

EEM 549
OPTICAL WAVE THEORY

DALGA FİZİĞİNDE TEMEL KONULAR
(Ses örneği üzerine dalga fiziğinin özetlenmesi)

2013 – 2014 FALL SEMESTER

Prof. S. Gökhun Tanyer

DEPARTMENT OF ELECTRICAL–ELECTRONICS ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING, BASKENT UNIVERSITY

KAYNAKÇA

Bu ders notları,

[1] S. G. Tanyer, ‘Müziğin Doğası – Matematiğin Sesi’, yayın başvurusu aşamasında.

kitap taslağından faydalanılarak hazırlanmıştır.

Ders kapsamında paylaşılan dosyaların basılı ve/veya bilgisayar sürümleri, sadece Başkent Üniversitesi öğrencilerinin kullanımı için hazırlanmıştır. Dokümana erişim sağlayan kişiler tarafından kopyalanması, internet vb. ortamlarda yayınlanması, ancak dokümanın sahibinin izni ile mümkündür.

DALGA FİZİĞİNDE TEMEL KONULAR

SU, SES VE ELEKTROMANYETİK DALGALAR

List of topics that we will review in this lecture:

Dalga yayılımı Yayılım ortamı Entropinin artması Huygens yasası Dalga hızı Taneciklerin salınım yönü – Polarizasyon Hız, Dalga boyu, Frekans Logaritma, Bel, Desibel (dB) Dalga yayılımında doğanın tercihi EM dalga fiziğinin kısa tarihçesi	Dalga denklemleri Sinüs, türev Yansıma Girişim Yankı Selenlerin oluşumu Üçgenin sinüs bileşenleri Durağan dalgalar Rezonans Lazer
--	--

SU, SES VE ELEKTROMANYETİK DALGALAR

Dalga yayılımı: Su dalgası gibi, ses ve ışık oluşur oluşmaz sonrasındaki ilerleyişi kendisi ve ortam arasında bir sihirli ilişkidir. Başlayan bir dalga durmadan ilerler, zayıflayabilir, yön değiştirebilir ancak bu zincirleme reaksiyon hiç bir şekilde durdurulamaz olduğu hissini verir.

(*) James Prescott Joule (1818–1889 tarafından önerilen *Enerjinin korunumu yasası* günümüzde termodinamiğin birinci kanunudur. Kurama göre enerji yok olmaz. Boşlukta yayılan bir ışık dalgası çok zayıflayabilir ancak yokolmaz, en düşük birimi olan fotonlarına ayrışır. Madde yapısındaki moleküller ile etkileşime geçer ise ısı enerjisine dönüşebilir. Ses de benzeri şekilde zayıflayarak madde içinde ısı enerjisine dönüşerek sonlanabilir.

Yayılım ortamı: Ses dalgası yayılmak için bir ortama –maddeye- ihtiyaç duyar. Havanın yanı sıra su ve metaller gibi tüm katı ve sıvı maddelerde ses yayılabilir. Boşlukta – uzayda – ses yayılamaz, çünkü maddenin olmadığı yerde titreşen bir şey de olamaz. Bu özelliği ile elektromanyetik dalgadan (ışık, radyo yayınları vb.) ciddi bir şekilde ayrılır. Matematiksel olarak birbirine bu kadar benzeyen iki dalga türü arasındaki bu temel ayrımı insanoğlu bir türlü kabullenmek istememiş ve yakın tarihimize kadar uzayda ‘esir’ denilen elektromanyetik (EM) dalga yayılımına imkan veren madde benzeri bir ortamın varlığına inanmıştır.

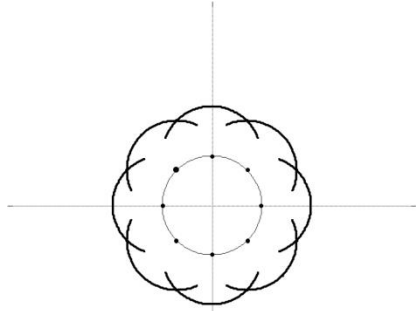
(*) Antik Yunan ve belki de çok daha öncesinden gelen “esir” tanımı, zamanla taraftarlarını kaybederek, 1800’lü yıllarda bazı fizik kuramcıları tarafından farklı iki noktanın konumsal olarak karşılaştırılmasına imkan veren gözlem çerçevesi olarak kullanılmıştır. Albert Einstein’ın özel görelilik kuramı ile mutlak bir gözlem çerçevesinin olmadığı anlaşılarak “esir” kullanımı tamamen ortadan kalkmıştır.

Entropinin Artması: Ses dalgasını EM dalgadan ayıran diğer bir fark ise, ses dalgasının sıkışıp genişleme hareketinin (salınımının) kendi hareket yönü ile aynı yönde olmasıdır. Bir taş düştüğünde ses dalgaları, yıldırım düştüğünde ışık dalgaları tetiklenir. Her ikisinde de çok kısa süreler içerisinde farklı tür enerjiler arasında (potansiyel, elektrik, ısı ve mekanik) hızlı dönüşümler yaşanır. Her iki dalga türü de, fizikte “evrenin düzensiz hale ulaşma isteği” olarak bilinen *entropinin* artması kuramı doğrultusunda davranır; yayılarak genliğini azaltır.

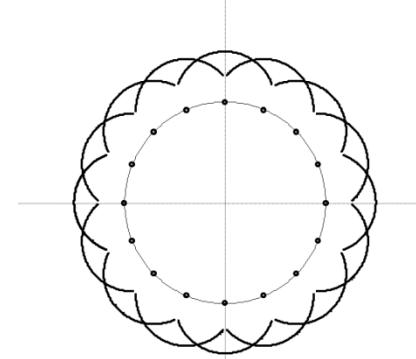
Ses Dalgalarının Yayılımı

Mekanik enerjinin ortaya çıkması, esnek bağlarla birbirlerine bağlı olan maddedeki taneciklerin titreşmesine neden olur.

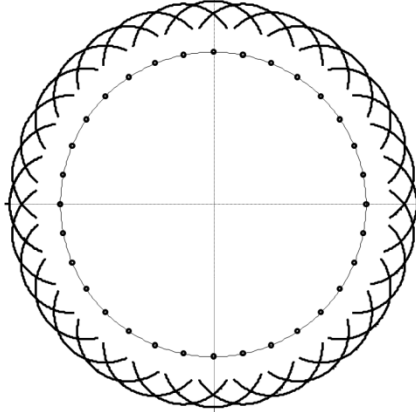
Huygens yasası: Mekanik enerjiye (titreşime) sahip taneciklerin (hava, sıvı veya katı madde molekülleri) yakındaki düşük enerjili tanecikler ile yakın etkileşiminden dolayı enerjilerini aktarmaları ile sesin ilerleyişi başlar. Zircirleme çarpışmalar ile entropinin artması kuramına uygun şekilde mekanik enerjinin ses dalgaları halinde yayılması sağlanır. Tanecik etkileşimli dalga hareket modeli **ŞEKİL HUYGENS**'de gösterilmiştir.



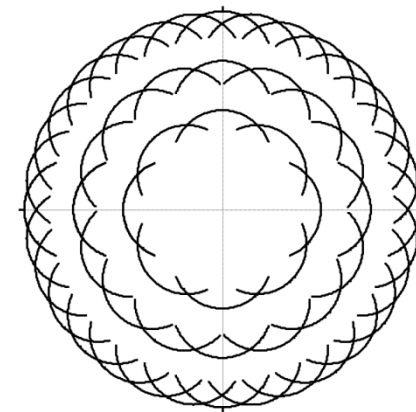
(a) Noktalardan yayılan dalgalar birleşerek dairesel dalgayı



(b) Dalga üstündeki noktalar tekrar dairesel dalga oluşturuyor.



(c,d) Dalga üstündeki noktalardan tekrar tekrar dairesel dalgalar oluşturuyor.



Şekil HUYGENS. Huygens prensibine göre noktasal kaynakçıklardan oluşan dalga hareketi (a)'dan (c)'ye kadar aşamalar halinde gösterilmiştir. Kaynağın sürekli olması halinde (d)'de gösterildiği gibi dalga hareketi de sürekli olmaktadır.

İlk defa Hollandalı fizikçi Christiaan **Huygens** ve Fransız fizikçi Augustin-Jean **Fresnel** tarafından farkedildiği şekilde ilerleyen dalga hareketi, dalga yüzeylerindeki küçük noktasal kaynakçıklardan tekrar tekrar oluşturuluyor gibi davranmaktadır (**Şekil HUYGENS**). Su yüzeyine hafifçe parmağınızı değdirip çektiğinizde olduğu gibi, ortam kesintiye uğramadığı sürece dalga hareketi artık durdurulamaz ve kendi kendini tetikleyen zincirleme salınım hareketi başlar. Dalga ilerleyiş mekanizması, mekanik titreşimleri taşıyan ses dalgası gibi, elektromanyetik enerjiyi taşıyan ışığın yayılmasında da karşımıza çıkar.

(*) Işık yerine **elektromanyetik dalga** ifadesinin kullanılması daha doğru olacaktır. Zira, ışık veya sıklıkla anlaşıldığı şekliyle **görünen ışık** elektromanyetik dalganın sadece dalgaboyları 380 nanometre (1 nanometre 1 metrenin trilyonda biridir) ile 740 nanometre arasındaki sınırlı kısmını temsil etmektedir. Görme sınırimız dışında olan **kızılötesinden** daha da büyük ve **morötesinden** daha da küçük dalga boyuna sahip elektromanyetik dalga bulunmakla birlikte insan gözü ile algılanamamaktadır. Güneşlendiğimizde derimizin koyulaşmasını ve çiçeklerin açmasını sağlayan morötesi ışığı göremesek de dokular bu ışığa tepki vermektedir.

Dalga'nın Hızı: İlginç bir nokta var ki her iki dalga için de ilerleme hızı enerji aktarımını başlatan güce hiç bir şekilde bağlı değildir! Su üzerindeki bir kayığın arkadan ittirilmesine hiç benzemez. Dalgalanma zincirini başlatan olay ne kadar büyük veya küçük olsun, dalga hızı sadece ve sadece ortamın kendi özelliğine bağlıdır. Huygens etkileşimini ortam belirler. Dalga kendi hızını ortama göre kendi belirler. İlginç bir doğa özelliği !

