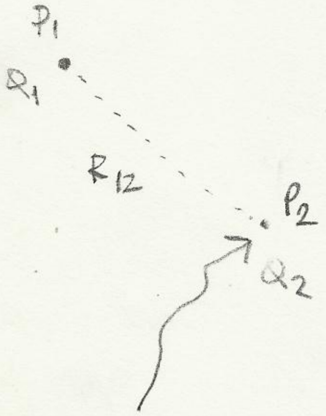
# ELEKTROSTATİK ENERJİ

Daha önce, bir noktanın (sonsuza göreceli) elektrik potansiyelinin; birim yükü sonsuzdan ilgili noktaya getirmek için yapılması gereken iş olduğunu söylemiştik.

$P_1$ noktasında $Q_1$ yükü olsun; $P_1$ noktasına $R_{12}$ mesafedeki bir $P_2$ noktasına birim yükü getirmek için yapılan iş:

$$V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{12}}$$ olacaktır.




Bu noktaya birim yük değil de; $Q_2$ yükünü getirmek için $Q_2$ kat daha fazla iş yapmak gerekir. Buna $W_2$ dersek:

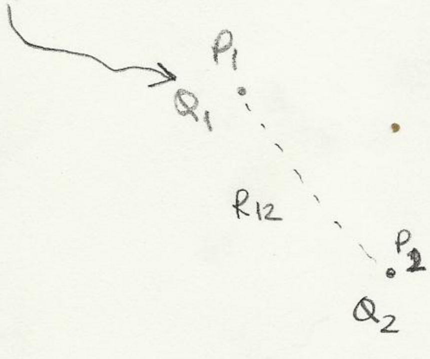
$$W_2 = Q_2 V_2 = \frac{Q_2 Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{12}}$$ elde edilir.

$W_2$'yi $W_2 = Q_1 \underbrace{\frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}}}$ şeklinde de yazabiliriz.

$P_1$ noktasında, $Q_2$'nin sebep olduğu elektrik alandan kaynaklanan elektrik potansiyel $= V_1$

Dolayısıyla: $W_2 = Q_1 V_1$ şeklinde de yazılabilir.

Bu durum, şu şekilde de yorumlanabilir: "$P_2$ noktasında $Q_2$ varken, sonsuzdan $P_1$ noktasına $Q_1$ yükünü getirmek için yapılan iş de $W_2$'ye eşittir."



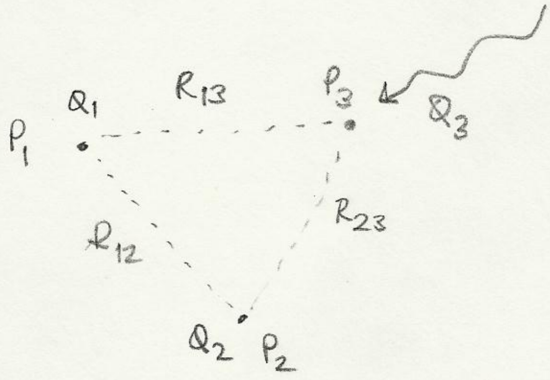

Dolayısıyla, iki yüklü sistemde, hangi yükün önce getirildiğinin bir önemi yoktur. Yapılan iş $W_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}}$ değerine eşit çıkmaktadır. İki yüklü bu sistemi oluşturmak / kurmak için yapılan iş, bu sistemin enerjisi olarak da tanımlanabilir.

Bunu genelleyecek olursak: Bir sistemin enerjisi, o sistemi kurmak/oluşturmak için yapılması gereken toplam iştir.

$$W_2 = Q_1 V_1 = Q_2 V_2 = \frac{1}{2}(Q_1 V_1 + Q_2 V_2)$$

iki yükten oluşan sistemin enerjisi

Şimdi, $Q_1$ ve $Q_2$'nin varlığında; yeni bir $Q_3$ yükünü, şekilde görülen $P_3$ noktasına getirmeye çalışalım. Ortamda hem $Q_1$, hem de $Q_2$ kaynaklı elektrik alan (ve elektrik potansiyel) olacağından, her ikisine karşı da iş yapmamız gerekecektir. Bu işe $\Delta W$ dersek:




$$\Delta W = Q_3 V_3 = Q_3 \left( \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{23}} \right)$$

$P_3$ noktasının elektrik potansiyeli

olacaktır.

