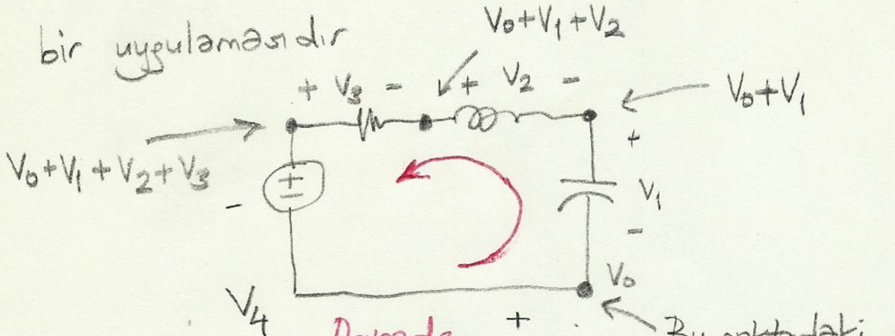
Elektrostatiğin ikinci postülası :

$$\oint_C \bar{E}\cdot d\bar{l} = 0 \qquad (ii)'$$

Devre Analizi dersinde kullandığımız Kirchoff'un Voltaj Kanunu, aslında $(ii)'$'nün bir uygulamasıdır



Devrede, saat yönünün tersine ilerlerken voltaj değişimini inceleyelim!

Bu noktadaki voltaj değeri V_0 olsun

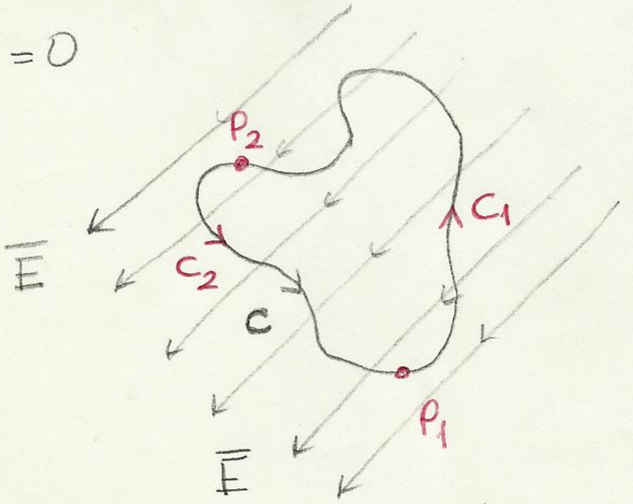
$$\Rightarrow V_0 = V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$\Rightarrow V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 0$$

Fiziksel olarak $\int \bar{E}\cdot d\bar{l}$ değeri, ileride göreceğimiz üzere voltaj ile ilintilidir!...

Statik elektrik alanın bulunduğu bir bölgede, bir test yükünü kapalı bir kontur üzerinde hareket ettirirsek elektrik alana karşı yapacağımız toplam iş, 0 olacaktır!

$$\oint_C \bar{E}\cdot d\bar{l} = 0$$

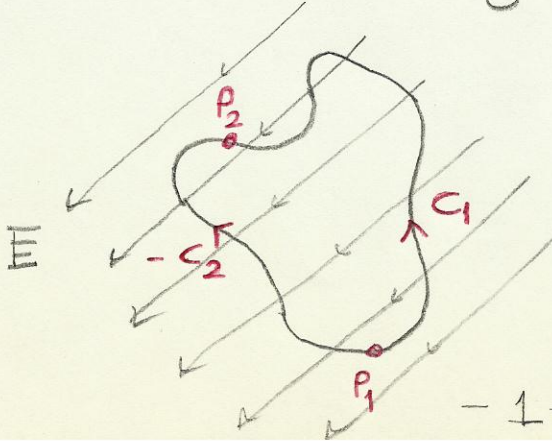


Kapalı C konturu üzerinde P_1 ve P_2 şeklinde iki tane nokta seçelim.

C'nin P_1'den P_2'ye kadar olan kısmına C_1 diyelim.

