

# 1. la Teoria dei Sistemi nell'Automatica

In queste note, a supporto dell'insegnamento di Teoria dei Sistemi al secondo anno del corso di studio in Ingegneria Informatica e Automatica della Sapienza - BIAR -, vengono introdotti i metodi elementari di studio dei sistemi dinamici lineari stazionati a dimensione finita - LSdF -.

Si tratta di una classe particolare di sistemi, ma di grande importanza nelle applicazioni in quanto i modelli che li descrivono possono essere impiegati in numerosi contesti per rappresentare i comportamenti di numerosi fenomeni e processi reali. Ciò deriva dal fatto che tale classe di sistemi coglie una delle componenti fondamentali della complessità dei processi che operano in tempo reale: la dinamica. La proprietà in base alla quale le evoluzioni non dipendono solo dalle interazioni con l'ambiente, ma anche dallo stato del sistema.

I metodi di analisi qui introdotti sono propedeutici agli sviluppi proposti nei successivi insegnamenti dell'indirizzo in Automatica di BIAR.

E' per questo motivo che qui di seguito si cercherà di presentare il contesto: la teoria dei sistemi, l'automatica, i sistemi di controllo, ..

## 1.1 La Teoria dei Sistemi ..

*Teoria, θεωρία* (teoria): 'delegazione, lunga fila di teori' (  $\theta\epsilon\omega\rho\omega\varsigma$  (teoros),

da  $\theta\epsilon\rho\epsilon\omega$  (teoreo): "esaminare, osservare") inviati alle grandi celebrazioni religiose, a consultare gli oracoli. Così come l'insieme delle acquisizioni dei *teori* veniva accettato per interpretare e comprendere i fenomeni, una teoria nell'accezione corrente consiste in una formulazione logicamente coerente (in termini di concetti e formulazioni più o meno astratti) di un insieme di definizioni, principi e leggi generali che consentono di descrivere, interpretare, classificare, spiegare, a vari livelli di generalità, aspetti della realtà naturale e sociale, e delle varie forme di attività umana.

*Sistema*, da  $\sigma\iota\sigma\theta\eta\mu\alpha$  (sistema): "riunione, complesso". In ambito scientifico, qualsiasi oggetto di studio che, pur essendo costituito da diversi elementi reciprocamente interconnessi e interagenti tra loro o con l'ambiente esterno, reagisce o evolve come un tutt'uno con proprie leggi generali. Si tratta di aggregati più o meno complessi assunti a rappresentare processi o fenomeni che funziona (evolve nel tempo) interagendo con l'ambiente.

La *Teoria dei Sistemi* consta di un corpo di metodologie per l'analisi dei fenomeni e processi reali con l'obiettivo di fornire un supporto alla comprensione del loro comportamento, mettere a punto modelli che possano riprodurne il funzionamento e sviluppare metodi di analisi al fine di interpretare e ove possibile prevederne il comportamento.

Ma questi stessi metodi sono anche necessari per progettare sistemi e dispositivi "automatici"!

### .. nell'Automatica

Automatica: da  $\alpha v\tau\omega\sigma$  (autos), 'se stesso',  $\mu\alpha\tau\omega\sigma$  (matos), 'compito',  $\tau\iota\kappa\eta$  (tiki), "tecnica", deve essere inteso come quel corpo di *metodi e tecniche* per lo studio ed il progetto di sistemi in grado di assolvere *in autonomia* a prefissati *compiti*.

Automa, dalle stesse radici, è il prodotto del progetto: un entità che è in grado di *assolvere a compiti da sé*.

Si tratta in altre parole di quella disciplina che si pone come obiettivo la comprensione dei principi che sono alla base del comportamento autonomo nonché della loro successiva traduzione in metodi e tecniche di progetto e realizzazione di prodotti dell'ingegneria.

