Bölüm 30

Manyetik Alan Kaynakları

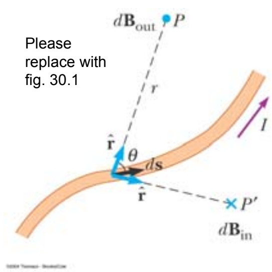
Biot-Savart Yasası – Giriş

- Biot ve Savart, elektrik akımının yakındaki bir mıknatısa uyguladığı kuvvet hakkında deneyler yaptı
- Uzaydaki bir noktada akımdan ileri gelen manyetik alanı veren bir matematik ifadeye ulaştılar

Biot-Savart Yasası – Kurulum

- Bir P noktasındaki manyetik alan $d\vec{\mathbf{B}}$
- Parçanın uzunluğu $d\vec{\mathbf{s}}$
- Tel I kararlı akımını taşıyor

Please replace with fig. 30.1



Biot-Savart Yasası – Gözlemler

- $d\vec{\mathbf{B}}$ vektörü hem $d\vec{\mathbf{s}}$ hem de $d\vec{\mathbf{s}}$ den P ye yönelen $\hat{\mathbf{r}}$ birim vektörüne diktir.
- $d\vec{\mathbf{B}}$ nin büyüklüğü r^2 ile ters orantılıdır, burada r, $d\vec{\mathbf{s}}$ nin P ye uzaklığıdır.
- $d\vec{\mathbf{B}}$ 'nin büyüklüğü, akımla ve $d\vec{\mathbf{s}}$ uzunluk elemanının büyüklüğü *ds* ile orantılıdır.
- $d\vec{\mathbf{B}}$ 'nin büyüklüğü, $\sin\theta$ ile orantılıdır, burada θ, $d\vec{\mathbf{s}}$ ve $\hat{\mathbf{r}}$ vektörleri arasındaki açıdır.

Biot-Savart Yasası – Denklem

- Gözlemler, **Biot-Savart yasası** denilen matematik eşitlikle özetlenir:

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,d\vec{\mathbf{s}}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

- Yasa ile tanımlanan manyetik alan, akım-taşıyan iletkenden *kaynaklanan* alandır
  - Bu alanı iletken *dışındaki* bir alanla karıştırmayın

Serbest Uzayın Geçirgenliği

- μ_o sabiti **serbest uzayın geçirgenliği** olarak adlandırılır
- $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m / A}$

Toplam Manyetik Alan

- $d\vec{\mathbf{B}}$, ds uzunluk parçasındaki akımın oluşturduğu alandır
- Toplam alanı bulmak için, bütün $I\,d\vec{\mathbf{s}}$ akım elemanlarının katkılarını toplarız

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

  - İntegral akım dağılımının tamamı üzerinden alınır

Biot-Savart Yasası – Son Notlar

- Yasa uzayda akan yüklerden oluşan bir akım için de geçerlidir
- $d\vec{\mathbf{s}}$, yüklerin aktığı küçük bir uzay parçasında uzunluğu temsil eder
  - Örneğin, bu bir TV deki elektron demetine uygulanabilir

$\vec{\mathbf{B}}$ ve $\vec{\mathbf{E}}$ ‘nin kıyaslanması

- Mesafe
  - Manyetik alanın büyüklüğü, kaynaktan mesafenin karesiyle ters olarak değişir
  - Bir nokta yükten ileri gelen elektrik alanı da, yükten mesafenin karesiyle ters olarak değişir

$\vec{\mathbf{B}}$ ve $\vec{\mathbf{E}}$ ‘nin kıyaslanması, 2

- Doğrultu
  - Bir nokta yükün ürettiği elektrik alan, doğrultuda radyaldır (yükten çıkan doğru bıyunca)
  - Bir akım elemanının ürettiği manyetik alan, hem $d\vec{\mathbf{s}}$ uzunluk elemanına hem de $\hat{\mathbf{r}}$ birim vektöre diktir

$\vec{\mathbf{B}}$ ve $\vec{\mathbf{E}}$ ‘nin kıyaslanması, 3

- Kaynak
  - Bir elektrik alanı, izole bir elektrik yüküyle kurulur
  - Manyetik alan üreten akım elemanı, uzatılmış bir akım dağılımının parçası olmalıdır
    - Bu nedenle tüm akım dağılımı üzerinden integral almalısınız

