

EEM 224 ELEKTROMAGNETIC WAVE THEORY I

MALZEME ORTAMINDA DURGUN ELEKTRİK ALANI İLETKENLER

Prof. S. Gökhun Tanyer

A-404, Department of Electrical-Electronics Engineering.

Faculty of Engineering

Baskent University, Ankara

Phone: (312) 246-66-66 Ext: 1221

gokhuntanyer@baskent.edu.tr

www.researchgate.com

www.linkedin.com

DOSYALAR HAKKINDA:

Ders notlarındaki şekillerin hazırlanmasında internet ortamından faydalanılmıştır. Özellikle belirtilmeyen tüm şekil, tablo, eşitlik ve denklemler vb. “D. K, Fundamentals of Engineering Electromagnetics, Addison-Wesley Inc.” ile “D. K, Field and Wave Electromagnetics, McGraw Hill Inc.” kitabından taranarak elde edilmiştir. Alıntıların kaynağına kolay ulaşılabilmesi maksadıyla numarası ve altyazıları da gösterilmektedir.

Bu ders notları, Prof. Dr. S. Gökhun Tanyer tarafından ders kaynaklarından faydalanılarak sadece ders sunumlarında kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Hiç bir ticari maksat taşımayan bu dosyalar sadece eğitimlerde kullanılmaktadır.

[en.wikipedia.org]

MALZEME ORTAMINDA DURGUN ELEKTRİK ALANI

Dersin bu kısmına kadar;

- **farklı yük yoğunluklarının,**
(noktasal, hacimsel, yüzeysel, çizgisel)
- **oluşturdukları elektrik alanını,**
- **integral alma yöntemiyle veya**
- **Gauss Yasası'nı kullanarak**
- **tüm serbest uzayda,**

(boşlukta veya yaklaşık olarak hava ortamında)

kesin olarak belirledik.

İstenilen herhangi bir noktadaki elektrik alanını verilen herhangi bir yük dağılımına bağlı olarak belirleyebilme seviyesine ulaştık.

Dersin bu önemli noktasında yeni bir soruyu cevaplamaya hazırız;

- **Acaba madde ortamında elektrik alanını belirleyebilir miyiz?**
- **Dışarıdan uygulanan bir elektrik alanı, madde ortamına ne tür etkileri olur?**
- **Madde ortamının tepkileri mevcut elektrik alanını etkiler mi?**

Cevap için yardımcı bilgi:

Ortamda daha önce madde yoktu. Boş uzayda, boşluktaydık. Hava ortamını da yaklaşık olarak çözümlemiştik.

Boşluğun içerisinde bir bölgede madde ortamı (malzeme) bulunduğunu kabul edelim. Dışarıdan maddeye elektrik alanı uygulandığında olacakları hayal etmeye çalışalım.

Madde ortamı taneciklerden (atom ve/veya moleküllerden) oluşmuştur. Taneciklerin merkezinde (+) yük, etrafında ise (-) yüklü elektronlar bulunmaktadır. Genelde, madde ortamındaki tüm (+) ve (-) yük miktarları eşittir, madde nötr'dür.

Şimdi madde ortamında dışarıdan kaynaklı elektrik alanı oluşturalım.

Elektrik alanı taneciklerin her iki farklı yükünü de etkileyecektir;

- **Çekirdeği elektrik alanı yönünde,**
 - **Elektronları ise ters yönde,**
- ittirecektir.**

Bu aşamada, üst üste gelerek yüksüzlük etkisi gösteren (+) ve (-) yüklerin aralarının az da olsa açılması durumunda artık madde ortamına ‘yüksüz / nötr’ diyemeyiz.

Elektronların hareket serbestisi (kabiliyeti) üç farklı ortam türü için oldukça farklıdır. Dolayısıyla, bu üç farklı madde ortamının durgun elektrik alanına verdiği tepki de oldukça farklıdır.

Şimdi farklı madde ortamlarını ayrı ayrı inceleyeceğiz.