Nel contesto dell'Automatica, i compiti rappresentano comportamenti o modalità di funzionamento, predefiniti e/o imposti dall'esterno, e l'autonomia va intesa come la capacità di funzionare nel modo voluto compensando in tempo reale l'effetto di perturbazioni e incertezze. Tutto ciò, inoltre, non deve necessariamente avvenire sostituendo l'intervento umano, ma eventualmente a suo supporto o integrazione.

Gli oggetti ai quali rivolge la sua attenzione l'automatica sono dunque quelli che, dovendo assolvere a compiti, evolvono nel tempo interagendo con l'ambiente; in altre parole: operano in tempo reale. Si pensi ad esempio al sistema di regolazione della temperatura del corpo umano il cui funzionamento è caratterizzato dalla temperatura nel tempo dei diversi organi: la temperatura dovrà essere mantenuta entro definiti valori compensando gli effetti dovuti a variazioni della temperatura esterna o a modifiche dello stato di salute. Si pensi ad un sistema di distribuzione delle informazioni il cui funzionamento è caratterizzato dalla quantità di informazione che fluisce nel tempo nei diversi nodi, in questo caso si vuole che le informazioni giungano a destinazione compensando gli effetti di guasti e interferenze. Si pensi ancora a un sistema di guida automatico il cui funzionamento è caratterizzato dalla posizione e assetto nel tempo del veicolo: indipendentemente da perturbazioni e malfunzionamenti il sistema dovrà consentire di raggiungere l'obiettivo fissato.

I sistemi automatici sono estremamente diffusi: gli elettrodomestici, le automobili, gli impianti e le reti di distribuzione dell'energia, le reti di trasmissione dell'informazione, i sistemi spaziali, ... , i robot, i sistemi finanziari e di gestione, ... , gli esseri viventi. Ciascuna di queste "entità" contiene, ed è il risultato, dell'interazione di numerosissimi componenti automatici. Gli esseri viventi sono sede di processi automatici naturali di complessità e bellezza, in molti casi non ancora compresa, che hanno ispirato e continuano ad ispirare lo sviluppo delle ricerche del settore.

Come si evince dalle precedenti considerazioni l'Automatica è una tecnologia pervasiva, eppure non nota; è stata per questo motivo battezzata la tecnologia nascosta per eccellenza. Ciò è conseguenza del fatto che l'automatismo, il comportamento automatico, si realizza "de facto" mediante procedure di elaborazione del contenuto informativo connesso al funzionamento del sistema,

procedure che possono poi essere realizzate impiegando diverse tecnologie a seconda del comparto applicativo: la tecnologia meccanica, quella elettronica, ... , informatica.

### *L'architettura dei sistemi automatici*

Nel tentativo di comprendere da un punto di vista concettuale l'architettura di un sistema automatico possiamo fare riferimento ad uno schema concettuale che ben interpreta il suo funzionamento. Infatti, il funzionamento di un sistema automatico adibito ad un prefissato compito, è fondato sulla capacità di **pianificare** l'attività in termini di azioni elementari, **organizzare** la sequenza di azioni e **coordinarne** l'esecuzione, **eseguire** le azioni elementari. Queste tre fasi, che corrispondono ad un sequenziamento non solo concettuale, ma anche procedurale, possono essere intese come componenti fondamentali di una logica di intervento gerarchica a tre livelli in cui i risultati delle elaborazioni ad un livello attivano le procedure di elaborazione al livello inferiore. Ciò significa che da un punto di vista procedurale possiamo pensare al sistema agente secondo uno schema del tipo indicato in figura.

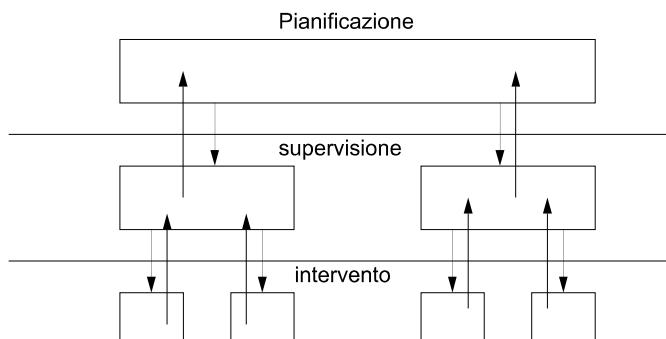


Figura 1.1

Nello schema di figura le frecce verso il basso rappresentano l'interazione tra i livelli di intervento, quelle verso l'alto un flusso inverso di informazioni (feedback) necessario ad assicurare le prefissate modalità di funzionamento in condizioni di autonomia.

