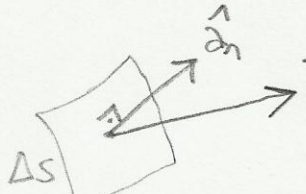
# Düzenli (Steady) Elektrik Akımları

Her biri $q$ yüke sahip parçacıkların, $\Delta s$ ara kesit yüzeyli bir bölgeden $\bar{u}$ hızı ile düzenli geçişini ele alalım. Birim hacim başına düşen yüklü parçacık sayısı $N$ ise; $\Delta t$ kadar süre içerisinde her bir parçacık $\bar{u}\Delta t$'nin şiddeti kadar yol kat edecektir. Bu durumda $\Delta s$ ara kesitli yüzeyden geçen yük miktarı

$$\Delta Q = \underbrace{N}_{1/m^3}\,\underbrace{q}_{C}\,\underbrace{\bar{u}}_{m/s} \cdot \hat{a}_n\,\underbrace{\Delta s}_{m^2}\,\underbrace{\Delta t}_{\text{saniye}} \quad \text{(Coulomb)}$$

olacaktır

$N$: Birim hacimdeki yüklü parçacık sayısı : $\frac{1}{m^3}$




$\bar{u}$ : yüklerin $\Delta s$ yüzeyinden geçiş yönü ve hızı

Akım, birim zamandaki yük değişimi olduğundan:

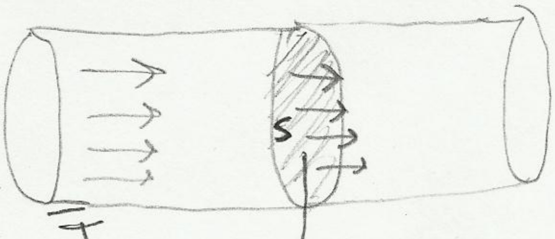
$$\Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = N q \bar{u} \cdot \underbrace{\hat{a}_n \Delta s}_{\Delta \bar{s}} = \underbrace{N q \bar{u}} \cdot \Delta \bar{s} \quad \text{(Amper)}$$

şeklinde yazılabilir.

Bu terim; "hacimsel akım yoğunluğu" yani $\bar{J}$ $\left(\text{Amper}/\text{metre}^2\right)$ olarak adlandırılır.

**Not:** "Hacimsel" akım yoğunluğunun birimi neden "Amper / metre$^3$" değil? Çünkü, bir hacimden düzenli bir şekilde akan akım; ara kesit olarak bir yüzeyi delip geçer. Akım yoğunluğunun fiziksel anlamı; birim yüzeyden birim zamanda geçen yük miktarı (yani Coulomb / metre$^2$. saniye = Amper / metre$^2$) olarak yorumlanmalıdır.

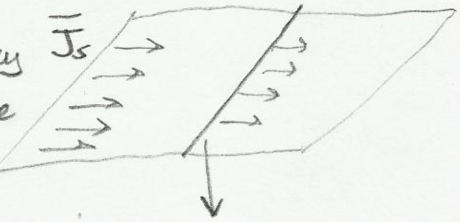
Silindirik bir hacim içerisinde düzenli akım




Her bir yük, bu daireyi delip geçiyor.

**Not 2:** Bu durumda, yüzeyden akan bir akım (yani bir yüzey akımı) varsa, onun birimi de $\overline{J}_S$ (Amper/metre) olacaktır. Çünkü bir yüzeyin ara kesiti bir doğru (veya doğru parçası) olacaktır. Yüzey akım yoğunluğunun fiziksel anlamı; birim uzunluktan birim zamanda geçen yük miktarı (yani Coulomb/metre.saniye = Amper/metre) olarak yorumlanmalıdır.

Bir yüzey üzerinde düzenli akım $\overline{J}_s$



Her bir yük, bu doğru parçasını delip geçiyor!...

Konumuza dönecek olursak; bir S yüzeyinde hacimsel akım yoğunluğu $\overline{J}$'nin oluşturduğu akı, aslında bize akımı verir. (Bkz: önceki sayfadaki şekil)

$$I = \int_S \underbrace{\overline{J}}_{(A/m^2)} \cdot \underbrace{d\overline{s}}_{(m^2)} \quad (A)$$

Metalik iletkenlerin içerisinde elektronların hızı, "elektron mobilitesi ($\mu_e$)" olarak adlandırdığımız skaler bir büyüklük ile doğru orantılıdır.

$$\overline{u} = -\underbrace{\mu_e}_{(m^2/V.s)} \underbrace{\overline{E}}_{(V/m)} \quad (m/s)$$

$\overline{J} = N q \overline{u}$ şeklinde tanımlanmıştı.