C'nin P_2'den P_1'e kadar olan diğer kısmına ise C_2 diyelim.

$$0 = \oint_C \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_{C_1} \bar{E}\cdot d\bar{l} + \int_{C_2} \bar{E}\cdot d\bar{l} \Rightarrow \int_{C_1} \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_{C_2} \bar{E}\cdot d\bar{l}$$



C_2 konturunun başlangıç ve bitiş noktalarını değiştirirsek, elde edeceğimiz kontura $-C_2$ diyebiliriz.

$$\int_{-C_2} \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_{C_2} \bar{E}\cdot d\bar{l}$$

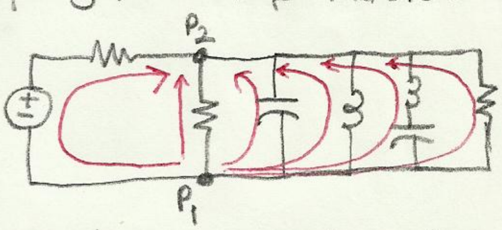
Aynı güzergâh üzerinde, fakat ters yönde gidersek yapacağımız işin işareti değişir.

Buradan da $\int_{C_1} \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_{-C_2} \bar{E}\cdot d\bar{l}$ bulunur.

Bir başka deyişle, P_1 noktasından P_2 noktasına C_1 konturu üzerinden de gitsek, $-C_2$ konturu üzerinden de gitsek aynı işi yapmış oluruz!...

$\Rightarrow$ Bu ifade, şu şekilde genellenebilir: Korunumlu bir alana karşı yapılan işte, güzergâhın bir önemi yoktur; sadece başlangıç ve bitiş noktaları belirleyicidir!...

Devre Teorisinde:

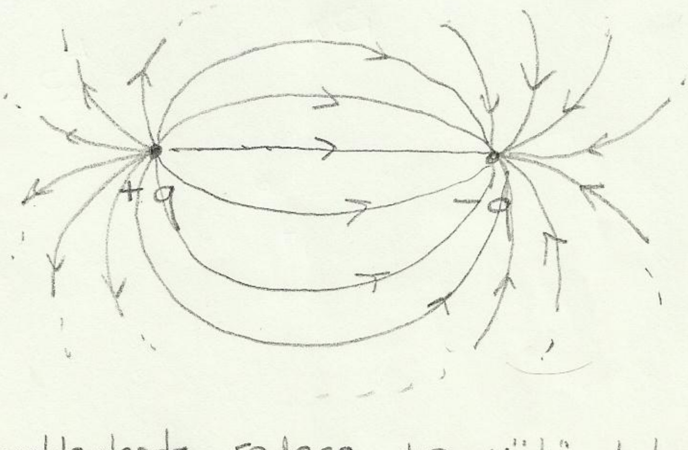


Yolun önemi yok!

Elektrik Alan Çizgileri

* Elektrik alan çizgileri, daima pozitif yükten çıkar ve negatif yükte sonlanır. Her bir çizgi mümkün olan en kısa yoldan negatif yüke doğru ulaşacak şekildedir.

* Bir $+q$, bir de $-q$ yükümüz olsun. Bu durumda elektrik alan çizgileri:

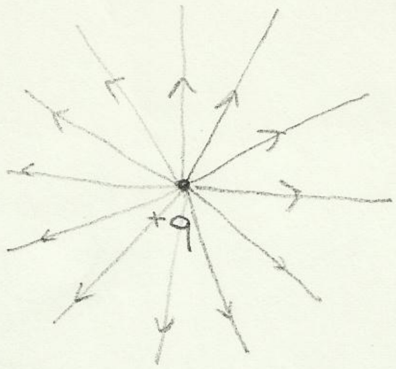


Önemli Not: Alan çizgileri, kesinlikle birbirleriyle kesişmez!...

* Peki, bazı problemlerde sadece $+q$ yükü bulunuyor. Bu durumda alan çizgilerini nasıl çizmeliyiz?

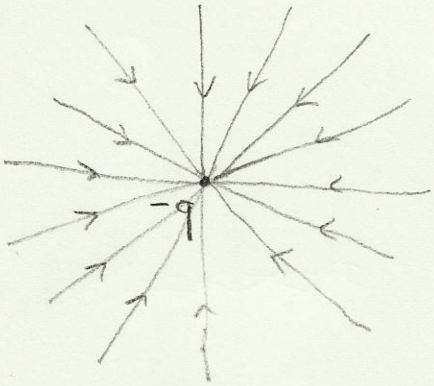
Bazı problemlerde $+q$ yükü veriliyor olabilir. "Yüklerin korunumu" prensibine göre, söz konusu $+q$ yükünün kaybolduğu yerde ona karşılık gelen bir $-q$ yükü bulunuyor olmalıdır. Problemde $-q$ yükünden söz edilmiyorsa, $-q$ yükü sonsuzda varsayılır.