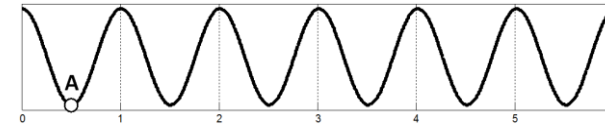
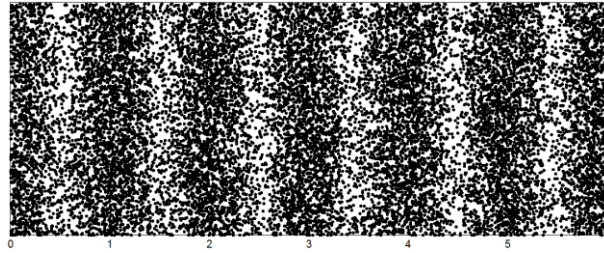
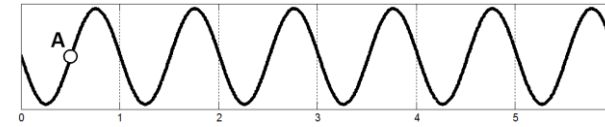
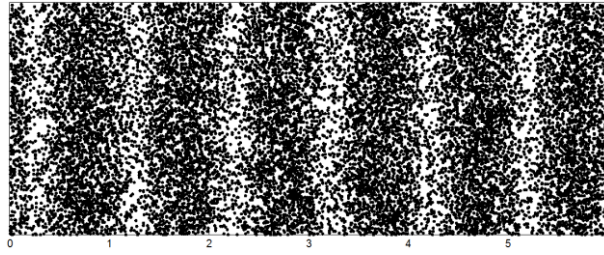
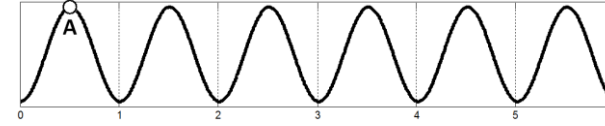
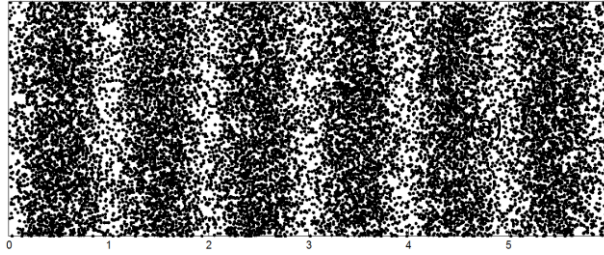
Her dalga yayılımının ilerlemesini sağlayan motor salınımlardır; yukarı-aşağı, sağ-sol, ileri-geri yönü ne olursa olsun bir salınım hareketini görmekteyiz.

(*) veya dairesel, eliptik gibi daha karmaşık salınımlar olabilir. Bu salınımlara dalga'nın diğer belirleyici bir özelliği olan polarizasyon denmektedir; güneş ışıklarında da olduğu gibi. Gökyüzünden doğrudan gelen ışığın polarizasyonu farklı polarizasyonlar içerebilir, ancak yerden yansıyan ışığın polarizasyonu büyük ölçüde diktir. Güneş gözlüğümüzün polarize camı dik polarizasyonlu ışığı zayıflattığından, yerden yansıyan ışığı da azaltır. Yansıyan ışıklardan dolayı gözümüz yorulmaz. Özellikle uzun süreli araba kullanımlarında sağladığı rahatlığı farkedebilirsiniz. Ayrıca, polarize camlı gözlüklerle su yüzeyine baktığınızda su yüzeyinden gelen yansımalar

azalacağından, su içini daha iyi görebilirsiniz. Gözlüğünüzün polarize cam taşıyıp taşımadığını gözlüğü 90 derece yan çevirerek görüş farkından anlayabilirsiniz, veya kafanızı da çevirebilirsiniz!

Taneciklerin Salınım Yönü (polarizasyon): Taneciklerin bağımsız olmamaları ve çevredeki diğer tanecikler arasında oluşturmuş oldukları bağlardan dolayı, esnek bağlara sahip tanecikler arasındaki salınım hareketinin (yaylanmalar) sesin ilerleme yönünde olması gerektiğini görüyoruz. Oysa, su üstündeki taneciklerin dalganın ilerleme doğrultusunda değil, ona neredeyse dik şekilde yukarı-aşağı hareket ettiklerini kayığa binenler bilir **(ŞEKİL SuDalgası)**.

(*) Su dalgası bazı özelliklerinden dolayı ses dalgasına çok da benzemez. Su üstünde bulunan bir yaprak tam olarak yukarı aşağı hareket etmez. Eliptik benzeri bir salınım yapar. Elektromanyetik dalga da su dalgası gibi hareket yönüne dik salınımlar göstermektedir.



(Şekil BASINÇ DALGASI-2D. Hava içerisinde soldan sağa doğru ilerleyen düzlemsel ses dalgası *,

Yukarıdan aşağıya sıra ile; (a)–(c) hava taneciklerinin iki boyutlu gösterimi, (d)–(f) yatay çizgi üzerindeki havanın ortalama basınç değeri, , *çizgelerde zaman sıralaması*; (a, d) Başlangıç anı ($t_0 = 0$ saniye), (b, e) Bir salınım süresinin (periyodun) dörte biri kadar sonrası; $t_1 = T/4$, (c, f) Bir salınım süresinin yarısı kadar sonrası; $t_3 = T/2^*$.

(*) Sesin havadaki hızını 344 metre/saniye, frekansını 344 Hz kabul edelim. Dalganın periyodu, $\text{periyot} = 1/\text{frekans} = 2.9$ milisaniye, dalgaboyu ise $\text{dalgaboyu} = \text{hız} / \text{frekans}$ eşitliğinden 1 metre olarak hesaplanabilir. Sesin bir dalgaboyu kadar yolu $1/\text{frekans}$ (saniye) içerisinde aldığından, çizgeler arası zaman farkı $1/(344 \times 4) = 0.7267$ milisaniyedir. Ayrıca, 344 Hz frekanslı ses, piyanonun 45. tuşunun (Fa–F4) verdiği 349.23 Hz sesine göre biraz pesttir, ve ses dalgasının 6 dalgaboyu mesafede hissedilir şekilde zayıflamadığı kabul edilmiştir.

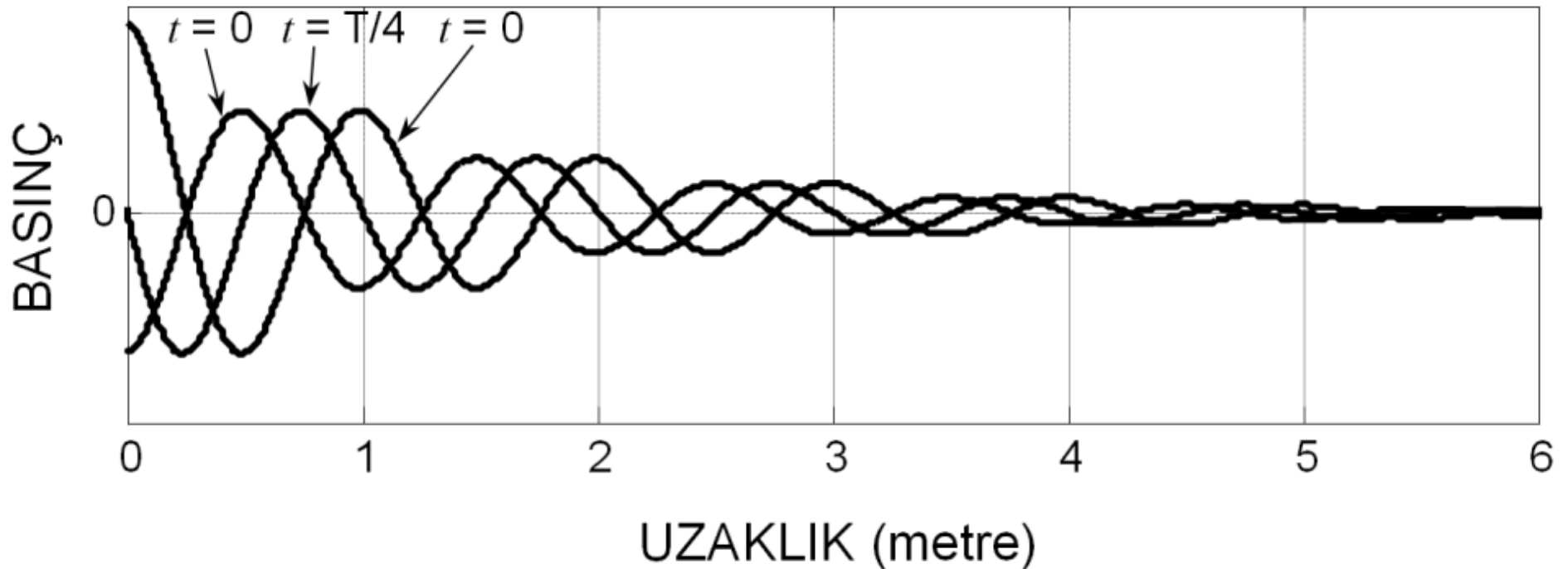
Hız, Dalga boyu, Frekans: Dalganın tek bir salınım turunun tamamladığı süre boyunca katettiği yol *dalga boyu* olarak adlandırılır. Şu ana kadar bahsettiğimiz; hız, frekans ve dalga boyu arasındaki ilişki aşağıda özetlenmektedir.

$$Hız = Dalga\ boyu \times Frekans \quad (1)$$

$$Dalga\ boyu = Hız / Frekans \quad (2)$$

$$Frekans = Hız / Dalga\ boyu. \quad (3)$$

Açık alana yayılan sesin genliği uzaklık arttıkça azalır.



Şekil Zayıflama. Aynı ortamda ilerleyen ses dalgasının ilerleme boyunca zayıflamaya uğraması.

Logaritma, Bel, Desibel (dB)

Telefon hatları üzerinde taşınan sesin farklı kablo uzunluklarına bağlı olarak şiddetinin zayıflamasını incelemek üzere logaritma fonksiyonundan yardım alınmıştır. **Tablo GürültüEşik**'te en sağ sütundaki ses şiddeti değerlerine baktığınızdaki gibi bir durum ile karşılaşılmış. Çok büyük ve çok küçük sayıların takip edebilecek hale getirilmesine ihtiyaç duyulmuş. Çözüm olarak, sayıların 10'un kaçınıcı katı olduğuna bakılmış.

Tablo 10UN-KUVVETİ. Ölçüm değerleri ve bu değerlerin 10'un kuvveti cinsinden gösterimi.

