Fisica Generale
Giugno 2022

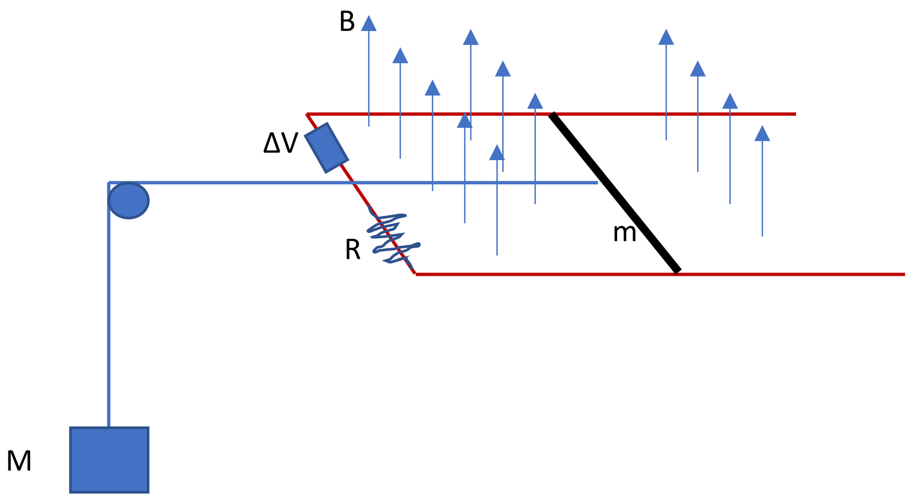
Una sbarra conduttrice di massa m=20 g è collegata ad una massa M=100 g tramite un filo (inestendibile) ed una carrucola entrambi di massa trascurabile. La sbarra può scorrere senza attrito su due binari conduttori paralleli tra di loro e distanziati di L=10 cm. Il circuito che si forma è caratterizzato da una resistenza elettrica R e include un generatore di differenza di potenziale ΔV. Il circuito è immerso in un campo magnetico **B** diretto verso l'alto (B = 0.8 T).

Determinare

1) il valore della tensione e il verso della corrente affinché la sbarra rimanga ferma esplicitando l'equazione delle forze per la statica.

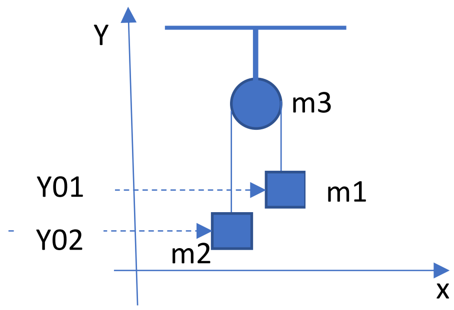
Nello stesso schema si leva cortocircuitandolo il generatore di tensione ΔV, determinare quindi

2) l'espressione della corrente indotto nel circuito
3) la forza magnetica (modulo, direzione e verso) che agisce sulla sbarra
4) l'equazione del moto della sbarra
5) l'espressione della velocità della sbarra, il suo grafico in funzione del tempo ed il suo valore dopo 10 s sapendo che la sbarra inizialmente ha velocità nulla

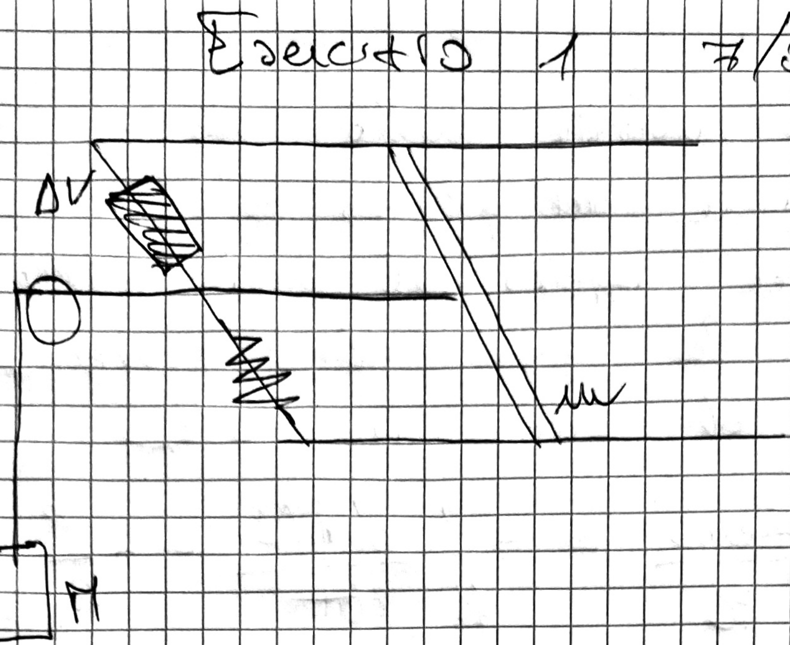


Considerare il sistema rappresentato in figura in cui: m1=10kg, m2= 5 kg. Le due masse sono collegate da un filo ideale che scorre senza scivolare sulla carrucola. La carrucola ha massa m3=1 kg ed è costituita da un disco omogeneo di raggio R= 50cm. Le posizioni iniziali delle masse sono rispettivamente: y01= 10m e y02= 5m.
Determinare le espressioni per:

1) la velocità angolare della carrucola
2) la velocità di m1 e di m2 (modulo direzione e verso)



Esercizio 1 7/06/2022



1) Determinare il valore e il verso della corrente affinché la sbarra rimanga ferma esplicitando l'equazione della forte della statica