Sadece +q yükünden söz ediliyorsa, bunun oluşturduğu elektrik alanın çizgileri:



Her bir yöndeki çizgi, mümkün olan en kısa yoldan negatif yüke (yani sonsuza) ulaşacak şekilde çizilmelidir!...

* Problemde sadece −q yükünden söz ediliyorsa, bu durumda −q yüküne karşılık gelen +q yükü (Yüklerin Korunumu Prensibi) sonsuzda varsayılır.



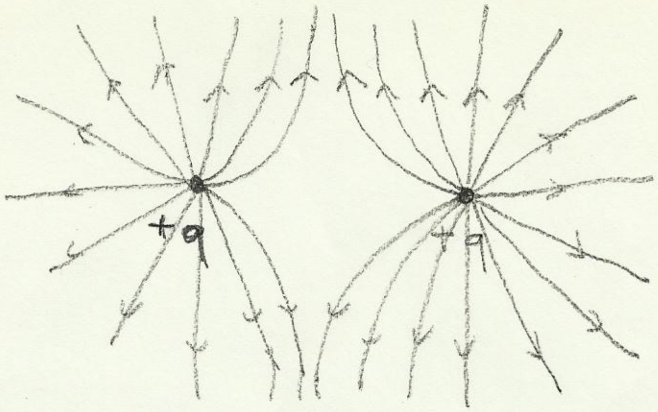
* Peki, farklı iki noktada bulunan iki tane +q yükünün sebep olduğu elektrik alanın çizgileri nasıl çizilmeli?

  * Burada, toplam +2q'luk bir yükten söz edildiğine göre, sonsuzda −2q'luk yük varsaymalıyız ⇒ Yani, elektrik alan çizgileri sonsuza doğru yönlenmeli

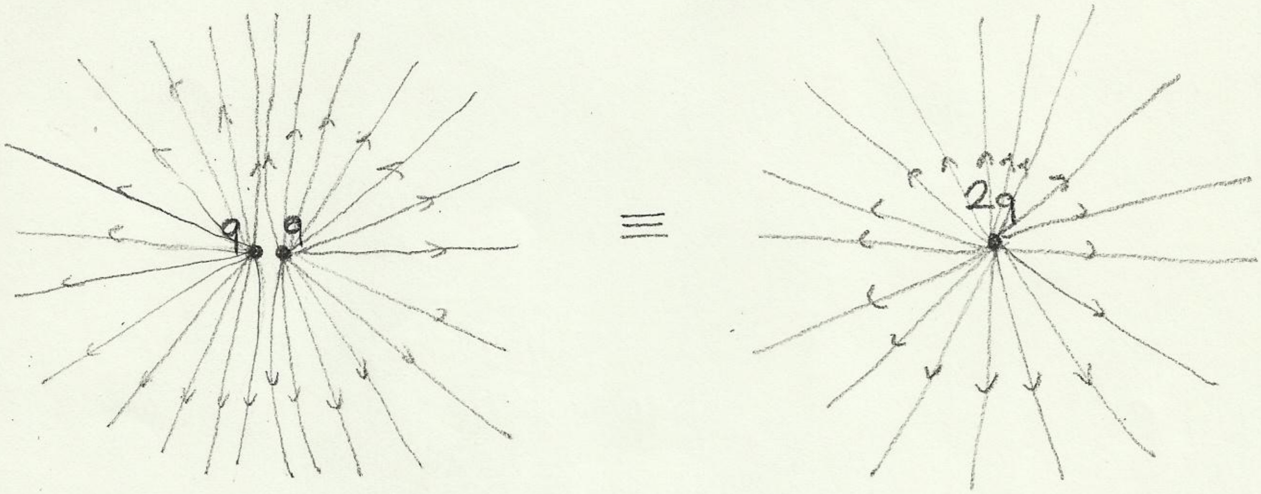
  * Yüklerin yakınında (yakın bölgede), her yöndeki elektrik alan çizgileri
    (i) + yüklerden çıkacak,
    (ii) − yüklere (yani sonsuza) doğru yönlenecek, ve
    (iii) birbirleriyle çakışmayacak
    şekilde çizilmelidir!...

