

# **EEM 224 ELEKTROMAGNETIC WAVE THEORY I**

## **MALZEME ORTAMINDA DURGUN ELEKTRİK ALANI YALITKANLAR**

**Prof. S. Gökhun Tanyer**

A-404, Department of Electrical-Electronics Engineering.

Faculty of Engineering

Baskent University, Ankara

Phone: (312) 246-66-66 Ext: 1221

[gokhuntanyer@baskent.edu.tr](mailto:gokhuntanyer@baskent.edu.tr)

[www.researchgate.com](http://www.researchgate.com)

[www.linkedin.com](http://www.linkedin.com)

**DOSYALAR HAKKINDA:**

Ders notlarındaki şekillerin hazırlanmasında internet ortamından faydalanılmıştır. Özellikle belirtilmeyen tüm şekil, tablo, eşitlik ve denklemler vb. “D. K, Fundamentals of Engineering Electromagnetics, Addison-Wesley Inc.” ile “D. K, Field and Wave Electromagnetics, McGraw Hill Inc.” kitabından taranarak elde edilmiştir. Alıntıların kaynağına kolay ulaşılabilmesi maksadıyla numarası ve altyazıları da gösterilmektedir.

Bu ders notları, Prof. Dr. S. Gökhun Tanyer tarafından ders kaynaklarından faydalanılarak sadece ders sunumlarında kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Hiç bir ticari maksat taşımayan bu dosyalar sadece eğitimlerde kullanılmaktadır.

[en.wikipedia.org]

# MALZEME ORTAMINDA DURGUN ELEKTRİK ALANI

## YALITKANLAR

### SORU:

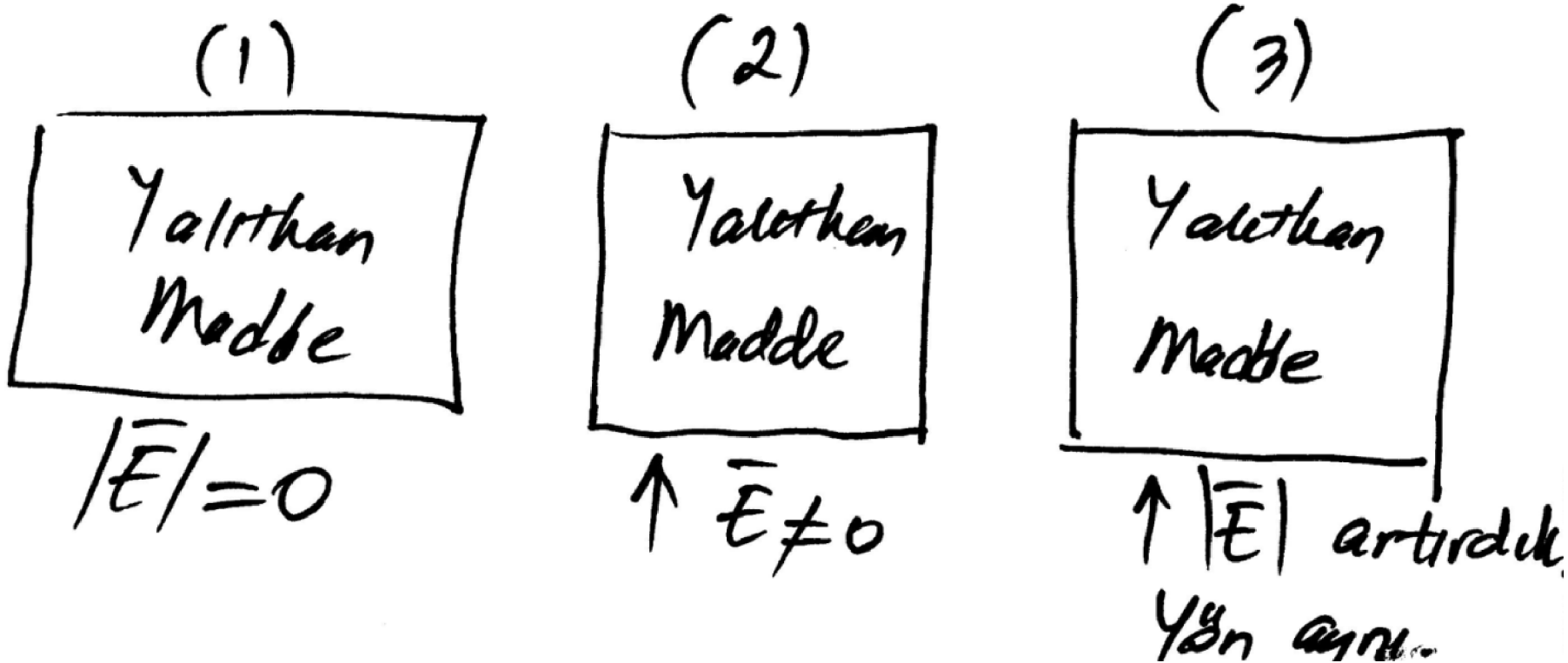
- Yalıtkanlarda (iletkenlere göre) farklı olan nedir?
- Bu fark ne tür etkiler yaratır?
- Bu etkilerden dolayı, hangi gözlemlerimiz değişir?

