

Consegna Laboratorio 6

PEPE SVEVA - 1743997
SCOTTI FRANCESCO - 1758391
MEDAGLIA CLAUDIA - 1758095

1 Descrizione Problema:

Si supponga di avere un budget (B) a disposizione pari a 20.000 € ed un insieme di 10 possibili investimenti. Ad ogni investimento è associato un costo ed un indice di sicurezza, come riportato nella seguente tabella:

Investimenti	Indice di Sicurezza	Costo €
1	5	4500
2	8	7000
3	6	5000
4	3	2000
5	2	1500
6	1	1000
7	9	8000
8	7	5500
9	4	3000
10	10	9000

Si assuma inoltre che da ogni investimento $i=1,..10$ sia possibile ricavare un profitto $p(i)$ pari a $\lceil 10/(\text{Indice di sicurezza}(i)) \rceil * 10.000$. Si vuole stabilire quale sia l'insieme di investimenti che restituisce il massimo profitto con il budget a disposizione e tenendo conto che:

- Si devono selezionare al più 5 investimenti;
- Se si seleziona l'investimento 1 si deve selezionare anche l'investimento 4;
- Se si seleziona l'investimento 5 si devono selezionare anche gli investimenti 8 e 9

2 Formula matematicamente il problema con un modello di PLI

Modello di riferimento

Il problema considerato si riferisce ad uno dei modelli che riguardano la pro-

grammazione lineare intera: Modello di Knapsack binario

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n r_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i & \leq B \\ x_i & \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Le variabili decisionali:

$$x_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, 10$$

i identificato i 10 investimenti

La funzione obiettivo:

$$\sum_{i=1}^{10} p_i x_i$$

$p_i = \lceil [10/(\text{Indice di sicurezza}(i))] * 10.000 \rceil$ che corrisponde al profitto

Formulazione Modello:

$$\begin{cases} \max \sum_{i=1}^{10} p_i x_i \\ \sum_{i=1}^{10} c_i x_i \leq 20000 \\ \sum_{i=1}^{10} x_i \leq 5 \\ x_1 \leq x_4 \\ x_5 \leq x_8 \\ x_5 \leq x_9 \\ x_i \in \{0,1\} \end{cases}$$

3 Implementa il modello in Opl scrivendo il file .mod ed il file .dat, utilizzando una funzione di pre-processing per il calcolo dei profitti associati ai diversi investimenti ed una di post-processing per memorizzare la soluzione su file.txt

lab6.dat :

```
0      Costo=[4500,7000,5000,2000,1500,1000,8000,5500,3000,9000];
2      Indice=[5,8,6,3,2,1,9,7,4,10];
```

lab6.mod

```
0      range investimenti=1..10;
2      float Indice[investimenti]=...;
      float Costo[investimenti]=...;
4      dvar boolean x[investimenti];
      float p[investimenti];

6      /** Pre-Processing **/
8      execute{
          for(var i in investimenti)
10         (p[i]=((10/Indice[i])*10000));
      }

12     maximize
14         sum ( i in investimenti)
            p[i]*x[i];

16     subject to{
18         ct1:{
            sum(i in investimenti)
20             Costo[i]*x[i]<=20000;
        }
22         ct2:{
            sum ( i in investimenti)
24             x[i]<=5;
        }
26         ct3:{
            x[1]<=x[4];
28         }
        ct4:{
30             x[5]<=x[8];
        }
32         ct5:{
            x[5]<=x[9];
34         }
    }

36     /** Post-Processing **/
    execute{
38         var ofile= new IloOplOutputFile("Laboratorio6.txt");
        ofile.writeln(" Objective=" , cplex .getObjValue() );
40         for (var i in investimenti)
            ofile.writeln("x" , i , "=",x[i]);
42         ofile.close ();
    }
44 }
```

Il valore della funzione obiettivo:

$$\max \sum_{i=1}^{10} p_i x_i$$

$p_i = \lceil [10/(\text{Indice di sicurezza}(i))] * 10.000 \rceil$ che corrisponde al profitto inizializzato nel pre-processing.

La soluzione della funzione obiettivo: 222.619,048

Investimenti selezionati

$x=[0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0]$;

Vengono selezionati gli investimenti 4,5,6,8,9. Notiamo che dato che è stato selezionato l'investimento 5, sono stati selezionati anche l'8 e il 9.

4 Modifica il file .mod ed inserisci una funzione main che generi il modello, lo risolva ed esegua la funzione di post-processing

lab6.dat :

```
0 Costo=[4500,7000,5000,2000,1500,1000,8000,5500,3000,9000];
2 Indice=[5,8,6,3,2,1,9,7,4,10];
```

lab6.mod

```
0 range investimenti=1..10;
2 float Indice[investimenti]=...;
float Costo[investimenti]=...;
4 dvar boolean x[investimenti];
float p[investimenti];
6
8 /** Pre-Processing **/
execute{
for(var i in investimenti)
10 (p[i]=((10/Indice[i])*10000));
}
```

```

12
13
14      maximize
15          sum ( i in investimenti )
16              p [ i ] * x [ i ] ;
17
18      subject to {
19          ct1 : {
20              sum ( i in investimenti )
21                  Costo [ i ] * x [ i ] <= 20000 ;
22          }
23          ct2 : {
24              sum ( i in investimenti )
25                  x [ i ] <= 5 ;
26          }
27          ct3 : {
28              x [ 1 ] <= x [ 4 ] ;
29          }
30          ct4 : {
31              x [ 5 ] <= x [ 8 ] ;
32          }
33          ct5 : {
34              x [ 5 ] <= x [ 9 ] ;
35          }
36      }
37      /** Post-Processing **/
38      execute {
39          var ofile = new IloOplOutputFile ( " Laboratorio6 . txt " ) ;
40          ofile . writeln ( " Objective=" , cplex . getObjValue ( ) ) ;
41          for ( var i in investimenti )
42              ofile . writeln ( " x" , i , "=" , x [ i ] ) ;
43          ofile . close ( ) ;
44      }
45
46      /** Main **/
47      main {
48          thisOplModel . generate ( ) ;
49          if ( cplex . solve ( ) ) {
50              var obj = cplex . getObjValue ( ) ;
51              thisOplModel . postProcess ( ) ;
52          }
53      }
54  }

```

Il valore della funzione obiettivo:

$$\max \sum_{i=1}^{10} p_i x_i$$

$p_i = \lceil [10 / (\text{Indice di sicurezza}(i))] * 10.000 \rceil$ che corrisponde al profitto inizializzato nel pre-processing.

La soluzione della funzione obiettivo: 222.619,048

Investimenti selezionati

$x=[0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0]$;

Vengono selezionati gli investimenti 4,5,6,8,9. Notiamo che dato che è stato selezionato l'investimento 5, sono stati selezionati anche l'8 e il 9.