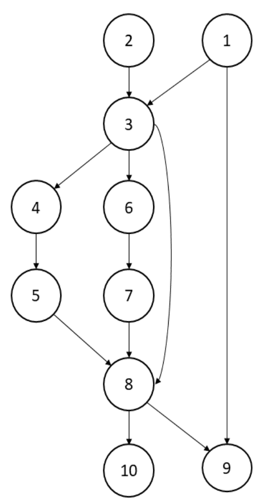
Consegna Laboratorio 10

PEPE SVEVA - 1743997
MEDAGLIA CLAUDIA- 1758095
SCOTTI FRANCESCO - 1758391

Descrizione Problema:



Ogni arco è caratterizzato da un valore del tempo che si impiega a percorrerlo e da un valore del rischio associato riportati nella seguente tabella:

Arco	Tempo	Rischio
(1,3)	1	1
(2,3)	1	1
(3,4)	5	0
(3,6)	7	1
(3,8)	1	6
(4,5)	1	1
(6,7)	4	7
(5,8)	2	0
(7,8)	1	1
(8,9)	1	1
(8,10)	1	1
(1,9)	10	5

Si vuole determinare lo shortest path tra i nodi 1 e 9 in modo che sia minimizzato sia il tempo di percorrenza che il rischio.

1 Formula matematicamente il problema con un modello di PL bi-obiettivo

Le variabili decisionali:

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad i = 1, ..., 10 \; j = 1, ..., 10$$

La quale identifica archi (i,j) che appartengono allo shortest path

$$\begin{cases} \min(\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} t_{ij} y_{ij}, \qquad \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} r_{ij} y_{ij}) \\ \sum_{j=1}^{10} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \\ \sum_{i=1}^{10} y_{ij} = 1 \qquad \forall j \\ \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 1 \\ -1 & \text{se } i = 9 \\ 0 & \text{se } i \neq 1, 9 \end{cases} \end{cases}$$

$t_{ij} \rightarrow$ valore del tempo associato all'arco (i,j)
$r_{ij} \rightarrow$ valore del rischio associato all'arco (i,j)

$\sum_{j=1}^{10} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \rightarrow$ l'arco (i,j) ha **un solo** arco entrante
$\sum_{i=1}^{10} y_{ij} = 1 \qquad \forall j \rightarrow$ l'arco (i,j) ha **un solo** arco uscente

$$\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 1 \\ -1 & \text{se } i = 9 \\ 0 & \text{se } i \neq 1, 9 \end{cases} \quad \rightarrow$$ garantisco che ogni nodo sia attraversato **un'unica volta** e che non vi siano cicli

2 Risolvi il modello con il metodo ϵ-constrained; quante e quali soluzioni Pareto ottime ottieni?

lab10.dat :

```
Arcs = {
// from, too, time, risk
<  1,   3,  1, 1  >,
<  2,   3,  1, 1  >,
<  3,   4,  5, 0  >,
<  3,   6,  7, 1  >,
<  3,   8,  1, 6  >,
<  4,   5,  1, 1  >,
<  6,   7,  4, 7  >,
<  5,   8,  2, 0  >,
<  7,   8,  1, 1  >,
<  8,   9,  1, 1  >,
<  1,   9, 10, 5  >

};

epsilon=maxint;
```