Ses şiddeti – I (W/m ²)	(10'un kuvveti)	Sözel ifade	Sözel ifade
100	2	2 Bel	20 desibel
10	1	Bel	10 desibel
1	0	0	0
0.1	–1	–Bel	–10 desibel
0.01	–2	–2 Bel	–20 desibel
0.001	–3	–3 Bel	–30 desibel
0.000 1	–4	–4 Bel	–40 desibel
0.000 01	–5	–5 Bel	–50 desibel
0.000 001	–6	–6 Bel	–60 desibel
0.000 000 1	–7	–7 Bel	–70 desibel
0.000 000 01	–8	–8 Bel	–80 desibel
0.000 000 001	–9	–9 Bel	–90 desibel
0.000 000 000 1	–10	–10 Bel	–100 desibel
0.000 000 000 01	–11	–11 Bel	–110 desibel
0.000 000 000 001	–12	–12 Bel	–120 desibel

$$(y)_{dB} = 20 \log(x_{Basınç}) \quad (6)$$

$$(y)_{dB} = 10 \log(x_{Şiddet}) \quad (7)$$

Dalga Yayılımında Doğanın Tercihi

‘Fark alma’ konusunda matematik araçlarımızdan faydalanacağımız aracımız *‘türev’*dir. Sıkı durun; doğa ses dalgalarının ilerlemesinde *‘türev’* alır. Doğanın neredeyse tüm mekanizmaları türevi içerir. Türev doğadır, hayattır!. Biz mühendisler bu mekanizmaları anlayabilmek için bazı durumlarda türevin tersi olan entegrali kullanmak zorundayız. Bakınca hemen türevi anlayamayabiliriz, bizim için çok açık değildir!^{**}

EM Dalga Fiziğinin Kısa Tarihçesi: EE mühendisliği camiasını ikiye bölebilmiş bir konu bu; ses dalgaları farktan tetiklenir, Neden? Huygens'in de belirttiği gibi dalga etkileşimi yerel etkileşimler sayesinde oluşur. Işık dalgaları için bakarsak, ışık dalgalarını yaratan tahterevalli sarkacının bir tarafında elektrik diğer tarafında ise manyetik alan bulunmaktadır. Farklı olduğu kabul edilen iki alanın arasındaki ilişki, ilk defa 1821 yılında **Danimarkalı fizikçi Hans Christian Ørsted** (1777–1851) tarafından yapılan bir deney ile kanıtlanmıştır. **Ørsted deneyinde, elektrik akımının değişmesi (basit bir aç-kapa hareketi) mıknatısın iğnesini hareket ettirmektedir.** Arada hiç bir temasın olmadığı bu etkileşimin mutlaka alanlar ile açıklanabileceğini göstermişti. **Bu kritik deney Avrupa'daki tüm bilim insanlarını derinden etkilemiş** ve deney tekrar edilerek incelemeye alınmıştı. 1827 yılında **Fransız fizikçi ve matematikçisi André-Marie Ampère** (1775–1836) *Elektrodinamiğin matematiksel teorisi* adlı kitabında, değişen elektrik alanının manyetik alan yaratabileceğini matematiksel olarak açıklamıştır. Ørsted ve Ampère'in çalışmalarından yararlanan **İngiliz bilim insanı**

Michael Faraday (1791–1867)^{*}, 1925 yılı sonlarında değişen manyetik alanın (mıknatısın ileri-geri hareket ettirilmesi gibi), elektrik alan yaratabileceğini göstermiştir. Daha sonra Ampère ile Faraday'ın bu keşifleri, **James Clerk Maxwell** (1831–1879) tarafından sade bir matematik ile birleştirilmiş ve **elektromanyetik dalga denklemi** halinde ifade edilmiştir^{**}. Ses dalgaları ile ilgili keşiflere bakarsak, dalga denkleminin basit bir benzeri^{***} tel üstündeki titreşim dalgaları için **Jean-Baptiste D'Alembert** (1717–1783) tarafından 1752 yılında açıklanmıştı. **Ses dalgasının tahterevallisinin bir ucunda ses basıncı diğer yanında ise ortamdaki yoğunluk farkı**^{****} bulunuyordu. Ses dalgalarının ilerleyişi ile ilgili çalışmalar ise, 1969 yılında Amerikalı teorik fizikçi Richard Feynman (1918–1988)'in^{*****} çalışmaları ile [K:x Feynman (1969)] olgunluğa kavuşmuştur.

(*) Michael Faraday'ın ciddi eğitim alma imkanı olmamış olmasına rağmen, tarihte bilime en önemli katkı sağlamış kişilerden olmasını takdirle karşılıyorum. Doktorluk ünvanını reddetmiş ve isminin başına bir ünvan gelmeden hayatını sonlandırmak istediğini ifade etmiştir **[K:x 5 önemli denklem]**.

(**) Einstein'ın çalışma odasının duvarında; Newton, Faraday ve Maxwell'in fotoğraflarının bulunduğu belirtilmektedir **[G:x Einstein (2003)] [I:x wikipedia.com]**.

(***) Tel üzerindeki titreşim dalgaları incelenmiş ve tek boyutlu bir problem şeklinde çözümlenmiştir.

(****) Normal şartlarda ses dalgasının bulunmadığı bir ortamda basınç bulunmaktadır. **Ortamdaki yoğunluk farkı**; ses dalgalarından oluşan basınç miktarını göstermektedir. Bundan dolayı sıfır etrafında (hem artı hem eksi değer alacak şekilde) salınım yapmaktadır.

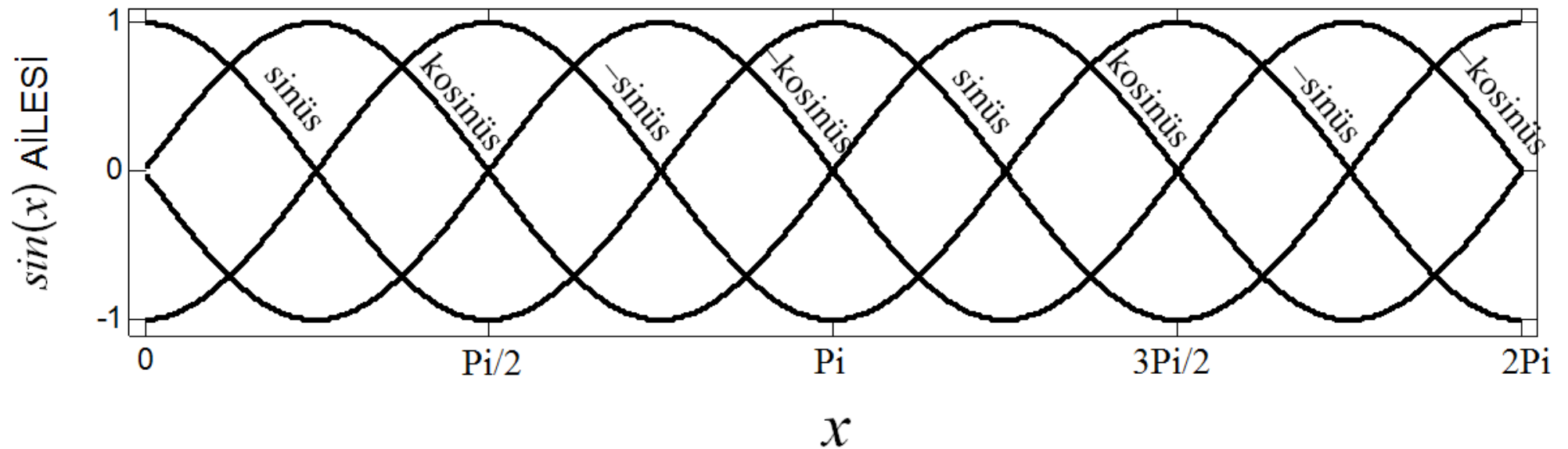
(*****) 1964 A. Einstein Ödülü ve 1965 Nobel Fizik Ödülü sahibi Prof. R. Feynman sadece fizik yasalarının kavranışına yaptığı katkılarla değil, fiziği fizikçi olmayanlar için de çekici kılma yeteneğiyle tanınır. Ekte sunduğum tüm Feynman kitaplarını büyük bir zevkle okuyacağınızı değerlendiriyorum.

Dalga Denklemleri:

Dalga denklemlerimiz kısaca;

“Küçük bir noktasal hacimde zaman içerisinde enerji değişikliği yaratırsanız bu mutlaka çevrenizde farklılıklar yaratır”

diyor. Ses olsun elektromanyetik olsun bu ifade matematiksel türev (farkın bir ölçüsü) ilişkisi ile tanımlanabiliyor. Şimdi yolumuza devam edebilmemiz için, salınımların ilerlemesini sağlayan ve sürekli olarak türev alınmasından rahatsız olmayan bir değişim türüne (matematiksel fonksiyona) ihtiyacımız var. Doğada dalganın bozulmadan (çok kısa zamanda yok olmadan) ilerleyebilmesi için üretebileceği bir değişim türü vardır, o da sinüzoidal (sinüslerden oluşan) değişimdir **(ŞEKİL SİNUS)**.



Şekil SİNUS-TÜREV. Sinüs fonksiyonu ve türevlerinden oluşan sinuzoidal fonksiyon ailesi;

$$\sin(x), \cos(x), -\sin(x), -\cos(x).$$

Sinüs: tüm bilim dallarında karşımıza çıkan en önemli değişim çeşididir. Tüm diğer değişimler sadece sinüzoidal aile kullanılarak ifade edilebilir [REF: Fourier]. **Şekil SİNÜS-TÜREV**'de sinüs gösterilmiştir. Farklı olmadıklarını görebilmek üzere sırasıyla; sinüsün türevi kosinüs, kosinüsün türevi $-\sinüs$, sonraki türev $-\cosinüs$ ve onun sonraki türev sinüs (başta döndük). **ŞEKİL HUYGENS**'i hatırlayın. Doğa ile matematiğin birlikteliğine hayranlık duymamak mümkün değil. Düşünün tüm doğaya ve uzaya hakim bir matematiksel fonksiyon; sinüs!*

Bu noktada, ses dalgasını oluşturan en temel bileşenin basit bir sinüs fonksiyonu ile ifade edilebildiğini gördük. Artık rahatça kullanabileceğiz.

Ses Dalgasının Yansıma, Girişim Özellikleri

Ses dalgasının ilerlediği ortamın tek bir maddeden oluştuğu (örneğin hava) durumda, ses dalgaları küresel halkalar halinde yayılır (**Şekil SU-DALGASI**). **Geniş bir hacme yayıldığından, taşıdığı mekanik titreşim enerjisinin yoğunluğu ilerledikçe azalır ve yeteri kadar ileride tümünden ısı enerjisine dönüşerek yok olur. Eğer sesin ilerlediği ortam farklı maddeleri içeriyor ise inanılmaz bir şey olur; dalganın yansıma, kırılma, saçınma gibi diğer harika özellikleri bir anda ortaya çıkar. Kısaca ortam ses dalgalarına ‘müdahale eder’.** Örneğin, yansıma ile sesin bir kısmının geri dönmesine neden olur. Yüksek bir dağa veya binaya karşı bağırıldığında oluşan **yankı** dalganın geri yansımasından kaynaklanmaktadır.