Un processo decisionale e di intervento che non preveda questo flusso inverso di informazioni presupporrebbe, infatti, una perfetta rispondenza tra pianificazione ed esecuzione del compito ciò che non è possibile in presenza di incertezze e pertrurbazioni. Nella realtà, infatti, la conoscenza del modo di funzionare del processo non è esente da incertezze (incertezze di modello) e l'interazione con l'ambiente può dare vita a impreviste perturbazioni.

E' dunque necessario prevedere che nel corso del normale funzionamento il processo decisionale e di intervento sia in grado di adattarsi, con elaborazioni ad hoc che utilizzano misure dello scostamento tra il comportamento atteso e quello effettivo, il feedback di cui si è detto. Ciò è rappresentato nello schema di figura (1.1) dove all'interno di ogni fase, e nel collegamento tra esse, gli interventi ( $u(t)$ ) sono attivati non solo dalle informazioni del flusso discendente,  $v(t)$  e  $z(t)$ , ma anche da informazioni in retroazione,  $m(t)$  (feedback).

Per meglio comprendere la struttura a tre livelli caratteristica di un sistema automatico si pensi ad un sistema robotico per l'esplorazione di un pianeta. Si immagini quindi piattaforma mobile che debba effettuare escursioni, prelevare campioni di suolo, rilevare immagini, effettuare analisi elementari in situ e trasmettere i risultati... In accordo con l'intuizione possiamo immaginare il compimento di una missione di esplorazione come il risultato di una procedura articolata composta dalle tre fasi indicate. Una pianificazione iniziale dovrà definire il percorso che il robot dovrà seguire e il sequenziamento delle operazioni; le elaborazioni necessarie saranno attivate da input esterni che rappresentano gli obiettivi desiderati (numero di campioni da prelevare, esperimenti, ..), e terranno conto delle caratteristiche del suolo rilevato attraverso immagini o altro tipo di dati. Ciò corrisponde alla prima fase dello schema proposto. Pianificato il percorso e il sequenziamento delle operazioni i dispositivi del sistema robotico devono provvedere all'organizzazione del sequenziamento delle attività, attivarne e coordinarne l'esecuzione; ciò che corrisponde alla seconda e terza fase dello schema concettuale proposto. E' evidente la stretta interazione nell'esecuzione delle diverse fasi e la necessità di riattivare le elaborazioni in funzione dei risultati che via via vengono rilevati. La presenza di impedimenti ed ostacoli imprevisti può rendere necessario ad alto livello di ridefinire la traiettoria o ripianificare l'esecuzione di prefis-

sati esperimenti di sondaggio del suolo, così come il malfunzionamento di un attuatore o la modifica delle caratteristiche del suolo rendono necessaria la modifica degli interventi di esecuzione al livello più basso secondo modalità automatiche.

In questo contesto, e con riferimento all'architettura indicata, negli insegnamenti di Controlli Automatici e Fondamenti di Automatica vengono, in particolare, studiati i metodi che sono alla base del progetto del livello di esecuzione. L'approccio metodologico di progetto e molti dei concetti impiegati sono comuni alle tre fasi ciò che conferisce allo studio caratteristiche di adeguata generalità.

#### *.. e dei sistemi di controllo*

Con specifico riferimento al livello di automazione più basso, e immaginando che esso rappresenti l'intero progetto, si cercherà nel seguito di mettere in luce l'approccio che viene seguito nel progetto di un sistema automatico che deve garantire l'esecuzione di azioni elementari predefinite per assicurare il comportamento automatico desiderato a partire da un assegnato processo.

