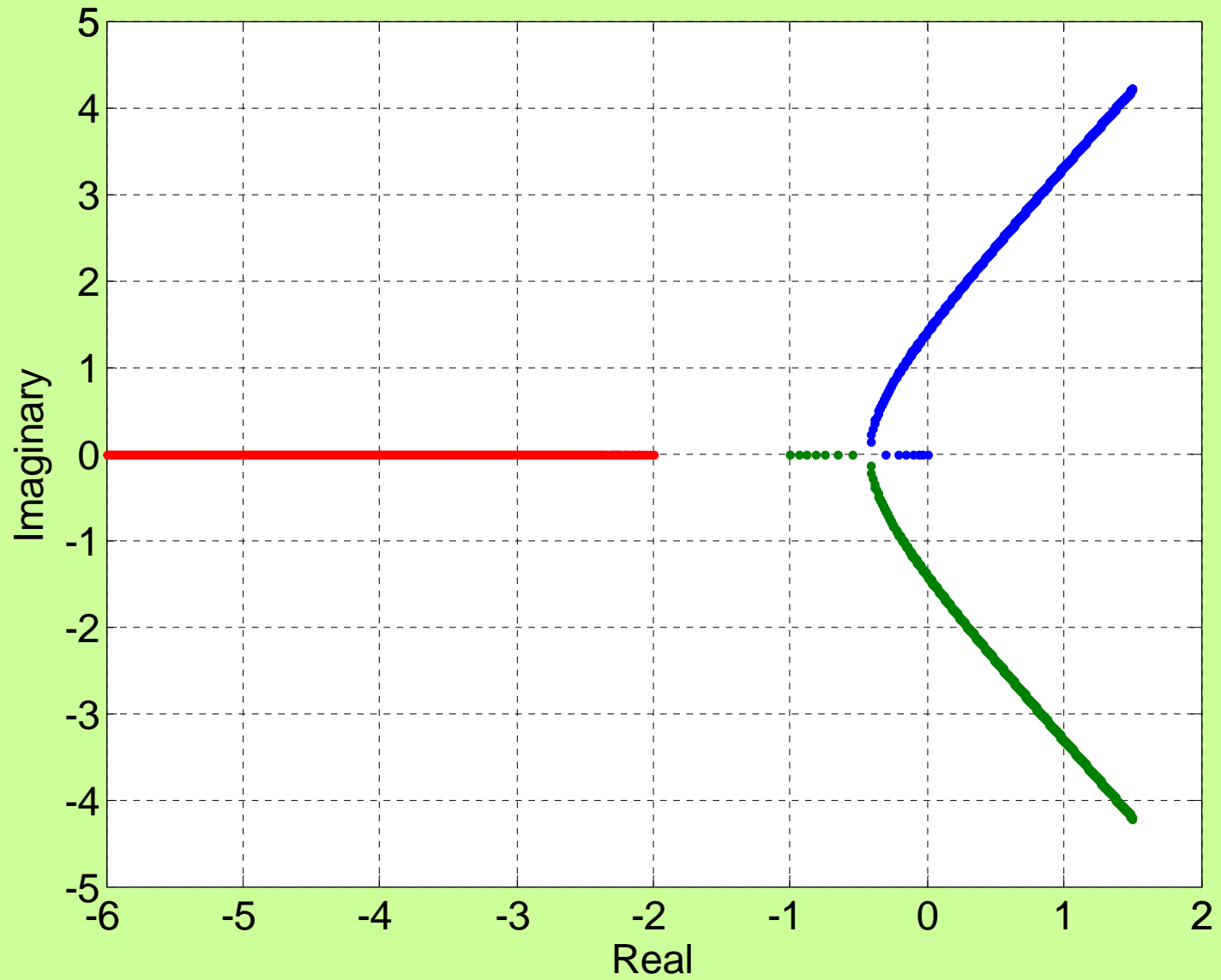


$$G(s) = \frac{K \cdot 6}{(s+2)(s+1)(s)}$$

$a=s+2$
 $b=s+1$
 $c=s$

$$a=[1 \quad 2]$$
$$b=[1 \quad 1]$$
$$c=[1 \quad 0]$$

```
num=[0 0 0 6]
d=conv(a,b)
den=conv(d,c)=[1 3 2 0]
k=0:0.01:20;
r=rlocus(num,den,k)
plot(r,','),xlabel('Real'),ylabel('Imaginary')
```

