

1. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema si dice *illimitato (inferiormente)* se comunque scelto un punto $x \in \mathcal{F}$ esiste un valore $M > 0$ tale che $f(x) < -M$
- (b) Il problema si dice *illimitato (inferiormente)* se comunque scelto un valore $M > 0$ esiste un punto $x \in \mathcal{F}$ tale che $f(x) < -M$. **(V)**
- (c) Il problema si dice *illimitato (inferiormente)* se comunque scelto un valore $M > 0$ per ogni punto $x \in \mathcal{F}$ si ha che $f(x) < -M$
- (d) il problema *ammette soluzione ottima (finita)* se esiste un $x^* \in \mathcal{F}$ tale che risulti $f(x^*) \leq f(x)$ per un particolare $x \in \mathcal{F}$.

2. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema si dice *illimitato (inferiormente)* se comunque scelto un valore $M > 0$ esiste un punto $x \in R^n$ tale che $f(x) < -M$.
- (b) Il problema si dice *illimitato (inferiormente)* se comunque scelto un valore $M > 0$ esiste un punto $x \in \mathcal{F}$ tale che $f(x) < -M$. **(V)**
- (c) Nel caso in cui $\mathcal{F} = R^n$, il Problema *ammette soluzione ottima* se esiste un $x^* \in R^n$ tale che risulti $f(x^*) \leq f(x)$ per ogni $x \in R^n$. **(V)**
- (d) il Problema *ammette soluzione ottima* se esiste un $x^* \in \mathcal{F}$ tale che risulti $f(x^*) \leq f(x)$ per ogni $x \in R^n$.

3. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un punto $x^* \in \mathcal{F}$ si dice punto di minimo locale di f su \mathcal{F} se comunque preso un intorno $B(x^*; \rho)$, con $\rho > 0$ si ha che

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \text{per ogni } x \in \mathcal{F} \cap B(x^*; \rho).$$

- (b) Un punto $x^* \in \mathcal{F}$ si dice punto di minimo locale di f su \mathcal{F} se esiste un intorno $B(x^*; \rho)$, con $\rho > 0$ per cui si ha

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \text{per ogni } x \in \mathcal{F} \cap B(x^*; \rho).$$

(V)

- (c) Un punto $x^* \in R^n$ si dice punto di minimo locale di f su \mathcal{F} se esiste un intorno $B(x^*; \rho)$, con $\rho > 0$ per cui si ha

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \text{per ogni } x \in B(x^*; \rho).$$

- (d) Un punto $x^* \in \mathcal{F}$ si dice punto di minimo locale di f su \mathcal{F} se esiste un intorno $B(x^*; \rho)$, con $\rho > 0$ per cui si ha necessariamente

$$f(x^*) < f(x), \quad \text{per ogni } x \in \mathcal{F} \cap B(x^*; \rho).$$

4. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un punto $x^* \in \mathcal{F}$ si dice punto di minimo locale di f su \mathcal{F} se comunque preso un intorno $B(x^*; \rho)$, con $\rho > 0$ si ha che

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \text{per ogni } x \in \mathcal{F} \cap B(x^*; \rho).$$

- (b) Un punto $x^* \in \mathcal{F}$ si dice punto di minimo globale di f su \mathcal{F} se esiste un intorno $B(x^*; \rho)$, con $\rho > 0$ per cui si ha

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \text{per ogni } x \in \mathcal{F} \cap B(x^*; \rho).$$

- (c) Il problema si dice *illimitato (inferiormente)* se comunque scelto un valore $M > 0$ esiste un punto $x \in \mathcal{F}$ tale che $f(x) < -M$. (V)

- (d) Il problema si dice *illimitato (inferiormente)* se comunque scelto un valore $M > 0$ per ogni punto $x \in \mathcal{F}$ si ha che $f(x) < -M$

5. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema si dice *non ammissibile* se non esiste nessun un punto $x \in \mathcal{F}$. (V)

- (b) Il problema si dice *non ammissibile* se $\mathcal{F} \neq \emptyset$ ma non esiste un punto $x^* \in \mathcal{F}$ tale che risulti $f(x^*) \leq f(x)$ per ogni $x \in \mathcal{F}$.

- (c) Il problema può essere contemporaneamente sia *illimitato (inferiormente)* che *non ammissibile*.
- (d) Se il Problema è *illimitato (inferiormente)* allora è sicuramente *ammissibile*. **(V)**

6. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema può essere *non ammissibile* e contemporaneamente avere un punto di minimo globale.
- (b) Il problema può essere *non ammissibile* e contemporaneamente avere un punto di minimo locale.
- (c) Il problema può essere *illimitato (inferiormente)* e contemporaneamente avere un punto di minimo locale. **(V)**
- (d) Il problema può essere *illimitato (inferiormente)* e contemporaneamente avere un punto di minimo globale.

7. Siano R^n l'insieme dei vettori n -dimensionali a componenti reali, Z^n l'insieme dei vettori n -dimensionali a componenti intere, $f : R^n \rightarrow R$ e $g : R^n \rightarrow R$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

(a)

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n. \end{aligned}$$

è un problema di ottimizzazione continua vincolata.

(b)

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \leq 0, \\ & x \in Z^n. \end{aligned}$$

è un problema di ottimizzazione continua vincolata.

(c)

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g(x) \leq 0, \\ & x \in Z^n. \end{aligned}$$

è un problema di ottimizzazione discreta vincolata. **(V)**

(d)

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ x \in Z^n. \end{aligned}$$

è un problema di ottimizzazione continua non vincolata.

8. Dato il problema di ottimizzazione discreta

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ x \in \mathcal{F} \cap Z^n, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se f è una funzione continua e se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : l < x < u\}$, con $\mathcal{F} \cap Z^n \neq \emptyset$, il problema ha sicuramente una soluzione ottima. **(V)**
- (b) Se f è una funzione continua se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : x \geq 0\}$, il problema ha sicuramente una soluzione ottima.
- (c) Se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : \|x\| \leq 10\}$, il problema ha sicuramente una soluzione ottima qualunque sia la f (purchè sia definita su $\mathcal{F} \cap Z^n$). **(V)**
- (d) Se f è una funzione lineare e se $\mathcal{F} = R^n$, il problema ha sicuramente una soluzione ottima.

9. Dato il problema di ottimizzazione discreta

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ x \in \mathcal{F} \cap Z^n, \end{aligned}$$

dove f è una funzione continua su R^n e $\mathcal{F} \cap Z^n$ è un insieme non vuoto. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) affinché il problema abbia sicuramente almeno una soluzione ottima è sufficiente che \mathcal{F} sia limitato. **(V)**
- (b) affinché il problema abbia sicuramente almeno una soluzione ottima è sufficiente che \mathcal{F} sia chiuso.
- (c) Se \mathcal{F} è compatto, il problema ha sicuramente una soluzione ottima. **(V)**
- (d) Sicuramente il problema è limitato inferiormente.

10. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se f è una funzione continua e se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : l < x < u\}$, con $l \leq u$, il problema ha sicuramente almeno una soluzione ottima.
- (b) Se f è una funzione lineare e se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : x \geq 0\}$, il problema ha sicuramente almeno una soluzione ottima.
- (c) Se f è una funzione lineare e se \mathcal{F} è un insieme compatto non vuoto, il problema ha sicuramente almeno una soluzione ottima. **(V)**
- (d) Se f è una funzione continua e convessa e se $\mathcal{F} = R^n$, il problema ha sicuramente almeno una soluzione ottima.

11. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dove f è continua su R^n e \mathcal{F} è non vuoto e compatto, dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema non può mai essere illimitato (inferiormente) **(V)**
- (b) Il problema ammette sempre una soluzione ottima **(V)**
- (c) Il problema ammette sempre una soluzione ottima solamente se \mathcal{F} è anche convesso
- (d) Il problema ammette sempre una soluzione ottima solamente se f è anche convessa

12. Dato il problema di ottimizzazione continua

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & x \in R^n, \end{aligned}$$

dove f è una funzione continua.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se esiste un valore dello scalare α tale che l'insieme $\mathcal{L}(\alpha) = \{x \in R^n : f(x) \leq \alpha\}$ è non vuoto e compatto allora il problema ha sicuramente una soluzione ottima. **(V)**
- (b) Se il problema ha una soluzione ottima allora necessariamente tutti gli insiemi $\mathcal{L}(\alpha) = \{x \in R^n : f(x) \leq \alpha\}$, con $\alpha \in R$, sono compatti.
- (c) Se esiste un valore dello scalare α tale che l'insieme $\mathcal{L}(\alpha) = \{x \in R^n : f(x) > \alpha\}$ è non vuoto e compatto allora il problema ha sicuramente una soluzione ottima.
- (d) Se per tutti i valori dello scalare α gli insiemi $\mathcal{L}(\alpha) = \{x \in R^n : f(x) > \alpha\}$ sono compatti allora il problema ha sicuramente una soluzione ottima.

13. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se $f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^3$ il problema ammette sempre una soluzione ottima.
- (b) Se $f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2$ il problema ammette sempre una soluzione ottima. **(V)**
- (c) Se $f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^3$ allora tutti gli insiemi di livello $\mathcal{L}(\alpha) = \{x \in R^n : f(x) \leq \alpha\}$ sono compatti.
- (d) Se $f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^4$ allora tutti gli insiemi di livello $\mathcal{L}(\alpha) = \{x \in R^n : f(x) \leq \alpha\}$ sono compatti. **(V)**

14. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

con $f \in C(R^n)$, dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema ammette sempre una soluzione ottima se, per ogni valore dello scalare α , l'insieme di livello $\{x \in R^n : f(x) \geq \alpha\}$ è compatto.
- (b) Il problema ammette sempre una soluzione ottima se esiste un valore dello scalare α per cui l'insieme di livello $\{x \in R^n : f(x) \leq \alpha\}$ è non vuoto e compatto. **(V)**
- (c) Il problema ammette sempre una soluzione ottima se esiste un valore dello scalare α per cui l'insieme di livello $\{x \in R^n : f(x) \geq \alpha\}$ è non vuoto e compatto.
- (d) Il problema ammette sempre una soluzione ottima se, per ogni valore dello scalare α , l'insieme di livello $\{x \in R^n : f(x) \leq \alpha\}$ è compatto. **(V)**

15. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x > 0, \end{aligned}$$

dove $x \in R$. Dire per quali delle seguenti funzioni obiettivo il problema ammette almeno una soluzione ottima:

- (a) $f(x) = -3x + \frac{1}{x}$.
- (b) Se $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$. **(V)**
- (c) Se $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

(d) Se $f(x) = x^3 + \frac{1}{x}$. **(V)**

16. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & e^x \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dove $\mathcal{F} \subset R$. Dire per quali dei seguenti insiemi ammissibili, il problema ammette almeno una soluzione ottima:

- (a) Se $\mathcal{F} = R$.
- (b) Se $\mathcal{F} = \{x \in R : -1 \leq x \leq 1\}$ **(V)**
- (c) Se $\mathcal{F} = \{x \in R : x > 0\}$.
- (d) Se $\mathcal{F} = \{x \in R : x \leq 1\}$

17. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & e^x \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dove $\mathcal{F} \subset R$. Dire per quali dei seguenti insiemi ammissibili, il problema ammette almeno una soluzione ottima:

- (a) Se $\mathcal{F} = R$.
- (b) Se $\mathcal{F} = \{x \in R : x^2 \leq 1\}$ **(V)**
- (c) Se $\mathcal{F} = \{x \in R : x \geq 0\}$. **(V)**
- (d) Se $\mathcal{F} = \{x \in R : x \leq 1\}$

18. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & 1 < x < 2, \end{aligned}$$

dove $x \in R$. Dire per quali delle seguenti funzioni obiettivo il problema ammette almeno una soluzione ottima:

- (a) $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$.
- (b) Se $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{2-x}$. **(V)**
- (c) Se $f(x) = x + \frac{1}{2-x}$.

(d) Se $f(x) = -x^3 + \frac{1}{x-1}$.

19. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

(con $f \in C(R^n)$) e dato il seguente insieme $D(x) = \{d \in R^n : \exists \delta > 0 \text{ per cui } f(x+\alpha d) < f(x), \forall \alpha \in (0, \delta)\}$, dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se $D(\bar{x}) \neq \emptyset$ allora il punto \bar{x} non è sicuramente un minimo locale del problema. **(V)**
- (b) Se $D(\bar{x}) \neq \emptyset$ allora il punto \bar{x} non è sicuramente una soluzione ottima del problema. **(V)**
- (c) un minimo globale soddisfa anche la definizione di minimo locale **(V)**
- (d) un minimo locale soddisfa anche la definizione di minimo globale.

20. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

dove $f \in C^1(R^n)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se $\nabla f(\bar{x}) = 0$ allora il punto \bar{x} è sicuramente un minimo locale del problema.
- (b) Se $\nabla f(\bar{x}) = 0$ allora il punto \bar{x} è sicuramente una soluzione ottima del problema.
- (c) Se il punto \bar{x} è un minimo locale del problema allora sicuramente si ha $\nabla f(\bar{x}) = 0$. **(V)**
- (d) Se il punto \bar{x} è un minimo globale del problema allora sicuramente si ha $\nabla f(\bar{x}) = 0$. **(V)**

21. Sia $f \in C^2(R^n)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il punto $x^* \in R^n$ è un punto di minimo globale di f su R^n allora necessariamente soddisfa le condizioni $\nabla f(x^*) = 0$, $\bar{d}^T \nabla^2 f(x^*) \bar{d} > 0$, per ogni $\bar{d} \in R^n$.
- (b) Se il punto $x^* \in R^n$ è un punto di minimo locale di f su R^n allora necessariamente soddisfa le condizioni $\nabla f(x^*) = 0$, $d^T \nabla^2 f(x^*) d \geq 0$, per ogni $d \in R^n$. **(V)**
- (c) Se il punto $x^* \in R^n$ soddisfa le condizioni $\nabla f(x^*) = 0$, $d^T \nabla^2 f(x^*) d \geq 0$, $\forall d \in R^n$, allora è un punto di minimo locale di f su R^n .
- (d) Se il punto $x^* \in R^n$ soddisfa le condizioni $\nabla f(x^*) = 0$, $d^T \nabla^2 f(x^*) d > 0$, $\forall d \in R^n$, allora è un punto di minimo locale di f su R^n . **(V)**

22. Sia $f \in C^2(R^n)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il punto $x^* \in R^n$ è un punto di minimo locale di f su R^n allora necessariamente soddisfa le condizioni $\nabla f(x^*) = 0$, $d^T \nabla^2 f(x^*) d > 0$, $\forall d \in R^n$.
- (b) Se il punto $x^* \in R^n$ è un punto di minimo locale di f su R^n allora necessariamente soddisfa la condizione $\nabla f(x^*) = 0$. **(V)**
- (c) Se il punto $x^* \in R^n$ soddisfa le condizioni $\nabla f(x^*) = 0$, $d^T \nabla^2 f(x^*) d > 0$, $\forall d \in R^n$, allora è un punto di minimo locale di f su R^n . **(V)**
- (d) Se il punto $x^* \in R^n$ soddisfa le condizioni $\nabla f(x^*) = 0$, $d^T \nabla^2 f(x^*) d > 0$, $\forall d \in R^n$, allora è un punto di minimo globale di f su R^n

23. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^2, \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $x = (1, 1)^T$ è un minimo globale non vincolato della funzione $f(x) = (x_1 - 1)^3 + (x_2 - 1)^3$.
- (b) Il punto $x = (1, 1)^T$ è un minimo globale non vincolato della funzione $f(x) = (x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2$.
- (c) Il punto $x = (1, 1)^T$ è un minimo globale non vincolato della funzione $f(x) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$. **(V)**
- (d) Il punto $x = (1, 1)^T$ è un minimo locale non vincolato della funzione $f(x) = (x_1 - 1) + (x_2 - 1)$.

24. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^2, \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $x = (1, 1)^T$ è un punto stazionario della funzione $f(x) = (x_1 - 1)^3 + (x_2 - 1)^3$. **(V)**
- (b) Il punto $x = (1, 1)^T$ è un punto stazionario della funzione $f(x) = (x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2$. **(V)**
- (c) Il punto $x = (1, 1)^T$ è un minimo globale non vincolato della funzione $f(x) = -(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2$.
- (d) Il punto $x = (1, 1)^T$ è un punto stazionario della funzione $f(x) = (x_1 - 1) + (x_2 - 1)$.

25. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

dove $f \in C^1(R^n)$ e l'insieme $\mathcal{L}(x_0) = \{x \in R^n : f(x) \leq f(x_0)\}$ è compatto. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) il metodo del gradiente entro un numero finito di iterazioni determina sicuramente un minimo locale del problema.
- (b) il metodo del gradiente entro un numero finito di iterazioni determina sicuramente un punto stazionario del problema (cioè un punto $\bar{x} \in R^n$ tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$).
- (c) il metodo del gradiente termina in un numero finito di iterazioni determinando un punto stazionario del problema oppure produce una sequenza infinita di punti $\{x_k\}$ tale che

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\nabla f(x_k)\| = 0.$$

(V)

- (d) il metodo del gradiente termina in un numero finito di iterazioni determinando un minimo locale del problema oppure produce una sequenza infinita di punti $\{x_k\}$ tale che converge ad un minimo locale del problema.

26. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

dove $f \in C^1(R^n)$ e l'insieme $\mathcal{L}(x_0) = \{x \in R^n : f(x) \leq f(x_0)\}$ è compatto. Se il metodo del gradiente produce una sequenza infinita di punti $\{x_k\}$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) la sequenza $\{x_k\}$ converge ad un minimo locale \bar{x} del problema, cioè $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \bar{x}$.
- (b) la sequenza $\{x_k\}$ converge ad un punto stazionario \bar{x} del problema, cioè $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \bar{x}$.
- (c) ogni punto di accumulazione della sequenza $\{x_k\}$ è un punto stazionario \bar{x} del problema, cioè esiste una sottosequenza $\{x_k\}_K$ tale che $\lim_{k \rightarrow \infty, k \in K} x_k = \bar{x}$. (V)
- (d) ogni punto di accumulazione della sequenza $\{x_k\}$ è un minimo locale \bar{x} del problema, cioè esiste una sottosequenza $\{x_k\}_K$ tale che $\lim_{k \rightarrow \infty, k \in K} x_k = \bar{x}$.

27. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

dove $f \in C^1(R^n)$ e l'insieme $\mathcal{L}(x_0) = \{x \in R^n : f(x) \leq f(x_0)\}$ è compatto. Si consideri la k -esima iterazione del metodo del gradiente. Sia il punto x_k tale che $\|\nabla f(x_k)\| \neq 0$ e sia x_{k+1} il nuovo punto prodotto dal metodo. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto x_{k+1} è sicuramente un punto stazionario di f .
- (b) Il punto x_{k+1} è sicuramente un minimo locale di f .
- (c) Il punto x_{k+1} è tale che si ha sicuramente $f(x_{k+1}) < f(x_k)$. (V)
- (d) Il punto x_{k+1} è tale che si ha sicuramente $\|\nabla f(x_{k+1})\| < \|\nabla f(x_k)\|$.

28. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

dove $f \in C^1(R^n)$, f è una funzione convessa e l'insieme $\mathcal{L}(x_0) = \{x \in R^n : f(x) \leq f(x_0)\}$ è compatto. Se il metodo del gradiente produce una sequenza infinita di punti $\{x_k\}$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) la sequenza $\{x_k\}$ converge ad un minimo globale \bar{x} del problema, cioè $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \bar{x}$.
- (b) la sequenza $\{x_k\}$ converge ad un punto stazionario \bar{x} del problema, cioè $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \bar{x}$.
- (c) ogni punto di accumulazione della sequenza $\{x_k\}$ è un punto stazionario \bar{x} del problema, cioè esiste una sottosequenza $\{x_k\}_K$ tale che $\lim_{k \rightarrow \infty, k \in K} x_k = \bar{x}$. **(V)**
- (d) ogni punto di accumulazione della sequenza $\{x_k\}$ è un minimo globale \bar{x} del problema, cioè esiste una sottosequenza $\{x_k\}_K$ tale che $\lim_{k \rightarrow \infty, k \in K} x_k = \bar{x}$. **(V)**

29. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

dove $f \in C^1(R^n)$ e l'insieme $\mathcal{L}(x_0) = \{x \in R^n : f(x) \leq f(x_0)\}$ è compatto. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) la procedura di linesearch entro un numero finito di iterazioni determina sicuramente un minimo locale del problema.
- (b) la procedura di linesearch entro un numero finito di iterazioni determina sicuramente uno scalare α_k che soddisfa le ipotesi richieste dal metodo del gradiente. **(V)**
- (c) la procedura di linesearch non termina in un numero finito di iterazioni e produce una sequenza infinita di scalari $\{\alpha_i\}$ che converge ad un valore $\bar{\alpha}$ che soddisfa le ipotesi richieste dal metodo del gradiente.
- (d) la procedura di linesearch non termina in un numero finito di iterazioni e produce una sequenza infinita di scalari $\{\alpha_i\}$ tale ogni punto di accumulazione di $\{\alpha_i\}$ soddisfa le ipotesi richieste dal metodo del gradiente.

30. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & x \in R^n, \end{aligned}$$

dove $f \in C^1(R^n)$ e l'insieme $\mathcal{L}(x_0) = \{x \in R^n : f(x) \leq f(x_0)\}$ è compatto. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) la procedura di linesearch entro un numero finito di iterazioni determina sicuramente un punto stazionario del problema.
- (b) la procedura di linesearch entro un numero finito di iterazioni determina sicuramente uno scalare α_k tale che $f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k)$. **(V)**
- (c) la procedura di linesearch può non terminare in un numero finito di iterazioni.
- (d) la procedura di linesearch entro un numero finito di iterazioni determina sicuramente uno scalare α_k tale che $f(x_k + \alpha_k d_k) > f(x_k)$.

31. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$ e $g_i \in C^1(R^n)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un punto \bar{x} che soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker di un problema di minimizzazione è sicuramente una soluzione ottima del problema.
- (b) Un punto \bar{x} che soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker di un problema di minimizzazione soddisfa sicuramente anche le condizioni di Fritz-John. **(V)**
- (c) Un punto \bar{x} che soddisfa le condizioni di Fritz-John di un problema di minimizzazione soddisfa sicuramente anche le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker.
- (d) Una punto \bar{x} di minimo locale di un problema di minimizzazione soddisfa sicuramente le condizioni di Fritz-John. **(V)**

32. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$ e $g_i \in C^1(R^n)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker del problema se, comunque scelti dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_i \geq 0$, si ha sempre che $\nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$.
- (b) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Fritz-John del problema se esistono dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_0 \in R$ e $\bar{\lambda}_i \geq 0$ tali che $\bar{\lambda}_0 \nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$.
- (c) Un punto \bar{x} soddisfa sicuramente le condizioni di Fritz-John del problema se è un minimo locale del problema dato. **(V)**
- (d) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Fritz-John del problema se esistono dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_0 \in R$ e $\bar{\lambda}_i \geq 0$, non tutti nulli, tali che $\bar{\lambda}_0 \nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$.

33. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$ e $g_i \in C^1(R^n)$. Sia $I(x) = \{i : g_i(x) = 0\}$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker del problema se esiste un vettore di moltiplicatori $\bar{\lambda} \geq 0$ tale che $\nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$. **(V)**
- (b) Un punto qualsiasi $\bar{x} \in R^n$, per cui esistono dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_0, \bar{\lambda}_i \in R$ tali che $\bar{\lambda}_0 \nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$, soddisfa le condizioni di Fritz-John del problema.
- (c) Un punto \bar{x} che soddisfa le condizioni di Fritz-John soddisfa anche le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker .
- (d) Un punto \bar{x} che soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker soddisfa anche le condizioni di Fritz-John. **(V)**

34. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$ e $g_i \in C^1(R^n)$. Sia $I(x) = \{i : g_i(x) = 0\}$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker del problema se esiste un vettore di moltiplicatori $\bar{\lambda} \in R^n$ tale che $\nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$.
- (b) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Fritz-John del problema se esistono dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_0 \geq 0$ e $\bar{\lambda}_i \geq 0$, non tutti nulli, tali che $\bar{\lambda}_0 \nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$. **(V)**
- (c) Un punto \bar{x} soddisfa sicuramente le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker del problema se è un minimo locale del problema dato.
- (d) In un punto \bar{x} di minimo locale del precedente problema di minimizzazione, in cui i vettori $\nabla g_i(\bar{x})$, con $i \in I(\bar{x})$, sono linearmente indipendenti, esiste sicuramente ed unico un vettore di moltiplicatori λ tale che con \bar{x} soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**

35. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m, \\ & h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, p, \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$ e $h_j \in C^1(R^n)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker del problema se, comunque scelti dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_i \geq 0$, $\bar{\mu}_j \in R$ si ha sempre che $\nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} + \nabla h(\bar{x})\bar{\mu} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$.
- (b) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker del problema se esistono dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_i \geq 0$, $\bar{\mu}_j \in R$ tali che $\nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} + \nabla h(\bar{x})\bar{\mu} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$. **(V)**
- (c) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Fritz-John del problema se esistono dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_0 \in R$, $\bar{\lambda}_i \geq 0$ e $\bar{\mu}_j \in R$, non tutti nulli, tali che $\bar{\lambda}_0 \nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} + \nabla h(\bar{x})\bar{\mu} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$.
- (d) Un punto ammissibile \bar{x} soddisfa le condizioni di Fritz-John del problema se esistono dei moltiplicatori $\bar{\lambda}_0 \geq 0$, $\bar{\lambda}_i \geq 0$ e $\bar{\mu}_j \in R$ non tutti nulli, tali che $\bar{\lambda}_0 \nabla f(\bar{x}) + \nabla g(\bar{x})\bar{\lambda} + \nabla h(\bar{x})\bar{\mu} = 0$ e $\bar{\lambda}^T g(\bar{x}) = 0$. **(V)**

36. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{a}_i^T x - b_i & \leq 0 \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$, $a_i \in R^n$ e $b_i \in R$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un punto \bar{x} di minimo globale del precedente problema di minimizzazione soddisfa sicuramente le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**
- (b) Un punto \bar{x} di minimo globale del precedente problema di minimizzazione soddisfa sicuramente le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker ed è unico il vettore di moltiplicatori associato.
- (c) Un punto \bar{x} di minimo globale del precedente problema di minimizzazione soddisfa sicuramente le condizioni di Fritz-John. **(V)**
- (d) Un punto \bar{x} di minimo globale del precedente problema di minimizzazione soddisfa sicuramente le condizioni di Fritz-John ed è unico il vettore di moltiplicatori associato.

37. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ g_i(x) & \leq 0 \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$. Sia $I(x) = \{i : g_i(x) = 0\}$. Dire quali delle seguenti ipotesi sui vincoli sono in grado di assicurare che un minimo globale \bar{x} del precedente problema di minimizzazione soddisfa sicuramente le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker:

- (a) i vincoli g_i , con $i \in I(\bar{x})$, sono funzioni lineari;
- (b) i vettori ∇g_i , con $i \in I(\bar{x})$, sono tutti non nulli;
- (c) i vettori ∇g_i , con $i \in I(\bar{x})$, sono linearmente indipendenti; **(V)**
- (d) i vettori ∇g_i , con $i \in I(\bar{x})$, sono linearmente dipendenti.

38. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 \\ & x_1^2 - x_2 \geq -3 \\ & x_1 + 2x_2 = 4. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti relazioni costituiscono le condizioni di KKT del problema dato:

(a)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2\lambda x_1 + \mu &= 0 \\ 2x_2 - \lambda + 2\mu &= 0 \\ \lambda \geq 0, \quad \lambda(x_1^2 - x_2 + 3) &= 0, \\ x_1^2 - x_2 \geq -3, \quad x_1 + 2x_2 &= 4. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} 2x_1 - 2\lambda x_1 + \mu &= 0, \\ 2x_2 + \lambda + 2\mu &= 0, \quad (\mathbf{V}) \\ \lambda \geq 0, \quad \lambda(x_1^2 - x_2 + 3) &= 0, \\ x_1^2 - x_2 \geq -3, \quad x_1 + 2x_2 &= 4. \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} 2x_1 - 2\lambda x_1 + \mu &= 0, \\ 2x_2 + \lambda + 2\mu &= 0, \\ \mu \geq 0, \quad \lambda(x_1^2 - x_2 + 3) &= 0, \\ x_1^2 - x_2 \geq -3, \quad x_1 + 2x_2 &= 4. \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} 2\lambda_0 x_1 - 2\lambda x_1 + \mu &= 0, \\ 2\lambda_0 x_2 + \lambda + 2\mu &= 0, \\ \lambda_0 \geq 0, \lambda \geq 0, \quad \lambda(x_1^2 - x_2 + 3) &= 0, \\ x_1^2 - x_2 \geq -3, \quad x_1 + 2x_2 &= 4, \\ \lambda_0, \lambda, \mu &\text{ non tutti nulli.} \end{aligned}$$

39. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^3 + x_2^3 \\ & x_1 - x_2 \geq -1 \\ & x_1^2 + 2x_2 = 4. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti relazioni costituiscono le condizioni di Fritz-John del problema dato:

(a)

$$\begin{aligned}3\lambda_0 x_1^2 + \lambda x_1 + 2\mu x_1 &= 0, \\3\lambda_0 x_2^2 - \lambda + 2\mu &= 0, \\ \lambda_0 \geq 0, \lambda \geq 0, \quad \lambda(x_1 - x_2 + 1) &= 0, \\ x_1 - x_2 \geq -1, \quad x_1^2 + 2x_2 &= 4, \\ \lambda_0, \lambda, \mu &\text{ non tutti nulli.}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}3\lambda_0 x_1^2 + \lambda + 2\mu x_1 &= 0, \\3\lambda_0 x_2^2 - \lambda + 2\mu &= 0, \\ \lambda_0 \geq 0, \lambda \geq 0, \quad \lambda(x_1 - x_2 + 1) &= 0, \\ x_1 - x_2 \geq -1, \quad x_1^2 + 2x_2 &= 4, \\ \lambda_0, \lambda, \mu &\text{ non tutti nulli.}\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}3x_1^2 - \lambda + 2\mu x_1 &= 0, \\3x_2^2 + \lambda + 2\mu &= 0, \\ \lambda \geq 0, \quad \lambda(x_1 - x_2 + 1) &= 0, \\ x_1 - x_2 \geq -1, \quad x_1^2 + 2x_2 &= 4, \\ \lambda, \mu &\text{ non tutti nulli.}\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}3\lambda_0 x_1^2 - \lambda + 2\mu x_1 &= 0, \\3\lambda_0 x_2^2 + \lambda + 2\mu &= 0, \\ \lambda_0 \geq 0, \lambda \geq 0, \quad \lambda(x_1 - x_2 + 1) &= 0, \quad (\mathbf{V}) \\ x_1 - x_2 \geq -1, \quad x_1^2 + 2x_2 &= 4, \\ \lambda_0, \lambda, \mu &\text{ non tutti nulli.}\end{aligned}$$

40. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned}\min \quad & x_1^2 + x_2^2 \\ & x_1 + 2x_2 = 4, \\ & 0 \leq x_1 \leq 10.\end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti relazioni costituiscono le condizioni di KKT del problema dato:

(a)

$$\begin{aligned}2x_1 + \lambda_1 - \lambda_2 + \mu &= 0, \\2x_2 + 2\mu &= 0, \\ \lambda_1 &\geq 0, \quad \lambda_2 \geq 0, \\ \lambda_1 x_1 &= 0, \quad \lambda_2(x_1 - 10) = 0, \\ x_1 + 2x_2 &= 4, \quad 0 \leq x_1 \leq 10.\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}2x_1 - \lambda_1 + \lambda_2 + \mu &= 0, \\2x_2 + 2\mu &= 0, \\ \lambda_1 &\geq 0, \quad \lambda_2 \geq 0, \quad \mu \geq 0, \\ \lambda_1 x_1 &= 0, \quad \lambda_2(x_1 - 10) = 0, \\ x_1 + 2x_2 &= 4, \quad 0 \leq x_1 \leq 10.\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}2x_1 - \lambda_1 + \lambda_2 + \mu &= 0, \\2x_2 + 2\mu &= 0, \\ \lambda_1 &\geq 0, \quad \lambda_2 \geq 0, \\ \lambda_1 x_1 &= 0, \quad \lambda_2(x_1 - 10) = 0, \\ x_1 + 2x_2 &= 4, \quad 0 \leq x_1 \leq 10.\end{aligned} \quad (\mathbf{V})$$

(d)

$$\begin{aligned}2x_1 - \lambda_1 + \lambda_2 + \mu &= 0, \\2x_2 + 2\mu &= 0, \\ \lambda_1 &\geq 0, \quad \lambda_2 \geq 0, \\ \lambda_1 x_1 &= 0, \\ x_1 + 2x_2 &= 4, \quad 0 \leq x_1 \leq 10.\end{aligned}$$

41. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned}\min \quad & -x_2^2 \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 1 \leq 0 \\ & x_1 \geq 0.\end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

(a) Il punto $(1, 1)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. (\mathbf{V})

(b) Il punto $(0, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. (\mathbf{V})

- (c) Il punto $(1, -1)^T$ non è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**
- (d) Il punto $(1, 1)^T$ è ammissibile. **(V)**

42. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \\ & x_1 + x_2 + x_3 \leq -3. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(0, 0, 0)^T$ è un punto di Frith-John.
- (b) Il punto $(-1, -1, -1)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**
- (c) Il punto $(1, 0, -1)^T$ non è ammissibile. **(V)**
- (d) Il punto $(-2, -2, -2)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.

43. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_2 \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 1 \leq 0 \\ & x_1 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(1, -1)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**
- (b) Il punto $(1, 1)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (c) Il punto $(1, -1)^T$ non è ammissibile.
- (d) Il punto $(1, 1)^T$ è ammissibile. **(V)**

44. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2) \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 1. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(2, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (b) Il punto $(4, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (c) Il problema ha sicuramente un punto di minimo globale **(V)**
- (d) Il punto $(0, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**

45. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 1 \\ & x_1 \geq 1. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(2, 0)^T$ non è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**
- (b) Il punto $(1, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**
- (c) Il problema ha sicuramente un punto di minimo globale **(V)**
- (d) Il punto $(0, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.

46. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) \\ & (x_1 - 2)^2 + x_2^2 = 1. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(3, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**
- (b) Il punto $(1, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker. **(V)**
- (c) Il problema ha sicuramente un punto di minimo globale **(V)**
- (d) Il punto $(0, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.

47. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & -\frac{1}{3} (x_1^3 + x_2^3) \\ & x_1^2 + x_2^2 \leq 9, \\ & x_1 \geq 1. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(3, 3)^T$ è un punto ammissibile per il problema
- (b) Il punto $(0, 1)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (c) Il punto $(1, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (d) Il punto $(3, 3)^T$ è un punto di Frith-John.

48. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & e^{x_1} + (x_2 - 3)^3 \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 1 \leq 0 \\ & x_1 \leq 0. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(1, -1)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (b) Il punto $(0, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (c) Il punto $(0, 0)^T$ è un punto di Fritz-John. **(V)**
- (d) Il problema può essere illimitato inferiormente.

49. Si consideri il problema.

$$\begin{aligned} \min \quad & -\frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 1, \\ & x_1 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(1, 0)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (b) Il punto $(0, 1/2)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (c) Il punto $(0, 1)^T$ è un punto di Karush-Kuhn-Tucker.
- (d) Il punto $(0, 0)^T$ è un minimo globale del problema.

50. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) un insieme $C \subseteq R^n$ è convesso se esistono due punti $x, y \in C$ tali che, comunque scelto uno scalare $\alpha \in [0, 1]$, si ha che $\alpha x + (1 - \alpha)y \in C$.
- (b) un insieme $C \subseteq R^n$ è convesso se comunque scelti due punti $x, y \in C$ e esiste uno scalare $\alpha \in [0, 1]$ per cui si ha che $\alpha x + (1 - \alpha)y \in C$.
- (c) un insieme $C \subseteq R^n$ è convesso se comunque scelti due punti $x, y \in C$ e comunque scelto uno scalare $\alpha \in [0, 1]$ si ha che $\alpha x + (1 - \alpha)y \in C$. **(V)**
- (d) ogni insieme $\{x \in R^n : g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m\}$ è sempre convesso.

51. Sia $C \subseteq R^n$ un insieme convesso e sia $f : C \rightarrow R$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) f è *convessa* su C se esistono due punti $x, y \in C$ tali che, comunque scelto un scalare $\alpha \in [0, 1]$, si ha che $f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$;

- (b) Si dice che f è *convessa* su C se comunque scelti due punti $x, y \in C$ e comunque scelto uno scalare $\alpha \in [0, 1]$ si ha che $f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$; **(V)**
- (c) Si dice che f è *convessa* su C se comunque scelti due punti $x, y \in C$ esiste uno scalare $\alpha \in [0, 1]$ per cui si ha che $f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$;
- (d) ogni funzione lineare, cioè ogni funzione data $f(x) = a^T x + b$, con $a \in R^n$, $b \in R$ è sempre convessa. **(V)**

52. Sia $C \subseteq R^n$ un insieme convesso e sia $f : C \rightarrow R$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) f è *concava* su C se esistono due punti $x, y \in C$ tali che, comunque scelto un scalare $\alpha \in [0, 1]$, si ha che $f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \geq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$;
- (b) Si dice che f è *concava* su C se comunque scelti due punti $x, y \in C$ e comunque scelto uno scalare $\alpha \in [0, 1]$ si ha che $f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \geq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$; **(V)**
- (c) Si dice che f è *concava* su C se comunque scelti due punti $x, y \in C$ esiste uno scalare $\alpha \in [0, 1]$ per cui si ha che $f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \geq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$;
- (d) ogni funzione lineare, cioè ogni funzione data $f(x) = a^T x + b$, con $a \in R^n$, $b \in R$ è sempre concava. **(V)**

53. Sia $C \subseteq R^n$ un insieme convesso aperto e sia f continuamente differenziabile su C allora. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- (a) f è convessa su C se e solamente se per ogni $x, y \in C$ si ha: $f(y) - f(x) \leq \nabla f(x)^T(y - x)$;
- (b) f è convessa su C se e solamente se per ogni $x, y \in C$ si ha: $f(y) - f(x) \geq \nabla f(x)^T(y - x)$; **(V)**
- (c) f è convessa su C se e solamente se per ogni $x, y \in C$ si ha: $f(y) - f(x) \leq \nabla f(y)^T(y - x)$;
- (d) f è convessa su C se e solamente se per ogni $x, y \in C$ si ha: $f(y) - f(x) \geq \nabla f(y)^T(y - x)$;

54. Sia $C \subseteq R^n$ un insieme convesso aperto e sia f due volte continuamente differenziabile su C allora. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- (a) f è concava su C se e solamente se per ogni $x, y \in C$ si ha: $f(y) - f(x) \leq \nabla f(x)^T(y - x)$; **(V)**
- (b) f è concava su C se e solamente se per ogni $x, y \in C$ si ha: $f(y) - f(x) \geq \nabla f(x)^T(y - x)$;
- (c) f è concava su C se e solamente se per ogni $x, y \in C$ si ha: $f(y) - f(x) \leq \nabla f(y)^T(y - x)$;
- (d) f è concava su C se e solamente se per ogni $x, y \in C$ si ha: $f(y) - f(x) \geq \nabla f(y)^T(y - x)$;

55. Sia $C \subseteq R^n$ un insieme convesso aperto e sia f due volte continuamente differenziabile su C allora. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- (a) f è convessa su C se e solamente se per ogni $x \in C$ si ha: $d^T \nabla^2 f(x) d \geq 0$ per ogni $d \in R^n$; **(V)**
- (b) f è concava su C se e solamente se per ogni $x \in C$ si ha: $d^T \nabla^2 f(x) d \geq 0$ per ogni $d \in R^n$;
- (c) f è convessa su C se e solamente se esiste un $x \in C$ per cui si ha: $d^T \nabla^2 f(x) d \geq 0$ per ogni $d \in R^n$;
- (d) f è concava su C se e solamente se per ogni $x \in C$ si ha: $d^T \nabla^2 f(x) d \leq 0$ per un vettore $d \in R^n$;

56. Sia $f : R \rightarrow R$ (cioè funzione di una sola variabile). Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se $f(x) = x^4$ allora è una funzione convessa. **(V)**
- (b) Se $f(x) = -(x+1)$ è una funzione convessa. **(V)**
- (c) Se $f(x) = (x+1)$ è una funzione concava. **(V)**
- (d) Se $f(x) = -(x+1)^2$ è una funzione convessa.

57. dato il problema

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) &\leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ a_j^T x - b_j &= 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned}$$

con g_i , $i = 1, \dots, m$, funzioni convesse e continuamente differenziabili. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se f è convessa il problema può avere minimi locali distinti dai minimi globali
- (b) Se f è convessa e continuamente differenziabile, ogni punto che soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker è un minimo globale. **(V)**
- (c) Se f è concava il problema può avere minimi globali strettamente interni all'insieme ammissibile
- (d) Se f è concava e continuamente differenziabile, ogni punto che soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker è un minimo globale.

58. dato il problema

$$\begin{aligned} \max f(x) \\ g_i(x) &\leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ a_j^T x - b_j &= 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned}$$

con g_i , $i = 1, \dots, m$, funzioni convesse e continuamente differenziabili. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se f è convessa il problema può avere massimi locali distinti dal massimo globale **(V)**
- (b) Se f è convessa il problema può avere massimi globali strettamente interni all'insieme ammissibile.
- (c) Se f è concava il problema può avere massimi globali strettamente interni all'insieme ammissibile **(V)**
- (d) Se f è concava il problema può avere massimi locali distinti dal massimo globale.

59. dato il problema

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) &\leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_j(x) &= 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$, $h_j \in C^1(R^n)$, $j = 1, \dots, q$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se f , g_i , $i = 1, \dots, m$, h_j , $j = 1, \dots, q$ sono funzioni strettamente convesse, un punto soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker è l'unico minimo globale.
- (b) Se f , g_i , $i = 1, \dots, m$ sono funzioni convesse e h_j , $j = 1, \dots, q$ sono funzioni lineari, possono esistere punti di minimo locale del problema che non sono punti di minimo globale.
- (c) Se f è strettamente convessa, g_i , $i = 1, \dots, m$ sono funzioni convesse e h_j , $j = 1, \dots, q$ sono funzioni lineari, un punto soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker è l'unico minimo globale. **(V)**
- (d) Se f è convessa, g_i , $i = 1, \dots, m$ sono funzioni strettamente convesse e h_j , $j = 1, \dots, q$ sono funzioni lineari, un punto soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker è l'unico minimo globale.

60. dato il problema

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) &\leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_j(x) &= 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned}$$

con $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$, $h_j \in C^1(R^n)$, $j = 1, \dots, q$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se f , g_i , $i = 1, \dots, m$, h_j , $j = 1, \dots, q$ sono funzioni convesse, ogni punto che soddisfa le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker è un minimo globale.
- (b) Se f , g_i , $i = 1, \dots, m$ sono funzioni convesse e h_j , $j = 1, \dots, q$ sono funzioni lineari, ogni punto di minimo locale è un punto di minimo globale. **(V)**
- (c) Se f è strettamente concava, g_i , $i = 1, \dots, m$ sono funzioni convesse e h_j , $j = 1, \dots, q$ sono funzioni lineari, il problema ha sicuramente un unico minimo globale.