Le strategie di intervento concepite al fine di garantire il desiderato livello di automazione sono dette anche strategie di controllo - dall'accezione inglese ove "to control" significa "intervenire per" -. Tali strategie, assieme alle tecniche di realizzazione mediante opportuni componenti definiscono il settore di competenza del controllo automatico.

Il progetto si articola naturalmente in più fasi che vedono la collaborazione di esperti del settore applicativo con ingegneri dell'automazione. Si distinguono fasi concettuali e fasi legate alla tecnologia.

Il problema prende le mosse dalla definizione degli obiettivi di automazione, dalla individuazione delle variabili esterne, ingressi e perturbazioni, dalla individuazione delle incertezze sul comportamento del processo e delle misure disponibili per la verifica in tempo reale del comportamento del sistema. A partire da questi elementi si procede alla definizione delle specifiche di comportamento del sistema complessivo, *il sistema di controllo*.

In questa prima fase da un punto di vista astratto il *processo* può essere rappresentato mediante una scatola nera che rappresenta il legame funzionale

tra le variabili rappresentate dalle frecce entranti, *ingressi e perturbazioni*, e variabili rappresentate dalle frecce uscenti, le *uscite* e le *misure*: le variabili attraverso le quali vengono espressi gli obiettivi di automazione, le prime, che rappresentano le osservazioni sul comportamento del sistema, le seconde. Il problema consiste nel progetto e la realizzazione mediante opportuni dispositivi di attuazione, elaborazione e misura del *sottosistema di controllo* che collegato al processo come indicato nello schema concettuale di figura (1.2), realizza nel complesso il sistema di controllo che, in risposta a stimoli esterni di riferimento, soddisfa ai desiderati obiettivi di automazione.

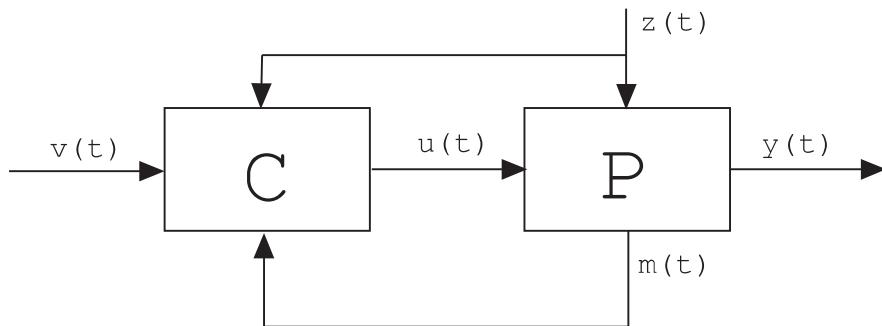


Figura 1.2

Quali esempi elementari si pensi al problema di mantenere un prefissato profilo di temperatura in un forno o di un frigorifero, compensando l'effetto di perturbazioni dovute all'inserimento di altri corpi o scambi di calore imprevisti, a partire da misure della temperatura stessa; si pensi, ancora al problema di garantire una prefissata traiettoria di moto ad una piattaforma mobile nonostante ostacoli ed asperità del suolo a partire da misure della posizione.

Nello schema di figura il sistema di controllo, C, provvede al calcolo dell'azione di controllo sulla base di misure sull'andamento delle variabili del processo (le uscite tra queste) e di eventuali misure delle perturbazioni. Possiamo quindi immaginare il calcolo dell'azione di controllo come il risultato dei due azioni distinte: una prima collegata alla misura delle variabili del processo che definiremo in *controreazione (feedback)* in quanto agisce sulla base di informazioni di ritorno sul comportamento del sistema; una seconda collegata alla misura delle perturbazioni che definiremo di *compensazione in avanti*

(*feedforward*) in quanto destinata a produrre un intervento precalcolato che compensi l'effetto delle perturbazioni stesse.

