Vektörel Alanların Diverjans ve Buklelerine Göre Sınıflandırılması :

* Diverjansı 0'a eşit olan bir vektörel alan, "solenoidal" olarak adlandırılır!...

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{A}(x,y,z) = 0 \Rightarrow \bar{A}(x,y,z) \text{ "solenoidal" bir alandır.}$$

* Buklesi 0'a eşit olan bir vektörel alan, "irrotasyonel" veya "konservatif" olarak adlandırılır!...

$$\bar{\nabla} \times \bar{A}(x,y,z) = 0 \Rightarrow \bar{A}(x,y,z) \text{ "irrotasyonel" veya "konservatif"}$$

bir alandır.

<u>Not:</u> Bazı kaynaklarda "bukle" $(\bar{\nabla}\times)$ operatörü "rotasyonel" olarak da anılmaktadır. Buklesi 0 olan alanlara, bu nedenle "irrotasyonel", yani "rotasyonelsiz" adı verilmektedir.

Diverjans Teoremi

υ bir hacim, S de υ hacmini çevreleyen kapalı yüzey olsun. Herhangi bir $\bar{A}(x,y,z)$ vektörel alanı için :

$$\int_{\upsilon} (\bar{\nabla}\cdot\bar{A})\, d\upsilon = \oint_{S} \bar{A}\cdot d\bar{s}$$

Yani, $\bar{A}(x,y,z)$'nin kapalı S yüzeyi üzerinde oluşturduğu toplam akı, $\bar{\nabla}\cdot\bar{A}(x,y,z)$'nin υ üzerindeki hacim integrali ile bulunabilir.

<u>Not:</u> Kolay hatırlamak için :

$$\int_{\upsilon} \underbrace{(\bar{\nabla}\cdot\bar{A})}_{\text{skaler alan}}\, \underbrace{d\upsilon}_{\text{skaler}} = \oint_{S} \underbrace{\bar{A}}_{\text{vektörel alan}} \overset{\text{skaler çarpım}}{\cdot} \underbrace{d\bar{s}}_{\text{vektör}}$$

Hacim İntegralinde operandlar skaler olmalı

Yüzey integralinde operandlar vektörel olmalı

Not 2: Birimler cinsinden düşünürsek ($\bar{A}$'nın birimi Kappa olsun)

$$\int_{\upsilon} \underbrace{\underbrace{(\bar{\nabla}\cdot\bar{A})}_{\text{Kappa}/m}\;\underbrace{d\upsilon}_{m^3}}_{\text{Kappa}.m^2} \;=\; \oint_{S} \underbrace{\underbrace{\bar{A}}_{\text{Kappa}}\cdot\underbrace{d\bar{s}}_{m^2}}_{\text{Kappa}.m^2}$$

Bu terimde $\bar{\nabla}$'dan ötürü fazladan bir türev terimi var, ancak 3 katlı integral var.

Bu terimde 2 katlı integral var.

Stokes Teoremi

S bir yüzey, C de S yüzeyini çevreleyen kapalı kontur olsun. Herhangi bir $\bar{A}(x,y,z)$ vektörel alanı için:

$$\int_{S} (\bar{\nabla}\times\bar{A})\cdot d\bar{s} = \oint_{C} \bar{A}\cdot d\bar{l}$$

Yani, kapalı bir C konturu üzerinde ilerleme sonucu $\bar{A}(x,y,z)$'ye karşı yapılan toplam iş, $\bar{\nabla}\times\bar{A}(x,y,z)$'nin S üzerinde oluşturduğu akıya eşittir.

Not: Kolay Hatırlamak İçin ($\bar{A}$'nın birimi Kappa olsun)

$$\int_{S} \underbrace{\underbrace{(\bar{\nabla}\times\bar{A})}_{\text{Kappa}/m}\cdot\underbrace{d\bar{s}}_{m^2}}_{\text{Kappa}.m} \;=\; \oint_{C} \underbrace{\underbrace{\bar{A}}_{\text{Kappa}}\cdot\underbrace{d\bar{l}}_{m}}_{\text{Kappa}.m}$$

Bu terimde $\bar{\nabla}$'dan ötürü fazladan bir türev terimi var; ancak 2 katlı integral var.

Bu terimde tek katlı integral var.

İki "0" Eşitliği :

(1) Skaler bir alanın gradyantının buklesi 0'dır.

Bir başka deyişle ; $f(x,y,z)$ bir skaler alan olsun.

$$\bar{\nabla} \times \left(\bar{\nabla} f(x,y,z)\right) = 0$$

* Dolayısıyla , buklesi 0 olan bir vektörel alan ; bir skaler alanın gradyantı olarak ifade edilebilir.

Yani $\bar{\nabla} \times \bar{A}(x,y,z) = 0$ ise ; $\bar{A}(x,y,z) = \bar{\nabla} f(x,y,z)$ koşulunu sağlayan bir $f(x,y,z)$ skaler alanı vardır !...

(2) Vektörel bir alanın buklesinin diverjansı 0'dır.

Bir başka deyişle ; $\bar{A}(x,y,z)$ bir vektörel alan olsun.

$$\bar{\nabla} \cdot \left(\bar{\nabla} \times \bar{A}(x,y,z)\right) = 0$$

* Dolayısıyla , diverjansı 0 olan bir vektörel alan ; başka bir vektörel alanın buklesi olarak ifade edilebilir.

Yani $\bar{\nabla} \cdot \bar{B}(x,y,z) = 0$ ise ; $\bar{B}(x,y,z) = \bar{\nabla} \times \bar{A}(x,y,z)$ koşulunu sağlayan bir $\bar{A}(x,y,z)$ vektörel alanı vardır !...

Helmholtz Teoremi :

(i) $\bar{\nabla} \times \bar{A}(x,y,z)$ ve

(ii) $\bar{\nabla} \cdot \bar{A}(x,y,z)$

her yerde biliniyorsa, $\bar{A}(x,y,z)$ de her yerde hesaplanabilir.

Bir başka deyişle , bir vektörel alanın buklesini ve diverjansını uzayın her yerinde tanımlamak ; söz konusu vektörel alanın kendisini tanımlamaya eşdeğerdir.