### TEMEL FARKLAR:

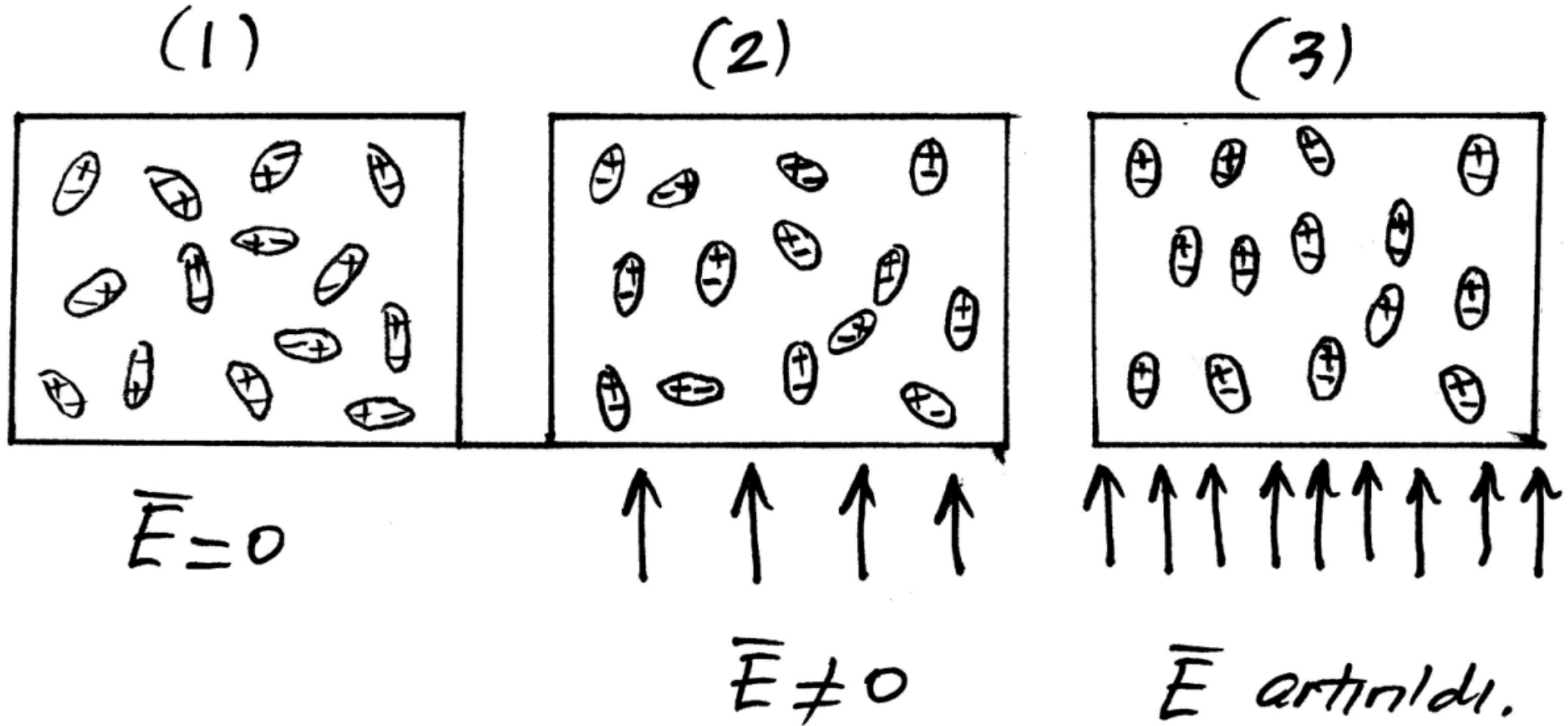
İLETKENLERDE	YALITKANLARDA
Elektronlar havuz usulü çalışır. İletken içerisinde hareket edebilir, tanecikler arası değiş-dokuş çok kolaydır.	Elektronlar yereldir, kendi taneciklerine bağlıdır. Tanecikler arası değiş-tokuş zordur.