- (d) Se $f, g_i, i = 1, \dots, m$ sono funzioni convesse e $h_j, j = 1, \dots, q$ sono funzioni lineari, il problema ha sicuramente un unico minimo globale.

61. dato il problema

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ x \in \mathcal{F}. \end{aligned}$$

con \mathcal{F} insieme convesso e non vuoto. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se f è lineare il problema può avere minimi locali distinti dai minimi globali.
- (b) Se f è convessa il problema può avere minimi globali strettamente interni all'insieme ammissibile. **(V)**
- (c) Se f è lineare non costante, il problema può avere minimi globali strettamente interni all'insieme ammissibile.
- (d) Se f è concava il problema può avere minimi locali distinti dai minimi globali. **(V)**

62. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned} \tag{1}$$

dove $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$ e $h_j \in C^1(R^n)$, $j = 1, \dots, p$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) il metodo delle penalità sequenziali, se sono soddisfatte opportune ipotesi di regolarità dei vincoli, entro un numero finito di iterazioni determina sicuramente un minimo locale del problema.
- (b) se sono soddisfatte opportune ipotesi di regolarità dei vincoli, il metodo delle penalità sequenziali determina sicuramente, entro un numero finito di iterazioni, un punto di Karush-Kuhn-Tucker del problema.
- (c) il metodo delle penalità sequenziali termina in un numero finito di iterazioni determinando un punto di KKT del problema oppure produce una sequenza infinita di punti $\{x_k\}$ tale che ogni suo punto di accumulazione, in cui sono soddisfatte opportune ipotesi di regolarità dei vincoli, è un punto di KKT del problema. **(V)**
- (d) il metodo delle penalità sequenziali, se sono soddisfatte opportune ipotesi di regolarità dei vincoli, termina in un numero finito di iterazioni determinando un minimo locale del problema oppure produce una sequenza infinita di punti $\{x_k\}$ tale che converge ad un minimo locale del problema.

63. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (2)$$

dove $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$ e $h_j \in C^1(R^n)$, $j = 1, \dots, p$. Se in ogni punto $x \in R^n$ è soddisfatta la seguente condizione:

- non esistono degli scalari $\alpha_i \geq 0$, $i \in I(\bar{x}) = \{i = 1, \dots, m : g_i(\bar{x}) \geq 0\}$ e β_j , $j = 1, \dots, p$, non tutti nulli, per cui:

$$\sum_{i \in I(x)} \alpha_i \nabla g_i(x) + \sum_{j=1}^p \beta_j \nabla h_j(x) = 0.$$

Se il metodo delle penalità sequenziali produce una sequenza infinita di punti $\{x_k\}$, dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) la sequenza $\{x_k\}$ converge ad un minimo locale del problema.
- (b) la sequenza $\{x_k\}$ converge ad un punto \bar{x} di KKT del problema.
- (c) ogni punto di accumulazione della sequenza $\{x_k\}$ è un punto di KKT del problema. **(V)**
- (d) ogni punto di accumulazione della sequenza $\{x_k\}$ è un minimo locale \bar{x} del problema.

64. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (3)$$

dove $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$ e $h_j \in C^1(R^n)$, $j = 1, \dots, p$. Se in ogni punto $x \in R^n$ è soddisfatta la seguente condizione:

- non esistono degli scalari $\alpha_i \geq 0$, $i \in I(\bar{x})$ e β_j , $j = 1, \dots, p$, non tutti nulli, per cui:

$$\sum_{i \in I(x)} \alpha_i \nabla g_i(x) + \sum_{j=1}^p \beta_j \nabla h_j(x) = 0.$$

Sia \bar{x} un punto di accumulazione della sequenza infinita di punti $\{x_k\}$ prodotta dal metodo delle penalità sequenziali, dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) \bar{x} sicuramente soddisfa: $g_i(\bar{x}) \leq 0$, $i = 1, \dots, m$, $h_j(\bar{x}) = 0$ $j = 1, \dots, p$. **(V)**
- (b) \bar{x} sicuramente soddisfa: $\nabla f(\bar{x}) = 0$.
- (c) \bar{x} è sicuramente un punto di KKT del problema. **(V)**
- (d) \bar{x} è sicuramente un punto di Frith-John del problema. **(V)**.

65. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned} \quad (4)$$

dove $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$ e $h_j \in C^1(R^n)$, $j = 1, \dots, p$. Se in ogni punto $x \in R^n$ è soddisfatta la seguente condizione:

- non esistono degli scalari $\alpha_i \geq 0$, $i \in I(\bar{x}) = \{i = 1, \dots, m : g_i(\bar{x}) \geq 0\}$ e β_j , $j = 1, \dots, p$, non tutti nulli, per cui:

$$\sum_{i \in I(x)} \alpha_i \nabla g_i(x) + \sum_{j=1}^p \beta_j \nabla h_j(x) = 0.$$

Sia \bar{x} un punto di accumulazione della sequenza infinita di punti $\{x_k\}$ prodotta dal metodo delle penalità sequenziali, dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) \bar{x} sicuramente soddisfa: $g_i(\bar{x}) \leq 0$, $i = 1, \dots, m$, $h_j(\bar{x}) = 0$ $j = 1, \dots, q$. **(V)**
- (b) \bar{x} sicuramente soddisfa: $\nabla f(\bar{x}) = 0$.
- (c) \bar{x} è sicuramente un punto di KKK del problema. **(V)**
- (d) \bar{x} è sicuramente un punto di Frith-John del problema. **(V)**.

66. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned} \quad (5)$$

dove $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$ e $h_j \in C^1(R^n)$, $j = 1, \dots, p$. Si consideri la k -esima iterazione del metodo delle penalità sequenziali e sia

$$\sigma(x) = \sum_{i=1}^m \max\{0, g_i(x)\}^2 + \sum_{j=1}^p h_j(x)^2.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se si pone $\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k$ allora il punto prodotto x_{k+1} soddisfa la relazione $\sigma(x_{k+1}) = \sigma(x_k)$.
- (b) Se si pone $\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k$ allora il punto prodotto x_{k+1} soddisfa la relazione $\sigma(x_{k+1}) < \sigma(x_k)$. **(V)**
- (c) Se il punto prodotto x_{k+1} soddisfa la relazione $\sigma(x_{k+1}) > \sigma(x_k)$ allora si il nuovo parametro ε_{k+1} soddisfa sicuramente la relazione $\varepsilon_{k+1} < \varepsilon_k$. **(V)**
- (d) Se il punto prodotto x_{k+1} soddisfa la relazione $\sigma(x_{k+1}) > \sigma(x_k)$ allora si il nuovo parametro ε_{k+1} soddisfa sicuramente la relazione $\varepsilon_{k+1} > \varepsilon_k$.

67. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned} \quad (6)$$

dove $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$ e $h_j \in C^1(R^n)$, $j = 1, \dots, p$. Si consideri la k -esima iterazione del metodo delle penalità sequenziali e sia

$$\sigma(x) = \sum_{i=1}^m \max\{0, g_i(x)\}^2 + \sum_{j=1}^p h_j(x)^2.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) il punto prodotto x_{k+1} è sicuramente ammissibile per il problema considerato.
- (b) il punto prodotto x_{k+1} è sicuramente non ammissibile per il problema considerato.
- (c) il nuovo parametro ε_{k+1} soddisfa sicuramente la relazione $\varepsilon_{k+1} \leq \varepsilon_k$. **(V)**
- (d) il nuovo parametro ε_{k+1} soddisfa sicuramente la relazione $\varepsilon_{k+1} < \varepsilon_k$.

68. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ a_j^T x - b_j = 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned} \quad (7)$$

dove $f \in C^1(R^n)$, $g_i \in C^1(R^n)$, $i = 1, \dots, m$, con f e g_j funzioni convesse su R^n . Se in ogni punto $x \in R^n$ è soddisfatta la seguente condizione:

- non degli esistono $\alpha_i \geq 0$, $i \in I(\bar{x}) = \{i = 1, \dots, m : g_i(\bar{x}) \geq 0\}$ e β_j , $j = 1, \dots, p$, non tutti nulli, per cui:

$$\sum_{i \in I(x)} \alpha_i \nabla g_i(x) + \sum_{j=1}^p \beta_j a_j = 0.$$

Se il metodo delle penalità sequenziali produce una sequenza infinita di punti $\{x_k\}$, dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) la sequenza $\{x_k\}$ converge ad un minimo locale del problema.
- (b) la sequenza $\{x_k\}$ converge ad un punto \bar{x} di KKT del problema.
- (c) ogni punto di accumulazione della sequenza $\{x_k\}$ è un minimo globale del problema. **(V)**
- (d) ogni punto di accumulazione della sequenza $\{x_k\}$ è un punto ammissibile del problema. **(V)**

69. Dato il problema.

$$\begin{aligned} \min & -x_1 + 2x_3 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad x_1 - 2x_3 \geq -2, \quad x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quale dei seguenti problemi è il suo duale.

(a)

$$\begin{aligned} \min & u_1 - 2u_2 \\ & u_1 + u_2 = -1, \quad u_1 - 2u_2 = 0, \quad 0 \leq u_2 \leq 2. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max & -u_1 + 2u_2 \\ & u_1 + u_2 = -1, \quad u_1 - 2u_2 = -2, \quad 0 \leq u_2 \leq 2. \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \min & u_1 - 2u_2 \\ & u_1 + u_2 = -1, \quad u_1 - 2u_2 = 0, \quad u_2 \geq 2, \quad u_1 \geq 0. \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \max & u_1 - 2u_2 \\ & u_1 + u_2 \leq -1, \quad u_1 - 2u_2 = 0, \quad 0 \leq u_2 \leq 2. \end{aligned}$$

70. Dato il problema.

$$\begin{aligned} \min & 2x_1 + x_3 \\ & 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \quad 4x_1 + 2x_2 \geq 4, \quad x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quale dei seguenti problemi è il suo duale.

(a)

$$\begin{aligned} \min & 2u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + 4u_2 = 1, \quad 4u_1 + 2u_2 = 0, \quad -2u_1 \leq 1 \quad u_2 \leq 0. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max & u_1 + 4u_2 \\ & 2u_1 + 4u_2 = 2, \quad u_1 + 2u_2 = 0, \quad -2u_1 \leq 1 \quad u_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(V)

(c)

$$\begin{aligned} \max u_1 + 4u_2 \\ 2u_1 + 4u_2 \leq 2, \quad u_1 + 2u_2 \leq 0, \quad -2u_1 = 1 \quad u_2 \leq 0. \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \max u_1 + 4u_2 \\ 2u_1 + 4u_2 = 2, \quad u_1 + 2u_2 = 0, \quad -2u_1 \leq 1 \quad u_1 \leq 0. \end{aligned}$$

71. Dato il problema.

$$\begin{aligned} \min 3x_1 - x_2 + x_3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \quad 4x_2 - 2x_3 \geq -1, \quad x_1 + x_2 = 10, \quad x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quale dei seguenti problemi è il suo duale.

(a)

$$\begin{aligned} \max 3u_1 - u_2 + u_3 \\ 2u_1 + u_3 \leq 1, \quad u_1 + 4u_2 + u_3 = -1, \quad -u_1 - 2u_2 \leq 10 \quad u_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max u_1 - u_2 + 10u_3 \\ 2u_1 + u_3 \leq 3, \quad u_1 + 4u_2 + u_3 = -1, \quad -u_1 - 2u_2 \leq 1 \quad u_2 \geq 0. (\mathbf{V}) \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \max u_1 - u_2 + 10u_3 \\ 2u_1 + u_3 \leq 3, \quad u_1 + 4u_2 + u_3 = -1, \quad -u_1 - 2u_2 \leq 1, \quad u_1 \geq 0, \quad u_3 \geq 0. \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \min u_1 - u_2 + 10u_3 \\ 2u_1 + u_3 \leq 3, \quad u_1 + 4u_2 + u_3 = -1, \quad -u_1 - 2u_2 \leq 1 \quad u_2 \geq 0. \end{aligned}$$

72. Dato il problema.

$$\begin{aligned} \min 4x_1 - x_3 \\ x_1 + x_2 \geq 1, \quad -x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -1, \quad x_1 - x_2 + 2x_3 = 5, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quale dei seguenti problemi è il suo duale.

(a)

$$\begin{aligned} \max u_1 - u_2 + 5u_3 \\ u_1 - u_2 + u_3 = 4, \quad u_1 - u_2 + u_3 \leq 0, \quad -2u_2 + 2u_3 = -1 \quad u_3 \geq 0. \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max u_1 - u_2 + 5u_3 \\ u_1 - u_2 + u_3 \leq 4, \quad u_1 - u_2 + u_3 = 0, \quad -2u_2 + 2u_3 \leq -1 \quad u_1 \geq 0, u_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \max 4u_1 - u_3 \\ u_1 - u_2 + u_3 = 4, \quad u_1 - u_2 + u_3 \leq 0, \quad -2u_2 + 2u_3 = -1 \quad u_1 \geq 0, u_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \max u_1 - u_2 + 5u_3 \\ u_1 - u_2 + u_3 = 4, \quad u_1 + u_2 - u_3 \leq 0, \quad -2u_2 + 2u_3 = -1 \quad u_1 \geq 0, u_2 \geq 0. (\mathbf{V}) \end{aligned}$$

73. Dato il problema.

$$\begin{aligned} \min x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 \\ x_1 - x_2 + 2x_4 = 1, \quad x_2 - x_3 + x_4 \geq 2, \quad x_1 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quale dei seguenti problemi è il suo duale.