Bir elektronun yükü ($1.6 \times 10^{-19}$ Coulomb)

$$\overline{J} = \underbrace{-N e \mu_e}_{\sigma} \overline{E}$$

$\sigma$: "iletkenlik" (conductivity)

$\Downarrow$

Elektron mobilitesi ($\mu_e$); her bir cisme/ortama has bir özellik olduğu için; iletkenlik ($\sigma$) de her bir cisme/ortama has bir özelliktir

$\Leftarrow$

Mükemmel iletken olarak kabul ettiğimiz cisim/ortamlarda $\mu_e \to \infty$ ve $\sigma \to \infty$ varsayarız!...

$$\bar{J} = \sigma\, \bar{E} \rightarrow \left[\text{Ohm Yasası'nın Genel Hali}\right]$$

$$\bar{J} \rightarrow A/m^2 \qquad \bar{E} \rightarrow V/m$$

$$\sigma \rightarrow \frac{A}{V.m} = \mho/m \text{ yada } Siemens/m$$

Benzerlik:

$$I = G\,V \quad \text{veya} \quad I = \frac{1}{R}\, V \quad (\text{Ohm Yasası})$$

Neden Genel Hali? Devre analizi dersinde, $V = I\,R$ ifadesi için aralarındaki potansiyel farkı ve eşdeğer direnci ölçmek için "iki" nokta gerekmektedir. Ancak $\bar{J}(x_0, y_0, z_0) = \sigma(x_0, y_0, z_0)\,\bar{E}(x_0, y_0, z_0)$ ifadesi, uzaydaki tek bir $(x_0, y_0, z_0)$ noktası için (yani ikinci bir noktaya gerek olmaksızın) yazılabilir. Bu yüzden bu ifadeye "Ohm Yasası'nın Nokta Formu" veya "Ohm Yasası'nın Genel Hali" adı verilmektedir.

## Süreklilik Denklemi

"Yüklerin korunumu" prensibi, fiziksel olarak temel gerçeklerimizden biridir.

S yüzeyi tarafından çevrelenen bir V hacmi düşünelim. Bu hacimde Q kadar yükümüz olsun. Eğer bu hacimden dışarı doğru bir I akımı varsa; birim zamanda hacimdeki toplam yükün düşüş miktarı bu I akımına eşit olmalıdır. (Veya hacimden içeri doğru bir I akımı varsa; birim zamandaki yük artış miktarı I'ya eşit olmalıdır.)

Hacimden dışarı çıkan akım; hacmi çevreleyen S yüzeyi üzerinde akım yoğunluğu vektörü tarafından oluşturulan akıya eşit olacaktır.

$$I = \oint_S \bar{J} \cdot d\bar{s}$$

Öte yandan : $I = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_{v} \rho \, dv$ olarak yazılabilir.

Diverjans teoremi ile de $\oint_S \bar{J} \cdot d\bar{s} = \int_{v} (\bar{\nabla} \cdot \bar{J}) \, dv$ 'dir.

$$\Rightarrow \int_{v} (\bar{\nabla} \cdot \bar{J}) \, dv = -\underbrace{\int_{v} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dv}_{-\frac{d}{dt}\int_{v} \rho \, dv = -\int_{v} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dv}$$ yazılabilir

Neden kısmi türev? Çünkü $\rho$, uzay koordinatlarına da bağlı olabilir!...

Bu ifade $v$'den bağımsız olduğuna göre (yani her şekil ve boyuttaki $v$ için geçerli olduğuna göre); aslında integrali alınan değerler birbirine eşit olmalıdır.

$$\Rightarrow \underbrace{\bar{\nabla} \cdot \bar{J}}_{\frac{1}{m}\,\frac{A}{m^2} \;=\; A/m^3} = -\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\frac{C/m^3}{s} \;=\; \frac{C}{s \cdot m^3} = A/m^3}$$

$C/m^3$ ; $1/s$

Bu denkleme, "Süreklilik Denklemi" adı verilir.

Düzenli akımlarda yük yoğunluğu zamanla değişmez; yani $\partial \rho / \partial t = 0$

$$\Rightarrow \bar{\nabla} \cdot \bar{J} = 0$$

$\Rightarrow$ Düzenli akımların akım yoğunluğu vektörleri solenoidaldir; kapalı döngüler oluşturur!...

Bu ifade integral formunda $\oint_S \bar{J} \cdot d\bar{s} = 0$ şeklinde yazılabilir

Devre analizi dersinde; bir düğüm noktasına giren/çıkan akımların toplamı : $\sum_j I_j = 0$ Kirchoff'un Akım Yasası $\Rightarrow$ Kirchoff'un Akım Yasası'nın Genel Hali