## NE TÜR ETKİLER YARATIR?

Yapacağımız deney üç aşamadan oluşsun.



Dikkat edeceğimiz husus, elektrik alan etkisinde kalan taneciklerde (+) ve (-) yüklerin arası bir miktar açılarak elektrik kutuplanmasına neden olacaktır. Bakalım...

**GÖZLEM:**

Elektrik alanı ne kadar artarsa, yalıtkan (dielektrik) madde içerisindeki tepkisel oluşum da aynı şekilde artacaktır

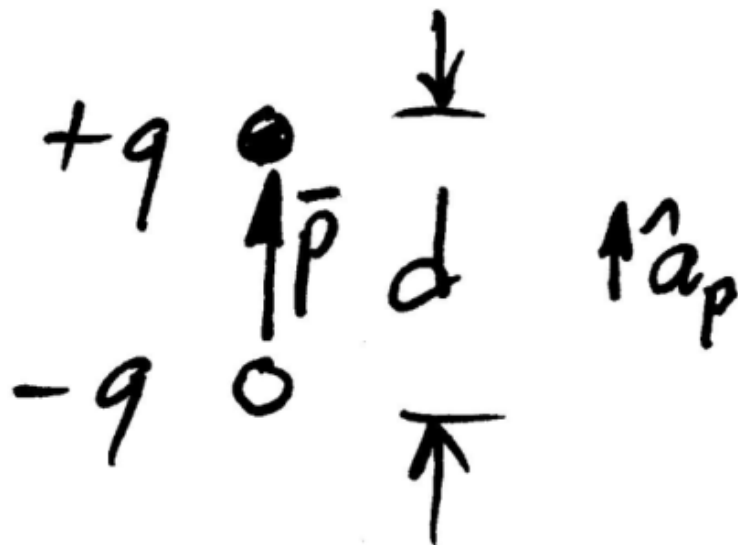
(Bu noktada, Elektrik alanının küçük olduğu doğrusal bölgede olduğumuzu kabul ediyoruz.)

**GÖZLEM:**

Normal şartlarda elektrik alanının sıfır olduğu durumda, toplam yük değeri sıfır (nötr) olan bir yalıtkana elektrik alanı uygulandığında her bir tanecik birer elektrik kutuplanması (electric dipole) gibi davranır,

**YALITKAN MADDE TEPKİSEL ELEKTRİK ALANI YARATIR.**

Bu tepkisel elektrik alanı oluşumunu inceleyelim. Onun için geçen derslerde incelediğimizi elektrik çift-kutuplanma vektörünü hatırlayalım.



$$\bar{p} = q d \hat{a}_p \quad (c.m)$$

(C) (m)

Yalıtkan içerisinde bulunan her bir çift-kutuplanmayı (dipole) mikroskopik seviyede inceleme mümkün olmasa da, ortalama değeri makroskopik düzeydeki davranış özelliklerini doğru şekilde göstermektedir.

Makroskopik kutuplanma etkilerini (ortalama değer) inceleyelim.

$$\vec{P}_{\text{top}} = \frac{\sum_{k=1}^N \vec{P}_k}{V} \quad (\text{C/m}^3)$$

Toplam polarizasyon  
vektörü,

$N$ : toplam atom  
(molekül) sayısı

$V$ : yalıtkanın  
hacmi

Eğer kutuplanma vektörünün hacim içerisinde eşit dağılımlı (homogeneous) olduğunu kabul edebilirsek,

$$\bar{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^N \bar{P}_k}{\Delta V} \quad (C/m^3)$$

$N$  : birim hacimdeki atom(moleküler) sayısı

$\bar{P}$  : toplam kutuplanma vektörü



**SORU:**

Kutuplanma sonucu ortama sağlanan elektrik alanına ilave oldu mu? Sabit mi kaldı?

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P} \quad (C/m^2)$$

Elektirik akı yoğunluğu = (sabit) Harici elektirik alan  
+ yalıtkanlarda oluşan  
tephizel alan

