5- Bernoulli Denklemleri

$y' + f(x)y = g(x)\, y^n \quad (n \in \mathbb{R})$ denklemine denir.

Çözümü:

Denklem y^{-n} ile çarpılır.

$u = y^{1-n}$ konur. $\quad u' = (1-n) \cdot y^{-n} \cdot y' \Rightarrow y^{-n} \cdot y' = \dfrac{u'}{1-n}$

de konursa denklem lineere dönüşür.

$\lambda = e^{\int P(x)dx} \qquad U = \lambda^{-1} \int \lambda \cdot Q(x)\,dx$ den genel çözüm elde edilir.

Not:
$x' + f(y) \cdot x = g(y) \cdot x^n$ de Bernoulli denklemidir.
x^{-n} ile çarpılır.
$u = x^{1-n} \quad u' = (1-n) \cdot x^{-n} \cdot x' \Rightarrow \dfrac{u'}{1-n} = x^{-n} x'$
konulursa lineere dönüşür.

Örnek:

$2y' - 4xy = 2x y^4$ bernoulli denklemini çöz

$y' - 2xy = x y^4$

y^{-4} ile çarpıcaz.

$y' \cdot y^{-4} - 2x y^{-3} = x$

$U = y^{1-3} = y^{-3} \qquad u' = (1-n) \cdot y^{-n} \cdot y' \Rightarrow -3 \cdot y^{-4} \cdot y'$

$-\dfrac{u'}{3} - 2 \cdot x \cdot U = x \quad$ / -3 ile çarp

$u' + \underbrace{6xU}_{P(x)} = \underbrace{-3x}_{Q(x)} \qquad \lambda = e^{\int P(x)dx} = e^{\int 6x\,dx} = e^{3x^2}$

Genel Çözüm:

$U = \lambda^{-1} \int \lambda\, Q(x)\,dx$

$U = e^{-3x^2} \int e^{3x^2} \cdot -3x \cdot dx$

$U = e^{-3x^2}\left(-\frac{1}{2} e^{3x^2} + c\right)$

$\boxed{y^{-3} = -\frac{1}{2} + c \cdot e^{-3x^2}}$