1 – İLETKENLER

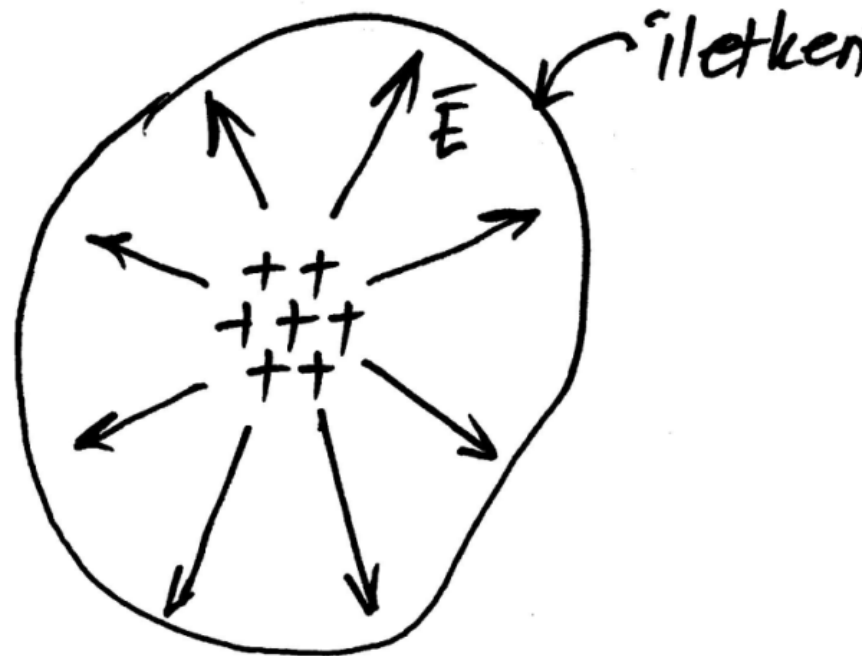
2 – YARI-İLETKENLER

3 – YALITKANLAR.

DURGUN ELEKTRİK ALANI ETKİSİ ALTINDA İLETKENLER

Durgun elektrik alanına iletken madde ortamının verdiği tepkiyi anlayabilmek için bir deney yapalım.

İletken maddenin tam ortasında bir miktar (+) yük oluşturabildiğimizi düşünelim. Acaba ne olacak?



Bir arada bulunan (+) yükler etraflarında elektrik alanı oluşturacaktır.

SORU: Birbirlerinin oluşturduğu elektrik alanından etkilenen bir yük olsaydınız nasıl davranırdınız?

CEVAP: Elektrik alanı boyunca ilerlerdi. Çünkü iletkenlerde yükler serbestçe madde ortamı boyunca hareket edebilirler.

SORU: Nereye kadar hareket edersiniz?

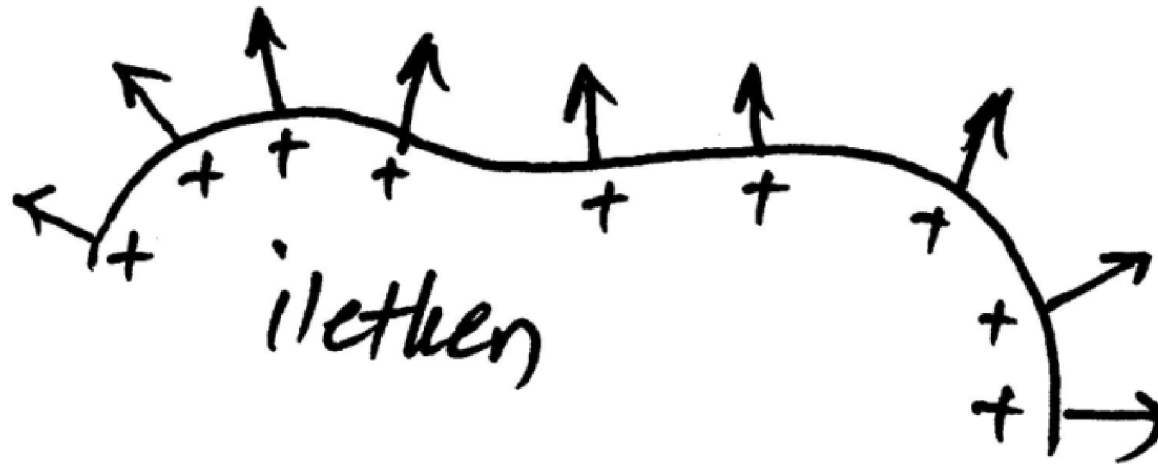
CEVAP: Madde ortamı sınırına ulaşana ve madde ortamı içerisinde elektrik alanı sıfırlanana kadar !