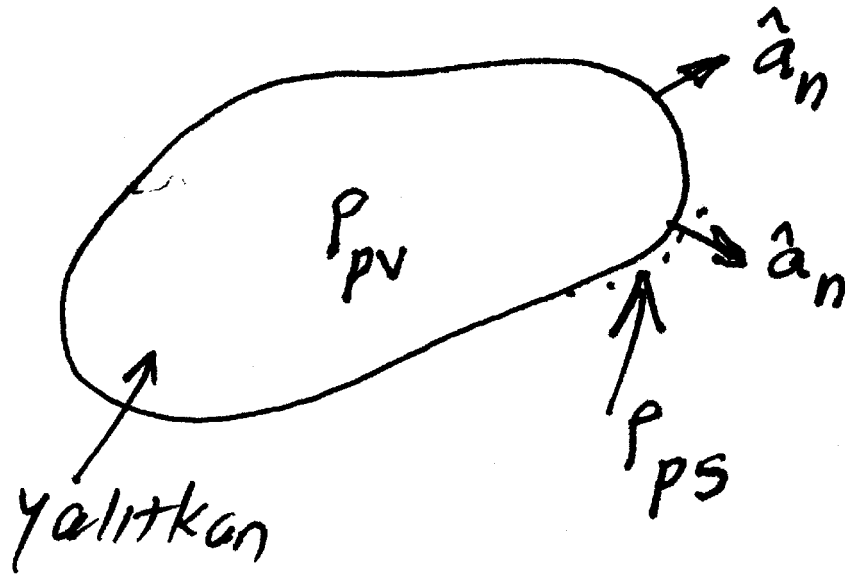
Yalıtıkana dışarıdan sağlanan elektrik alanı sıfır ise, kutuplanma vektörü de sıfırdır. Eğer elektrik alanı sağlanırsa, kutuplanma vektörü oluşur. Dışarıdan sağlanan elektrik alanı artacak olursa, tepkisel oluşan kutuplanma vektörünün de aynı oranda arttığını görürüz. O halde aralarında doğrusal bir ilişki var diyebiliriz.

$$\vec{E} = (\text{sabit}) \vec{P}$$

Dışarıdan sağlanan elektrik alanının kaynağı  $\rho_v$ 'dir. O zaman, tepkisel kutuplanma vektörünün de kaynağı olarak  $\rho_{pv}$ 'yi gösterebiliriz. Böylelikle,

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho_v + \rho_{pv})$$

## Yalıtkan ortamda kutuplanma yükü türleri:



$$P_{pv} = -\nabla \cdot \bar{P} \quad (C/m^3)$$

$$P_{ps} = \bar{P} \cdot \hat{a}_n \quad (C/m^2)$$

**Toplam kutuplanma yükü miktarı:**

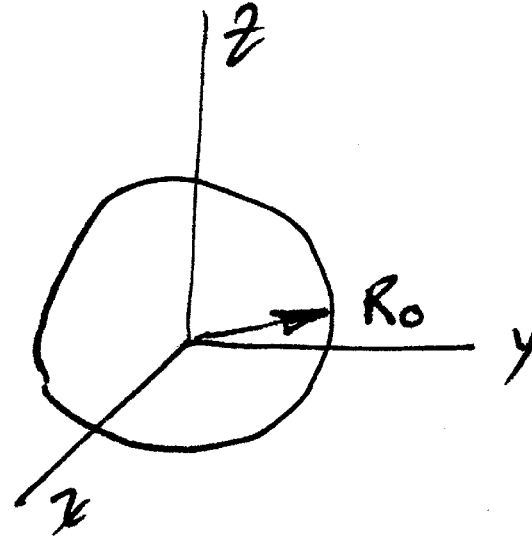
$$Q = \oint P_{ps} \, ds + \int_V P_{pv} \, dv$$

$\uparrow$   
 $\vec{P} \cdot \hat{a}_n$

$\uparrow$   
 $-\nabla \cdot \vec{P}$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{e, \text{toplam}} \quad (\text{elektrik})$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\text{top}} \quad (\text{elektrik} + \text{kutupl.})$$

**ÖRNEK:**

$$\bar{P} = \hat{a}_x P_0$$

$$P_{PS} = ?$$

$$P_{PV} = ?$$

$$Q_{toplarn} = ?$$

$$\begin{aligned}
 a) \quad P_{PS} &= \bar{P} \cdot \hat{a}_R = P_0 (\hat{a}_x \cdot \hat{a}_R) \\
 &= P_0 \sin \theta \cos \phi
 \end{aligned}$$

$$P_{PV} = -\nabla \cdot \bar{P} = -\nabla \cdot (\hat{a}_x P_0) = 0$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad Q_{top} &= \oint P_{PS} ds = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} P_0 \sin \theta \cos \phi \cdot R_0^2 \sin \theta d\theta d\phi \\
 &= \int_0^\pi \sin^2 \theta \cdot P_0 R_0^2 \left( \underbrace{\int_0^{2\pi} \cos \phi d\phi}_0 \right) d\theta \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\bar{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{n \Delta V} \bar{P}_k}{\Delta V} \quad (C/m^2)$$

$$\bar{P} = \chi \bar{E} = \epsilon_0 \chi_e \bar{E}$$

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P} = \epsilon_0 \underbrace{(1 + \chi_e)}_{\epsilon_r} \bar{E}$$

$\epsilon_r$  relative permittivity.  
dielectric constant

$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

absolute permittivity. is permittivity.