(a)

$$\begin{aligned} \max u_1 + 2u_2 \\ u_1 \leq 1, \quad -u_1 + u_2 = 2, \quad -u_2 \leq -1, \quad 2u_1 + u_2 = 2, \quad u_2 \geq 0. \quad (\mathbf{V}) \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max u_1 + 2u_2 \\ u_1 \leq 1, \quad -u_1 + u_2 = 2, \quad -u_2 \leq -1, \quad 2u_1 + u_2 = 2. \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \max u_1 + 2u_2 \\ u_1 \leq 1, \quad -u_1 + u_2 = 2, \quad -u_2 \leq -1, \quad 2u_1 + u_2 = 2, \quad u_1 \geq 0 \quad u_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \max u_1 + 2u_2 \\ u_1 \leq 1, \quad -u_1 + u_2 \leq 2, \quad -u_2 \leq -1, \quad 2u_1 + u_2 \leq 2, \quad u_2 \geq 0. \end{aligned}$$

74. Sia dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & h(x) = 0, \quad g(x) \leq 0, \quad x \in X, \end{aligned}$$

con $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x)$ Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Una tripla $(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu})$ con $\bar{\lambda} \geq 0$ è detta *punto di sella* se per ogni $x \in X$, per ogni $\lambda \geq 0$ e per ogni μ

$$L(x, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) \leq L(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) \leq L(\bar{x}, \lambda, \mu).$$

- (b) Una tripla $(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu})$ con $\bar{\lambda} \geq 0$ è detta *punto di sella* se per ogni $x \in X$, per ogni $\lambda \geq 0$ e per ogni μ

$$L(\bar{x}, \lambda, \mu) \leq L(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) \leq L(x, \bar{\lambda}, \bar{\mu}). \quad (\mathbf{V})$$

- (c) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora $L(x^*, \lambda^*, \mu^*) = \min_{x \in X} L(x, \lambda^*, \mu^*)$ **(V)**

- (d) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora $L(x^*, \lambda^*, \mu^*) = \min_{\lambda \geq 0} L(x^*, \lambda, \mu)$

75. Sia dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & h(x) = 0, \quad g(x) \leq 0, \quad x \in X, \end{aligned}$$

con $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x)$ Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto (x^*, λ^*, μ^*) è un massimo globale della funzione $L(x, \lambda, \mu)$.
- (b) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto x^* è sicuramente un minimo globale del problema. **(V)**
- (c) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto (x^*, λ^*, μ^*) è un minimo globale della funzione $L(x, \lambda, \mu)$.
- (d) Se il punto x^* è un minimo globale del problema allora esistono sicuramente dei moltiplicatori $\lambda^* \geq 0$ e μ^* tali che la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella del problema.

76. Sia dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & h(x) = 0, \quad g(x) \leq 0, \quad x \in X, \end{aligned}$$

con $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x)$ Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto (x^*, λ^*, μ^*) è un massimo globale della funzione $L(x, \lambda, \mu)$.

- (b) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto x^* è sicuramente un minimo globale del problema. **(V)**
- (c) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto (x^*, λ^*, μ^*) è un minimo globale della funzione $L(x, \lambda, \mu)$.
- (d) Se il punto x^* è un minimo globale del problema allora esistono sicuramente dei moltiplicatori $\lambda^* \geq 0$ e $\bar{\mu}$ tali che la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella del problema.

77. Sia dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & h(x) = 0, \quad g(x) \leq 0, \quad x \in X, \end{aligned}$$

con $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x)$ Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto (x^*, λ^*, μ^*) è un massimo globale della funzione $L(x, \lambda, \mu)$.
- (b) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto x^* è sicuramente un minimo globale del problema. **(V)**
- (c) Se la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella allora il punto (x^*, λ^*, μ^*) è un minimo globale della funzione $L(x, \lambda, \mu)$.
- (d) Se il punto x^* è un minimo globale del problema allora esistono sicuramente dei moltiplicatori $\lambda^* \geq 0$ e μ^* tali che la tripla (x^*, λ^*, μ^*) con $\lambda^* \geq 0$ è un punto di sella del problema.

78. Sia dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & h(x) = 0, \quad g(x) \leq 0, \quad x \in X, \end{aligned}$$

con $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x)$ Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) il duale lagrangiano è dato da $\varphi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in X, \lambda \geq 0} L(x, \lambda, \mu)$,
- (b) il duale lagrangiano è dato da $\varphi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in X} L(x, \lambda, \mu)$, **(V)**
- (c) il duale lagrangiano è dato da $\varphi(\lambda, \mu) = \sup_{x \in X} L(x, \lambda, \mu)$,
- (d) il duale lagrangiano è dato da $\varphi(\lambda, \mu) = \sup_{\lambda \geq 0} L(x, \lambda, \mu)$,

79. Data una coppia di problemi Primale-Duale Lagrangiano Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il Problema Primale è illimitato inferiormente allora il Problema Duale Lagrangiano è non ammissibile.
- (b) Se il Problema Primale è illimitato inferiormente allora il Problema Duale Lagrangiano è illimitato superiormente.

- (c) Se il Problema Duale è illimitato superiormente allora il Problema Primale Lagrangiano è non ammissibile. **(V)**
- (d) Entrambi i problemi possono essere non ammissibili.

80. Si consideri il problema primale.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 1 \\ & x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti funzioni ϕ è la funzione obiettivo del problema duale lagrangiano.

(a)

$$\phi(x_1, x_2, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) + \lambda_1((x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 1) - \lambda_2 x_2.$$

(b)

$$\phi(x_1, x_2, \lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) + \lambda_1((x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 1) + \lambda_2 x_2.$$

(c)

$$\phi(\lambda_1, \lambda_2) = \inf_{x \in R^2} \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) + \lambda_1((x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 1) - \lambda_2 x_2. \textbf{(V)}$$

(d)

$$\phi(x_1, x_2) = \inf_{\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0} \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) + \lambda_1((x_1 - 1)^2 + x_2^2 - 1) - \lambda_2 x_2$$

81. Si consideri il problema primale.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + 2x_2 \\ & x_1 + x_2^2 = 1 \\ & x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti funzioni ϕ è la funzione obiettivo del problema duale lagrangiano.

(a)

$$\phi(x_1, x_2, \lambda, \mu) = x_1^2 + 2x_2 + \mu(x_1 + x_2^2 - 1) - \lambda x_2.$$

(b)

$$\phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} x_1^2 + 2x_2 + \mu(x_1 + x_2^2 - 1) + \lambda x_2.$$

(c)

$$\phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} x_1^2 + 2x_2 + \mu(x_1 + x_2^2 - 1) - \lambda x_2. \textbf{(V)}$$

(d)

$$\phi(\lambda, \mu) = \inf_{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0} x_1^2 + 2x_2 + \mu(x_1 + x_2 - 1) - \lambda x_2.$$

82. Si consideri il problema primale.

$$\begin{aligned} \min \quad & e^{x_1} + x_2 \\ \text{con} \quad & x_1 + x_2 = 1 \\ & x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quali dei seguenti problemi è il suo duale lagrangiano.

(a)

$$\begin{aligned} \max \quad & \phi(\lambda, \mu) \\ \text{con} \quad & \lambda \geq 0 \quad \mu \geq 0, \end{aligned}$$

$$\text{con} \quad \phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} \{e^{x_1} + x_2 + \mu(x_1 + x_2 - 1) - \lambda x_2\}.$$

(b)

$$\begin{aligned} \inf \quad & \phi(\lambda, \mu) \\ \text{con} \quad & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{con} \quad \phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} \{e^{x_1} + x_2 + \mu(x_1 + x_2 - 1) - \lambda x_2\}.$$

(c)

$$\begin{aligned} \max \quad & \phi(\lambda, \mu) \\ \text{con} \quad & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

$$\text{con} \quad \phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} \{e^{x_1} + x_2 + \mu(x_1 + x_2 - 1) - \lambda x_2\}. \quad (\mathbf{V})$$

(d)

$$\begin{aligned} \max \quad & \phi(\lambda, \mu) \\ \text{con} \quad & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

$$\text{con} \quad \phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} \{e^{x_1} + x_2 + \mu(x_1 + x_2 - 1) + \lambda x_2\}.$$

83. Si consideri il problema primale.

$$\begin{aligned} \min \quad & e^{x_1+x_2} \\ \text{con} \quad & x_1 + x_2 = 1 \\ & x_1 - x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quali dei seguenti problemi è il suo duale lagrangiano.

(a)

$$\begin{aligned} \max \quad & \phi(\lambda, \mu) \\ & \mu \geq 0, \end{aligned}$$

$$\text{con} \quad \phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} \{e^{x_1+x_2} + \mu(x_1 + x_2 - 1) - \lambda(x_1 - x_2)\}.$$

(b)

$$\begin{aligned} \max \quad & \phi(\lambda, \mu) \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

$$\text{con} \quad \phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} \{e^{x_1+x_2} + \mu(x_1 + x_2 - 1) + \lambda(x_1 - x_2)\}.$$

(c)

$$\begin{aligned} \max \quad & \phi(\lambda, \mu) \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

$$\text{con} \quad \phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} \{e^{x_1+x_2} + \lambda(x_1 + x_2 - 1) - \mu(x_1 - x_2)\}.$$

(d)

$$\begin{aligned} \max \quad & \phi(\lambda, \mu) \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

$$\text{con} \quad \phi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in R^2} \{e^{x_1+x_2} + \mu(x_1 + x_2 - 1) - \lambda(x_1 - x_2)\}.(\mathbf{V})$$

84. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & a_j^T x - b_j = 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned}$$

dove f e g_i , $i = 1, \dots, m$, sono funzioni convesse e continuamente differenziabili su R^n . Sia $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

(a) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \max \quad & L(x, \lambda, \mu) \\ & \nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \mu \geq 0. \end{aligned}$$

(b) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \max \quad & L(x, \lambda, \mu) \\ & \nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0. \end{aligned}$$

(c) il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \max L(x, \lambda, \mu) \\ \nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0, \quad \lambda \geq 0. \end{aligned} \quad (\mathbf{V})$$

(d) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \max L(x, \lambda, \mu) \\ \nabla_x L(x, \lambda, \mu) \geq 0, \quad \lambda \geq 0. \end{aligned}$$

85. Si consideri il problema primale.

$$\begin{aligned} \min (x_1 + x_2)^2 \\ x_1 + x_2 \geq 10 \\ x_1 - x_2 = 1. \end{aligned}$$

Dire quali dei seguenti problemi è il suo duale di Wolfe.

(a)

$$\begin{aligned} \max (x_1 + x_2)^2 - \lambda(x_1 + x_2 - 10) + \mu(x_1 - x_2 - 1) \\ 2(x_1 + x_2) - \lambda + \mu = 0 \\ 2(x_1 + x_2) - \lambda - \mu = 0 \quad (\mathbf{V}) \\ \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max x_1^2 + x_2^2 - \lambda(x_1 + x_2) + \mu(x_1 - x_2) \\ 2(x_1 + x_2) - \lambda + \mu = 0 \\ 2(x_1 + x_2) - \lambda - \mu = 0 \\ \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \max (x_1 + x_2)^2 + \lambda(x_1 + x_2 - 10) + \mu(x_1 - x_2 - 1) \\ 2(x_1 + x_2) - \lambda + \mu = 0 \\ 2(x_1 + x_2) - \lambda - \mu = 0 \\ \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \max (x_1 + x_2)^2 - \lambda(x_1 + x_2 - 10) + \mu(x_1 - x_2 - 1) \\ 2(x_1 + x_2) - \lambda + \mu = 0 \\ 2(x_1 + x_2) - \lambda - \mu = 0 \\ \lambda \geq 0, \mu \geq 0. \end{aligned}$$

86. Si consideri il problema primale.

$$\begin{aligned} \min \quad & -(x_1 + x_2) \\ & x_1 + x_2^2 \leq 10 \\ & x_1 - x_2 = 1. \end{aligned}$$

Dire quali dei seguenti problemi è il suo duale di Wolfe.

(a)

$$\begin{aligned} \min \quad & -(x_1 + x_2) + \lambda(x_1 + x_2^2 - 10) + \mu(x_1 - x_2 - 1) \\ & -1 + \lambda + \mu = 0 \\ & -1 + 2\lambda x_2 - \mu = 0 \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \max \quad & -(x_1 + x_2) + \lambda(x_1 + x_2^2 - 10) + \mu(x_1 - x_2 - 1) \\ & -1 + \lambda + \mu = 0 \\ & -1 + 2\lambda x_2 - \mu = 0 \quad (\mathbf{V}) \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} \max \quad & -(x_1 + x_2) - \lambda(x_1 + x_2^2 - 10) + \mu(x_1 - x_2 - 1) \\ & -1 + \lambda + \mu = 0 \\ & -1 + 2\lambda x_2 - \mu = 0 \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \max \quad & -(x_1 + x_2) + \lambda(x_1 + x_2^2 - 10) + \mu(x_1 - x_2 - 1) \\ & \lambda \geq 0, \end{aligned}$$

87. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^T Qx + c^T x \\ & Ax \leq b, \end{aligned}$$

con $x \in R^n$, $Q \in R^{n \times n}$, $c \in R^n$, $A \in R^{m \times n}$ e $b \in R^m$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

(a) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{1}{2}x^T Qx + b^T \lambda \\ & Qx + A^T \lambda + c = 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda \in R^m. \end{aligned}$$

(b) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^T Qx + b^T \lambda \\ & Qx + A^T \lambda + c = 0, \quad \lambda \in R^m. \end{aligned}$$

(c) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^T Q^{-1}x + b^T \lambda \\ & Qx + A^T \lambda + c = 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda \in R^m. \end{aligned}$$

(d) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^T Qx + b^T \lambda \\ & Qx + A^T \lambda + c = 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda \in R^m. \end{aligned} \quad (\mathbf{V})$$

88. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^T Qx + c^T x \\ & Ax \leq b, \end{aligned}$$

con $x \in R^n$, $Q \in R^{n \times n}$, Q definita positiva, $c \in R^n$, $A \in R^{m \times n}$ e $b \in R^m$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

(a) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{1}{2}\lambda^T A Q^{-1} A^T \lambda + (A Q^{-1} c + b)^T \lambda \\ & \lambda \geq 0, \quad \lambda \in R^m. \end{aligned}$$

(b) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}\lambda^T A Q^{-1} A^T \lambda + (A Q^{-1} c + b)^T \lambda \\ & \lambda \in R^m. \end{aligned}$$

(c) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}\lambda^T A^{-1} Q A^{-T} \lambda + (A^{-1} Q c + b)^T \lambda \\ & \lambda \geq 0, \quad \lambda \in R^m. \end{aligned}$$

(d) Il duale Wolfe è dato da

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \lambda^T A Q^{-1} A^T \lambda + (A Q^{-1} c + b)^T \lambda \\ & \lambda \geq 0, \quad \lambda \in R^m. \quad (\mathbf{V}) \end{aligned}$$

89. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ a_j^T x - b_j = 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned} \quad (8)$$

dove f e $g_i, i = 1, \dots, m$, sono funzioni convesse e continuamente differenziabili su R^n . Sia $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) il duale di Wolfe è dato da $\max L(x, \lambda, \mu)$ con $\nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0, \quad \lambda \geq 0. (\mathbf{V})$
- (b) il duale di Wolfe è dato da $\max L(x, \lambda, \mu)$ con $\nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \mu \geq 0.$
- (c) il duale di lagrangiano è dato da $\max L(x, \lambda, \mu)$ con $\lambda \geq 0$;
- (d) il duale di lagrangiano è dato da $\max \varphi(\lambda, \mu)$ con $\lambda \geq 0$ e dove $\varphi(\lambda, \mu) = \inf_{x \in X} L(x, \lambda, \mu)$ **(V)**

90. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ a_j^T x - b_j = 0 \quad j = 1, \dots, q. \end{aligned} \quad (9)$$

dove $f \in C^1(R^n)$ e $g_i \in C^1(R^n), i = 1, \dots, m$, sono funzioni convesse su R^n . Sia $L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il punto \tilde{x} è ammissibile per il problema primale dato e se i vettori $x \in R^n, \lambda \in R^m$ e $\mu \in R^q$ sono tali che $\nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0, \quad \lambda \geq 0$ allora

$$f(\tilde{x}) \leq L(x, \lambda, \mu)$$

.