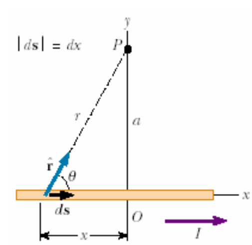
Örnek 1

Uzun, Düz bir İletken için $\vec{\mathbf{B}}$

- İnce, düz tel sabit bir akım taşıyor
- $d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}} = (dx \sin\theta)\hat{\mathbf{k}}$
- Tüm akım elemanları üzerinden integral alınırsa

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

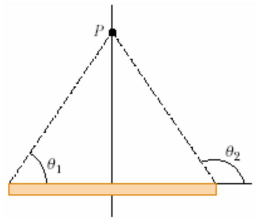


Uzun, Düz bir İletken için $\vec{B}$, Özel Durum

- Eğer iletken sonsuz uzun düz bir tel ise, $\theta_1 = 0$ ve $\theta_2 = \pi$
- Alan

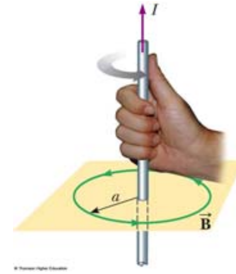
$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi a}$$

olur



Uzun, Düz bir İletken için $\vec{B}$, Doğrultu

- Manyetik alan çizgileri, telle aynı eksenli dairelerdir
- Alan çizgileri tele dik düzlemlerde bulunurlar
- Alanın büyüklüğü, *a* yarıçaplı herhangi bir dairede her noktada aynıdır
- Alanın doğrultusunu belirlemek için sağ-el kuralı gösteriliyor



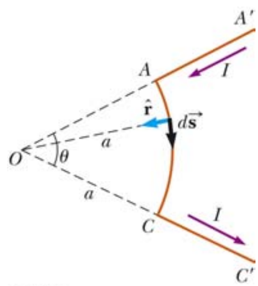
Örnek 2

Kavisli bir Tel Parçası için $\vec{B}$

- Tel parçasının *O* noktasında oluşturduğu alanı bulalım
- $dB = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{ds}{a^2}$
- I ve R sabittir

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}s = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\theta$$

  - θ, radyan cinsindendir (s=aθ)



Örnek 3

Dairesel bir Tel İlmeği için $\vec{B}$

- Önceki sonucu tam bir daire için bakarsak
  - $\theta = 2\pi$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi a}\theta = \frac{\mu_o I}{4\pi a}2\pi = \frac{\mu_o I}{2a}$$

- Bu ilmeğin *merkezindeki* alandır

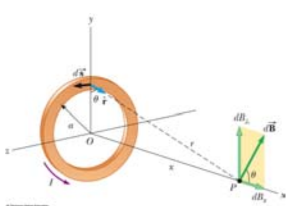
Dairesel bir akım İlmeği için $\vec{B}$

- İlmeğin yarıçapı a dır ve I kararlı akımı taşır
- **B**=B$_x$**i** ve

$$B_x = \oint dB\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{ds\cos\theta}{x^2 + a^2}$$

- P noktasındaki alan

$$B_x = \frac{\mu_o I a^2}{2\left(a^2 + x^2\right)^{3/2}}$$



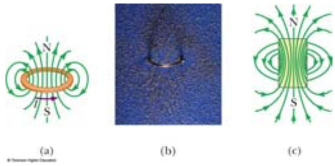
İlmeklerin kıyaslanması

- Akım ilmeğinin merkezindeki akımı dikkate alalım
- Bu özel noktada, $x = 0$
- Böylece,

$$B_x = \frac{\mu_o I a^2}{2\left(a^2 + x^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_o I}{2a}$$

  - Bu eğri telden elde edilen sonuçla tamamen aynıdır

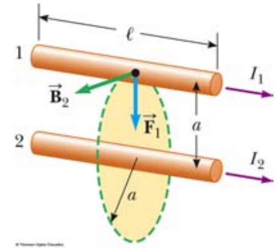
Bir ilmek için manyetik alan çizgileri



- Şekil (a) bir akım ilmeğini saran manyetik alan çizgilerini gösteriyor
- Şekil (b) demir tozlarıyla alan çizgilerini gösteriyor
- Şekil (c) alan çizgilerini bir çubuk mıknatısınki ile kıyaslıyor