Ortamda farklı maddelerin birleştiği sınıra çarpan ses dalgasının bir kısmının sınırı geçerek ilerleme yönüne devam edebildiğini, bir kısmının ise sınırdan geri yansıdığını görmekteyiz. Doğada tüm dalga türleri için gözlenen de aynen budur. Yansıma miktarı sınırı oluşturan maddelerin farklılıklarına bağlı olarak artar diyebiliriz*. **Dalga**

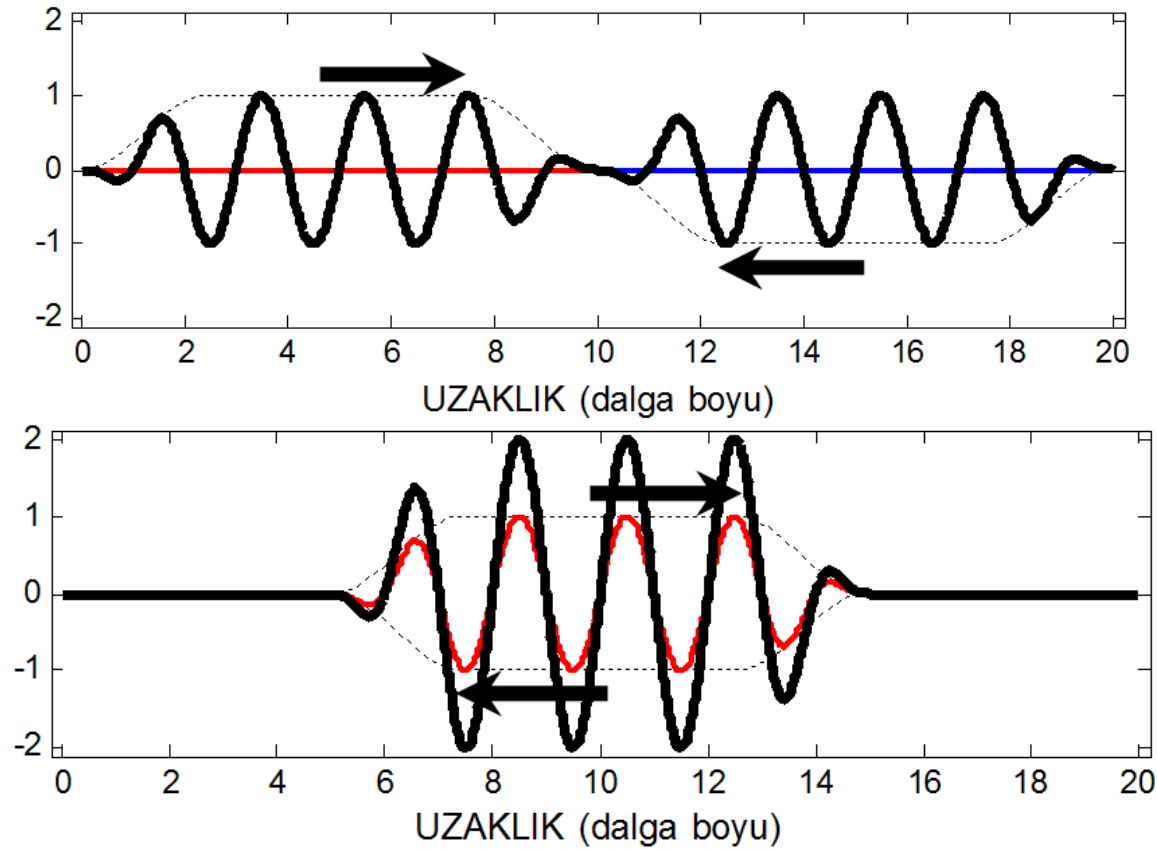
ortamdaki değişimler karşısında başka tepkiler de verir; farklı bir ortama girer girmez yön değiştirmesi *kırılma*, doğrudan ulaşamadığı karanlık bölgelere (köşe ve kenar arkalarına) dönüş atarak ulaşmasına, hatta eğik yüzeylerin üstünü yalılarak ilerlemesi ise *saçınma* özelliğini göstermektedir^{}.**

Sesin kaynağından yayılarak uzaklaştığı, ortamda bulunan farklı madde yüzeylerinden dolayı; yansıma, kırılma ve saçınım etkilerine maruz kaldığını gördük. O zaman şunu söylemek ilginç olacaktır; tek bir kaynak olsa da ortamda farklı genlik ve yönlerde birden çok ses dalgasının bulunuyor olabilir. Bu ifadeyi hemen bir sorunuz takip edebilir;

Eğer ortamda iki ayrı ses dalgası bulunuyor ise, toplam basınç dalga ilerleme yönünden bağımsız olarak her iki dalganın noktada yarattığı basınç değerlerinin toplamı mıdır?

Cevap evet^{*} .**

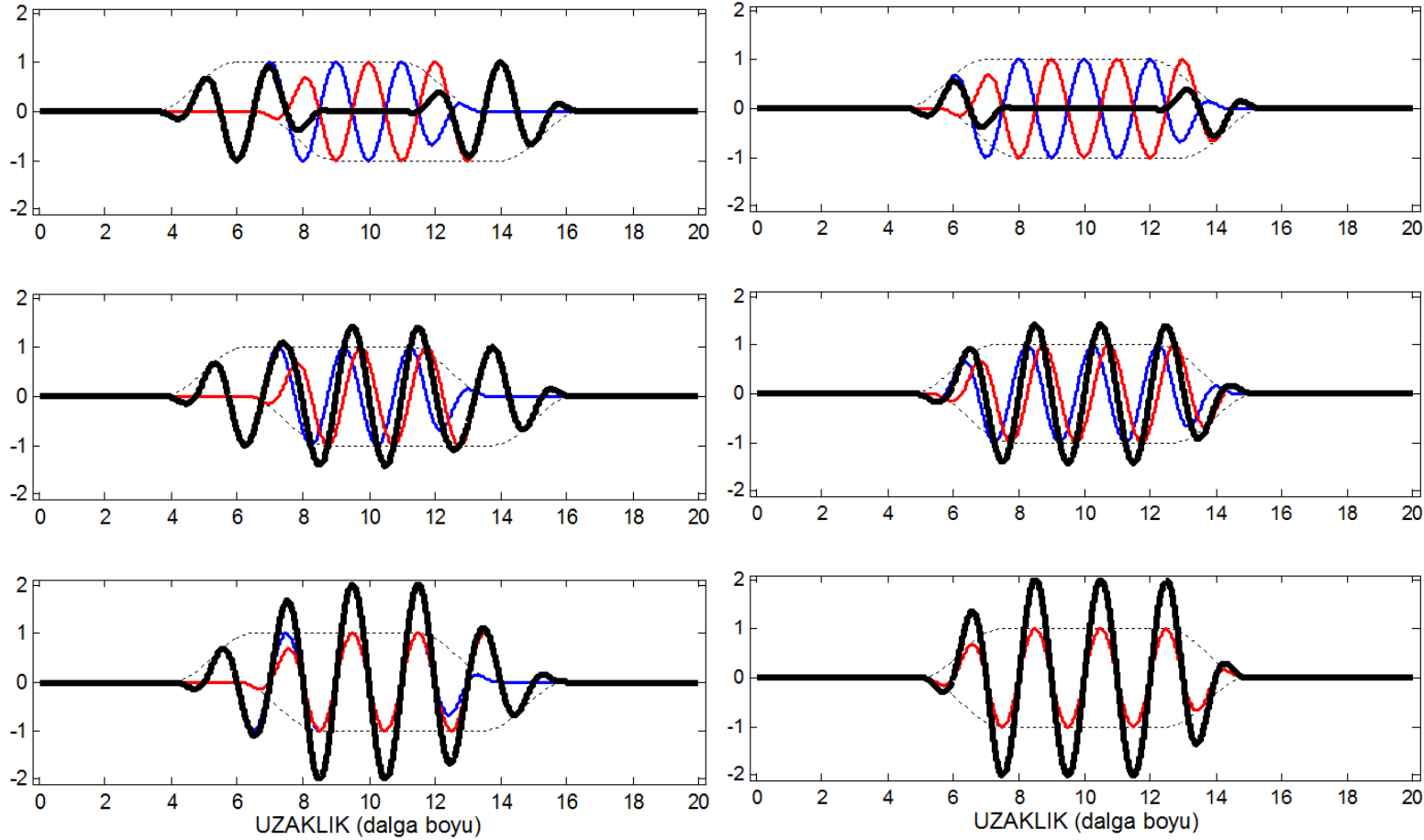
Böylece, basınç salınımlarının bazen negatif (normal değerine göre altta) bazen de pozitif (normal değerine göre yüksek) değer alabilmesinden dolayı, her iki dalganın yarattığı basınçlar; birbirlerini destekleyecek veya birbirlerinin etkilerini zayıflatacak şekilde olabilir.



(a) üst, (b) alt çizge.

Şekil GİRİŞİM1. Birbirlerine göre ters yönlerde ilerleyen eşit genliğe sahip iki ses dalga paketi, paketlerin ilerleme uzaklıkları; (a) 0, (b) 5 dalga boyu. Eğer $dalgaboyu = 10$ cm ve $hız = 343$ metre/saniye ise, *frekans* 3,430 Hertz olarak hesaplanabilir. Bu da piyanoda 85. tuş olan La (A7) (3,520 Hertz)'ten biraz pest sesi vermektedir.

Farklı yönde ilerleyen iki dalga paketinin karşılaşması ve *girişim* etkileşimi **Şekil GİRİŞİM1**'de gösterilmiştir. Dalgaların ilerlediği ortamın boru şeklindeki üflemeli çalgının iç bölgesi olduğunu kabul edelim. Soldaki üfleme ucundan sağa doğru bir dalganın ilerlemekte olduğu ve sola doğru ilerleyen ikinci dalga paketinin ise 20 dalga boyu uzunluktaki üflemeli çalgının en sağdaki kapalı ucundan yansıdığını görüyoruz. **Şekil GİRİŞİM1** (b)'de ise her iki dalga (a)'daki konumlarına göre 5 dalga boyu ilerlemiş ve tam ortada buluşmuşlardır. Dalgaların tepe noktalarının örtüşmesinden dolayı birbirlerini destekledikleri ve iki kat genliğe ulaştıkları görülmektedir. Eğer biraz daha ilerlemiş olsalar ve bu sefer tepe-çukur karşılaşması olacak ve birbirlerini söndürebileceklerini tahmin ediyoruz. Ya peki, paketler kısmen örtüşmüş olsalar? Karışık gibi görünen bu konu genellikle anlaşılması güç kabul edilir, bu kısmen yazılı halde iyi anlatılamadığından da olabilir **[MATLAB:movie]**. Bir sonraki şeklimin ve ilgili açıklamaların faydalı olacağını umuyorum.



(a)

(b)

Şekil GİRİŞİM2. Birbirlerine göre ters yönlerde ilerleyen eşit genliğe sahip iki ses dalga paketinin iki farklı konumdayken incelenmesi, paketlerin ilerleme uzaklıkları sol üstten aşağı doğru sırasıyla; (a) $3\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$ ve 4 dalga boyu, ve (b) $4\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$ ve 5 dalga boyu [AVI:xxx].

