4- Lineer Diferansiyel Denklem

EX:
$$y' + P(x) \cdot y = Q(x) \quad \text{bu denkleme denir.}$$

$$y' + 2xy = \sin x$$

Çözümü:

Denklem $\boxed{\lambda = e^{\int P(x)dx}}$ integral çarpanı ile çarpılırsa

solda $d(\lambda \cdot y)$ diferansiyeli oluşur. İki tarafın integrali

alınarak genel çözüm

$$\boxed{y = \lambda^{-1} \int \lambda Q(x) dx}$$

Örnek:

$$2y' + 4xy = 2x \quad \text{çöz.}$$

2ye böl

$$\rightarrow \boxed{y' + 2xy = x} \rightarrow \text{Lineer Dif. Denklemine uygun}$$

$$\underset{P(x) \quad Q(x)}{\downarrow \qquad \downarrow}$$

$$\lambda = e^{\int P(x)dx} = e^{\int 2x dx} = \underbrace{e^{x^2}}_{\lambda} \quad \text{ile denklemi çarp}$$

$$e^{x^2} \cdot y' + e^{x^2} \cdot 2xy = e^{x^2} \cdot x$$

$$\int \underset{d(\lambda y)}{d(y \cdot e^{x^2})} = \int e^{x^2} \cdot x \, dx$$

$$y \cdot e^{x^2} = \frac{1}{2} e^{x^2} + c$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2} + c \cdot e^{-x^2}} \rightarrow \text{Genel çözüm}$$