İki paralel iletken arasındaki manyetik kuvvet

- Kararlı akım taşıyan iki paralel tel
- 2. teldeki akımdan ileri gelen $\vec{\mathbf{B}}_2$ manyetik alanı 1. tele bir kuvvet uygular; $F_1 = I_1 \ell B_2$



PLAY ACTIVE FIGURE

İki paralel iletken arasındaki manyetik kuvvet, devam

- $\vec{\mathbf{B}}_2$ yi denklemde yerine yazarsak

$$F_1 = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a}\ell$$

  - Aynı yönde akım taşıyan paralel iletkenler birbirlerini çekerler
  - Zıt yönde akım taşıyan paralel iletkenler birbirlerini iterler

İki paralel iletken arasındaki manyetik kuvvet, son

- Sonuç, genellikle iki tel arasındaki manyetik kuvvet olarak ifade edilir, F_B
- Bu, birim uzunluktaki kuvvet olarak ta verilir:

$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a}$$

Amper tanımı

- İki paralel tel arasındaki kuvvet amper tanımı için kullanılabilir
- Özdeş akım taşıyan ve 1 m aralıklı iki uzun, paralel tel arasındaki birim uzunluktaki kuvvetin büyüklüğü 2 x 10^{-7} N/m olduğunda, her bir teldeki akım 1 A olarak tanımlanır

Coulomb tanımı

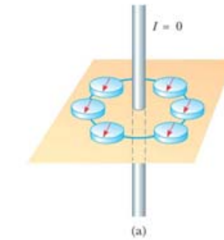
- SI de yük birimi, coulomb'dur, amper cinsinden tanımlanır
- Bir iletken 1 A lik kararlı bir akım taşırken, iletkenden 1 s 'de akan yük miktarı 1 C 'dur

Andre-Marie Ampère

- 1775 – 1836
- Fransız fizikçi
- Elektromanyetizmanın keşfi
  - Elektrik akımı ve manyetik alan arasındaki ilişki
- Matematik de çalıştı

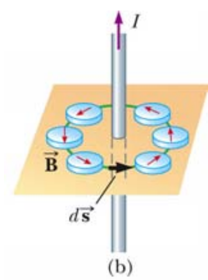
Bir telin manyetik alanı

- Bir pusula manyetik alanı tespit etmek için kullanılabilir
- Telde akım yoksa, akımdan ileri gelen alan yoktur
- Tüm pusula iğneleri Yerkürenin kuzey kutbunu gösterir
  - Yerkürenin manyetik alanı nedeniyle



Bir telin manyetik alanı, 2

- Burada tel yüksek bir akım taşıyor
- Pusula iğneleri daireye teğet yönde sapıyor
- Bu, telin ürettiği manyetik alanın yönünü gösterir
- Akımı değiştirmek için aktif şekli kullanın



PLAY
ACTIVE FIGURE

Bir telin manyetik alanı, 3

- Tel etrafındaki dairesel manyetik alan, demir tozlarıyla gösteriliyor

Ampere Yasası

- $\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$ çarpımı, uzun düz tel için pusula iğneleriyle tanımlı dairesel yörüngedeki küçük uzunluk elemanları $d\vec{\mathbf{s}}$ ile değerlendirilebilir
- Ampere yasasına göre; herhangi bir kapalı yörünge civarındaki $\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$'nin çizgi integrali $\mu_0 I$ 'ya eşit olur; burada I kapalı yörüngenin sardığı herhangi bir yüzeyden geçen toplam kararlı akımdır:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(2\pi r) = \mu_0 I$$

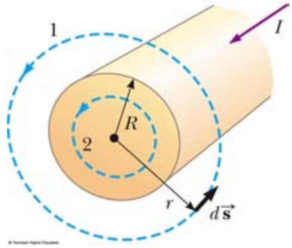
Ampere yasası, devam

- Ampere yasası, tüm sürekli akım düzenlemelerinde manyetik alanların üretilmesini tanımlar
  - Akım düzenlemesi yüksek simetri derecesine sahipse çok kolaylık sağlar
- Sağ elinin baş parmağını amper ilmeğinde akım yönünde koyun ve ilmek civarında integral alacağın yönde parmaklarınızı bükün