Lo schema di figura, ad un maggiore livello di dettaglio per quanto riguarda le connessioni ed i componenti, può essere impiegato per il progetto del sottosistema di controllo impiegando le relazioni quantitative (i modelli matematici) che descrivono i legami tra le variabili dei componenti stessi. Poiché i modelli del sistema e dei diversi componenti sono un'approssimazione della realtà fisica e non descrivono con assoluta precisione i legami tra le variabili, il sottosistema di controllo calcolato a partire da tale schema dovrà garantire il mantenimento delle modalità di comportamento richieste entro predefiniti margini di variabilità dei modelli dei componenti. Questa proprietà, che viene indicata come la *robustezza* del sistema di controllo, è necessaria a garantire il soddisfacimento delle specifiche di progetto del sistema fisico.

### *Il progetto di un sistema di controllo*

Il progetto prende le mosse dall'esigenza di voler realizzare un sistema di controllo che assicuri un comportamento automatico di un fenomeno o processo che possiamo pensare pre-assegnato.

I seguenti passi ne caratterizzano lo sviluppo:

- individuare le grandezze che possono essere impiegate per esprimere gli obiettivi di automazione voluti e le grandezze che le influenzano: chiameremo uscite del sistema le variabili che rappresentano le prime, le  $y(t)$ , e ingressi quelle che rappresentano le seconde, le  $u(t)$  e le  $d(t)$ . Nel fare questo avremo avuto l'accortezza di distinguere gli ingressi in due categorie: gli ingressi effettivi,  $u(t)$ , attraverso i quali potremo esercitare l'intervento per assicurare il comportamento voluto, i disturbi,  $d(t)$ , che rappresentano variabili che possiamo eventualmente misurare, ma attraverso le quali non possiamo intervenire;
- individuare un modello, possibilmente matematico, adatto a descrivere il collegamento causa-effetto che consente di esprimere quantitativamente l'andamento delle uscite in funzione degli ingressi. Si tratta di un modello del sistema orientato che rappresenta il processo;

- 
- concepire, sulla base di una metodologia ad hoc che consenta di un'intervento: è necessario disporre di metodi di progetto a partire dal modello individuato (i metodi di progetto sono fondati su quelli di analisi);
  - realizzare l'intervento: in tale fase è particolarmente evidente il collegamento con il settore applicativo e la tecnologia.

I componenti il sistema di controllo sono processi *dinamici orientati*, sistemi cioè in cui esiste una naturale relazione di causa-effetto, si pensi al comportamento in risposta a stimoli esterni, e la dipendenza è dinamica nel senso che il comportamento è condizionato non solo dalla causa presente, ma anche dal passato. In breve nello schema di figura il complesso è un sistema dinamico orientato così come lo sono le sue parti. Nello schema si distinguono:

- il processo, il sistema su cui si vuole intervenire, rappresentato dal blocco contraddistinto con  $\mathcal{P}$ , in cui è possibile individuare le grandezze di controllo  $u$ , i disturbi  $d$ , che agiscono sul processo e che, in genere, sono grandezze non manipolabili, le variabili controllate  $y$ , che rappresentano le grandezze di cui si desidera influenzare l'andamento per assicurare il soddisfacimento delle specifiche, e le variabili misurate  $m$ , che rappresentano le misure che vengono impiegate per elaborare la strategia di intervento;

- il controllore, contraddistinto con  $\mathcal{C}$ , il quale elabora una opportuna legge di controllo  $u$  sulla base, da una parte, delle grandezze misurate  $m$  e degli eventuali disturbi misurabili e, dall'altra, delle grandezze di riferimento  $v$ , che rappresentano i comandi esterni.

La teoria dei sistemi e del controllo comprende una vasta gamma di metodologie di progetto con riferimento a prefissate famiglie di modelli assunti a rappresentare l'impianto o processo. Se l'impianto è descritto da un sistema di equazioni differenziali lineari, sono disponibili ben documentate metodologie di sintesi di controllori. In molti casi è possibile fare riferimento a queste metodologie anche se il processo non è lineare, utilizzando una sua rappresentazione approssimata.