- (b) Se il punto \tilde{x} è ammissibile per il problema primale dato e se i vettori $x \in R^n, \lambda \in R^m$ e $\mu \in R^q$ sono tali che $\nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0, \quad \lambda \geq 0$ allora

$$f(\tilde{x}) \geq L(x, \lambda, \mu)$$

.(V)

- (c) Se il punto \tilde{x} è ammissibile per il problema primale dato e se i vettori $x \in R^n$, $\lambda \in R^m$ e $\mu \in R^q$ sono tali che $\nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0$, $\lambda \geq 0$ allora

$$f(\tilde{x}) = L(x, \lambda, \mu)$$

.

- (d) Se il punto \tilde{x} è ammissibile per il problema primale dato e se i vettori $x \in R^n$, $\lambda \in R^m$ e $\mu \in R^q$ sono tali che $\nabla_x L(x, \lambda, \mu) = 0$ allora

$$f(\tilde{x}) \geq L(x, \lambda, \mu)$$

.

91. Dato il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - x_2 \dots - x_n \\ & x \in \mathcal{F}, \end{aligned}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : 0 \leq x_i \leq 10, \forall i = 1, \dots, n\}$, il suo Problema Duale è illimitato superiormente
- (b) Se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : 0 \leq x_i \leq 10, \forall i = 1, \dots, n\}$, il suo il Problema Duale ammette soluzione. **(V)**
- (c) Se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : x_i \leq 0, \forall i = 1, \dots, n\}$, il suo Problema Duale è illimitato superiormente.
- (d) Se $\mathcal{F} = \{x \in R^n : x_i \geq 0, \forall i = 1, \dots, n\}$, il suo Problema Duale ammette soluzione.

92. Data una coppia di problemi **lineari** Primale-Duale Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il Problema Primale è illimitato inferiormente allora il Problema Duale è non ammissibile. **(V)**
- (b) Se il Problema Primale è illimitato inferiormente allora il Problema Duale è illimitato superiormente.
- (c) Se il Problema Duale è illimitato superiormente allora il Problema Primale è non ammissibile. **(V)**
- (d) Entrambi i problemi possono essere non ammissibili. **(V)**

93. Data una coppia di problemi Primale-Duale Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il Problema Primale è lineare anche il Problema Duale è lineare. **(V)**
- (b) Se il Problema Primale è quadratico anche il Problema Duale è quadratico. **(V)**
- (c) Se il Problema Primale è lineare allora il duale del Problema Duale è il problema primale. **(V)**

(d) Se il Problema Primale è quadratico allora il duale del Problema Duale è il problema primale.

94. Sia dato il problema descritto da

$$\begin{aligned} \min c^T x \\ Ax \geq b, \end{aligned}$$

con $c \in R^n$, $A \in R^{m \times n}$ e $b \in R^m$, ed il suo problema duale:

$$\begin{aligned} \max b^T u \\ A^T u = c, \quad u \geq 0. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) un vettore \bar{x} e un vettore \bar{u} sono soluzioni ottime del problema primale e del problema duale se e solamente se soddisfano: $\bar{u}^T(A\bar{x} - b) = 0$;
- (b) un vettore \bar{x} ammissibile per il problema primale e un vettore \bar{u} ammissibile per il problema duale sono soluzioni ottime del problema primale e del problema duale se e solamente se soddisfano:
 $\bar{u}^T(A\bar{x} - b) = 0$; **(V)**
- (c) un vettore \bar{x} ammissibile per il problema primale e un vettore \bar{u} ammissibile per il problema duale sono soluzioni ottime del problema primale e del problema duale se e solamente se soddisfano:
 $\bar{u}^T(A\bar{x} - b) < 0$;
- (d) un vettore \bar{x} ammissibile per il problema primale e un vettore \bar{u} ammissibile per il problema duale sono soluzioni ottime del problema primale e del problema duale se e solamente se soddisfano: $\bar{x}^T(A^T\bar{u} - c) = 0$.

95. Sia dato un poliedro. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un vettore $\bar{x} \in R^n$ è un vertice di P se soddisfa alla seguenti condizioni: $\bar{x} \in P$ e comunque presi due punti distinti $x_1, x_2 \in P$ tali che $\bar{x} \neq x_1$ e $\bar{x} \neq x_2$ si ha $\bar{x} = (1 - \beta)x_1 + \beta x_2$ con $\beta \in [0, 1]$.
- (b) Un vettore $\bar{x} \in R^n$ è un vertice di P se soddisfa alla seguenti condizioni: $\bar{x} \in P$ e non esistono due punti distinti $x_1, x_2 \in R^n$ tali che $\bar{x} \neq x_1$ e $\bar{x} \neq x_2$ e $\bar{x} = (1 - \beta)x_1 + \beta x_2$ con $\beta \in [0, 1]$.
- (c) Un vettore $\bar{x} \in R^n$ è un vertice di P se soddisfa alla seguenti condizioni: $\bar{x} \in P$ ed si possono trovare due punti distinti $x_1, x_2 \in P$ tali che $\bar{x} \neq x_1$ e $\bar{x} \neq x_2$ e $\bar{x} = (1 - \beta)x_1 + \beta x_2$ con $\beta \in [0, 1]$.
- (d) Un vettore $\bar{x} \in R^n$ è un vertice di P se soddisfa alla seguenti condizioni: $\bar{x} \in P$ e comunque presi due punti distinti $x_1, x_2 \in P$ tale che $\bar{x} \neq x_1$ e $\bar{x} \neq x_2$ non accade mai che $\bar{x} = (1 - \beta)x_1 + \beta x_2$ con $\beta \in [0, 1]$. **(V)**

96. Siano dati un poliedro $P = \{x \in R^n \mid Ax \geq b\}$ (con $A \in R^{m \times n}$ $b \in R^m$) e un punto $\bar{x} \in P$. Sia $I(\bar{x}) = \{i \in \{1, \dots, m\} : a_i^T \bar{x} = b_i\}$.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto \bar{x} è un vertice di P se e solo se esistono n righe a_i^T della matrice A che sono linearmente indipendenti.
- (b) Il punto \bar{x} è un vertice di P se e solo se esistono n righe a_i^T della matrice A tali che $i \in I(\bar{x})$.
- (c) Il punto \bar{x} è un vertice di P se e solo se è soluzione unica del sistema

$$a_i^T x = b_i \quad i = 1, \dots, m.$$

- (d) Il punto \bar{x} è un vertice di P se e solo se esistono n righe a_i^T della matrice A con $i \in I(\bar{x})$ che sono linearmente indipendenti. **(V)**

97. Sia dato un problema di PL definito come $\{\min c^T x : x \in P\}$, dove P è un poliedro non vuoto.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è una soluzione ottima del problema di PL se $\bar{x} \in P$ e $c^T \bar{x} \geq c^T x$ per ogni $x \in P$.
- (b) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è una soluzione ottima del problema di PL se $\bar{x} \in P$ ed esiste un vettore $x \in P$ tale che $c^T \bar{x} \leq c^T x$.
- (c) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è una soluzione ottima del problema di PL se $\bar{x} \in P$ e $c^T \bar{x} \leq c^T x$ per ogni $x \in R^n$.
- (d) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è una soluzione ottima del problema di PL se $\bar{x} \in P$ e $c^T \bar{x} \leq c^T x$ per ogni $x \in P$. **(V)**

98. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a)

$$\begin{aligned} \min \quad & 0 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 2 \\ & 3x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

è un problema di Programmazione Lineare **(V)**

- (b)

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + (\cos 3)x_2 + x_3 \\ & x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 \leq 3 \\ & 3x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ & 1 \leq x_1 \leq 5, \quad 0 \leq x_3 \leq 10 \end{aligned}$$

è un problema di Programmazione Lineare **(V)**

(c)

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 - x_2x_3 + x_4^2 \\ & x_1 - x_2 + 7x_3 - x_2x_4 \leq 3 \\ & 3x_1^3 - 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ & x_1 \leq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

è un problema di Programmazione Lineare

(d)

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & x^T A x = b^T x, \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

(dove il vettore delle variabili x ha n componenti, A è una matrice di numeri $n \times n$, e b è un vettore di numeri a n componenti) è un problema di Programmazione Lineare

99. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

(a)

$$\begin{aligned} \min \quad & 7 \\ & x_1 - \cos(2\pi)x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 2 \\ & 3x_1 - 6x_2 - e^3x_3 = 0 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_3 \leq 0 \end{aligned}$$

è un problema di Programmazione Lineare **(V)**

(b)

$$\begin{aligned} & x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 < 3 \\ & 3x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ & 1 \leq x_1 < 5. \end{aligned}$$

è un poliedro

(c)

$$\begin{aligned} & x_1 - x_2^2 + 7x_3 - x_2x_4 \leq 3 \\ & 3x_1^3 - 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ & x_1 \leq 0, \quad x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

è un poliedro

(d)

$$\begin{aligned} \max \quad & c^T x \\ & \|x\| \leq 10, \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

è un problema di Programmazione Lineare

100. Sia dato un problema di PL la cui regione ammissibile non contiene rette. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile o è vuota o è limitata
- (b) Se il problema è illimitato inferiormente, allora la regione ammissibile può essere vuota
- (c) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente illimitata
- (d) Se il problema ha almeno una soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente non vuota **(V)**

101. Sia dato un problema di PL la cui regione ammissibile è non vuota e non contiene rette. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile necessariamente non ha vertici
- (b) Se la regione ammissibile è illimitata il problema sicuramente non ha soluzione.
- (c) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente illimitata **(V)**
- (d) La regione ammissibile del problema ha sicuramente vertici. **(V)**

102. Sia dato l'insieme S definito dal sistema

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 1 \\ & & x_2 & & & \leq & 3 \\ & & & & x_3 & \leq & 1 \\ & & & & x_i & \geq & \beta, \quad i = 1, 2, 3 \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Sia $\beta < 0$. L'insieme S non è un poliedro
- (b) Sia $\beta = 0$. S è un poliedro ha infiniti vertici
- (c) Sia $\beta = 0$. S il punto $(0, 0, 1)$ è ammissibile **(V)**
- (d) Sia $\beta \geq 0$. Allora S è un poliedro e non contiene rette **(V)**

103. Sia dato l'insieme S definito dal sistema

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 1 \\ & & x_2 & & & \leq & 3 \\ x_1 & & & + & x_3 & \leq & 1 \\ & & & & x_3 & \leq & 1 \\ & & & & x_1 & \geq & 0, \\ & & & & x_3 & \geq & 0. \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(1, 0, 0)^T$ è un vertice. **(V)**
- (b) Il punto $(0, 0, 1)^T$ è un vertice. **(V)**
- (c) Il punto $(0, 3, 0)^T$ è un vertice. **(V)**
- (d) Il punto $(0, 0, 0)^T$ è ammissibile. **(V)**

104. Sia dato il seguente poliedro

$$\begin{array}{rcccccccl} -x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ x_1 & - & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_5 & = & -2 \\ & & & & x & \geq & 0 & & \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) le colonne associate alle variabili $\{x_4, x_5\}$ formano un matrice che è una base ammissibile
- (b) Il poliedro ha 12 vertici
- (c) le colonne associate alle variabili $\{x_1, x_3\}$ formano un matrice che è una base
- (d) Il punto $(0, 1, 0, 0, 0)$ è un vertice **(V)**

105. Sia dato il poliedro definito dal sistema

$$\begin{array}{rcccccccl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & = & 6 \\ x_1 & + & x_2 & & & + & x_4 & = & 5 \\ x_1 & & & & & & - & x_5 & = & 0 \\ & & & & & & x & \geq & 0 \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(0, 4, 2, 1, 0)^T$ è un vertice
- (b) Il punto $(0, 0, 6, 5, 0)^T$ è un vertice **(V)**
- (c) Il punto $(4, 0, 2, 1, 4)^T$ è un vertice
- (d) Il punto $(0, 4, 2, -1, 0)^T$ è un vertice

106. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il metodo del simplesso (applicato a un problema di minimizzazione) può generare una sequenza infinita di vertici distinti.
- (b) Il metodo del simplesso (applicato a un problema di minimizzazione) può generare una sequenza di basi successive e distinte in corrispondenza alle quali il valore della funzione obiettivo è 20, 10, 10, 8, 5. **(V)**
- (c) Il metodo del simplesso (applicato a un problema di minimizzazione) può generare una sequenza di vertici successivi in corrispondenza alle quali il valore della funzione obiettivo è 20, 10, 10, 8, 5, 8.