İki zıt yönde ilerleyen dalga paketinin az ve çok örtüştüğü iki durum sırasıyla, **Şekil GİRİŞİM2**(a) ve (b)'de farklı anlarda incelenmiştir. Her iki sütundaki üst sıralarda ilk an ve sırasıyla periyot T 'ye göre 0, $T/8$ ve $T/4$ sonrası çizdirilmiştir. Dalga genliklerinin tekrar azalıp sıfıra yaklaşmaları ve sonra tekrar artmaları yer kazanmak için çizdirilmemiştir. Ama mutlaka vurgulamak gerekiyor, toplam dalga genliği bir iki katına çıkıyor, bir sıfıra iniyor hareket boyunca... Burada, bu karmaşık çizimlerde gizlenmiş çok önemli bir ayrıntı var. Şekilde açıkça görünüyor aslında, tekrar bakın, her iki yöndeki dalgaların toplamı; yerinde duran, sağa–sola hareket etmeyen ve sadece yukarı–aşağıda salınım yapan durağan bir dalga yaratıyor. Her iki dalga hareket ediyor olsa da sıfır olan noktalar sabit! Dalga dünyasının mücevheri, saklı bahçelerdeki en nadir çiçek, ne dersiniz adı o olsun. Mikrodalga fırınların gücü, lazerin parlaklığı ve tabi ki meşhur Stradivarius^{*} kemanlarının sırrı dalganın bu davranışında yatmaktadır.

Selenlerin oluşumu

Doğanını davranış içerisinde TÜREV'in bulunduğunu ve TÜREV alınarak ortamda 'zayıflamadan' ilerlemenin en güzel yöntemini SİNÜS'ler sağlıyor dedik.

ÖNEMLİ KRİTİK SORU;

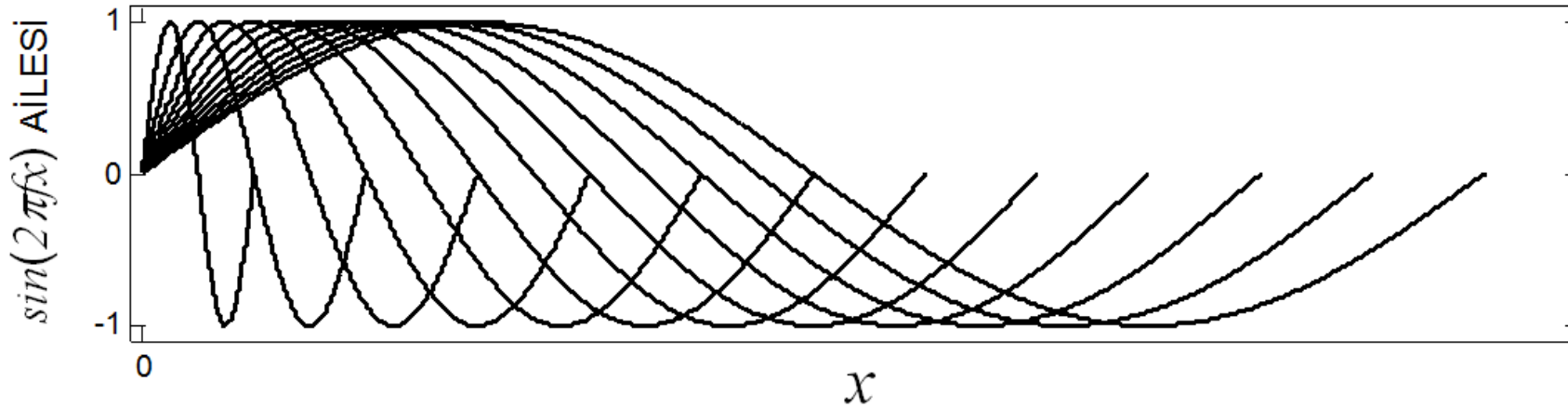
HANGİ SİNÜS

veya

HANGİ SİNÜSLER

???

Hangi sinüsler sorusunu daha doğru anlayabilmek için **Şekil SİNUS-TÜREV.**'e ilave olarak bir de **Şekil SİNÜS-AİLELERİ**'ne bakın diyorum.



Şekil SİNÜS-AİLESİ. Sinüs fonksiyonuna uygun farklı salınımlar, $\sin(2\pi f x)$ ailesinin tek salınımları gösterilmiştir.

AVI 3:45 dakika



Part1-Types of waves.wmv.avi

Şekil SİNÜS-TÜREV'deki sinüs ailesinin belirli bir miktar kaydırılmış aslında tek bir fonksiyon olduğunu görüyoruz. **Şekil SİNÜS-AİLESİ**'e baktığımızda ise gerçekten farklı sinüsleri görüyor ve doğru soruya ulaşıyoruz. **Müzik çalgılarındaki ortam hangi sinüsün yaratılmasına izin verir acaba? Eşit mi davranır?** Farklı sinüslerin gösterimindeki f sayısının sinüsün **frekansı** olduğunu göreceğiz. Doğanın farklı frekanslı sinüsleri kabul etmesinin sonucunda, ışıktaki inanılmaz farklı renklerin, seste de farklı bir çok perdenin bulunduğunu görüyoruz. İyi de müzik neden bir avuç sinüs ile sınırlandırılmış acaba dediğinizi duyar gibiyim. Soru soruyu getiriyor olabilir, ama önce konuyu biraz daha deşmek istiyorum. Biz sinüs ailesini hemen kabul etmiş olabiliriz ama **D'Alembert**'in 1782 yılındaki açıklamaları hemen kabul edilmemiştir.

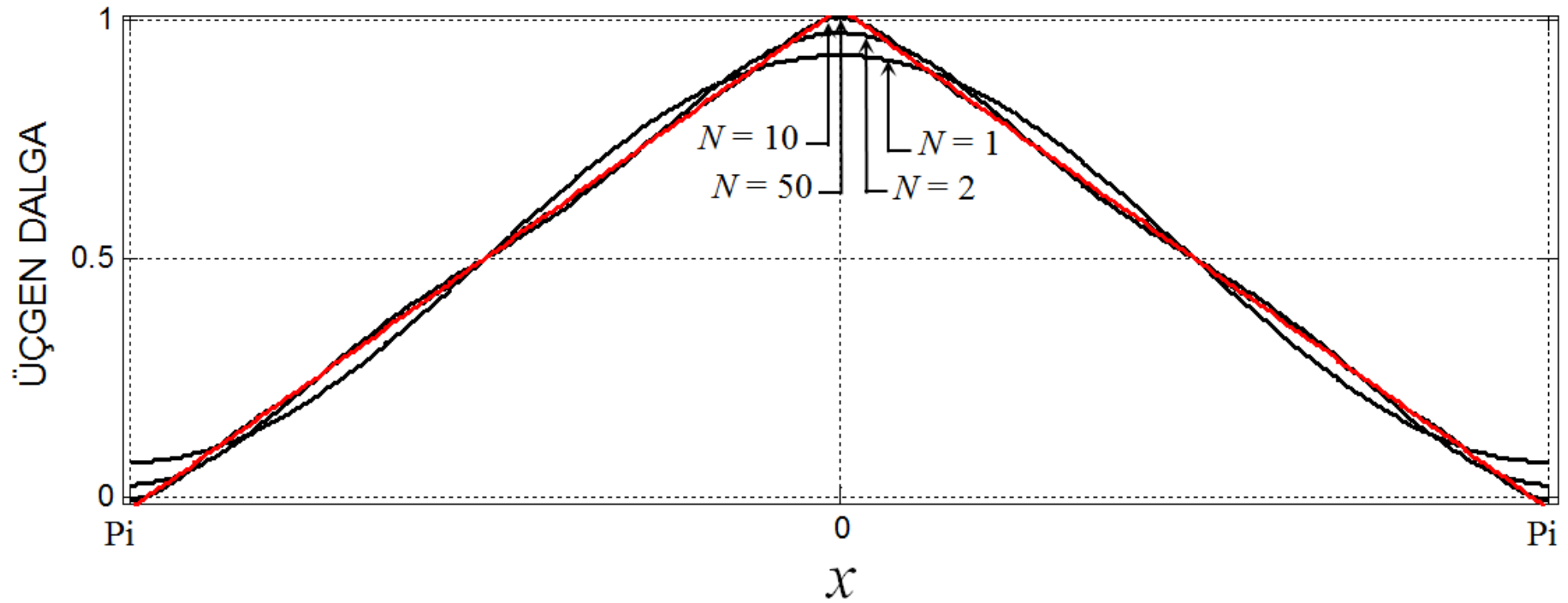
Açıklamalarını sorgulayanlar tarafından, telli çalgı üzerinde gösterilen bir örnek seçilmiştir. Telin orta yerinden çekilip bırakılan bir tel, ilk başlangıçta üçgen şeklindedir ve nasıl olur da üçgen titreşim şekli sinüsler haline dönüşür? Bu meşhur tartışmada, günümüzde farklı bir çok katkılarıyla iyi bilinen matematikçiler **Daniel Bernoulli** (1700–1782) ve **Leonhard Euler** (1707–1783) başı çekmektedir. **Euler’in farkettiği probleme ait en doğru soruyu soran kişi Bernoulli kardeşlerin küçüğü olan Johann Bernoulli’ydi.** Yaklaşık 7,300 yıllık Sümerlerden bile öncesine gittiğini tahmin edeceğimiz, Batı’da ilk defa Pisagor (MÖ. 570–495) ve sonrasında, Fransız müzisyen ve müzik kuramcıları Marin Mersenne ile Jean-Philippe Rameau (1683–1764) tarafından incelenen *selenler*^{*} (belirli bir grup sinüs ailesi) kullanılmıştır.

Johann Bernoulli'nin sorusu,

**“Belirli bir grup sinüsten oluşan selenler kullanılarak
üçgen şekli yaratılabilir mi?”**

Bu doğru soruyu ilk Napolyon'un (Mısır'da) valiliğini de yapmış olan Fransız matematikçi **Jean Baptiste Fourier'in** sorduğu kabul edilir. Oysa, **Fourier** ilk olarak **Bernoulli'nin** hissettiği ve bir müzik teli örneği üzerinde incelediği bu olayı, tüm fonksiyonlar için genellenebileceğini göstermiştir. Kabul edilmesi zor olan bu keşif saldırılara uğramış, ancak 15 yıl kadar sonra kabul edilmiştir.

Fourier ile andığımız soruya geri dönelim ve cevabını hatırlayalım. Orta yerinden gerilmiş bir telde oluşan üçgen şekli sinüs şekline hiç benzemez. O zaman nasıl olur da teldeki dalgalar sinüslerden oluşur?”



Şekil ÜÇGEN. Üçgen fonksiyonun farklı sayıda sinüslerin toplamıyla oluşturulması.