  * Yüklere uzaktan bakan (uzak bölgede) bir gözlemci, sanki tek bir noktada +2q yük varmışçasına elektrik alan çizgileri görmelidir.

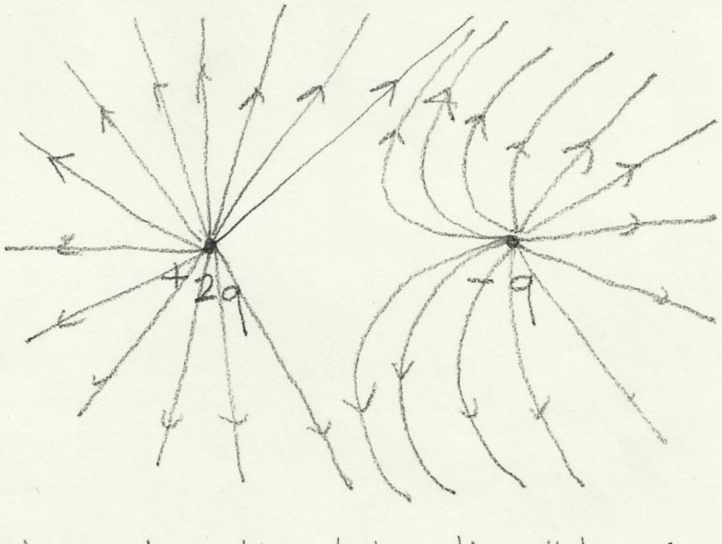
Dolayısıyla :



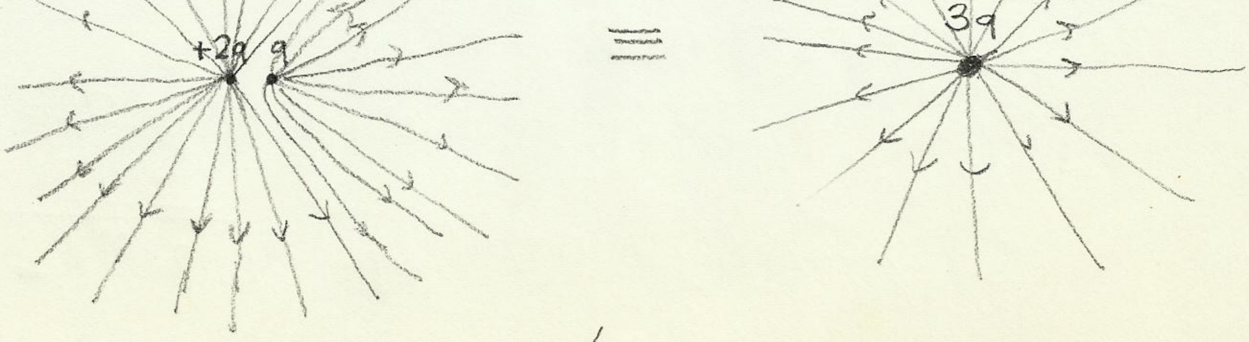
Yüklere çok uzaktan bakan gözlemcinin gördüğü



* Peki, farklı iki noktada bulunan iki tane yükten birinin değeri $+2q$, diğeri $+q$ ise



Yine yüklere çok uzaktan bakan bir gözlemcinin gördüğü :



* Farklı iki noktada bulunan iki tane yükten birinin değeri $+2q$, diğeri $-q$ ise:

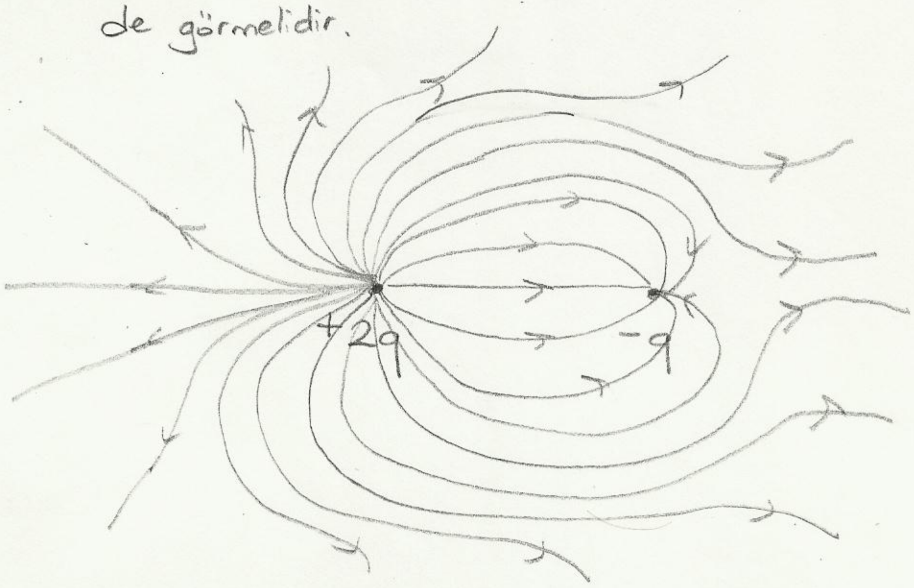
* Bu durumda yine öncelikle toplam yüke bakmak gerekir $+2q - q = +q$

  ⇒ Demek ki $-q$ kadar yük sonsuzda!...

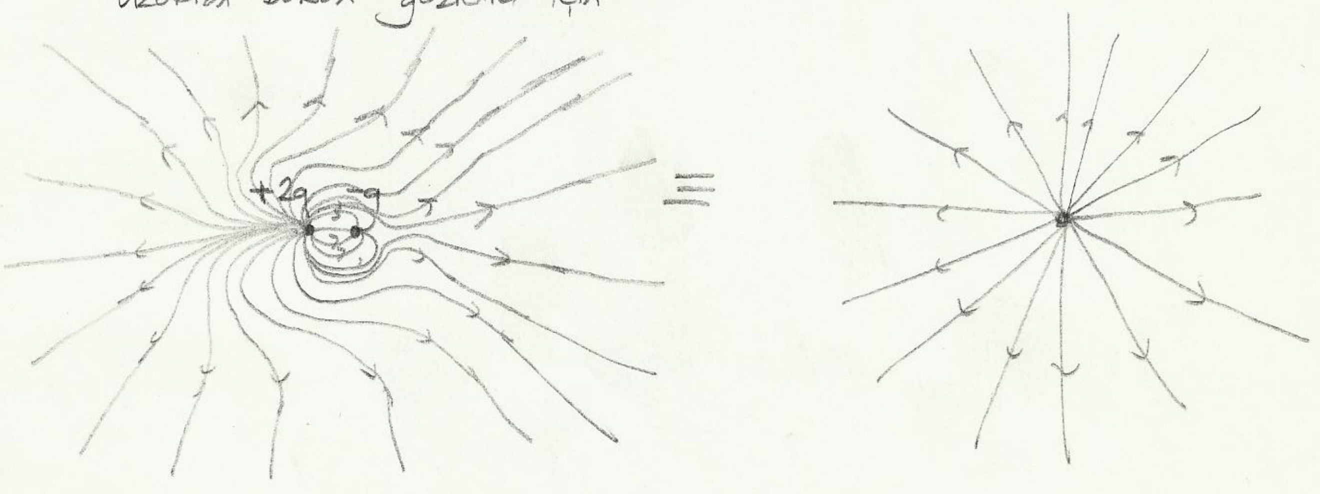
  ⇒ Elektrik alan çizgileri sonsuza doğru yönlenmeli

  ⇒ Uzaktan bakan gözlemci için tek noktada $+q$ yükü varmışçasına elektrik alan çizgileri düşer.

* Öte yandan, yakından bakan gözlemci, $-q$'da sonlanan elektrik alan çizgileri de görmelidir.

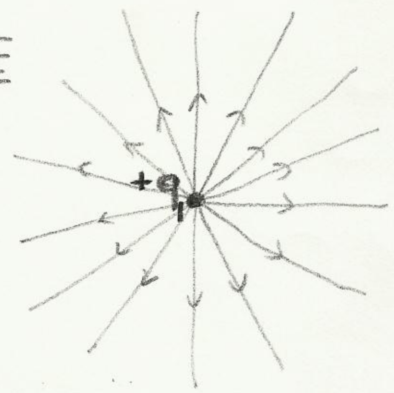


Uzaktan bakan gözlemci için

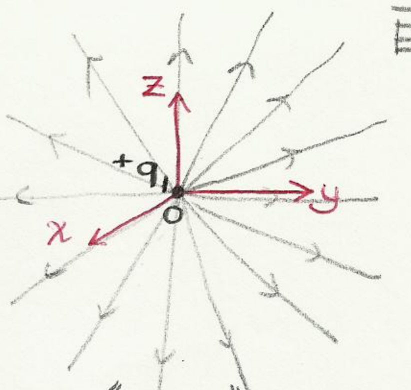


Gauss ve Coulomb Yasaları Arasındaki İlişki:

* Uzayda, tek bir $+q_1$ yükünün etrafında oluşturduğu elektrik alanı hesaplamaya çalışalım. Elektrik alan çizgileri, yükün bulunduğu noktadan çıkarak sonsuza yönlenmiş olacaktır.



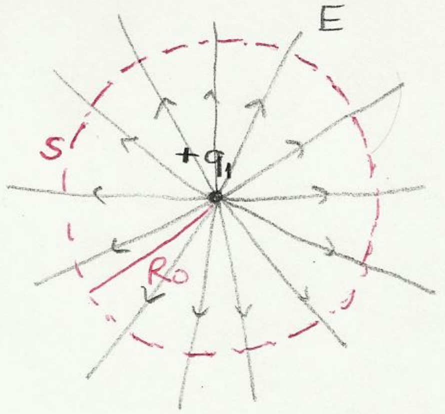
Söz konusu yükün bulunduğu noktayı orijin olarak alalım!...



Bu durumda, elektrik alan "radyal" yönde (yani küresel koordinatlardaki R yönünde) olacaktır.

Elektrik alanın sadece R yönünde bileşeni olacağından (yani θ ve ϕ yönlerinde bileşeni olmayacağından) $\bar{E} = \hat{a}_R \, E_R$ şeklinde yazılabilir.

Şimdi, merkezi orijin olan R_0 yarıçaplı bir küre düşünelim.



$+q_1$ yükünün oluşturduğu elektrik alan, kürenin yüzeyi (S) üzerinde bir elektrik akı oluşturacaktır.

$$\oint_S \bar{E} \cdot d\bar{s} = \frac{q_1}{\epsilon_0}$$

Gauss Yasası

(i)' : ilk postüla

$$\left.\begin{array}{l} \bar{E} = \hat{a}_R E_R \\ \text{Küre üzerindeki her yerde } d\bar{s} = \hat{a}_R \, ds \end{array}\right\} \Rightarrow \bar{E} \cdot d\bar{s} = E_R \, ds$$

$\hat{a}_R$: Kürenin yüzeyine dik birim vektör

Küre üzerinde bulunan her noktanın orijine olan uzaklığı aynı; dolayısıyla küre üzerinde bulunan her noktada elektrik alanın şiddeti (E_R) sabit.

Bu durumda

$$\oint_S \bar{E} \cdot d\bar{s} = \int_S E_R \, ds = \underbrace{E_R}_{\text{Elektrik Alanın Şiddeti}} \; \underbrace{4\pi R_0^2}_{R_0 \text{ yarıçaplı kürenin yüzey alanı}}$$

$$\Rightarrow \quad E_R \, 4\pi R_0^2 = \frac{q_1}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_0^2} \quad \Rightarrow \quad \bar{E} = \hat{a}_R E_R = \underbrace{\hat{a}_R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_0^2}}_{}$$

Yüke R_0 mesafede olan bir noktada elektrik alanın değeri

Bu noktada, ikinci bir yükümüz (q_2) olsa; q_1 yükü bu ikinci yüke bir kuvvet ($\bar{F}_{12}$) uygulayacaktır

$$\bar{F}_{12} = q_2 \bar{E} = \hat{a}_R \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}}_{k} \frac{q_1 q_2}{R_0^2}$$

$\hat{a}_{R_{12}}$

Birinci yükten ikinci yüke yönlenmiş olan birim vektör

(Bu örnekte, birinci yükü orjinde seçtiğimiz için $\hat{a}_{R_{12}} = \hat{a}_R$ çıktı)

aradaki mesafenin karesi

Gerçekten de Coulomb Yasasındaki R'nin üzerindeki üslü terim, tam tamına "2" imiş! Bunu ispatlamış olduk!...

1.999999 veya 2.00000001 değil!...