Yani tüm fazla yükler yüzeyde toplanır. Yüklerin dağılımı içerideki madde ortamında elektrik alanını sıfırlayacak şekildedir.

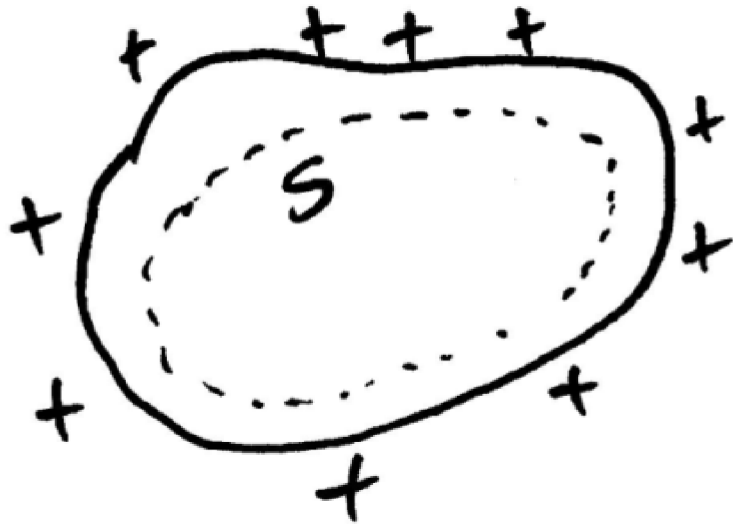
SORU: Denge koşulları altında yüzeydeki elektrik alanını çiziniz.

CEVAP: Dengede yükler hareket etmez ve yüzeyde sabittirler. Yani yüklerin üzerlerindeki toplam kuvvet yüzeye diktir.

O zaman,



SORU: İletken içerisinde kapalı herhangi bir yüzeyde toplam elektrik akı toplamı nedir?



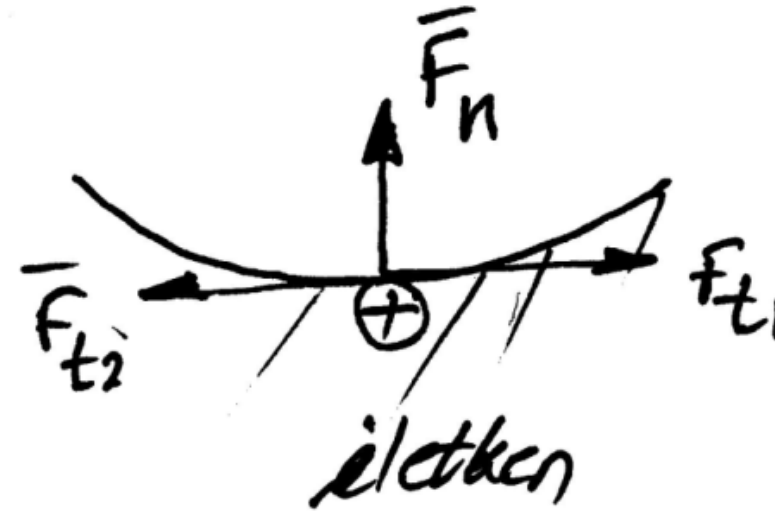
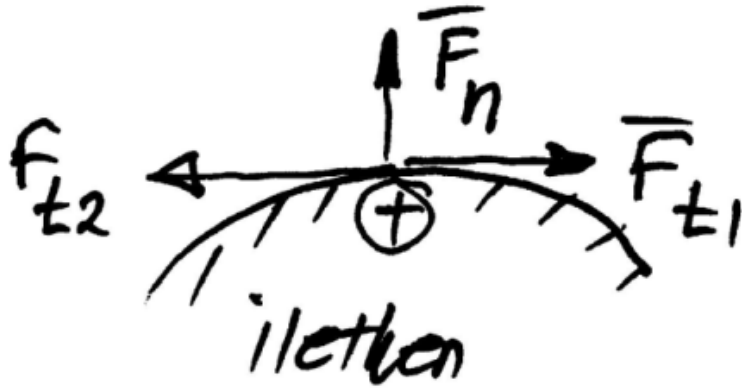
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_e}{\epsilon_0} = 0$$