Bernoulli ile Fourier'in çok zarif cevabını **Şekil ÜÇGEN**'de görüyorsunuz. Eğer teli ortadan çektiğimizde yarattığınız 1 birim genliğe sahip üçgen dalga $f(x)$ ise onu oluşturan sinüs bileşenleri

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \cos(x) + \frac{4}{9\pi} \cos(3x) + \frac{4}{25\pi} \cos(5x) + \dots \quad (12)$$

$$= \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos[(2k+1)x]}{(2k+1)^2} \quad (13)$$

eşitlikleri kullanılarak hesaplanabilir. (13) karmaşık gibi görünse de, (12) ile üçgen dalganın sadece sinüsler kullanılarak oluşturulabileceği ve sadece 2 sinüsün bile ($N = 2$) hemen hemen üçgene yaklaşabildiğini göstermektedir (sinüslerin başındaki katsayı

gitgide küçülmektedir). 10 sinüs ile 50 sinüs toplamının farkını görmek oldukça zor, yüksek değerli sinüsler sadece sivri köşelerde katkı sağlıyorlar. Fourier ile tanınan bu çözüm, günümüze kadar geçen kısa süre içerisinde, matematiğin yanı sıra; fizik, mühendislik, istatistik, tıp dahil olmak üzere tüm bilim dallarında kullanılan en önemli araçlardan birisi olmuştur. Fourier'in çözümü temelde tüm karmaşık ses dalgalarının, belki de sonsuz sayıda farklı frekanstaki ses dalgaların toplamından oluşturulabileceğini ifade ediyordu. Yani, duyduğumuz ister bir insan sesi olsun, ister bir gitar, isterse yıldırımın sesi olsun, o karmaşık olan toplam ses dalgasının, farklı genlik ve frekanslardaki çok daha basit ses dalgalarından oluştuğunu gösterebiliriz. Doğa tüm karmaşık değişiklikleri farklı sinüsler halinde algılar da diyebiliriz. Bu sinüsler birbirlerinden bağımsız olarak ortamda ilerler. Bunu nereden biliyoruz? Eğer ortamımız farklı sinüslere farklı davranan bir ortam ise sinüslerin ayrıştığını görebiliyoruz, beyaz ışığın gökkuşağı renklerine ayrışması, gökyüzünün mavi, güneş batışının kırmızı olması

ve bazı konser salonlarının arka köşe koltuklarında pest seslerin çok daha güçlü duyulabilmesi gibi^{***}.

(*) Bu ifade genelde doğrudur. Doğrusal olmayan ortamlarda tam olarak doğru değildir.

(**) İlk defa Rayleigh tarafından kuramsal olarak açıklanan ve günümüzde Rayleigh saçılımı olarak adlandırılan bu gözlemde, havada bulunan nemden kaynaklanan küçük su damlacıklarının güneş ışığını saçınımına uğratmasından kaynaklanmaktadır. Her bir damlacık en fazla maviyi (görünür ışıktaki en küçük dalgaboyuna sahip olması sebebiyle) ve en az kırmızı (en büyük dalgaboyuna sahip olması sebebiyle) saçınımına uğratmaktadır. En çok dağılan mavi ışıklar gökyüzünü maviye boyamaktadır. Öte yandan, güneş batışında güneşten en az saçılarak bize ulaşabilen en güçlü ışık kırmızıdır.

(***) 1670 yılında Newton (1642–1727) tarafından [K:x Newton] beyaz ışık prizma ile renklerine ayrıştırılmıştır. Böylelikle, ışığın farklı frekanslarda dalgaların birleşimi olduğu anlaşılmıştır.

Fourier'in 1807 tarihindeki ifadesini özetleyerek konumuzu tamamlayalım; “ses dalgaları ile oluşturulabilecek tüm basınç dağılımları sadece ve sadece sinüsler kullanılarak oluşturulabilir”.

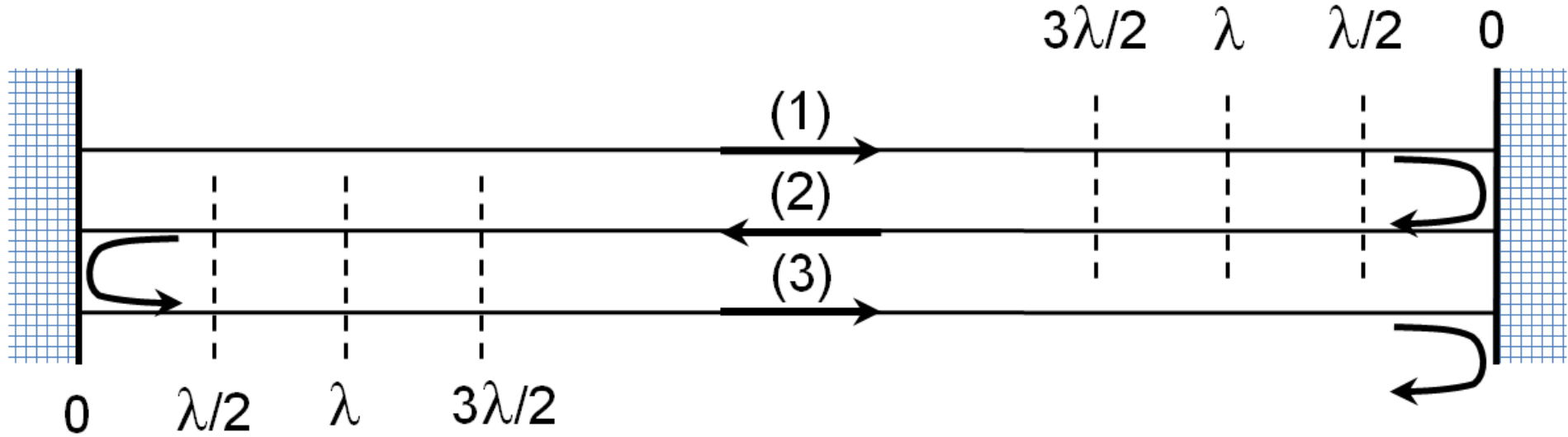
Şimdi **Bölüm. Selenlerin oluşumu**'deki ikinci sorumuza artık geçebiliriz. Ses dalgaları hem sağdaki hem de soldaki yüzeyden çoklu seferler yansıdıklarında nerelerde sıfırlar oluşur? Hangi sıfırlar dikkate alınmalıdır?

Durağan dalga oluşumu

Oluşan bir dürtü (anlık bir değişim) bir çok sinüsten oluşur. Eğer titreşimin başlatıldığı ortamın (örneğin gergin tel) fiziksel özelliklerinden dolayı yansıyarak geri dönmesi ve (yetmedi) geri giderken bir kere daha yansımaya neden olunabilir ise inanılmaz bir şey olur. Tek bir ses kaynağı, ortamda üst üste ilerleyen iki dalga oluşturur; birincisi ilk oluşan, diğeri ise daha sonra oluşup ilkinin üstüne binen. Bunun yanı sıra, eğer bu olabiliyorsa, bu dalgaların ilerlemesine engel olamayacağımız gibi bu üst üste oluşan dalgaların sayılarının artmasına da engel olamazsınız. Yani, bu tekrarlama (üst üste gelme) iki ile kalmaz, gücü yettiği sürece sonsuza kadar devam eder! Bu noktada anlıyoruz ki gerekli koşullar sağlanırsa, tek bir ses kaynağından aynı ortamda hep birlikte ilerleyen üst üste bir çok dalgayı yaratmak ve çok büyük titreşim miktarlarına ulaşmak mümkündür. Şimdi bu koşulların ne olduğuna bakalım.

Basit bir örnek olarak, uzak ve yüksek bir binaya (veya tepeye) doğru bağırdığınızda yankının oluşması ve arkanızda da benzeri bir engel olması halinde yankıların tekrarlamasını gösterebiliriz. Işık dalgalarında da aynı şey olur, aynaya baktığınızda arkanızdaki ikinci aynada başınızın arkasını görebilirsiniz. Size ait bir çok görüntünüzün oluştuğuna şahit olmuşsunuzdur. Konumuza gergin bir tel örneği üzerinden devam edelim. Dürtü (tele çekip bırakma, vurma vb.) titreşim dalgalarını oluşturur. Telin iki ucundaki sabit eşik dalgaları tam olarak yansıtır ve böylece, eşikler arasındaki bölgede dalgalar hapsolür. Dalgalar sürekli olarak yansımaya uğrar ve tahmin ettiğiniz gibi üst üste dalgalar oluşur.

Peki şimdi ilginç ne oldu? Eşikler arasındaki mesafenin (telin uzunluğunun) L metre olduğunu kabul edelim. **ŞEKİL GİRİŞİM1** ve **GİRİŞİM2**'yi hatırlayın, ilerleyen dalga ile ona zıt yönde ilerleyen yansıyan dalga toplandığında durağan dalga oluşumunu gözlemiştik. Ancak, burada kritik sorumuz şu olmalı; acaba yansıyan dalga geri baştaki eşikten ikinci kere yansıdığı anda ne olur? İlk iki dalganın oluşturduğu durağan dalgayı üçüncü bozar mı? Soru devam ediyor; peki 4. 5. 6. dalga da toplama dahil olunca artık durağan dalgadan bahsedilebilir mi? İlk üç dalga için birlikte inceleyelim.

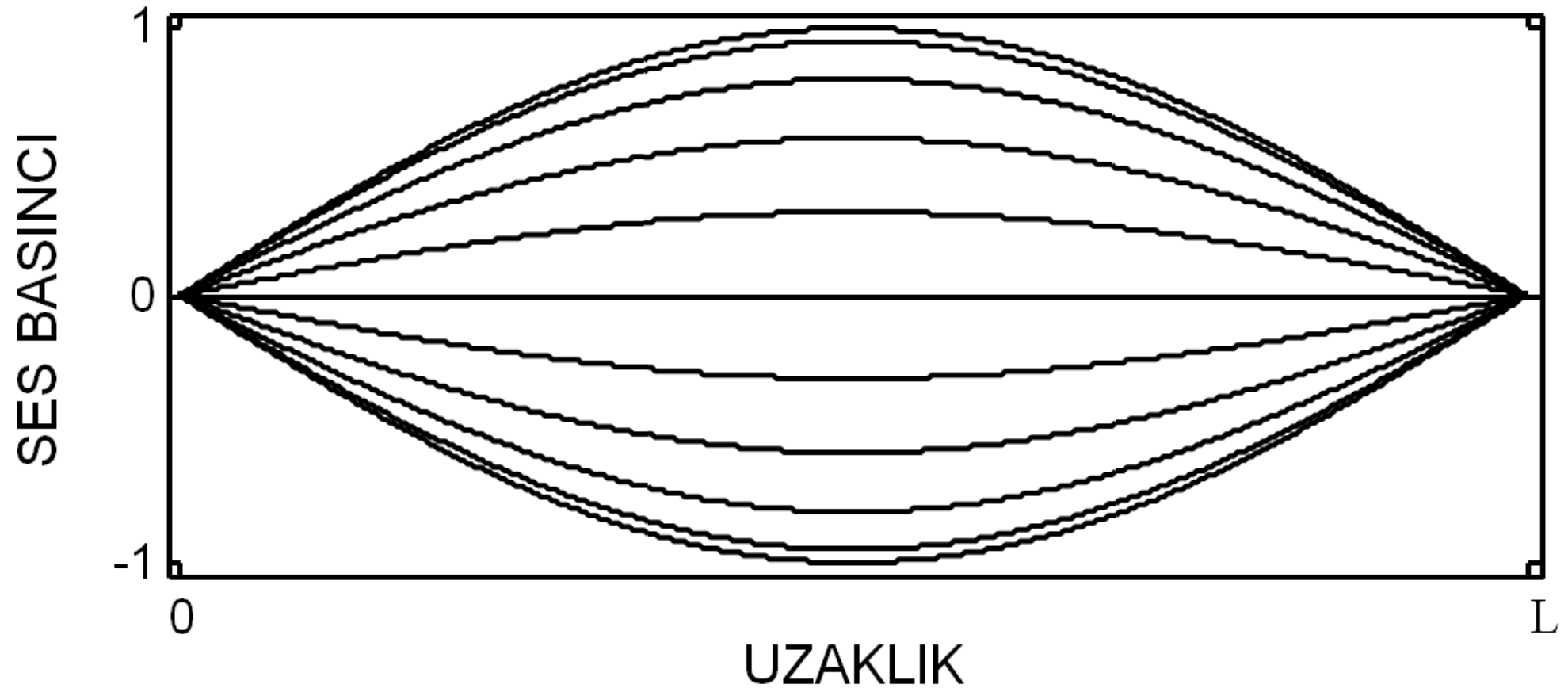


Şekil DD-OLUŞUMU. Yansıma nedeniyle ileri-geri dalga hareketlerinde durağan dalga oluşumu.