- (d) Il metodo del simplesso può produrre punti non ammissibili
107. Sia dato un problema di PL in forma standard e una base ammissibile B . Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.
- (a) Il vettore dei costi ridotti γ è dato da $\gamma^T = c_N^T - B^{-1}Nc_B^T$
 - (b) Il vettore dei costi ridotti γ è dato da $\gamma = c_N - (B^{-1}N)^T c_B$ **(V)**
 - (c) Se il vettore dei costi ridotti γ ha almeno una componente nulla allora la soluzione di base ammissibile associata è degenera
 - (d) Se il vettore dei costi ridotti γ ha tutte componenti positive allora la soluzione di base ammissibile associata è l'unica soluzione ottima del problema **(V)**
108. Sia dato un poliedro P in forma standard, definito cioè dal sistema $Ax = b, x \geq 0$ e dove il numero delle equazioni è m e il numero delle variabili è n . Si supponga che il rango della matrice A sia m e sia B una matrice di base di A . Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.
- (a) B è una base ammissibile se B ha tutti gli elementi positivi
 - (b) Il vettore costituito dai sottovettori $x_B = B^T b$ e $x_N = 0$ è un vertice di P
 - (c) B è una base ammissibile se $B^{-1}b \geq 0$ **(V)**
 - (d) Se B è una base ammissibile, il vettore costituito dai sottovettori $x_B = B^{-1}b$ e $x_N = 0$ è un vertice di P **(V)**
109. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.
- (a) un poliedro è sicuramente un insieme convesso **(V)**
 - (b) un insieme convesso è sicuramente un poliedro
 - (c) Se un poliedro contiene una semiretta allora non ha sicuramente dei vertici.
 - (d) Se un poliedro contiene una retta allora sicuramente non ha vertici. **(V)**
110. Sia data una soluzione di base \bar{x} di un problema di PL (in forma standard). Si supponga che le variabili $(x_1, x_2, x_7)^T$ siano in base mentre le variabili $(x_4, x_6, x_5, x_3)^T$ sono fuori base. Il valore della funzione obiettivo in \bar{x} è 7 (cioè $C_B^T B^{-1}b = 7$) e i coefficienti di costo ridotto sono $\gamma^T = (0, -1, 1, -3)$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.
- (a) La soluzione di base corrente soddisfa il criterio di ottimalità.
 - (b) Il valore della funzione obiettivo nel punto ammissibile $x^T = (1, 1, 0, 0, 0, 1, 1)$ è 6 **(V)**
 - (c) Una variabile candidata ad entrare in base è x_3 **(V)**
 - (d) Le variabili candidate ad entrare in base sono x_4, x_5

111. Sia dato un poliedro in forma standard (con $\text{rango}(A) = m$) e un suo vertice \bar{x} . Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il vertice \bar{x} è degenere, esiste sicuramente una base che lo genera. **(V)**
- (b) Se il vertice \bar{x} non è degenere possono esistere più basi che lo generano
- (c) Se il vertice \bar{x} è degenere ha esattamente $n - m$ componenti nulle.
- (d) Se il vertice \bar{x} è non degenere ha esattamente m componenti positive. **(V)**

112. In un'iterazione del metodo del simplesso risulta $x_B = (x_1, x_3, x_5)^T$, $x_N = (x_2, x_6, x_7, x_4)^T$,

$$B^{-1}N = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -3 & 8 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) La soluzione di base corrente soddisfa il criterio di ottimalità.
- (b) La soluzione di base corrente è non degenere. **(V)**
- (c) L'insieme ammissibile del problema è non vuoto. **(V)**
- (d) Il problema è illimitato **(V)**

113. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Un problema di PL può avere un numero infinito di soluzioni **(V)**
- (b) Un problema di PL illimitato ha la regione ammissibile illimitata **(V)**
- (c) Se problema di PL ha la regione ammissibile illimitata allora è necessariamente illimitato
- (d) In un problema di PL in forma standard in cui l'insieme ammissibile non è vuoto, può avere un numero infinito di vertici.

114. Sia dato il poliedro P non vuoto e definito dal seguente sistema

$$\begin{aligned} Ax &\geq b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

dover A è una matrice m per n , con $m < n$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) P ha almeno un vertice. **(V)**
- (b) In un vertice di P ci sono sicuramente almeno $n - m$ variabili nulle. **(V)**
- (c) L'origine, cioè il punto $x = 0$ è sicuramente un vertice di P .
- (d) In un vertice di P , il numero dei vincoli attivi è almeno n . **(V)**

115. Sia dato un problema di PL definito come $\{\min c^T x : Ax = b, x \geq 0\}$, dove A è una matrice $m \times n$. Sia $B = (a_{j_1}, \dots, a_{j_m})$ una sottomatrice $m \times m$ di A

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è un vertice dell'insieme ammissibile del problema di PL se B è una base, $(x_{j_1}, \dots, x_{j_m})^T = B^{-1}b$ e $(x_{j_{m+1}}, \dots, x_{j_n})^T = 0$.
- (b) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è un vertice dell'insieme ammissibile del problema di PL se B è una base ammissibile, $(x_{j_1}, \dots, x_{j_m})^T = B^{-1}b$ e $(x_{j_{m+1}}, \dots, x_{j_n})^T = 0$. **(V)**
- (c) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è un vertice dell'insieme ammissibile del problema di PL se B è una base ammissibile, $(x_{j_1}, \dots, x_{j_m})^T > 0$, $(x_{j_{m+1}}, \dots, x_{j_n})^T = 0$.
- (d) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è un vertice dell'insieme ammissibile del problema di PL se B è una base ammissibile, $(x_{j_1}, \dots, x_{j_m})^T = b$ e $(x_{j_{m+1}}, \dots, x_{j_n})^T = 0$.

116. Sia dato il seguente poliedro

$$\begin{array}{rclclcl} -2x_1 & - & 2x_2 & + & 2x_3 & \leq & 2 \\ -x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ & & & & x_2 & \geq & 0 \\ & & & & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) $(0, 0, 1)$ è un vertice
- (b) Il poliedro ha 12 vertici
- (c) $(0, 1, 2)$ è un vertice
- (d) $(-1, 0, 0)$ è un vertice **(V)**

117. Nel metodo del simplesso, si supponga di aver fallito il test di ottimalità e quello di illimitatezza. Il metodo del simplesso genera una nuova soluzione di base, definita come $x(\bar{\rho})$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) $x(\bar{\rho})$ è non degenere se e solo se $\bar{\rho} \neq 0$
- (b) Se si sceglie un $\rho > \bar{\rho}$ allora il valore della funzione obiettivo in $x(\rho)$ è strettamente superiore a quello corrente
- (c) Se si sceglie un $\rho > \bar{\rho}$ allora $x(\rho)$ non è una soluzione di base ammissibile. **(V)**
- (d) Se $\rho \in [0, \bar{\rho})$, il valore della funzione obiettivo in $x(\rho)$ è non superiore a quello corrente ma il punto non è ammissibile.

118. In un'iterazione del metodo del simplesso, si ha $x_B = (x_4, x_3)^T$ e $x_N = (x_1, x_2, x_5)^T$. Inoltre si sono ottenute le seguenti quantità:

$$c_B^T B^{-1}b = 1, \quad B^{-1}N = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema è illimitato inferiormente. **(V)**
- (b) Il problema non è ammissibile.
- (c) Il punto $(0, 0, 1, 2, 0)^T$ è una soluzione ottima del problema.
- (d) Il valore della funzione obiettivo nel punto ammissibile $(0, 1, 1, 1, 0)^T$ è 1.

119. Sia dato il seguente poliedro

$$\begin{array}{rclclcl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & = & 3 \\ \frac{1}{2}x_1 & + & x_2 & & & - & 2x_4 & = & 1.5 \\ x_1 & + & 2x_2 & & & & & = & 3 \\ & & & & & & x & \geq & 0. \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) $(1, 1, 1, 0)$ è un vertice
- (b) le colonne $\{a_1, a_2, a_4\}$ formano una matrice di base **(V)**
- (c) $(3, 0, 0, 0)$ è una SBA **(V)**
- (d) $(0, 0, 0, 0)$ è un vertice degenero

120. In un'iterazione del metodo del simplesso risulta $x_B = (x_1, x_2, x_3)^T$, $x_N = (x_4, x_5, x_6, x_7)^T$,

$$B^{-1}N = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il test di ottimalità non è soddisfatto **(V)**
- (b) Il test di illimitatezza è soddisfatto
- (c) Il punto $(2, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$ è sicuramente un vertice del poliedro descritto dai vincoli del problema. **(V)**
- (d) La soluzione di base corrente è degenero.

121. In un'iterazione del metodo del simplesso, non sono soddisfatti né il test di ottimalità né quello di illimitatezza. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Viene generata sicuramente una nuova base distinta da quella corrente. **(V)**
- (b) Viene generato sicuramente un nuovo vertice distinto da quello corrente.
- (c) Se la base corrente è degenera viene sicuramente generata una nuova base in cui il valore della funzione obiettivo è diminuito.
- (d) Se la base corrente è non degenera viene sicuramente generato un nuovo vertice in cui il valore della funzione obiettivo è diminuito. **(V)**

122. In un'iterazione del metodo del simplesso, si ha $x_B = (x_4, x_3)^T$ e $x_N = (x_1, x_2, x_5)^T$. Inoltre si sono ottenute le seguenti quantità:

$$c_B^T B^{-1}b = 1, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}N = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema è illimitato inferiormente. **(V)**
- (b) Il valore della funzione obiettivo nel punto ammissibile $(0, 2, 0, 4, 1)^T$ è -7.
- (c) Il punto $(0, 0, 1, 2, 0)^T$ è una soluzione ottima del problema.
- (d) Il valore della funzione obiettivo nel punto ammissibile $(0, 0, 1, 2, 0)^T$ è 1. **(V)**

123. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) L'insieme $\{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 + x_2 \leq 0, x_1 \geq 1, x_2 \geq 0\}$ è un poliedro **(V)**
- (b) L'insieme $\{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 + x_2 \leq 0, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\} \cup \{x \in \mathbb{R}^n : x \geq 10\}$ è un poliedro
- (c) L'insieme $\{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 + x_2 \leq 0, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\} \cap \{x \in \mathbb{R}^n : x \geq 10\}$ è un poliedro **(V)**
- (d) L'insieme $\{x \in \mathbb{R}^2 : (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) \leq 0, x_1 \geq 1, x_2 \geq 0\}$ è un poliedro

124. Dato il seguente problema

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - 2x_2 + x_3x_4 \\ & x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 3 \\ & e^3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \\ & 2x_1 - x_2 - x_3 + e^4x_4 \geq -1 \\ & -10 \leq x_i \leq 10, \quad i = 1, \dots, 4. \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- (a) il problema è un problema di Programmazione Lineare;

- (b) l'insieme ammissibile del problema è un poliedro illimitato;
- (c) l'insieme ammissibile è convesso; **(V)**
- (d) l'insieme ammissibile è un insieme limitato. **(V)**

125. Sia dato il seguente poliedro

$$\begin{array}{rclcl} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 2 \\ 4x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & \geq & 4 \\ & & & & x_2 & \geq & 0 \\ & & & & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) $(1, 0, 0)$ è un vertice; **(V)**
- (b) $(0, 0, 2)$ è un vertice;
- (c) $(-1, 4, 0)$ è ammissibile; **(V)**
- (d) $(0, 0, 0)$ è un vertice.

126. Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere.

- (a) Il problema di PL

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 + x_2 \\ & x_1 + x_2 \leq -3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{array}$$

è illimitato inferiormente.

- (b) Il problema di PL

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 + x_2 \\ & x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{array}$$

ha almeno una soluzione ottima. **(V)**

- (c) Il problema di PL

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 + x_2 \\ & x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, \end{array}$$

è non ammissibile.

(d) Il problema di PL

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 \\ & x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

è illimitato inferiormente.

127. Sia dato un problema di PL definito come $\{\min c^T x : Ax \leq b\}$, dove $\{x \in R^n : Ax \leq b\}$ è un poliedro non vuoto.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è sicuramente una soluzione ottima del problema di PL se $A\bar{x} \leq b$ e $c^T \bar{x} \geq c^T x$ per ogni x tale che $Ax \leq b$.
- (b) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è sicuramente una soluzione ottima del problema di PL se $\bar{x} \in R^n$ ed esiste un vettore x che soddisfa $Ax \leq b$ e $c^T \bar{x} \leq c^T x$.
- (c) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è sicuramente una soluzione ottima del problema di PL se $A\bar{x} \leq b$ e $c^T \bar{x} \leq c^T x$ per ogni x tale che $Ax \leq b$. **(V)**
- (d) Il vettore $\bar{x} \in R^n$ è sicuramente una soluzione ottima del problema di PL se $A\bar{x} \leq b$ e $c^T \bar{x} < c^T x$ per ogni x tale che $Ax \leq b$. **(V)**

128. Sia dato un problema di PL la cui regione ammissibile non contiene rette. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente vuota.
- (b) Se il problema ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente non vuota **(V)**
- (c) Se la regione ammissibile è illimitata allora il problema è sicuramente illimitato inferiormente
- (d) Se la regione ammissibile è limitata e non vuota il problema ha sicuramente una soluzione ottima su un vertice. **(V)**

129. Sia dato un poliedro P non vuoto definito dal sistema $Ax = b, x \geq 0$ e dove il numero delle equazioni è m e il numero delle variabili è n . Si supponga che il rango della matrice A sia m . Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Esiste sicuramente almeno una soluzione di base **(V)**
- (b) Esiste sicuramente almeno una soluzione di base ammissibile **(V)**
- (c) Il poliedro ha sicuramente almeno un vertice **(V)**
- (d) Possono esistere infinite matrici di base

130. Sia dato il poliedro P definito dal seguente sistema

$$\begin{array}{rcl} Ax & \geq & b \\ x & \geq & 0 \end{array}$$

dove A è una matrice m per n . Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il poliedro è in forma standard.
- (b) Un punto $\bar{x} \in P$ è un vertice di P se e solo se le colonne della matrice A corrispondenti a componenti positive di \bar{x} sono linearmente indipendenti.
- (c) Un punto $\bar{x} \in P$ è un vertice di P se e solamente se in \bar{x} sono attivi esattamente n vincoli.
- (d) Se un punto $\bar{x} \in P$ è un vertice di P allora tutte le componenti di \bar{x} sono non negative. **(V)**

131. Sia dato il seguente poliedro

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ -2x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & = & 2 \\ & & & & x & \geq & 0. \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $(0,0,1,0)$ non è una SBA
- (b) Il punto $(1,0,0,1)$ è una SBA ed è generato da 1 sola base **(V)**
- (c) Il punto $(0,-1,0,0)$ è una SBA degnere
- (d) Il punto $(2,1,0,2)$ è una SBA.

132. Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere.

- (a) Il seguente insieme

$$\left\{ (x_1, x_2)^T \in R^2 : \quad e^7 x_1 + x_2 \geq 0, \quad x_1 + x_2 = \cos \alpha \right\},$$

è un poliedro. **(V)**

- (b) Il seguente problema di minimizzazione

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 + x_2 \\ & x_3(x_1 + x_2) \geq -3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \end{array}$$

è un problema di programmazione lineare.

- (c) Per qualunque valore delle costanti c_1 e c_2 , il problema di PL

$$\begin{array}{ll} \min & c_1 x_1 + c_2 x_2 \\ & x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{array}$$

ha almeno una soluzione ottima. **(V)**

(d) Per qualunque valore delle costanti c_1 e c_2 , il problema di PL

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{aligned}$$

ha almeno una soluzione ottima.