Örnek 4

Uzun Düz bir Telden kaynaklanan Alan –Amper Yasasından

- Kararlı bir I akımı taşıyan bir telin merkezinden r mesafesindeki manyetik alanı hesaplayalım
- Akım telin kesitinde düzgün olarak dağılır



Uzun Düz bir Telden kaynaklanan Alan –Amper Yasasından Sonuçlar

- Telin dışında, $r > R$

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B(2\pi r) = \mu_o I \quad \rightarrow \quad B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

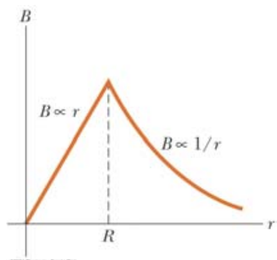
- Telin içinde ($r<R$), amper dairesi içindeki I' akımına ihtiyacımız var

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B(2\pi r) = \mu_o I' \quad \rightarrow \quad I' = \frac{r^2}{R^2} I$$

$$B = \left(\frac{\mu_o I}{2\pi R^2} \right) r$$

Uzun Düz bir Telden kaynaklanan Alan – Sonuçların Özeti

- Alan, tel içinde r ile orantılıdır
- Alan tel dışında $1/r$ ile değişiyor
- Her iki denklem $r = R$ 'de eşittir



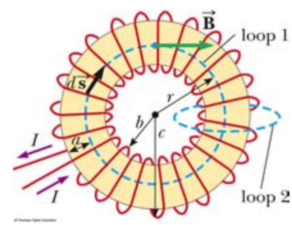
Örnek 5

Bir Toroid'in Manyetik Alanı

- Toroidin merkezinden r uzaklığında bir noktadaki alanı bulalım
- Toroid N tel sarımı var

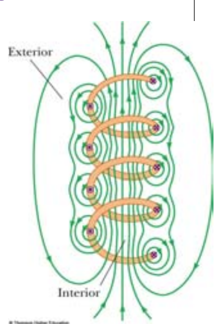
$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B(2\pi r) = \mu_o N I$$

$$B = \frac{\mu_o N I}{2\pi r}$$



Bir Selenoidin Manyetik Alanı

- Bir **selenoid** (akım kangalı), heliks biçimli uzun bir tel sarımıdır
- Makul düzgünlükte bir manyetik alan, tel sarımlarıyla çevrili uzayda elde edilebilir
  - Selenoidin *iç kısmı*

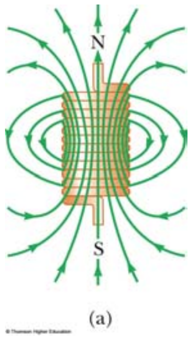


Bir Selenoidin Manyetik Alanı, Tanım

- İç kısımdaki alan çizgileri
  - Birbirlerine yaklaşık paraleldir
  - Düzgün dağılmıştır
  - Birbirlerine yakındır
- Bu, alanın kuvvetli ve hemen hemen düzgün olduğunu gösterir

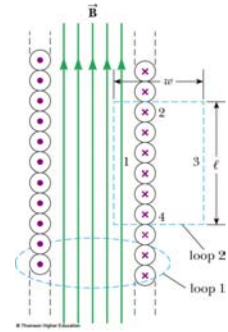
Sıkı Sarılı bir Selenoid'in Manyetik Alanı

- Alan dağılımı bir çubuk mıknatısınkine benzer
- Selenoidin uzunluğu arttıkça
  - iç alan daha düzgün hale gelir
  - dış alan zayıflar



İdeal Selenoid – Özellikleri

- *İdeal bir selenoid* 'e yaklaşmak için:
  - sarımlar yakın olmalıdır
  - uzunluk sarımların yarıçapından çok daha uzun olmalıdır