İncelenecek olursa **Şekil DD-OLUŞUMU**'de ilk yola çıkan dalga (1) ile gösterilmiş, yansıyan ve iki kere yansıyan dalgalar ise sırasıyla (2) ve (3) ile gösterilmiştir. (1) ile (2) dalgalarının sağdaki yüzeye göre durumları, **ŞEKİL GİRİŞİM1** ve **ŞEKİL GİRİŞİM2**'de incelediğimiz duruma aynen uymaktadır. Benzer şekilde (2) ile (3) de sağlamaktadır, ancak bu sefer sıfır noktaları soldaki yüzeye göre belirlenmektedir. (1-2) dalgaları ile

(2–3) dalgalarının oluşturdukları sıfırların aynı noktalara denk gelmesinin zorunlu olmadığına dikkat ediniz. En genel durumda, herhangi iki zıt dalga sıfır oluştursa bile diğer dalgalar bu sıfırları bozmaktadır.

Madem telde bir çok farklı sinüs (yani sesin farklı frekans ve dalgaboyları) yaratılabilir diyoruz; şimdi özel bir durumu inceleyelim. Dalga boyumuz telin uzunluğu olan L değerinin iki katı olsun. O zaman ilginç bir şey olur ve zıt yönlerde ilerleyen dalgaların tümünün toplamı hep telin tam ortasında en büyük değeri verir (bu noktaya *durağan dalganın karın bölgesi* denir), tümü birbirlerini destekleyici şekilde toplanır; tüm dalgalar uyum içerisindedir. Bu problem, dalga fiziğinde incelenen en temel problemlerden birisidir ve *sınır koşulu problemi* olarak adlandırılır.



Şekil DURAGAND1. Duragan dalga oluşumunda salınımlar, periyodun yarısına ait

$t = 0, T/20, 2T/20, 3T/20, \dots, T/2$ anlarındaki görünüm.

Şekil DURAGAND1.'da oluşan dalgaların toplamına bakıldığında, iki ucu duvara sabitlenmiş ip gibi yukarı aşağıya sallanıyor görüntüsünü vermektedir (**ŞEKİL GİRİŞİM1** ve **GİRİŞİM2**'yi hatırlayın). Dalga, her bir periyodunda bir tur salınımı tamamlamaktadır; ip gibi bir aşağı, bir yukarı. İlginçtir ki, hiç ileri veya geri (bize göre sağa ve sola) ilerleme hareketi görülüyor. İki eşik arasında hapsolmuş bu dalgaya bu yüzden *durağan dalga* adı verilir.

Aslında şimdi sorumuz, acaba durağan dalgayı oluşturan tek durum bu mudur? Örneğin, sesin frekansını artırırsak, iki katına mesela? O zaman dalga boyu yarıya iner ve yine tepe – çukur örtüşmesi yaşanır, yani durağan dalga yine oluşur mu?. İleri gidersek, frekansı tam sayı ile çarpacak şekilde artırdığımız her durumda (f , $2f$, $3f$, ...) nasıl durağan dalgalar oluşur? Salınım hareketini göstermeden, sadece en üst konumdayken bu sinüslerin ilk altısını çizelim. Daha önce hesapladığımız gibi bir resim 1,000,000 kelimedenden çok daha fazla bilgi içeriyor!

VIDEOS ON STANDING WAVES

WEB PAGES:

<http://moodle.midas.baskent.edu.tr> adresinden,

Mühendislik Fakültesi

2013-2014 Güz Yarıyılı

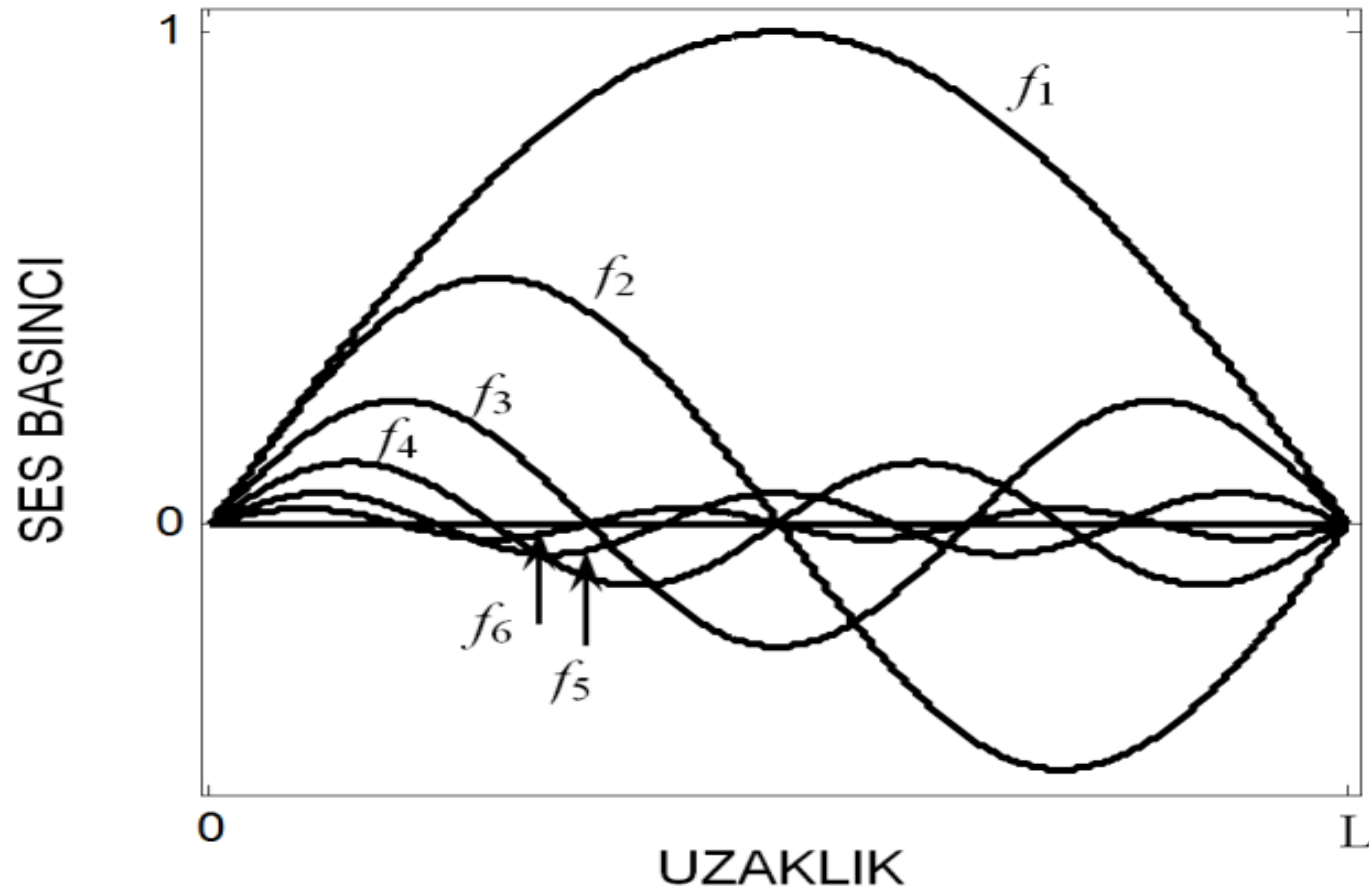
seçeneklerini takip ediniz.

<http://moodle.midas.baskent.edu.tr/course/view.php?id=1286>

Ayrıca,

<http://www.baskent.edu.tr/~gokhuntanyer/>

sayfasında ilave malzeme olduğunda size bilgi verilecektir.



Şekil DURAGAND2. Gergin tel üzerinde durağan dalga salınımları, birinci selen için frekans ve dalga boyu f

ve λ ise, ($f = v/\lambda$, $\lambda = 2L$) 1 – 6. selenler için;

$$f_1 = f, \quad f_2 = 2f, \quad f_3 = 3f, \quad f_4 = 4f, \quad f_5 = 5f, \quad f_6 = 6f,$$

$$\lambda_1 = \lambda, \quad \lambda_2 = \lambda/2, \quad \lambda_3 = \lambda/3, \quad \lambda_4 = \lambda/4, \quad \lambda_5 = \lambda/5, \quad \lambda_6 = \lambda/6.$$

(*) Selenin tanımını vermeden çizge üzerinde göstermek imkanımız oldu. **Selenleri**, daha önce ifade ettiğimiz üzere belirli özellikleri taşıyan sinüs ailesi olarak tanımlayabiliriz. Sıradan bir sinüsün bizim incelememizde selen olarak kabul edilebilmesi için gerekli şart şeklin altyazısında belirtilmiştir.

Tam olarak 1,000,000 kelime eder mi? bilemem ama hakikaten **Şekil DURAGAND2** çok şey ifade ediyor; L uzunluğu dalgaboyunun tam sayı katı ise durağan dalga oluşturabildiğini görüyoruz. Bu noktada ulaştığımız ifade; tel üzerinde çok farklı frekanslarda dalga oluşturulabilir, ancak L uzunluğu ile belirlenen temel frekansta (f)^{*} ve onun tam sayı katlarında durağan dalga oluşumu gözlenir. Böylelikle, bu özel frekanslarda dalgaların tümü toplanarak çok büyük titreşim değerlerine ulaşabilir. Sadece belirli frekanslarda gözlenen bu olayın fizikteki adı **selenlerin oluşumu (rezonans)**'dur. Durağan dalga oluşumunun gözlendiği titreşim frekanslarına ise **selen (rezonans frekansı)** denir. Ayrıcalıklı olduğunu göreceğimiz en düşük frekanslı selene ise **temel selen** diyebiliriz. Lazerin icadında da doğanın bu davranışı destek vermiştir^{**}.