I principali metodi di analisi per tale classe di sistemi sono l'oggetto di queste note preliminari allo studio dei metodi dell'automatica.

Una rappresentazione implicita con lo stato di un sistema a dimensione finita, adottando la notazione vettoriale, è del tipo

$$\Delta x(t) = f(x(t), u(t), z(t)) \quad m(t) = w(x(t), z(t)) \quad y(t) = h(x(t), z(t)) \quad (1)$$

in cui il tempo  $t$  può essere assunto continuo (coincidente con l'insieme dei numeri reali) o discreto (coincidente con l'insieme dei numeri relativi); in corrispondenza  $\Delta$  sarà l'operatore di derivazione  $\frac{d(x(t)}{dt}$  oppure l'operatore di anticipo unitario  $x(t+!)$ . Il comportamento del sistema rispetto al tempo  $t$ , è quindi descritto da cinque tipi di variabili:  $u(\cdot)$  è il vettore delle variabili di controllo, esse rappresentano i canali attraverso i quali è possibile modificare il comportamento del processo;  $z(\cdot)$  quello dei disturbi, grandezze che influenzano il comportamento del processo, sono talvolta misurabili, ma non possono essere modificate;  $m(\cdot)$  rappresenta le grandezze misurate;  $y(\cdot)$  le uscite del processo, esse sono un sottoinsieme delle variabili misurate e rappresentano le grandezze su cui si vuole esercitare il controllo;  $x(\cdot)$ , infine, sono le variabili di stato e rappresentano con la loro evoluzione nel tempo, il comportamento del sistema nella forma più completa. Le funzioni  $f$ , la funzione generatrice,  $h$ , la trasformazione in uscita, e  $w$ , la trasformazione delle misure, hanno una struttura corrispondente a classi di processi e dipendono da parametri che supporremo noti in una prima fase. Se, ad esempio, tali funzioni sono lineari il modello matematico rappresenta un processo lineare. Il modello matematico introdotto può essere assunto a rappresentare una vasta classe di sistemi che sono caratterizzati dalla evoluzione, in modo continuo rispetto al tempo, di un numero finito di variabili. Nella terminologia della Teoria dei Sistemi le (1) costituiscono la rappresentazione differenziale con lo stato di un sistema a tempo continuo, stazionario, a dimensione finita. Una formulazione equivalente viene utilizzata per descrivere i sistemi a tempo discreto in cui le evoluzioni avvengono in modo discontinuo ad intervalli temporali di ampiezza costante assunta per convenzione unitaria; con le convenzioni adottate e sostituendo nella (1) la derivata rispetto al tempo con il valore dello stato al tempo  $(t + 1)$ ,  $x(t + 1)$ , si ottiene una rappresentazione con lo stato di un sistema a tempo discreto, stazionario, a dimensione finita.

Con riferimento allo schema di figura 2.2, la teoria del controllo studia la concezione del modello matematico del sottosistema che interagendo con

il processo nel modo ivi indicato garantisce il soddisfacimento di prefissate specifiche del sistema complessivo. Secondo tale schema la legge di controllo dipende dalle variabili misurabili e da ulteriori variabili esterne,  $v(t)$ ;  $m(t)$  e  $v(t)$  sono gli ingressi del controllore,  $v(t)$  sono gli ingressi del sistema di controllo. Si noti che se spesso solo le uscite sono misurabili e lo schema di figura 1.1 si modifica di conseguenza. Se si assume che gli ingressi siano variabili deterministiche e che inoltre le misure non siano affette da rumore il problema di controllo è detto deterministico. Se, invece, si assume che alcuni o tutti gli ingressi siano variabili aleatorie, di cui si conoscono alcune statistiche, e che le misure siano affette da rumore il problema di controllo è detto stocastico.