Amper Yasasının bir Selenoid'e Uygulanması

- Amper yasası, selenoidin iç manyetik alanını bulmak için kullanılabilir
- İç alana paralel ℓ kenarlı ve alana dik w kenarlı bir dikdörtgen düşünelim
  - Bu, şekildeki 2. ilmektir
- Selenoidin içindeki uzun ℓ kenarı alana katkı yapar
  - Bu, şekildeki 1. kenardır

Amper Yasasının bir Selenoid'e Uygulanması, devam

- Amper yasasını uygularsak

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_{path\,1} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B \int_{path\,1} ds = B\ell$$

- Dikdörtgen yol boyunca toplam akım, bir sarımdan geçen akımın sarım sayısıyla çarpımına eşittir

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = B\ell = \mu_o NI$$

Bir Selenoid'in Manyetik Alanı, Son

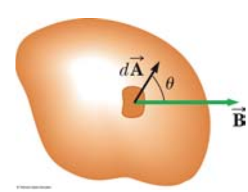
- Manyetik alan için Amper yasası çözülürse

$$B = \mu_o \frac{N}{\ell} I = \mu_o n I$$

  - $n = N / \ell$, birim uzunluktaki sarım sayısıdır
- Bu sadece çok uzun bir selenoidin merkezi civarındaki noktalarda geçerlidir

Manyetik Akı

- Manyetik alanla ilişik manyetik akı, elektrik akıya benzer tarzda tanımlanır
- Keyfi şekilli bir yüzey üzerinde bir $d\mathbf{A}$ alan elemanı düşünelim



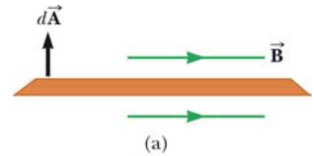
Manyetik Akı, devam

- Bu elemandaki manyetik alan $\vec{\mathbf{B}}$ dir
- $d\vec{\mathbf{A}}$, yüzeye dik bir vektördür
- $d\vec{\mathbf{A}}$, büyüklüğü *dA* alanına eşittir
- Manyetik akı

  $$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$
- Manyetik akı birimi T·m^2 = Wb
  - Wb; *weber*

Bir Düzlemden Geçen Manyetik Akı, 1

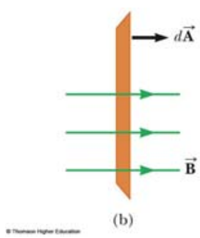
- Özel bir durum; *A* alanlı bir düzlem, $d\vec{\mathbf{A}}$ ile θ açısı yaparsa olur
- Manyetik akı:
  $\Phi_B = BA \cos \theta$
- Bu durumda, alan düzleme paraleldir ve $\Phi = 0$ dır.



PLAY ACTIVE FIGURE

Bir Düzlemden Geçen Manyetik Akı, 2

- Manyetik akı: $\Phi_B = BA \cos \theta$
- Bu durumda, alan düzleme dik ve $\Phi = BA$ dır
- Bu akının maksimum değeridir
- Farklı açıları görmek için aktif şekli kullanın



PLAY ACTIVE FIGURE

Manyetizmada Gauss Yasası

- Manyetik alanlar herhangi bir noktada başlamaz veya bitmez
  - Bir yüzeye giren çizgilerin sayısı, yüzeyden ayrılan çizgilerin sayısına eşittir
- **Manyetizmadaki Gauss yasası'** na göre, herhangi bir kapalı yüzeyden geçen manyetik akı daima sıfırdır:

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

Problem 1, p.968

Neils Bohr'un 1913 de önerdiği hidrojen atomu modelinde bir elektron, protonun etrafında 5.3x10^{-11} m yarıçaplı bir dairesel yörüngede 2.2x10^6 m/s süratle dolanır. Elektronun hareketinin, protonun bulunduğu konumda oluşturduğu manyetik alanın şiddetini bulunuz.

