

Resolución del Parcial: Maria Fernanda Álvarez García y Carlos Iván Polanco Estrada.

## Pregunta 1

Demuestre que para todo *natural de peano* "n" se cumple la siguiente propiedad:

$$\text{Succ } 0 + n = \text{Succ } n$$

Utilice la definición de *suma* estudiada en clase como definición del signo "+".

### Respuesta:

Para esto, podemos concluir las siguientes propiedades base.

$$\begin{aligned} n + 0 &= n \\ 0 + m &= m \\ n + \text{Sa} &= \text{S}(n + a) \\ a + \text{Sb} &= \text{Sa} + b \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} \text{Succ } 0 + n &= \text{Succ } n \\ n &= \text{Succ Cero} \\ \text{Succ } 0 + \text{Succ Cero} &= \text{Succ}(\text{Succ Cero}) \\ \text{Succ}(\text{Succ Cero} + \text{Cero}) & \\ \text{Succ}(\text{Succ Cero}) &= \text{Succ}(\text{Succ Cero}) \end{aligned}$$

ó

$$\begin{aligned} \text{Succ } 0 + n &= \text{Succ } n \\ n &= 0 \\ \text{Succ } 0 + 0 &= \text{Succ } 0 \\ \text{Succ } 0 &= \text{Succ } 0 \end{aligned}$$

## Pregunta 2

Provea una definición inductiva para la propiedad "mayor que" (>) tal que:

$$a > b \begin{cases} \text{Succ } 0 & \text{si } a \text{ es mayor que } b \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

En otras palabras, la propiedad "mayor que" es equivalente a **Succ 0** si el primer valor es mayor que el segundo o **0** de lo contrario. Puede utilizar el operador ">" en su definición de la misma manera que se utiliza "+" en la definición de suma.

### **Respuesta**

$$a > b = \text{Succ Cero} > \text{Cero}$$
$$\text{Succ Cero} > \text{Cero} = a > b$$

Las definiciones de suma son:

$$n + 0 = n$$
$$0 + m = m$$
$$n + \text{Sa} = \text{S}(n + a)$$
$$a + \text{Sb} = \text{Sa} + b$$

Esto será verdad siempre que se tome en cuenta lo siguiente:

$$a > b = \text{Succ } a > b$$
$$a > \text{Cero} = \text{Succ } a > \text{Cero}$$
$$b > \text{Cero} = \text{Succ } b > \text{Cero}$$
$$b > a = \text{Cero}$$

Y para demostrar:

$$a > b = \text{Succ } a > \text{Cero}$$
$$a = \text{Succ Cero}$$

Por lo tanto

$$a > b = \text{Succ Cero} > \text{Cero}$$

$$a > b = \text{Succ } 0$$
$$a = \text{Succ } 0, b = 0$$
$$\text{Succ } 0 > 0 = \text{Succ } 0$$
$$\text{Succ } (0 > 0) = \text{Succ } 0$$
$$\text{Succ } 0 = \text{Succ } 0$$

$$a > b = 0$$
$$a = 0, b = 0$$
$$0 > 0 = 0$$
$$0 = 0$$

### Pregunta 3

Provea una definición de las propiedades "esPar" e "esImpar" tal que:

$$\text{esPar } n \begin{cases} \text{Succ } 0 & \text{si } n \text{ es un numero par} \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$$\text{esImpar } \begin{cases} \text{Succ } 0 & \text{Si } n \text{ es impar} \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

Se sugiere que, para implementar estas propiedades, utilice la propiedad inversa en la definición. En otras palabras, un número "n" es par cuando cierto otro número es impar y viceversa.

#### Respuesta.

- esPar Succ (n) = esImpar n
- n = Succ (0)
- esPar Succ (Succ (0)) = esImpar Succ (0)
  
- es Impar Succ (n) = esPar n
- n = 0
- esImpar Succ (0) = esPar n

n será un número par, si el número al que está sumando es par y se le suma una unidad. n será un número impar, si un número de la suma es par y se le suma una unidad.

es Par n = Succ 0 + n : Esto, si y solo si "n" es impar. Por ejemplo, esPar n = Succ Cero + 0  
es Impar n = Succ 0 + n : Esto, si y solo si "n" es par. Por ejemplo, es Impar n = Succ Cero + Succ Cero

Ejemplo, para el caso de n es par en multiplicación:

Debemos tomar en cuenta que para todo número que sea par o impar, el multiplicarlo por 2, siempre nos dará un número par, por lo que:

$$\begin{aligned} \text{Succ}(\text{Succ Cero}) * n &= n \text{ es par} \\ \text{Succ}(\text{Succ Cero}) * n + \text{Succ Cero} &= n \text{ es Impar} \end{aligned}$$

Si consideramos que cero es el primer par, y 1 el primero impar, entonces podemos establecer lo siguiente.

$$0 + \text{Succ Cero} = \text{Succ Cero} \text{ --Para impares}$$

Entonces, siempre que n sea par, y al sumar una unidad, el resultado es impar, de sumar valor 0, el resultado es par. Y tendríamos.

1. n + Succ Cero = Succ n -- es par
2. n + Cero = n --es Impar

## Pregunta 4

```
{-# LANGUAGE NoImplicitPrelude #-}

module Main where
import Prelude (IO, show, undefined, Show)

data Natural = Cero | Succ Natural deriving Show

Cero + m = m
n + Cero = n
n + (Succ a) = Succ (n + a)

--Reglas de multiplicación
n * Cero = Cero
n * Succ Cero = n
n * Succ a = n + (n * a)

sonIguales Cero Cero = Succ Cero
sonIguales Cero n = Cero
sonIguales n Cero = Cero
sonIguales (Succ a) (Succ b) = sonIguales a b

--Definir Fibonacci para factorial
fib Cero = Cero
fib (Succ Cero) = Succ Cero
fib (Succ (Succ a)) = fib (Succ a) + fib a

--Definición de factorial
factorial Cero = Succ Cero
factorial (Succ Cero) = Succ Cero
factorial (Succ (Succ a)) = Succ (Succ a) * factorial (Succ a)

--Fórmula del Predecesor, punto 4 del examen
predecesor Cero = Cero
predecesor (Succ Cero) = Cero
predecesor (Succ a) = a

main :: IO ()
main = undefined
```