Örnek:

$$G(s) = \frac{K (s+5)}{(s+1)(s+3)(s+12)}$$

$$zOL = -5$$

$$pOL = [-1; -3; -12]$$

$$G = zpK(zOL,pOL,1)$$

$$\text{rlocus}(G)$$

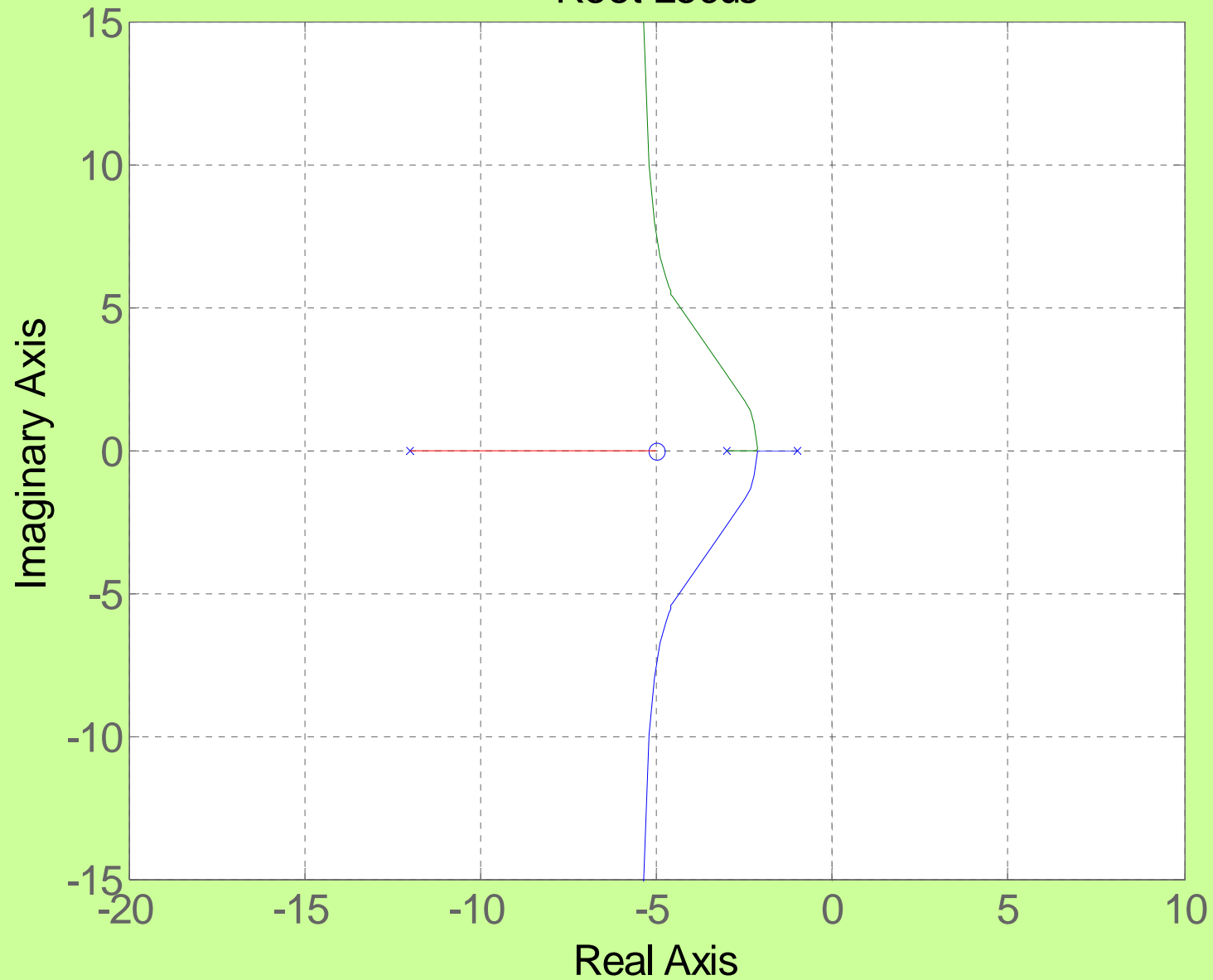
$$\text{axis equal}$$

$$\text{axis}([-20 \ 10 \ -15 \ 15])$$

$$[kk,clroots] = \text{rlocfind}(G)$$

$$\text{sgrid}(0.5,0)$$

Root Locus



Örnek:

$$G(s) = \frac{5 (s + \alpha)}{(s + 1)(s + 3)(s + 12)}$$

$2 \leq \alpha \leq 10$ olsun.