Gauss yasası kullanarak sıfır olduğunu anladığımız toplam elektrik akısı tüm olası yüzeyler için sıfırdır, yani elektrik alanının kendisi sıfırdır!

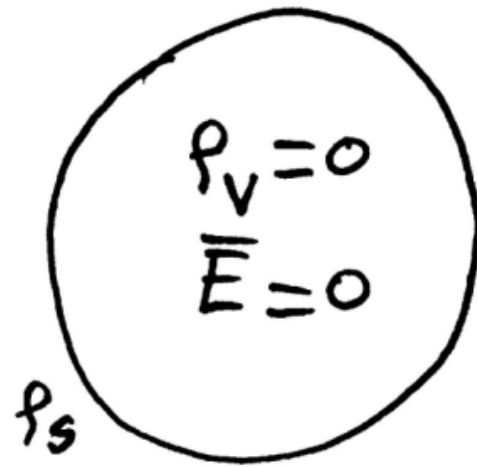
SONUÇ:

İletken madde ortamında (denge koşulları altında) toplam elektrik alanı sıfırdır.

$\vec{E} = 0$ iletken içersinde.



Yükler teğet kuvvetler $f_{t1} = f_{t2}$ olduğunda kararlı hale gelirler.



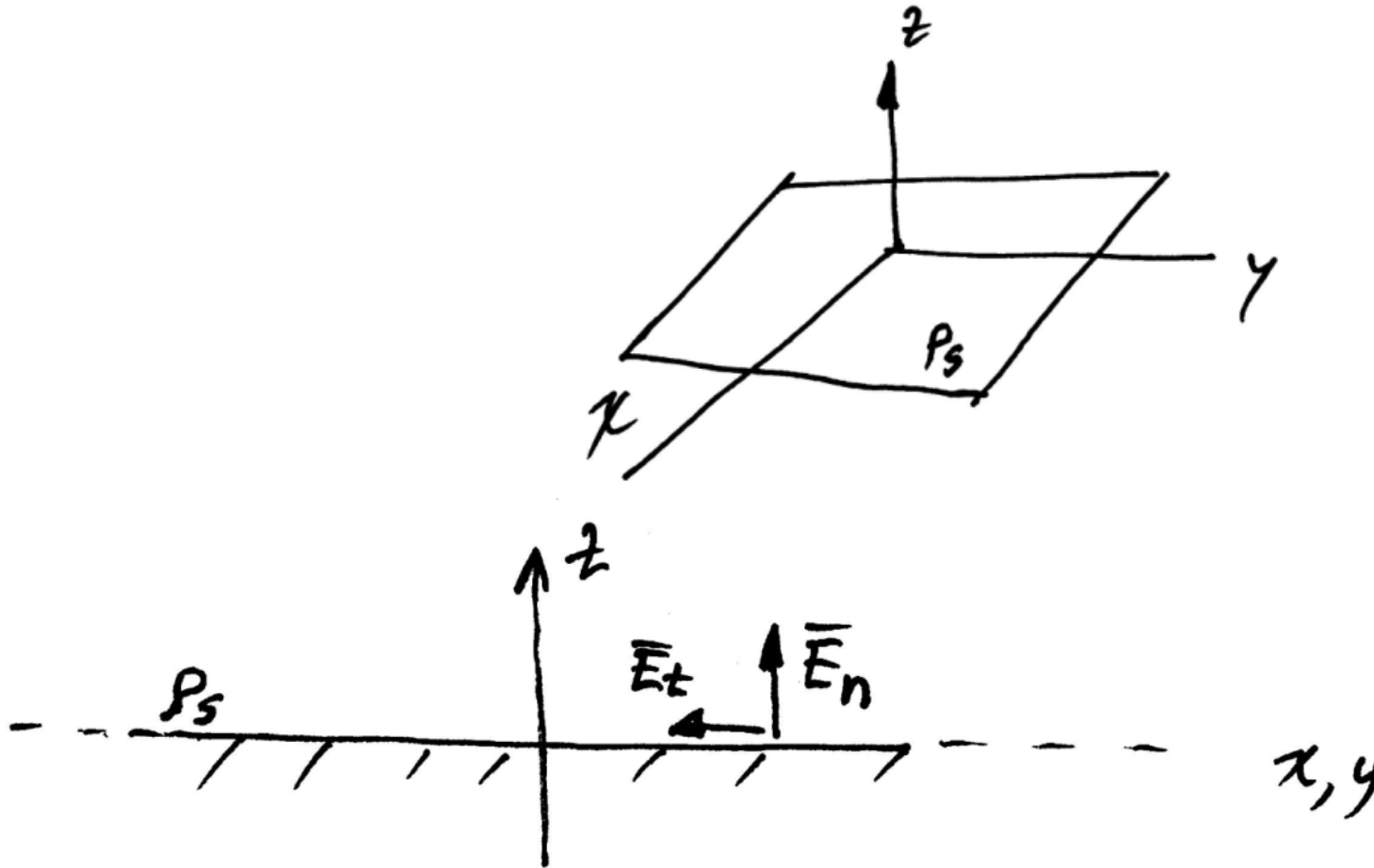
iletken içinde

\vec{E} dışarıda sıfırdan farklı olabilir. Ancak, iletken yüzeyinde teğet \vec{E} alanı sıfırdır. Yüzeyde \vec{E} yüzeye diktir.

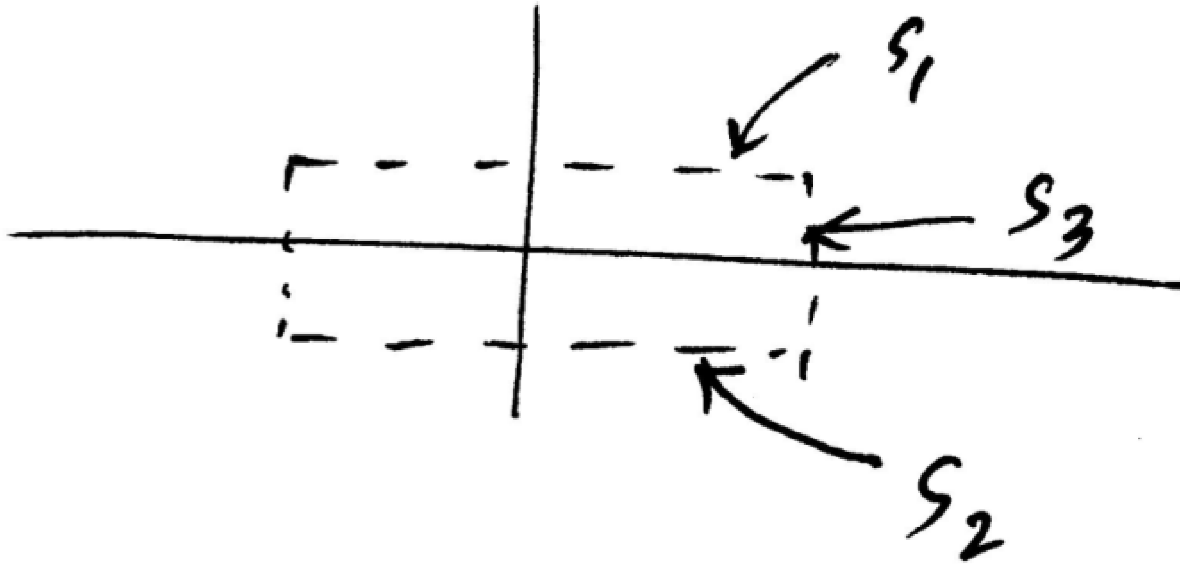
Bir örnek ile inceleyelim.

