Universidad del Istmo de Guatemala
Facultad de Ingenieria
Ing. en Sistemas
Informatica 1
Prof. Ernesto Rodriguez - erodriguez@unis.edu.gt

Hoja de trabajo #4

Fecha de entrega: 20 de Agosto, 2019 - 11:59pm

Instrucciones: Resolver cada uno de los ejercicios siguiendo sus respectivas instrucciones. El trabajo debe ser entregado a traves de Github, en su repositorio del curso, colocado en una carpeta llamada "Laboratorio 4". Al menos que la pregunta indique diferente, todas las respuestas a preguntas escritas deben presentarse en un documento formato pdf, el cual haya sido generado mediante Latex.

Ejercicio #1 (10%)

A continuación se le presentara una serie de definiciones de conjuntos pertenecientes al conjunto $2^{\mathbb{N}}$. Indicar que definiciones corresponden al mismo conjunto, es decir que definiciones definen conjuntos que tienen los mismos elementos.

1. $a := \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$
2. $b := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, x = n/5\}$
3. $c := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, n = x * x\}$
4. $d := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists i \in \mathbb{N} \,.\, n = 2^i \wedge n < 100\}$
5. $e := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, x = \sqrt{n}\}$
6. $f := \{n \in \mathbb{N} \mid \exists x \in \mathbb{N} \,.\, n = x + x + x + x + x\}$

Ejercicio #2 (10%)

Utilize la *jerga matematica* (ie. comprensión de conjuntos y notación matematica) para definir los siguientes conjuntos:

1. El conjunto de todos los naturales divisibles dentro de 5
2. El conjunto de todos los naturales divisibles dentro de 4 y 5
3. El conjunto de todos los naturales que son primos
4. El conjunto de todos los conjuntos de numeros naturales que contienen un numero divisible dentro de 15
5. El conjunto de todos los conjuntos de numeros naturales que al ser sumados producen 42 como resultado

Ejercicio #3 (10%)

Un numero *semi-primo* es el producto de dos numeros primos. Los numeros *semiprimos* tienen la peculiaridad que nada más son divisibles entre 1 y los dos primos de los cuales dicho numero es un producto. Un ejemplo es el numero seis ($6 = 2 * 3$) el cual se obtiene al multiplicar los primos 2 y 3.

Definir una relación llamada $S \subset \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50} \times \mathbb{N}_{50}$ en donde $\mathbb{N}_{30} := \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 30\}$. La cual relaciona a todos los numeros *semi-primos* menores a 30 con los numeros primos que lo forman. Las tripletas que pertencen al conjunto que define dicha relación deben ser de la forma $\langle \texttt{primo}_1, \texttt{primo}_2, \texttt{semi} - \texttt{primo} \rangle$, por ejemplo, para el numero 6 corresponderia la tripleta $\langle 2, 3, 6 \rangle$

Ejercicio #4 (20%)

Utilize la *jerga matematica* (ie. comprensión de conjuntos y notación matematica) para definir los conjuntos a los que corresponden las siguientes funciónes:

1. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$; $f(x) = x + x$
2. $g : \mathbb{N} \to \mathbb{B}$; $g(x)$ es verdadero si x es divisible dentro de 5, falso en caso contrario. Nota: $\mathbb{B} = \{\texttt{true}, \texttt{false}\}$, puede definir dos conjuntos separados y definir la función como la union de ambos conjuntos.
3. Indicar el conjunto al que pertenece la función $f \circ g$
4. Definir el conjunto que corresponde a la función $f \circ g$

Ejercicio #5 (20%)

Dadas las siguientes funciones que pertenecen a $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, indique si la función es injectiva, surjectiva o bijectiva.

1. $f(x) = x^2$
2. $g(x) = \frac{1}{cos(x-1)}$
3. $h(x) = 2x$
4. $w(x) = x + 1$

Ejercicio #6 (30%)

A continuación se definira una bijección entre los numeros naturales ($\mathbb{N}$) y los numeros enteros ($\mathbb{Z}$). Se utilizaran varios conjuntos intermediariarios para facilitar el proceso.

1. Definir el conjunto $B_1 \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el cula empareja a los numeros naturales *pares* con todos los naturales mayores a 0. Eg. $B_1 = \{\langle 2, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 6, 3 \rangle \ldots\}$
2. Definir el conjunto $B_{2a} \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el cula empareja a los numeros naturales *impares* con todos los naturales mayores a 0. Eg. $B_{2a} = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 5, 3 \rangle \ldots\}$
3. Definir el conjunto $B_2 \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ el cual se definie exactamente igual al conjunto B_{2a} excepto que los valores en el contradominio son negativos
4. El conjutno $B := \{\langle 0, 0 \rangle\} \cup B_1 \cup B_2$ es la bijeccion que se intenta definir.