(*) Örneğimizde, dalgaboyunun $2L$ olması gerektiğini görmüştük. Teldeki dalga hızı v , ve dalgaboyu $\lambda = v/f$ ise, o zaman frekansımız $f = 2v/L$ olarak hesaplanabilir. Dalga hızının telin malzemesine, kalınlığına ve gerginliğine bağlı olmasından dolayı, f frekansını istersek kendimiz ayarlayabiliriz.

(**) **Lazer**, iki ayna arasına sıkıştırılmış özel bir lazer ortamı (yakut kristali gibi) kullanılarak yansıtıcı yüzeyler arasına gidip gelen ışığın (elektromanyetik dalganın) uyarılmış ortamın özelliğinden dolayı şiddetinin çok yüksek değerlere ulaştırılması olarak basitleştirilebilir. Tarihçesi ilginizi çekebilir.

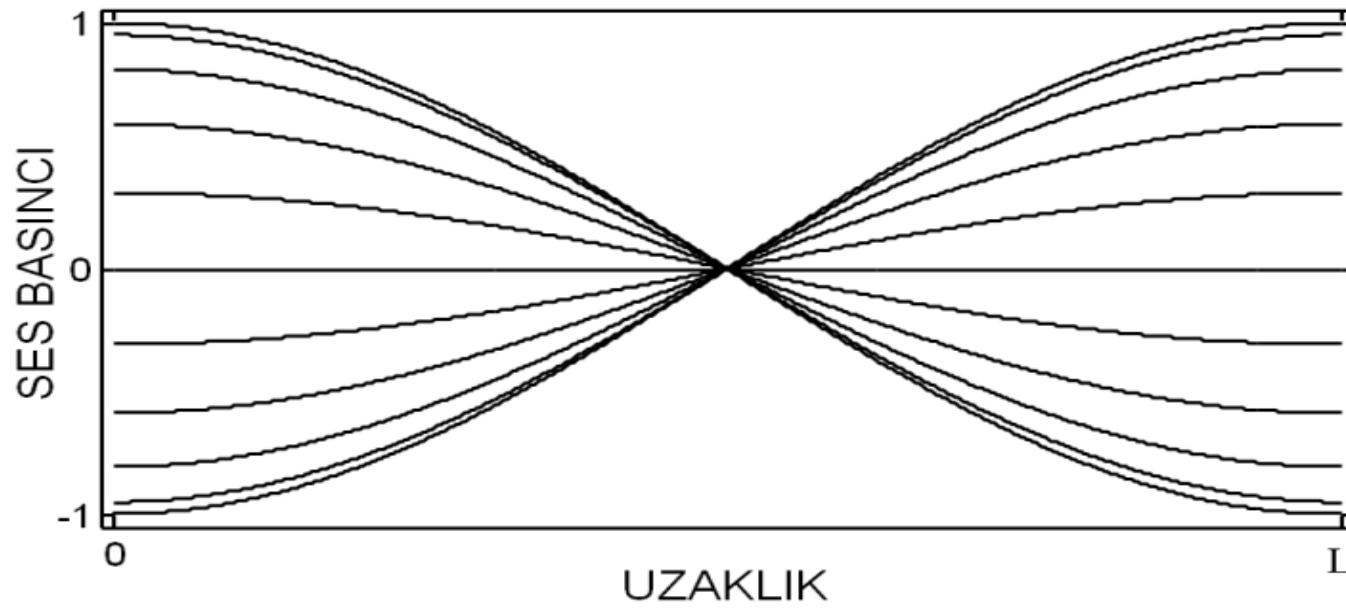
Lazerin tarihçesi: Albert Einstein tarafından 1917 yılında ortaya konan **uyarılmış yayılım** kuramı ile ilk temel çalışmalar başlatılmıştır. Başta Charles Townes ve Alexander Prokhorov olmak üzere bir çok bilim adamının katkılarıyla bu konuda önemli aşamaya ulaşılmıştır. Lazer, Theodore Maiman tarafından 1960 yılında yakut kristali kullanılarak icat edilmiştir. Bu icadın arkasından farklı kristal, gaz ve kimyasallar kullanılarak farklı bir çok lazer geliştirilmiştir. Lazer günümüzde askeri ve sivil bir çok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır.

Dalga'nın Zayıflayarak Isıya Dönüşmesi: Eğer selenlerin dışındaki bir frekansta zorla da olsa dalga yaratılabilmiş ise, ortamda uyum olmayacağından kargaşa oluşur, dalgalar birbirlerini desteklemezler ve sonuç olarak toplamda, hissedilir bir titreşim gözlenemeyebilir. Kısa bir süre içerisinde titreşimler ısı enerjisine dönüşerek yokolur.

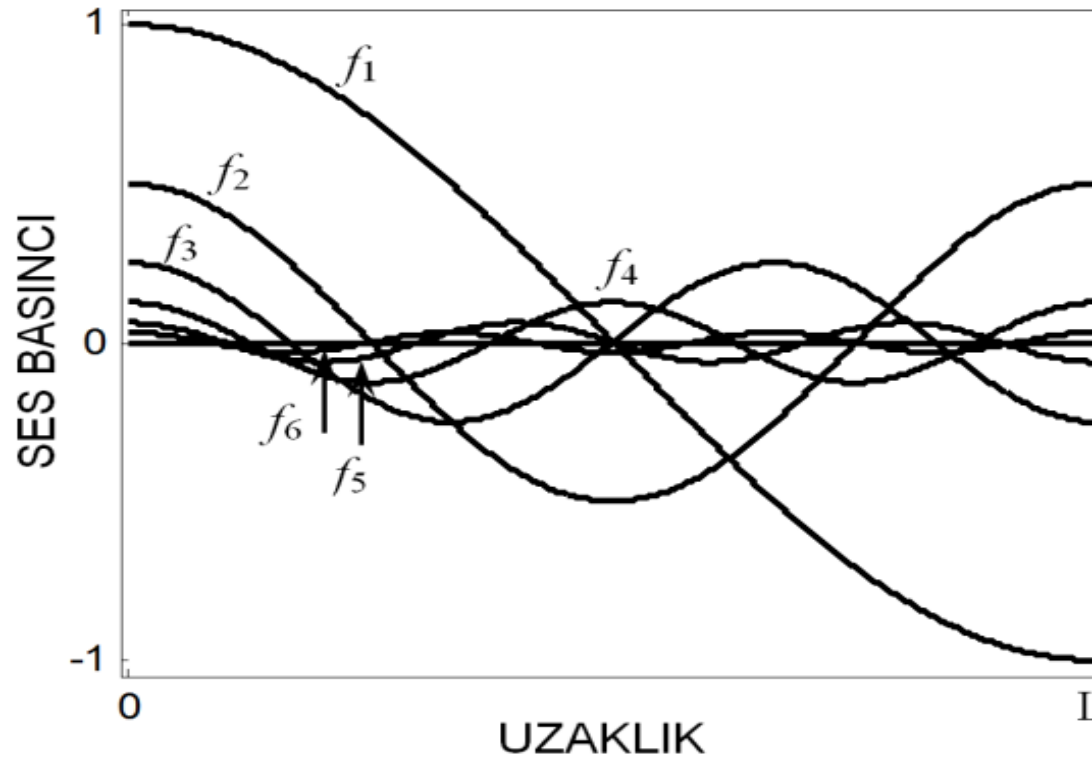
Boru içinde selenlerin oluşumu

İnce ve uzun bir boruda başlangıç titreşimi yaratılabilirse, boru içindeki boşluk boyunca yol alan ve yansıyarak geri dönen ses dalgaları oluşturulabilir, aynı gergin teldeki gibi. Bu ses dalgalarının dalga boyu ile borunun uzunluğu arasındaki ilişkinin belirli koşulları sağlaması halinde, gergin teldekine çok benzer durağan dalgalar oluşturulabilir. Boru içine üfleme ile sağlanan çok zayıf ses gücünün boru içerisinde birikerek yüksek genlikli salınımlara yol açması, yine durağan dalgalar sayesinde olur ve bildiğimiz çalgı sesini bize verir. Boru içerisinde ses dalgalarının ileri – geri yansımaya uğramaları tel örneğine çok benzer. **Şekil DD-OLUŞUMU**'na tekrar bakabilirsiniz, boru içinde ilerleyen ses dalgaları için de aynen geçerlidir.

Boru içerisinde artan enerji miktarına bağlı olarak kayıplar da aynı oranda artmaktadır. Güç girişinin ancak kayıpları karşıladığı durumda kararlılığa ulaşılmaktadır (**Şekil BORU-REZONANT**). Kayıpların düşük olduğu durumda, enerji birikimi çok daha fazla olmakta, ancak kararlılık daha uzun zaman almaktadır (**Şekil BORU-STAIR**). Pest sesli uzun borularda yüksek seviyelerde ses elde etmenin kısa ve tiz ses veren kısa borulara göre daha fazla zaman alacağı anlaşılmaktadır.



Şekil BORU1. Duragan dalga oluşumunda salınımlar, periyodun yarısına ait $t = 0, T/20, 2T/20, 3T/20, \dots T/2$ anlarındaki görünüm.



Şekil BORU2. İki ucu kapalı boru içerisinde farklı durağan dalga salınımları, birinci selen için frekans ve dalga boyu f ve λ ise, ($f = v/\lambda$, $\lambda = 2L$) 1 – 6. selenler için;

$$f_1 = f, \quad f_2 = 2f, \quad f_3 = 3f, \quad f_4 = 4f, \quad f_5 = 5f, \quad f_6 = 6f,$$
$$\lambda_1 = \lambda, \quad \lambda_2 = \lambda/2, \quad \lambda_3 = \lambda/3, \quad \lambda_4 = \lambda/4, \quad \lambda_5 = \lambda/5, \quad \lambda_6 = \lambda/6.$$

Ses üretiminde durağan dalganın yeri

Gitar, keman, saz ve ud gibi bir çok telli çalgının tellerinin; farklı kalınlığa, gerginliğe ve (farklı perdelere basıldığında) farklı uzunluklara sahip olabilecek çok esnek yapıda olduğunu görüyoruz. Gitar örneği için standart düzene göre ayarlanmış perde değerleri **Şekil GİTAR1**'da gösterilmiştir (çok daha farklı düzenlemeler mevcuttur).

TABLO GİTAR1. Standart ayarda serbest tellerden elde edilen ses özellikleri

BAM TELİ*	PERDE	FREKANS
1 (en üst – en ince)	Mi E4	329.63 Hz
2	Si B3	246.94 Hz
3	Sol G3	196.00 Hz
4	Re D3	146.83 Hz
5	La A2	110.00 Hz
6 (en alt – en kalın)	Mi E2	82.41 Hz

(*) Herhangi bir perdeye basılmadan telin serbest olarak çalındığı zaman elde edilecek sestir.