ÖRNEK:

Z ekseninin negatif olduğu yarı-uzayda iletken madde ortamı bulunmaktadır. $Z=0$ yüzeyinde yüzeysel yük yoğunluğu bulunmaktadır. Sınır koşullarını inceleyiniz.



Gauss yasasını kullanalım.



S_1 yüzeyi $A \text{ m}^2$ S_2 ile aynı olsun.

$$S_1 \text{ yüzeyinde } \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_n ds$$

$$S_2 \quad " \quad " \quad "$$

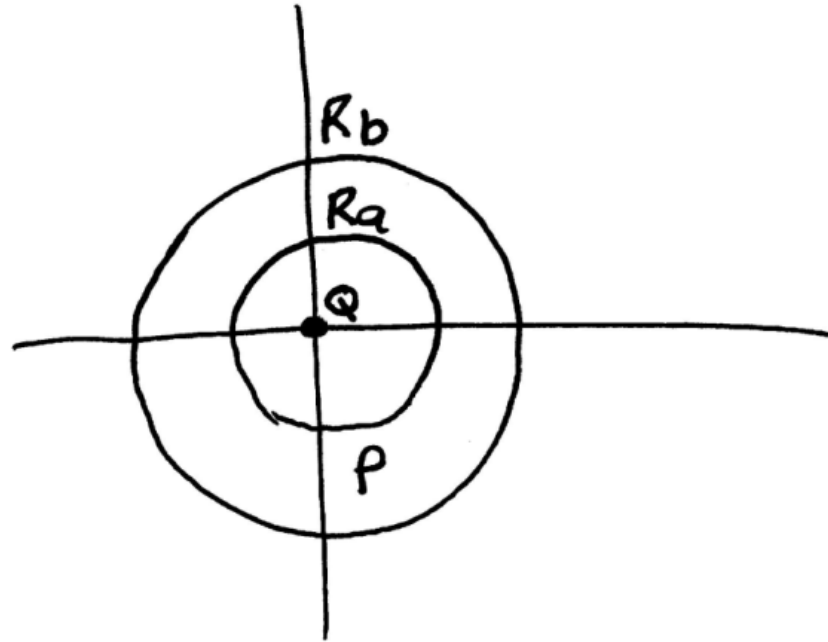
$$S_3 \text{ yüzeyinde } \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Sonuç olarak iletkenlerin dış yüzeyinde;

$$\vec{E} \Big|_{\text{yüzeyde}} = \hat{a}_n \frac{\rho_s}{\epsilon_0}$$

\hat{a}_t bileşeni $E_t = 0$.

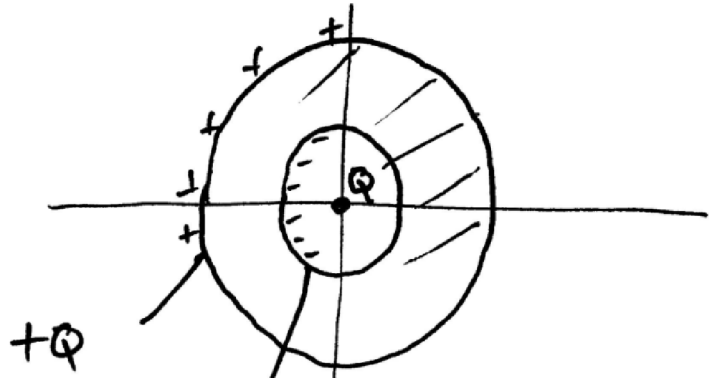
DURGUN ELEKTRİK ALANI ÇİZGİLERİ, İLETKENLERİN YÜZEYLERİNDE YÜZEYE DİKTİR.