La condizione di equilibrio della sbarretta è:

$$\vec{T} + \vec{F_p} + \vec{F_m} = m\vec{a} = 0$$

Lungo l'asse x:

$$T = Mg = F_m = i\,\vec{l} \times \vec{B} = ilB$$

La corrente è:

$$i = \frac{Mg}{lB} = 12,25\,A$$ affinché la forza sia opposta alla tensione della fune la corrente deve circolare in senso antiorario

$$\Delta V = Ri = 10 \cdot 12,25 = 122,5\,V$$ ✓

2) La corrente indotta nella sbarra è dovuta alla variazione del flusso del campo magnetico per effetto del moto della sbarra, in quanto la spira che si viene a formare è di area variabile

$$I_{indotta} = \frac{fem}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\phi(B)}{dt} = -\frac{B}{R}\frac{dS}{dt}$$

$$= -\frac{BL dx}{dt}$$

$L\frac{dx}{dt} < 0$ perché la superficie si riduce nel tempo

$$I_{indotta} = -\frac{BL dx}{dt} = BLv$$

3) La Forza magnetica che agisce sulla spira vale in modulo

$$F = ilB = \frac{B^2L^2v}{R}$$

direzione $\perp$ alla sbarra e concorde con la tensione della fune

4) Equazione del moto della sbarretta

$$ma = Mg - Ma - \frac{B^2L^2 v}{R}$$

$$(M+m)a = Mg - \frac{B^2L^2 v}{R}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Mg}{M+m} - \frac{B^2L^2}{(M+m)R} v$$

$\frac{Mg}{M+m}$ è una quantità costante che chiamiamo a

$\frac{B^2L^2}{(M+m)R}$ è una quantità costante che chiamiamo b

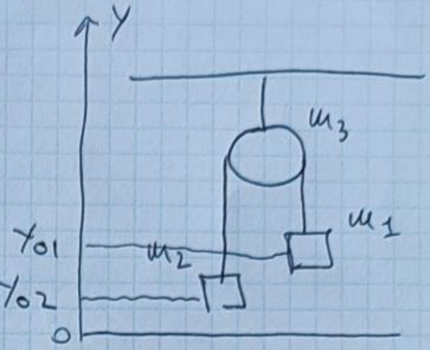
$$\frac{dv}{dt} = a - bv$$

$$\frac{dv}{(a-bv)} = dt$$

$$\ln\left(\frac{v(t) - a/b}{-\frac{a}{b}}\right) = -bt$$

$$v(t) = \frac{a}{b} - \frac{a}{b} e^{-bt} = \frac{a}{b}\left[1 - e^{-bt}\right]$$

Ex 2



Conservazione Energia Meccanica

$$U_0 + K_0 = U + K$$

$$m_1 g y_{01} + m_2 g y_{02} = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$m_1 g (y_{01} - y_1) + m_2 g (y_{02} - y_2) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{I}{2}\omega^2$$

Poiché vale

$|v_1| = |v_2|$ ma versi opposti

$\omega = \frac{v}{R}$ con $|v_1| = |v_2| \equiv v$

$$m_1 g (y_{01} - y_1) + m_2 g (y_{02} - y_2) = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{I}{2} \frac{v^2}{R^2}$$

$$v^2 = \frac{m_1 g (y_{01} - y_1) + m_2 g (y_{02} - y_2)}{\frac{1}{2}\left[m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right]}$$

$$\omega^2 = \frac{v^2}{R^2} = \frac{m_1 g (y_{01} - y_1) + m_2 g (y_{02} - y_2)}{\frac{R^2}{2}\left[m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right]}$$

Quando m_1 arriva in $y=0$ ho percorso

$$Y_{01} - Y_1 = Y_{01}$$

mentre m_2 avrà percorso

$$Y_{02} - Y_2 = -Y_{01}$$ (tanto scende una tanto sale l'altra)

Quindi quando m_1 è in $y=0$

$$\omega^2 = \left[m_1 g Y_{01} - m_2 g Y_{01}\right] \cdot \frac{1}{\frac{R^2}{2}\left[m_1 + m_2 + \frac{m_3}{2}\right]}$$

$$= \frac{Y_{01}\, g \left[m_1 - m_2\right]}{\frac{R^2}{2} M}$$ con $M = m_1 + m_2 + \frac{m_3}{2}$

$$\omega \simeq \left[\frac{10 \cdot 10 \cdot [10-5]}{0.5 \cdot (0.5)^2 \; [10+5+1/2]}\right]^{1/2} = \sqrt{\frac{500}{1,9}} = 16,2 \ \frac{\text{rad}}{s}$$

Nota

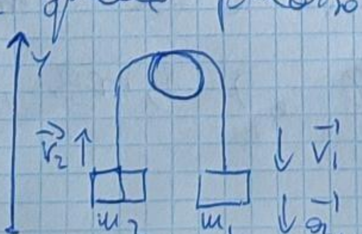
$$v^2 = \frac{m_1 g (Y_{01} - Y_1) + m_2 g (Y_{02} - Y_2)}{\frac{1}{2}\left[m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right]}$$

$$= \frac{m_1 g |\Delta Y| - m_2 g |\Delta Y|}{\frac{1}{2}\left[m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right]} = \frac{(m_1 - m_2)\, g\, \Delta Y}{\frac{1}{2}\left[m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right]} = K$$

dove ΔY è la distanza percorsa dalla massa m_1 e quella percorsa dalla massa m_2

$$\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$$

$$\vec{a}_1 = -\vec{a}_2$$



$$v_1 = -\sqrt{|m_1 - m_2| \cdot K}$$

$$v_2 = +\sqrt{|m_1 - m_2| \cdot K}$$