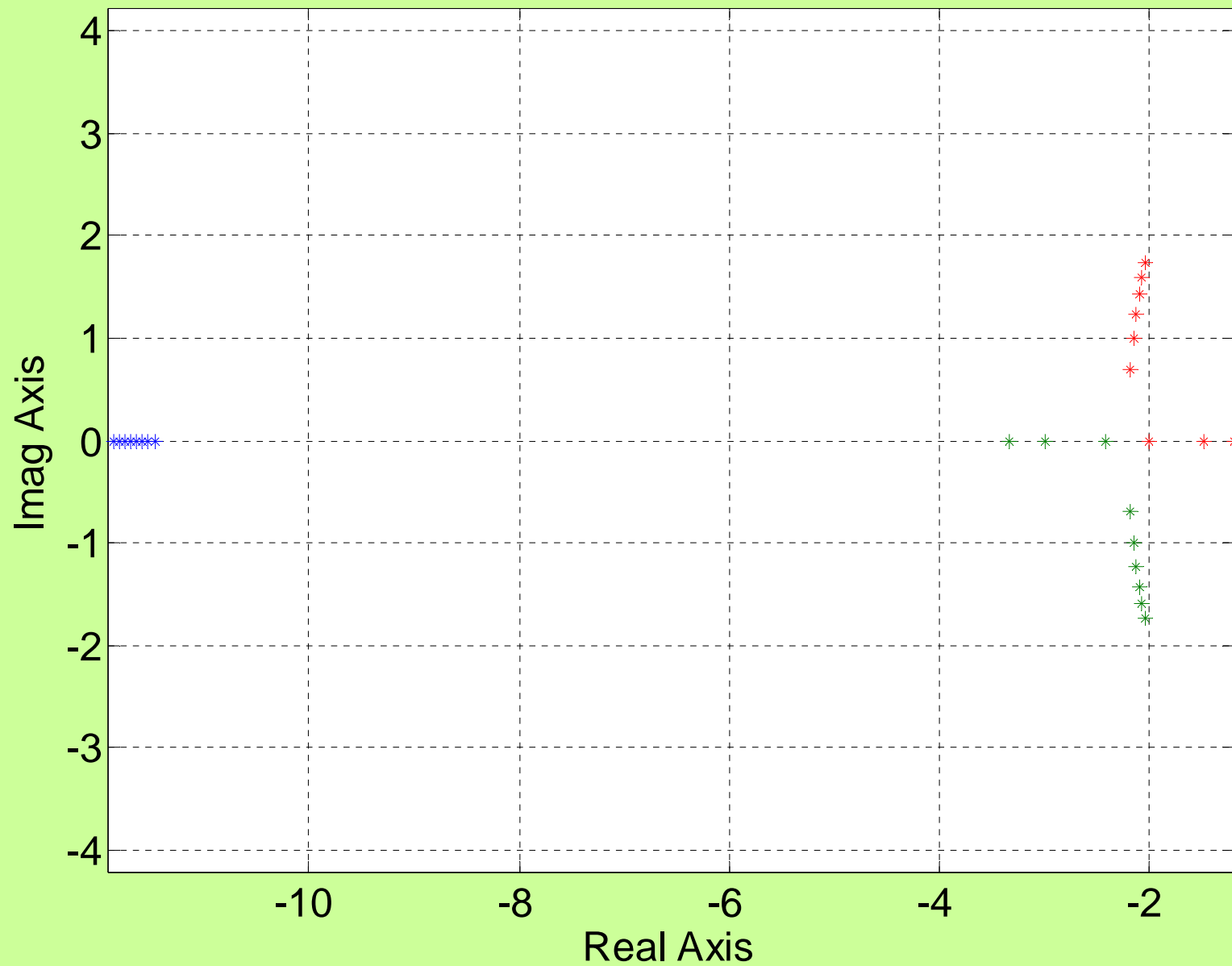
Dikkat edilecek olursa bir önceki örneğe benzemekte ama bu örnekte **K = 5** ve sıfır **-5** de sabit olmak yerine **-2** ile **-10** arasında değişmekte!

```

clpoles = []; param = [];
temp = conv([1 1],[1 3]);
den = conv(temp,[1 12])
K = 5
clpoles = []; param = [];
for alpha = 2.0:10,
    num = [0 0 K K*alpha];
    clpoly = num + den;
    clp = roots(clpoly);
    clpoles = [clpoles; clp'];
    param = [param; alpha];
end
disp('    alpha                closed-loop poles ')
disp([param clpoles])
plot(clpoles,'*')
axis('equal')
grid;title('Ex 5.3: Root Locus, K = 5, 2 <= alpha <= 10')
xlabel('Real Axis'); ylabel('Imag Axis')

```

Root Locus, $K = 5$, $2 \leq \alpha \leq 10$



Kullanılan Komutlar

rlocus: s düzleminde kökleri içeren kök yer eğrisini çizdirir.

axis: Çizim alanını belirler

conv: verilen iki polinomun katsayılarını içeren iki satır vektörünün çarpımlarının katsayılarını verir.

rlocfind: Kök yer eğrisi üzerinde mouse ile seçilen noktanın kazanç ve kutuplarını verir.

roots: Bir polinomun katsayılarını içeren satır vektörünün, $P(s)=0$ çözümünü verir(köklerini verir).

zpk: verilen sıfır, kutup ve kazanç için transfer fonksiyonunu oluşturur.

plot: vektörün çizim komutudur

sgrid: sdüzleminde sabit sönüm katsayısı ve doğal frekans çizgilerini verir.