ÖRNEK:

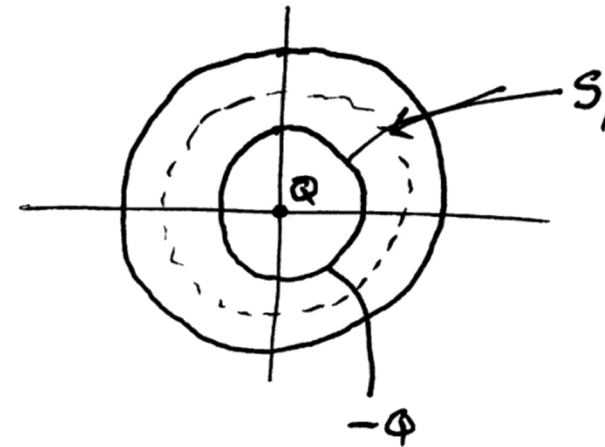
Üzerinde yük fazlası bulunmayan (nötr) bir küresel kabuk şeklindeki iletken maddenin tam ortasında Şekilde gösterildiği gibi Q yükü bulunmaktadır. Her yerde elektrik alanını ve potansiyeli bulunuz.

ÇÖZÜM:

İletken içinde $\vec{E} = 0$ olmalıdır. O zaman,



$-Q$ yüzye eşit dağılmış $R_a < R < R_b$ için kontrol edelim.



$$S_1 \text{ için } \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_e}{\epsilon_0} = \frac{Q - Q}{\epsilon_0} = 0$$

İletkenin içindeki tüm S 'ler için geçerli.

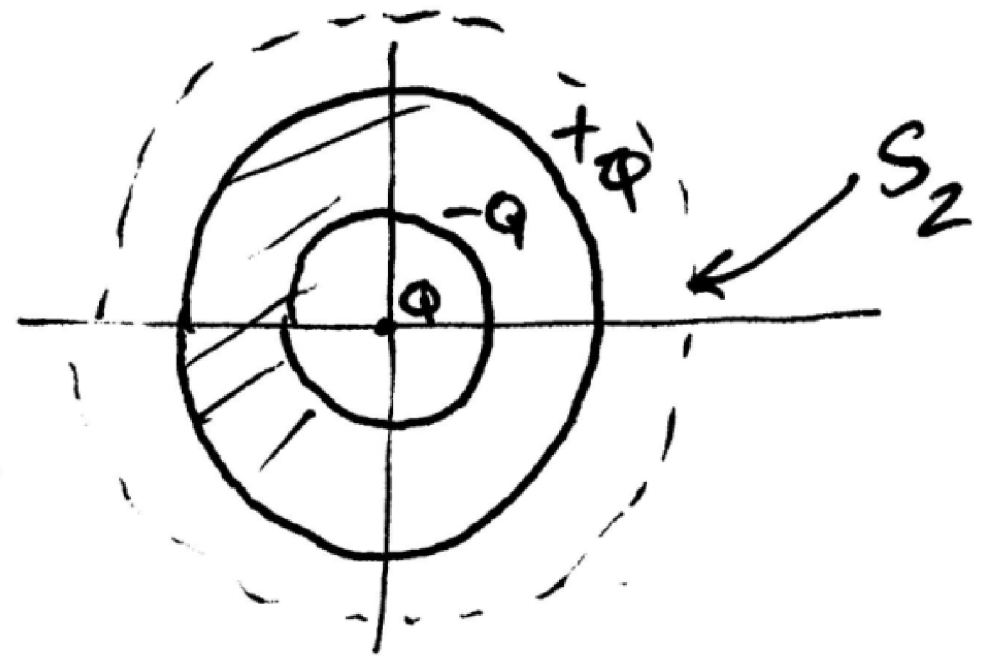
$$\Rightarrow \vec{E} = 0 \quad \text{iletken içinde } \checkmark$$

Şimdi farklı yarıçap bölgelerinde elektrik alanını sırasıyla hesaplayabiliriz.

