ALAN (FIELD) KAVRAMI

Alan : Uzamsal bir dağılım → Bir başka deyişle, "uzay koordinatlarına" bağımlı bir fonksiyon

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Skaler} \\ \text{bir değer}}}{g} = f(x,y,z)\Big|_{\substack{x=x_0\\ y=y_0\\ z=z_0}} \Rightarrow f : \text{skaler alan (scalar field)}$$

→ Örneğin : bir hacimdeki sıcaklık fonksiyonu

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Vektörel} \\ \text{bir değer}}}{\bar{G}} = \bar{F}(x,y,z)\Big|_{\substack{x=x_0\\ y=y_0\\ z=z_0}} \Rightarrow \bar{F} : \text{vektörel alan (vector field)}$$

→ Örneğin : bir hacimdeki rüzgâr fonksiyonu

Bir alan statik olabileceği gibi, zaman bağımlı da olabilir

$f(x,y,z;t)$ → Zaman bağımlı skaler alan

$\bar{F}(x,y,z;t)$ → Zaman bağımlı vektörel alan

Statik Alan: Konuma göre değişiklik gösterebilir ; ancak zamana göre değişiklik göstermez !...

* Vektörel bir alanın her bir bileşeninin şiddeti, bir skaler alandır.

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{vektörel} \\ \text{alan}}}{\bar{F}(x,y,z)} = \underbrace{\hat{a}_x \underbrace{f_x(x,y,z)}_{\text{skaler alan}}}_{x \text{ yönündeki bileşen}} + \underbrace{\hat{a}_y \underbrace{f_y(x,y,z)}_{\text{skaler alan}}}_{y \text{ yönündeki bileşen}} + \underbrace{\hat{a}_z \underbrace{f_z(x,y,z)}_{\text{skaler alan}}}_{z \text{ yönündeki bileşen}}$$

ÖNEMLİ NOT :

x yönündeki bileşen, sadece x'e bağlı bir fonksiyon olmak zorunda değildir. Bu örnekte olduğu gibi, x, y ve z'ye bağlı bir fonksiyon olabilir.

Del, Delta veya Nabla Operatörü

Nabla operatörü ($\overline{\nabla}$ ile gösterilir) Kartezyen koordinatlarda şu şekilde ifade edilen vektörel bir operatördür:

$$\overline{\nabla} = \left(\hat{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Soru: $\overline{\nabla}$'nın birimi nedir?

Yukarıdaki tanıma bakıldığında $\overline{\nabla}$ operatörünün x, y ve z'ye göre türev terimleri içermekte olduğu görülmektedir.

x, y, z uzunluk değişkenleri olduğundan birimleri "metre" olarak ifade edilebilir.

Dolayısıyla x, y, z'ye göre türev almak, aslında "metre"ye bölmek demektir. Bu nedenle $\overline{\nabla}$ operatörünün birimi $1/\text{metre}$'dir.

(Genel olarak: bir değişkene göre türev almak, o değişkenin birimine bölmek demektir.)

Skaler Bir Alanın Gradyantı:

Gradyant, skaler bir alanın değişimi yönündeki vektörel bir alandır.

Örneğin: Bir bölgedeki sıcaklık fonksiyonunu ele alalım: $T(x, y, z)$

Sabit yükseklikte sıcaklık sabit olsun; ancak yükseklik $\underset{(z)}{\downarrow}$ arttıkça sıcaklık artıyor olsun.

Bu durumda, sıcaklık fonksiyonunun gradyantı $\hat{a}_z$ yönünde bir vektörel alan olacaktır.

Matematiksel olarak (Kartezyen koordinatlarda) bir skaler alanın gradyantı şu şekilde ifade edilebilir.

Sonuç; Vektörel: $$\underbrace{\overline{\nabla}}_{\text{vektör}} \underbrace{f(x,y,z)}_{\text{skaler}} = \hat{a}_x \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial z}$$

Aynen bir vektör ile bir skalerin çarpımında olduğu gibi, araya hiç bir işaret konulmaz!...

Vektörel Bir Alanın Diverjansı :

Vektörel bir alanın diverjansı, söz konusu vektörel alanın her bir bileşeninin kendi yönünde değişimi olup olmadığını belirten bir ölçüttür.

Matematiksel olarak (kartezyen koordinatlarda) şu şekilde ifade edilir:

$$\bar{A}(x,y,z) = \hat{a}_x A_x(x,y,z) + \hat{a}_y A_y(x,y,z) + \hat{a}_z A_z(x,y,z) \text{ olsun;}$$

Sonuç Skaler :

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{A}(x,y,z) = \left(\hat{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot \left(\hat{a}_x A_x(x,y,z) + \hat{a}_y A_y(x,y,z) + \hat{a}_z A_z(x,y,z)\right)$$

Vektör

Vektör

Skaler Çarpım

$$= \frac{\partial A_x(x,y,z)}{\partial x} + \frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial y} + \frac{\partial A_z(x,y,z)}{\partial z}$$

x yönündeki bileşenin x yönündeki değişimi

y yönündeki bileşenin y yönündeki değişimi

z yönündeki bileşenin z yönündeki değişimi

Vektörel Bir Alanın Büklesi :

Vektörel bir alanın büklesi, söz konusu vektörel alanın rotasyonel bir değişim içerisinde olup olmadığını belirten bir ölçüttür.

Matematiksel olarak (kartezyen koordinatlarda) şu şekilde ifade edilir:

$$\bar{A}(x,y,z) = \hat{a}_x A_x(x,y,z) + \hat{a}_y A_y(x,y,z) + \hat{a}_z A_z(x,y,z)$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{A}(x,y,z) = \left(\hat{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z}\right) \times \left(\hat{a}_x A_x(x,y,z) + \hat{a}_y A_y(x,y,z) + \hat{a}_z A_z(x,y,z)\right)$$

Vektör

Vektör

vektörel çarpım

$$= \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x(x,y,z) & A_y(x,y,z) & A_z(x,y,z) \end{vmatrix}$$

Sonuç : Vektörel