Ejercicio #1: Multiplicación inductiva

De una definición inductiva para multiplicar dos números de peano. Tiene permitido utilizar la definición de suma que se estudio en clase en su definición de multiplicación. Esta se presenta a continuación:

$$n \oplus 0 = \mathrm{n}$$
$$0 \oplus \mathrm{m} = \mathrm{m}$$
$$n \oplus \mathrm{S(a)} = \mathrm{S(n \oplus a)}$$

Recuerde que una multiplicación es una sucesión de sumas. Utilice este conocimiento para representar dicha sucesión de forma inductiva. Por ejemplo: $3 \otimes 4 = 3 \oplus 3 \oplus 3 \oplus 3 = 4 \oplus 4 \oplus 4$.

$$n \otimes 0 = 0$$
$$\mathrm{n} \otimes 1 = \mathrm{n}$$
$$n \otimes \mathrm{S(m)} = (\mathrm{n} * \mathrm{m}) \oplus \mathrm{n}$$

Ejemplo:

$$n = 4$$
$$S(m) = 3$$
$$n \otimes \mathrm{S(m)}$$
$$4 \otimes 3 = 4 \oplus 4 \oplus 4$$
$$n \otimes \mathrm{S(m)} = (4 \otimes 2) \oplus 4$$

Ejercicio #2: Inducción

Utilice el principio de inducción para demostrar que:

$$a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$$

En donde a, b, c son números de peano y $\oplus$ es la suma de números de peano estudiada en clase.

$$(b \oplus \mathrm{c}) = \mathrm{S(x)}$$
$$(a \oplus \mathrm{b}) = \mathrm{S(y)}$$

$$a \oplus (\mathrm{b} \oplus \mathrm{c}) = (\mathrm{a} \oplus \mathrm{b}) \oplus \mathrm{c}$$
$$a \oplus \mathrm{S(x)} = \mathrm{S(y)} \oplus \mathrm{c}$$
$$S(a + \mathrm{x}) = \mathrm{S(y + c)}$$
$$S(a \oplus b \oplus c) = S(a \oplus b \oplus c)$$