ÇÖZÜM

Dairesel bir tel ilmeği için manyetik alan şiddeti: (R: yarıçap)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Sabit akım:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{qv}{x} = \frac{qv}{2\pi R}$$

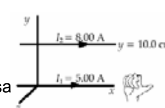
$$B = \frac{4\pi \,\mathrm{x}\, 10^{-7} \,\mathrm{x}\, 1.6 \,\mathrm{x}\, 10^{-19} \,\mathrm{x}\, 2.2 \,\mathrm{x}\, 10^{6}}{4\pi (5.3 \,\mathrm{x}\, 10^{-11})^2} = 12.5\,\mathrm{T}$$

Problem 16, p.970

Aralarında 10 cm uzaklık bulunan iki uzun paralel iletkenden aynı yönde akım geçmektedir. Birinci iletkenden geçen akım I_1=5A, ikinciden I_2=8A dir. (a) I_1 in I_2 nin bulunduğu yerde oluşturduğu manyetik alanın büyüklüğü nedir? (b) I_1 in I_2 'ye birim uzunluk başına etkiyen kuvvet nedir? (c) I_2 nin I_1 'in bulunduğu yerde oluşturduğu manyetik alanın büyüklüğü nedir? (d) I_2 nin I_1 'e birim uzunluğu başına uyguladığı kuvvet nedir?

ÇÖZÜM

İlki y=0, ikincisi y=10cm deki tellerin ikisi de x-yönünde akım taşısınlar.



(a) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathbf{k} = \frac{4\pi 10^{-7}(5)}{2\pi(0.1)}\mathbf{k} = 1\,\mathrm{x}\,10^{-5}\,\mathrm{T}$ sayfadan dışa

(b) $\mathbf{F}_B = I_2 \mathbf{LxB} = 8(1\mathbf{i} \,\mathrm{x}\, 1 \,\mathrm{x}\, 10^{-5}\mathbf{k}) = 8 \,\mathrm{x}\, 10^{-5}\,\mathrm{N}(-\mathbf{j})$ birinci tele doğru

(c) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\text{-}\mathbf{k}) = \frac{4\pi 10^{-7}(8)}{2\pi(0.1)}(\text{-}\mathbf{k}) = 1.6 \,\mathrm{x}\, 10^{-5}\,\mathrm{T}$ sayfadan içe

(d) $\mathbf{F}_B = I_1 \mathbf{LxB} = 5[1\mathbf{i} \,\mathrm{x}\, 1.6 \,\mathrm{x}\, 10^{-5}(\text{-}\mathbf{k})] = 8 \,\mathrm{x}\, 10^{-5}\,\mathrm{N}(\mathbf{j})$ ikinci tele doğru

Problem 23, p.971

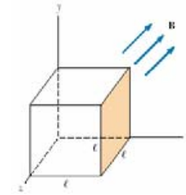
Bir füzyon reaktörünün manyetik alan kangalları, iç yarıçapı 0.7 m ve dış yarıçapı 1.3 m olan bir toroid biçimindedir. Toroidin kalın tellerden oluşan 900 sarımı varsa ve bunların her birinden 14 kA geçiyorsa, toroidin (a) iç yarıçapı boyunca (b) dış yarıçapı boyunca manyetik alanın büyüklüğünü bulunuz.

ÇÖZÜM

(a) $$B_{içteki} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} = \frac{4\pi(10^{-7})(900)14000}{2\pi(0.7)} = 3.6\,\mathrm{T}$$

(b) $$B_{distaki} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} = \frac{4\pi(10^{-7})(900)14000}{2\pi(1.3)} = 1.94\,\mathrm{T}$$

Problem 33, p.972



Kenar uzunluğu l=2.5 cm olan bir küp, şekildeki gibi, B=(5i+4j+3k) Tesla ifadesi ile verilen düzgün bir manyetik alan içine yerleştirilmiştir. (a) Küpün boyalı yüzünden geçen akıyı hesaplayınız. (b) Küpün altı yüzünden geçen toplam akı nedir?

ÇÖZÜM

(a) $$\Phi_B = \int \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A} = (5\mathbf{i}+4\mathbf{j}+3\mathbf{k})(2.5\,\mathrm{x}\,10^{-2})^2\,\mathbf{i}$$

$$\Phi_B = 3.13\,\mathrm{Tm^2} = 3.13\,\mathrm{x}\,10^{-3}\,\mathrm{Wb}$$

(b) $$(\Phi_B)_{top} = \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = 0$$

(manyetizmada Gauss yasası gereği; herhangi kapalı bir yüzey için)