• Duale, **soluz. ammissibile**, scarti complementari

$$(P)\quad \begin{aligned} \min\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ & 2x_1 + 3x_4 = 1 \\ & x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, 4 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad (D)\quad \begin{aligned} \max\ & 2y_1 + y_2 \\ & y_1 + 2y_2 \leq 2 \\ & y_1 \leq 3 \\ & y_1 \leq 1 \\ & 3y_2 \leq 1 \\ & y_1, y_2 \ \underline{\text{libere}} \end{aligned}$$

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cc|cc} \multicolumn{2}{c|}{N} & \multicolumn{2}{c}{B} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \end{array} \qquad b^T = (2 \quad 1)$$

$$c^T = (2 \quad 3 \quad 1 \quad 1)$$

$\bar{x} = (0, 0, 2, 1/3)^T$ ammissibile per P

$\bar{y} = (1, 1/3)^T$ ammissibile per D

- Per vedere se è soluzione ottima: ?

$$B^{-1}N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2/3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = c_N^T - c_B^T B^{-1} N = (2 \quad 3) - (1 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2/3 & 0 \end{pmatrix} = (1/2 \quad 2)$$

- soddisfatta l'ottimalità

- Dimostro con le condizioni di complementarità

$$\begin{aligned} & y^T(Ax - b) = 0 \\ & (c - A^T y)^T x = 0 \end{aligned} \longrightarrow \begin{cases} y_1(x_1 + x_2 + x_3 - 2) = 0 \\ y_2(2x_1 + 3x_4 - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 2 = 0 \xrightarrow{\bar{x}} 2 - 2 = 0$$

$$2x_1 + 3x_4 - 1 = 0 \xrightarrow{\bar{x}} 1 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} x_1(y_1 + 2y_2 - 2) = 0 \xrightarrow{\bar{x}} 0 = 0 \\ x_2(y_1 - 3) = 0 \xrightarrow{\bar{x}} 0 = 0 \\ x_3(y_1 - 1) = 0 \\ x_4(3y_2 - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$y_1 - 1 = 0 \xrightarrow{\bar{y}} 1 - 1 = 0$$

$$3y_2 - 1 = 0 \qquad 1 - 1 = 0$$

Quindi $\bar{x}$ è soluzione ottima di P

$\bar{y}$ è soluzione ottima di D

$$c^T \bar{x} = c^T \bar{y} \rightarrow 7/3 = 7/3$$