lab10.mod

```

tuple arc {
  key int sorgente;
  key int destinazione;
  int tempo;
  int rischio;
}

range Nodi = 1..9;

{arc} Arcs = ...;

dvar boolean y[Arcs]
int epsilon=...;
int totale_rischio;

minimize
  sum(a in Arcs)
    a.tempo*y[a];

subject to{
  vincolo1:
    forall(i in Nodi : i==1){
      (sum(a in Arcs : a.sorgente==i) y[a] - sum(a in Arcs : a.
destinazione==i) y[a])==1;
```

```
      }
    vincolo2:
      forall(i in Nodi : i==9){
        (sum(a in Arcs : a.sorgente==i) y[a] - sum(a in Arcs : a.destinazione==i) y[a])==-1;
    }
    vincolo3:
      forall(i in Nodi : (i!=1 && i!=9)){
        (sum(a in Arcs : a.sorgente==i) y[a] - sum(a in Arcs : a.destinazione==i) y[a])==0;
    }
    vincolo4:
     sum(a in Arcs) y[a]*a.rischio<=epsilon;
        totale_rischio==sum(a in Arcs) y[a]*a.rischio;
  }

  /** POST-PROCESSING **/

  execute{
    var file= new IloOplOutputFile("Lab10.txt", true);

    file.writeln("Valore ottimale tempo: ",cplex.getObjValue());
      file.writeln("Valore ottimale rischi: ",thisOplModel.totale_rischio);
    file.writeln("Valore di epsilon: ",thisOplModel.epsilon);
    file.writeln("Archi scelti:");
    for(var a in thisOplModel.Arcs){
      if(thisOplModel.y[a]==1){
        file.writeln("Arco("+ a.sorgente+","+a.destinazione+")");

      }
    }
    file.writeln("------------------------------------");
    file.close();
  }

  main {
    var opl = thisOplModel
    var mod = opl.modelDefinition;
    var dat = opl.dataElements;

    var it =0;
    while (1) {
      var cplex1 = new IloCplex();
      opl = new IloOplModel(mod,cplex1);
      opl.addDataSource(dat);
      opl.generate();

      writeln("Iteration ",it);
      writeln("Epsilon ",opl.epsilon);
      if (cplex1.solve()){
        dat.epsilon=opl.totale_rischio -1;
        opl.postProcess();
      }
      else{
        break;
      }
```

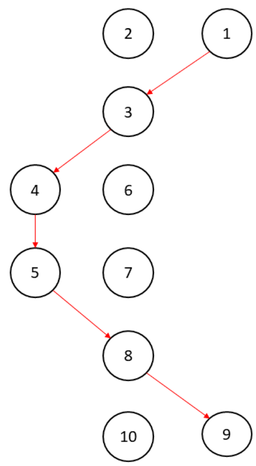
```
            it++;
        }
    }

```

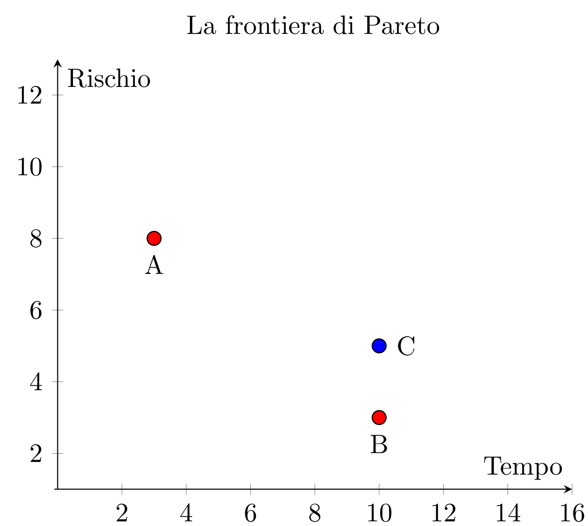
Risultati del metodo ϵ-constrianed:

```
    Valore ottimale tempo: 3
    Valore ottimale rischi: 8
    Valore di epsilon: 2147483647
    Archi scelti:
    Arco(1,3)
    Arco(3,8)
    Arco(8,9)
    ----------------------------------------------------
    Valore ottimale tempo: 10
    Valore ottimale rischi: 5
    Valore di epsilon: 7
    Archi scelti:
    Arco(1,9)
    ----------------------------------------------------
    Valore ottimale tempo: 10
    Valore ottimale rischi: 3
    Valore di epsilon: 4
    Archi scelti:
    Arco(1,3)
    Arco(3,4)
    Arco(4,5)
    Arco(5,8)
    Arco(8,9)
    ----------------------------------------------------

```



3 Rappresenta graficamente, con un tool a scelta, la frontiera di Pareto ottenuta. Quali tra i punti non dominati si potrebbero ricavare con il Teorema di Geoffrion?



Il punto C fa parte della frontiera i Pareto ma risulta un **ottimo debole**, infatti, se considerassi inviluppo convesso, che si otterrebbe eliminando i vincoli di interezza, con il metodo dei pesi (applica il teorema di Geoffrion) `avrei trovato solamente 2 delle 3 soluzioni ammissibili` **perchè una sarebbe caduta**

all'interno della regione ammissibile che si viene a formare.

Risultano 3 soluzioni ammissibili perchè abbiamo scelto di minimizzare il tempo se avessimo minimizzato il rischio, con metodo ϵ-constrained, non avrei trovato il punto C.