**Eşdağılımlı (homogeneous) basit ortam:**

$$\epsilon_r(x, y, z) = \epsilon_r \text{ sabit.}$$

**Eşdağılımsız (inhomogeneous) ortam:**

$$\epsilon_r(x, y, z)$$

**Eşyönlü (isotropic) ve eşyönsüz (anisotropic) ortamlar:**

Isotropic

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \epsilon \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

permittivity  
matrix

Anisotropic

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

crystals.

*Biaxial*

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

Or

$$D_x = \epsilon_1 E_x$$

$$D_y = \epsilon_2 E_y$$

$$D_z = \epsilon_3 E_z$$

If  $\epsilon_1 = \epsilon_2 \neq \epsilon_3$  uniaxial media.

$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 \Rightarrow$  isotropic.

$\bar{P}$  : volume density of electric dipole moment.

$\rho_{PV}$  : equivalent polarization volume charge density

$\rho_{PS}$  : equivalent polarization surface charge density

$\bar{E}$  : electric field

$\bar{D}$  : electric flux density

$\chi_e$  : electric susceptibility (dimensionless)

$\epsilon_r$  : relative permittivity = dielectric constant (dimensionless)

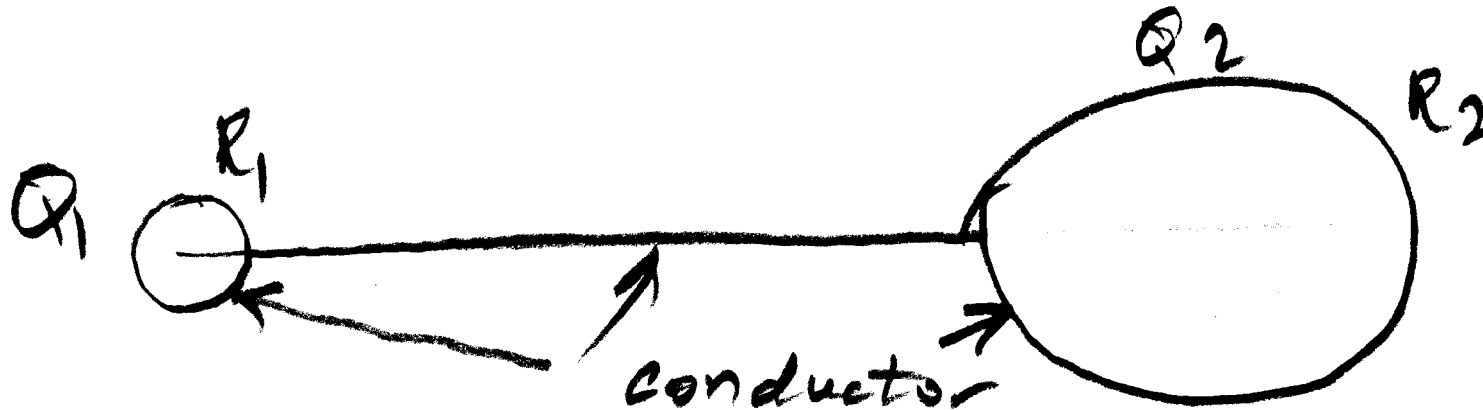
$\epsilon$  : absolute permittivity (permittivity)

Dielectric Strength  $(V/m)$

	$\epsilon_r$	Dielectric Breakdown $(V/m)$	
Air	1.0	$3 \times 10^6$	$= 3 \text{ kV/mm.}$
Glass	4-10	$30 \times 10^6$	
Mica	6.0	$200 \times 10^6$	
Rubber	2.3-4.0	$25 \times 10^6$	
Mineral oil	2.3	$15 \times 10^6$	

**ÖRNEK:**

Birbirine tel ile kısa devrelenmiş yarıçapları  $b_1$  ve  $b_2$  olan iki küre verilmiştir.



Verilen: Toplam yük =  $Q$

a)  $Q_1 = ?$      $Q_2 = ?$

b)  $E|_{\text{surface } R_1, R_2} = ?$

İletkenler kısa devre edildi ise, dış yüzeyleri eş-potansiyeldir. O zaman,

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

$$\Rightarrow \text{ilave} \quad Q_1 + Q_2 = Q$$

Bir sonraki:

**DURAĞAN E – Arasınav Öncesi Özet**