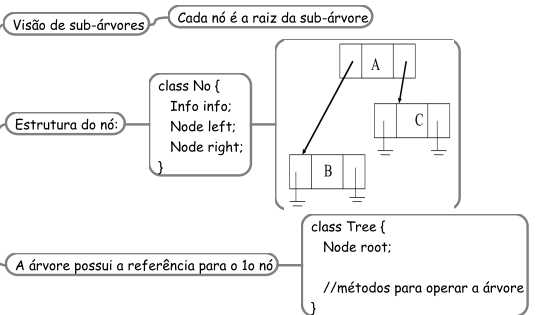
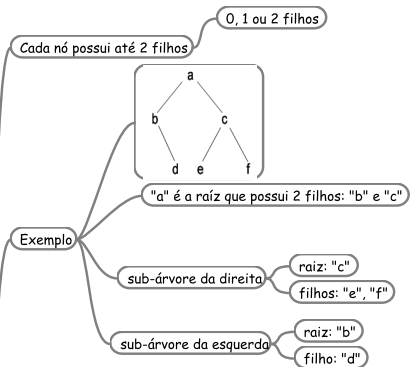


# Árvores

- Definição
  - Representa hierarquia entre elementos
  - É uma estrutura de dados hierárquica
  - Cada elemento é um nó
  - Define a forma de conexão entre os elementos
  - Os nós são conectados por arestas (arcos)
- Aplicações:
  - gerenciar a estrutura de diretórios
  - organizar a estrutura de produtos
  - árvore genealógica
  - expressões matemáticas
  - país, regiões, estados, municípios...
  - inteligência artificial (tomada de decisões)
  - transporte de carga
- Técnicas
  - iterativo
  - recursividade → facilita a implementação



- A árvore possui uma referência para o 1º nó
- Operações
- está vazia
  - criar raiz
  - inserir filho à direita de um pai
  - inserir filho à esquerda de um pai
  - altura
  - remove elemento(!)
  - travessias
  - busca elemento
- Travessias
- navegar na árvore para imprimir ou processar cada nó
  - Pré-ordem: raiz, esquerda, direita
  - Em-ordem: esquerda, raiz, direita
  - Pós-ordem: esquerda, direita, raiz
  - o código recursivo fica mais simples
- implementação
- vetores
  - referências de memória
- Árvore Binária de Busca
- Os nós são inseridos de maneira ordenada
  - O filho "menor" que o pai é inserido na sua esquerda.
  - O filho "maior" que o pai é inserido na sua direita.
  - Facilita/otimiza a busca
  - Operações
    - inserir
    - buscar
    - remover\*

- Árvore genérica
- Cada nó pode ter uma quantidade qualquer de filhos
  - Normalmente um nó possui uma lista de filhos

- Estrutura geral da árvore
- Normalmente desenhamos ela de cabeça para baixo
  - raiz (na parte superior)
  - nós filhos
  - nó folha
  - sub-árvore
  - \* cada nó filho pode ser a raiz de uma sub-árvore
- Exemplo
- 
- ```
graph TD; a --> b; a --> c; a --> d; a --> e; a --> f; b --> g; b --> h; c --> i; c --> j; d --> k; d --> l; e --> m; e --> n; f --> o; f --> p
```
- Estrutura do nó
- Possui a informação de negócio
  - Possui referência para seus (nós) filhos
  - \* pode ter referência para o nó pai
- quantidade de filhos
- depende do tipo de árvore
  - exemplos
    - árvore binária
    - árvore genérica
    - árvore B (várias ...)
    - outras (que podem mesclar listas, filas, etc.)
- Operações básicas
- inserção
  - busca
  - navegação
  - atualizar
- Propriedades
- remoção (mais complexa: nó folha, 1 filho, 2 filhos)
  - cada nó tem 1 antecessor imediato (pai) (exceto a raiz)
  - cada nó tem sucessores imediatos (filhos)
  - nós irmãos (filhos do mesmo pai)
  - nó interno (não-terminal): nós com pelo menos 1 filho
  - se existir mais de um caminho → grafo
  - caminho na árvore: lista de nós (vértices) entre 2 nós
  - sub-árvore: árvore abaixo de qualquer nó (exceto a raiz)
  - grau: número de sub-árvores de um nó
  - nível:
    - quantidade de nós no caminho entre o nó e a raiz
    - árvore vazia: -1
    - árvore com 1 nó: 0
  - altura: maior nível
  - profundidade: maior nível de uma árvore
  - floresta: conjunto de árvores