6 - Ricatti Denklemi

$y' = p(x) \cdot y^2 + q(x) \cdot y + r(x)$ denklemine denir. ($r(x) = 0$ ise Bernoulli olur)

Çözüm:

Denklemin bir özel çözümü $y = y_1$ ise $y = z + y$ dönüşümü yapılır. $y' = z' + y_1'$ konur. Denklem bernoulliye döner. z^{-2} ile çarpılır $u = z^{-1}$, $u' = -z^{-2} z'$ konur. Denklem lineer olur.

** **Not:** y_1 özel çözümü bazen denemelerle, bazende $\int r(x)\,dx$ den elde edilir.

Örnek:

$y' = x^3 \cdot (y-x)^2 + \frac{y}{x}$ denklemini çöz.

Çözüm: Denklem riccatti formatındadır. Deneme ile $y = x$ in özel çözüm olduğu görülür.

$y = z + y \Rightarrow \left.\begin{aligned} y &= z + x \\ y' &= z' + 1 \end{aligned}\right\}$ koyalım

$y' = x^3 \cdot (y-x)^2 + \frac{y}{x}$

$z' + 1 = x^3 \cdot (z + \cancel{x} - \cancel{x})^2 + \frac{z+x}{x}$

$z' - \frac{1}{x} \cdot z = x^3 \cdot z^2$ (z ye göre Bernoulli z^{-2} ile çarp.

$z^{-2} \cdot z' - \frac{1}{x} \cdot \underbrace{z^{-2} \cdot z'}_{u' = u = z'} = x^3$

$u + \frac{1}{x} u = -x^3 \rightarrow Q(x)$ ← LİNEER

$\frac{1}{x} \rightarrow P(x)$