$0 < R < R_a \Rightarrow$ bildiğimiz problem

$R_b < R$ için

$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q - Q + Q}{\epsilon_0}$$



0 zaman

$$\vec{E} = \hat{a}_R \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

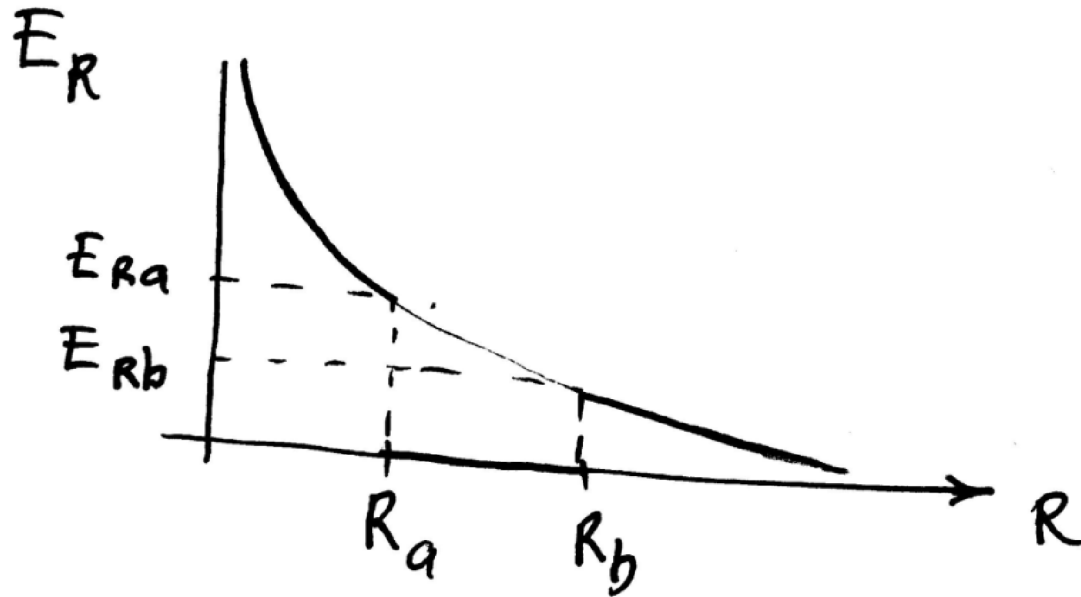
$$0 < R < R_a$$

$$\vec{E} = 0$$

$$R_a < R < R_b$$

$$\vec{E} = \hat{a}_R \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$R_b < R$$



İletkenin her iki yüzeyindeki elektrik alan değerini hesaplayalım.

$$E_{Ra} = E_R \big|_{R=R_a} = Q / 4\pi\epsilon_0 R_a^2$$

$$E_{Rb} = E_R \big|_{R=R_b} = Q / 4\pi\epsilon_0 R_b^2$$

Şimdi sıra potansiyele geldi, $V(R) = ?$

CEVAP:

Belirtilmediğine göre referans potansiyelimiz; sonsuz uzaklıkta sıfır olduğunu kabul ettiğimiz değer. O zaman,

$$V(R \rightarrow \infty) = 0.$$

Merkeze R uzaklıktaki bir noktada potansiyeli, $V(R)$, bulabilmek için elektrik alanının referansımız olan sonsuz R değerinden yakına doğru integral ile hesaplayabiliriz.

İletkenin dış yüzeyine kadar integral alabilir ve önceki derslerde bulmuş olduğumuz değeri elde edebiliriz.

$$R > R_b \text{ için } V_1(R) = - \int_{-\infty}^R \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

İletkenin iç bölgesinde elektrik alanı sıfırdır.

$$R_a < R < R_b \text{ için } E_R = 0 \text{ o zaman,}$$

$$V_2 = V_1 \Big|_{R=R_b} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_b} \text{ (sabit)}$$

İletken küresel kabuğun iç kısmına ulaşabilmek için iç yüzey noktasından R'ye kadar integrali almamız gerekir.

$R < R_a$ için,

$$\begin{aligned} -\int \vec{E}_3 \cdot d\vec{l} &= + \int_{R_b}^R \vec{E}_3(R) \cdot d\vec{l} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + K \end{aligned}$$

K integralin bize verdiği bilinmeyen bir sabittir. Bilinmeyen K sabitini sınır koşulunu kullanarak belirleyebiliriz.

$$V_2|_{R_a} = V_1|_{R_a}$$

Eşitleyelim.

$$V_2|_{R_a} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_b} = V_3|_{R_a} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_a} + K$$

$$\Rightarrow K = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_b} - \frac{1}{R_a} \right)$$

$$\Rightarrow V_3(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_b} - \frac{1}{R_a} \right)$$

SORU:**Elektrik alanı aşağıdaki gibi ise, potansiyeli çiziniz.**