133. In un'iterazione del metodo del simplesso, si ha $x_B = (x_4, x_2)^T$ e $x_N = (x_5, x_1, x_3)^T$. Inoltre si sono ottenute le seguenti quantità:

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}N = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

(a) L'insieme ammissibile del problema può essere descritto dalle seguenti relazioni

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x \geq 0.$$

(b) L'insieme ammissibile del problema può essere descritto dalle seguenti relazioni **(V)**

$$\begin{aligned} x_4 + x_5 - x_1 &= 2 \\ x_2 + x_5 - x_3 &= 1 \\ x &\geq 0. \end{aligned}$$

(c) Il punto $(0, 1, 0, 2, 0)^T$ è una soluzione ammissibile di base. **(V)**

(d) Il punto $(2, 0, 1, 0, 0)^T$ appartiene all'insieme ammissibile del problema.

134. In un'iterazione del metodo del simplesso, si ha $x_B = (x_5, x_1)^T$ e $x_N = (x_3, x_2, x_4)^T$. Inoltre si sono ottenute le seguenti quantità:

$$c_B^T B^{-1}b = 3, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}N = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

(a) Il valore della funzione obiettivo nel punto $(2, 0, 0, 0, 1)^T$ è 3. **(V)**

- (b) Il valore della funzione obiettivo nel punto ammissibile $(0, 0, 2, 1, 0)^T$ è 7. **(V)**
- (c) Esistono sicuramente dei punti ammissibili in cui la funzione obiettivo assume valore strettamente inferiore a 3. **(V)**
- (d) Il punto $(1, 0, 0, 0, 2)^T$ è una soluzione ottima del problema.

135. Siano dati un problema di PL in forma standard, una sua base ammissibile B , la matrice $B^{-1}N$ ed il vettore $B^{-1}b$. Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema ha una soluzione ottima su un vertice.
- (b) Il problema può essere vuoto.
- (c) La matrice A dei vincoli ha rango uguale a m (numero di righe) **(V)**
- (d) La regione ammissibile non contiene rette **(V)**

136. In un'iterazione della del metodo del simplesso, si ha $x_B = (x_5, x_3)^T$ e $x_N = (x_1, x_2, x_4)^T$. Inoltre si sono ottenute le seguenti quantità:

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}N = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema è sicuramente illimitato inferiormente.
- (b) Il punto $(0, 0, 1, 0, 2)^T$ è un vertice non degenero del problema. **(V)**
- (c) Il punto $(1, 1, 0, 0, 1)^T$ è un punto ammissibile.
- (d) Il punto $(0, 1, 1, 1, 0)^T$ non è un punto ammissibile. **(V)**

137. Sia dato il seguente poliedro

$$\begin{array}{rclcl} 4x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 4 \\ x_2 & - & x_3 & & & \leq & 1 \\ 4x_1 & + & x_3 & & & \leq & 5 \\ & & & & x_1 & \geq & 0 \\ & & & & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) $(1, 2, 1)$ è un vertice
- (b) Il poliedro ha 12 vertici
- (c) $(0, 6, 5)$ è un vertice **(V)**
- (d) $(0, -2, 0)$ è un vertice

138. Sia P un poliedro che non contiene rette e si consideri il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & x \in P \end{aligned}$$

in cui si ha che: $c^T x \geq 0$ per ogni $x \in P$.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il problema può essere illimitato inferiormente;
- (b) Se la regione ammissibile è non vuota allora il problema ha sicuramente una soluzione ottima su un vertice dell'insieme ammissibile. **(V)**
- (c) Se il problema ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente limitata;
- (d) Se il problema ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile non contiene sicuramente semirette;

139. Sia dato il seguente poliedro

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &\leq 2 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq \beta \\ x_1 + x_2 &\geq 0 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) il punto $(0, 0, 0)^T$ è un vertice per ogni $\beta > 0$
- (b) per nessun valore di β il punto $(1, 1, 0)^T$ è un vertice **(V)**
- (c) se $\beta = 0$, il punto $(0, 0, 0)^T$ è un vertice **(V)**
- (d) per nessun valore di β il punto $(3, 0, -1)^T$ è un vertice

140. Ad una certa iterazione dell'applicazione del metodo del simplesso abbiamo che:

$$x_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix}, \quad x_N = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$B^{-1}N = \Pi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c^T B^{-1}b = 1$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette.

- (a) Il punto $x = (2, 1, 1, 1, 0)^T$ è ammissibile. **(V)**

- (b) Il test di illimitatezza è soddisfatto. **(V)**
- (c) Il punto $x = (1, 0, 2, 0, 0)^T$ è una SBA. **(V)**
- (d) Il test di ottimalità è soddisfatto.

141. Sia dato un problema di PL in forma standard che, per una data base ammissibile, soddisfa il criterio di illimitatezza.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono corrette

- (a) La regione ammissibile contiene una retta
- (b) La regione ammissibile contiene una semiretta **(V)**
- (c) La regione ammissibile è limitata
- (d) L'insieme delle soluzioni ottime è illimitato

142. Dato il seguente problema in forma generale

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 - 2x_2 + x_3 \\
 & x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 3 \\
 & 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\
 & 2x_1 + x_3 \geq -1 \\
 & x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Dire quali dei seguenti problemi in forma standard è equivalente a quello dato:

(a)

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 - 2x_4 + 2x_5 + x_3 \\
 & x_1 + 2x_4 - 2x_5 + 4x_3 + x_6 = 3 \\
 & 3x_1 + x_4 - x_5 - x_3 = 0 \quad \textbf{(V)} \\
 & 2x_1 + x_3 - x_7 = -1 \\
 & x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0, \quad x_6 \geq 0, \quad x_7 \geq 0.
 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 - 2x_4 + 2x_5 + x_3 \\
 & x_1 + 2x_4 - 2x_5 + 4x_3 = 3 \\
 & 3x_1 + x_4 - x_5 - x_3 = 0 \\
 & 2x_1 + x_3 = -1 \\
 & x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0.
 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\min \quad & x_1 - 2x_4 + 2x_5 + x_3 \\ & x_1 + 2x_4 - 2x_5 + 4x_3 - x_6 = 3 \\ & 3x_1 + x_4 - x_5 - x_3 = 0 \\ & 2x_1 + x_3 + x_7 = -1 \\ & x_1 \geq 0, \ x_3 \geq 0, \ x_4 \geq 0, \ x_5 \geq 0, \ x_6 \geq 0, \ x_7 \geq 0.\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}\min \quad & x_1 - 2x_2 + x_3 \\ & x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 3 \\ & 3x_1 + x_4 - x_5 - x_3 = 0 \\ & 2x_1 + x_3 - x_5 = -1 \\ & x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0, \ x_3 \geq 0, \ x_4 \geq 0, \ x_5 \geq 0.\end{aligned}$$

143. Dato il seguente problema in forma generale

$$\begin{aligned}\min \quad & x_1 - 2x_2 + x_3 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ & 3x_1 - x_3 = 0 \\ & x_1 \geq 0.\end{aligned}$$

Dire quali dei seguenti problemi in forma standard è equivalente a quello dato:

(a)

$$\begin{aligned}\min \quad & x_1 - 2x_2 + x_3 \\ & x_1 - 2x_2 = 3 \\ & 3x_1 - x_3 = 0 \\ & x_1 \geq 0, \ i = 1, \dots, 3.\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\min \quad & x_1 - 2x_5 + 2x_6 + x_7 - x_8 \\ & x_1 - 2x_5 + 2x_6 + x_4 = 3 \quad (\mathbf{V}) \\ & 3x_1 - x_7 + x_8 = 0 \\ & x_1 \geq 0, \ x_4 \geq 0, \ x_5 \geq 0, \ x_6 \geq 0, \ x_7 \geq 0, \ x_8 \geq 0.\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\min \quad & x_1 - 2x_5 + 2x_6 + x_7 - x_8 \\ & x_1 - 2x_5 + 2x_6 - x_4 = 3 \\ & 3x_1 - x_7 + x_8 = 0 \\ & x_1 \geq 0, \ x_4 \geq 0, \ x_5 \geq 0, \ x_6 \geq 0, \ x_7 \geq 0, \ x_8 \geq 0.\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_5 - 2x_6 + x_7 - x_8 \\ & x_1 - 2x_5 + 2x_6 + x_4 = 3 \\ & 3x_1 + x_7 - x_8 = 0 \\ & x_1 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0, x_7 \geq 0, x_8 \geq 0. \end{aligned}$$

144. Sia dato il problema di PL

$$\begin{array}{rcccccccl} \min & 3x_1 & +x_2 & +x_3 & +4x_4 & +3x_5 & & & \\ & x_1 & -x_2 & & -x_4 & & & & = 2 \\ & & 5x_2 & -x_3 & +x_4 & & & & = 4 \\ & & & & +2x_4 & +x_5 & & & = 1 \\ & & & & & & x & \geq & 0 \end{array}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere

- (a) il punto $(3, 1, 1, 0, 1)$ è un vertice
- (b) le colonne $\{a_1, a_3, a_5\}$ costituiscono una base ammissibile
- (c) Il problema non è illimitato **(V)**
- (d) Il poliedro ammissibile contiene una retta

145. Sia dato un problema di PL la cui regione ammissibile non vuota sia contenuta in una sfera con centro nell'origine e raggio 10^6 .

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere

- (a) Il problema ha sempre almeno una soluzione ottima su un vertice **(V)**
- (b) Il problema può essere illimitato
- (c) La regione ammissibile può essere illimitata.
- (d) La regione ammissibile può non avere vertici

146. Sia dato un problema di PL in forma standard e sia B una sua base ammissibile. Si supponga che

$$\gamma \geq 0.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere

- (a) il vettore $\lambda^* = B^{-T}c_B$ è una soluzione del duale del problema di PL considerato **(V)**
- (b) il vettore $\lambda^* = B^{-1}c_B$ è una soluzione del duale del problema considerato
- (c) La regione ammissibile del duale del problema considerato può essere illimitata. **(V)**
- (d) Il duale del problema considerato può essere illimitato superiormente.

147. Sia dato un problema di PL in forma standard, sia B una sua base ammissibile e sia la corrispondente soluzione di base ammissibile x^* non degenera.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere

- (a) se $\gamma \geq 0$ allora sicuramente x^* è sicuramente una soluzione ottima del problema considerato **(V)**
- (b) se $\gamma \geq 0$ allora sicuramente x^* è sicuramente l'unica soluzione ottima del problema considerato
- (c) se x^* è una soluzione ottima del problema considerato allora si ha sicuramente che $\gamma > 0$
- (d) se x^* è una soluzione ottima del problema considerato allora si ha sicuramente che $\gamma \geq 0$ **(V)**.

148. Sia dato un problema di PL in forma standard, sia B una sua base ammissibile e sia h un indice che soddisfa:

$$\gamma_h < 0.$$

Dato l'insieme di punti

$$x(\rho) = \begin{cases} x_B(\rho) = B^{-1}b - \rho B^{-1}Ne_h \\ x_N(\rho) = \rho e_h \end{cases}$$

dove ρ è un numero reale non-negativo, dire quali delle seguenti affermazioni sono vere

- (a) $c^T x(\rho) < c_B^T B^{-1}b$ qualunque sia $\rho > 0$ **(V)**
- (b) $c^T x(\rho) > c_B^T B^{-1}b$ qualunque sia $\rho > 0$
- (c) $c^T x(\rho) < c_B^T B^{-1}b$ solamente per valori di $\rho > 0$ sufficientemente piccoli
- (d) $c^T x(\rho) > c_B^T B^{-1}b$ solamente per valori di $\rho > 0$ sufficientemente piccoli

149. Sia dato un problema di PL in forma standard, sia B una sua base ammissibile e sia h un indice che soddisfa:

$$\gamma_h < 0.$$

Dato l'insieme di punti

$$x(\rho) = \begin{cases} x_B(\rho) = B^{-1}b - \rho B^{-1}Ne_h \\ x_N(\rho) = \rho e_h \end{cases}$$

dove ρ è un numero reale non-negativo e lo scalare

$$\bar{\rho} = \frac{(B^{-1}b)_k}{\pi_{kh}} = \min_{\substack{i=1,\dots,m \\ \pi_{ih} > 0}} \left\{ \frac{(B^{-1}b)_i}{\pi_{ih}} \right\}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere

- (a) il punto $x(\rho)$ è ammissibile per il problema dato qualunque sia $\rho > 0$

- (b) il punto $x(\rho)$ è ammissibile per il problema dato per ogni $\rho \in [0, \bar{\rho}]$ **(V)**
- (c) il punto $x(\rho)$ è un vertice per il problema dato qualunque sia $\rho > 0$
- (d) il punto $x(\bar{\rho})$ è un vertice per il problema dato **(V)**.

150. Sia dato un problema di PL in forma standard, sia

$$B = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{k-1}}, a_{j_k}, a_{j_{k+1}}, \dots, a_{j_m}).$$

una sua base ammissibile e sia h un indice che soddisfa:

$$\gamma_h < 0.$$

Dato l'insieme di punti

$$x(\rho) = \begin{cases} x_B(\rho) = B^{-1}b - \rho B^{-1}N e_h \\ x_N(\rho) = \rho e_h \end{cases}$$

dove ρ è un numero reale non-negativo e lo scalare

$$\bar{\rho} = \frac{(B^{-1}b)_k}{\pi_{kh}} = \min_{\substack{i=1, \dots, m \\ \pi_{ih} > 0}} \left\{ \frac{(B^{-1}b)_i}{\pi_{ih}} \right\}.$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere

- (a) la matrice

$$\tilde{B} = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{k-1}}, e_k, a_{j_{k+1}}, \dots, a_{j_m}).$$

è una matrice di base ammissibile associata a $x(\bar{\rho})$

- (b) la matrice

$$\tilde{B} = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{k-1}}, a_{j_{m+h}}, a_{j_{k+1}}, \dots, a_{j_m}).$$

è una matrice di base ammissibile associata a $x(\bar{\rho})$ **(V)**

- (c) la matrice

$$\tilde{B} = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{k-1}}, a_{j_{m+h}}, a_{j_{k+1}}, \dots, a_{j_m}).$$

è sicuramente un matrice di base ammissibile della matrice A dei vincoli di uguaglianza del problema considerato **(V)**

- (d) la matrice

$$\tilde{B} = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{k-1}}, e_k, a_{j_{k+1}}, \dots, a_{j_m}).$$

è sicuramente un matrice di base ammissibile della matrice A dei vincoli di uguaglianza del problema considerato