$W_2 + \Delta W$ değeri de 3 yükten oluşan sistemin oluşturulması için yapılması gereken toplam iş; yani söz konusu sistemin enerjisi olacaktır.

$$W_3 = W_2 + \Delta W = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{23}}$$

$$= \frac{1}{2}\left[ \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{23}} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{23}} \right]$$

Bütün terimleri 2'şer defa yazdık; Sonucu 2'ye böldük

$$= \frac{1}{2}\left[ Q_1 \underbrace{\left( \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} \right)}_{V_1} + Q_2 \underbrace{\left( \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{23}} \right)}_{V_2} + Q_3 \underbrace{\left( \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{23}} \right)}_{V_3} \right]$$

$$\Rightarrow W_3 = \frac{1}{2}\left[ Q_1 V_1 + Q_2 V_2 + Q_3 V_3 \right]$$

Bu işlem, getirilecek yeni yükler $(Q_4, Q_5, \ldots, Q_N)$ için de tekrarlanırsa, N tane yükten oluşan sistemin enerjisinin:

$$W_N = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} Q_k V_k$$ olarak yazılabileceği görülür!...

Ayrık yüklerin oluşturduğu sistemler için elde ettiğimiz ifadeyi, sürekli yük dağılımlarının oluşturduğu sistemler için şu şekilde genelleyebiliriz:

$$W_e = \frac{1}{2}\int_{v'} \rho_v V \, dv' \quad (J)$$

"elektrostatik enerjiyi belirttiği için "e" alt indisi

$v'$: yük dağılımının yayıldığı hacim

$\rho_v$: yük yoğunluğu $(C/m^3)$

$V$: hacim içerisindeki her bir noktanın elektrik potansiyeli $(V)$ veya $(J/C)$

Alan Vektörleri Cinsinden Elektrostatik Enerji

$W_e = \frac{1}{2}\int_{v'} \rho_v V \, dv'$ ifadesi, $\bar{\nabla}\cdot\bar{D} = \rho_v$ ve $\bar{E} = -\bar{\nabla} V$ kullanılarak

$$W_e = \frac{1}{2}\int_{v'} \underbrace{\bar{D}\cdot\bar{E}}_{\text{Skaler}} \, dv \quad (J)$$ şeklinde de yazılabilir.

çarpımın sonucu skaler; hacim integrali alınabilir

$\bar{D} = \epsilon \bar{E}$ yazarsak; $W_e = \frac{1}{2}\int_{v'} \epsilon |\bar{E}|^2 \, dv'$ şeklinde de yazılabilir.

Örnek: Aralarında $d$ mesafe bulunan, $A$ yüzeyli iki levhadan oluşan paralel levha kapasitörün enerjisi:

Daha önce; levhalar arasında $V_0$ potansiyel fark bulunması durumunda, levhalar arasındaki elektrik alanın şiddetinin $|\bar{E}| = \frac{V_0}{d}$ olduğunu görmüştük

$$W_e = \frac{1}{2}\int_{v'} \epsilon |\bar{E}|^2 \, dv' = \frac{1}{2}\int_{v'} \epsilon \left(\frac{V_0}{d}\right)^2 dv' = \frac{1}{2}\epsilon \frac{V_0^2}{d^2} \underbrace{A d} = \frac{1}{2}\epsilon \frac{A}{d} V_0^2$$

$v'$: iki levha arasında kalan bölge

$\epsilon$: iki levha arasındaki dolgu malzemesinin dielektrik sabiti.

$Ad$: iki levha arasında kalan bölgenin hacmi

Daha önce bu yapının kapasitansının $C = \epsilon \frac{A}{d}$ olduğunu bulmuştuk

$$\Rightarrow W_e = \frac{1}{2}\epsilon \frac{A}{d} V_0^2 = \frac{1}{2} C V_0^2$$ ← Devre Analizi dersinde ezbere kullandığımız $\frac{1}{2}CV^2$ formülü !...