RISPOSTA LIBERA si ottiene da $y(t)$ nel sistema esplicito

$$y_L(t) = C e^{At} x_0 \sim y_L(s) = C(sI-A)^{-1} x_0$$

assegnati $W(s)$ e x_0, si ottiene una realizzazione per ottenere A, B, C, D.

si può procedere in 2 modi;

1) si calcola $\tilde{A} = T \Lambda T^{-1} \rightarrow e^{\tilde{A}t}$ ecc.
2) si calcola $Y_L(s) = C(sI-A)^{-1} x_0$ e si antitrasforma

RISPOSTA FORZATA

DATI QUESTI DUE

$$y_F(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \mathcal{L}^{-1}[W(s)U(s)] = \mathcal{L}^{-1}[W(s)\,\mathcal{L}[u(t)]]$$

RISPOSTA A REGIME PERMANENTE (t. continuo)

È una funzione del tempo (continuo) per cui, applicando un certo ingresso $u(t)$, tende ad assumere la stessa forma dell'uscita al crescere del tempo indipendentemente dallo stato iniziale.
In particolare: $\boxed{\forall \varepsilon > 0 \ \exists T_\varepsilon : \forall t \geq t_\varepsilon \ \| y(t) - y_{RP}(t) \| < \varepsilon}$

Per esistere le sue evoluzioni interne devono essere limitate per non dipendere dallo stato
Per esserlo, gli autovalori del sistema devono rispettare queste condizioni:

$$\begin{cases} Re(\lambda_i) < 0 & \text{SE } \lambda_i \text{ È OSSERVABILE} \\ Re(\lambda_i)_{m_g=1} \leq 0 & \text{ALTRIMENTI} \\ Re(\lambda_i)_{m_g>1} < 0 & \end{cases}$$

- $u(t) = \frac{t^k}{k!}\delta_{-1}(t) \longrightarrow y_{RP}(t) = \sum_{i=0}^{k} \frac{t^{k-i}}{(k-i)!} \frac{1}{i} \frac{d^i W(s)}{ds} \Big|_{s=0}$

- $u(t) = e^{j\omega t}\delta_{-1}(t) \longrightarrow y_{RP}(t) = e^{j\omega t} W(j\omega)$

- $u(t) = \sin(\omega t)\delta_{-1}(t) \longrightarrow y_{RP}(t) = |W(j\omega)| \sin(\omega t + \phi(W(j\omega)))$

REGIME PERMANENTE (t. discreto)

Come nel t. continuo è una funzione del tempo che tende ad assumere la stessa forma dell'uscita senza dipendere dallo stato. Per esserlo:
$\lim_{k \to \infty} CA^{k-k_0} x_0 = 0 \Rightarrow$ VERO SE $|Re(\lambda_{oss})| < 1$

forma dell' uscita senza dipendere dallo stato. Per esserlo:

$\lim_{k \to \infty} CA^{k-k_0} x_0 = 0 \Rightarrow$ VERO SE $\begin{cases} |Re(\lambda)_{oss}| < 1 \\ |Re(\lambda)_1| \leq 1 \\ |Re(\lambda)_{>1}| < 1 \end{cases}$ GLI ALTRI NON OSS.

- $u(k) = e^{j\theta k}$ $\quad Y_{RP}(k) = \sum_{\varepsilon=0}^{+\infty} W(\varepsilon) e^{j\theta(k-\varepsilon)} = e^{j\theta k} W(e^{j\theta})$

- $u(k) = \sin \theta k$ $\quad Y_{RP}(k) = \dots$

RISPOSTA INDICIALE

è la definizione di risposta forzata y_F ad ingresso $u = \delta_{-1}(t)$ GRADINO UNITARIO

e si rappresenta come $\boxed{W_{-1}(t) = \sum_{1}^{N} r_i e^{p_i t} \delta_{-1}(t) + r_0 \delta_{-1}(t)}$

Se il sistema è esternamente stabile in $x_0 = 0$ $\quad r_0 = \lim_{s \to 0} [s Y_F(s)] = \lim_{s \to 0} \left[s \frac{W(s)}{s} \right] = W(0)$

RESIDUO

$r_0 = W(0) \Rightarrow$ GUADAGNO

Se non vi sono poli in zero $\quad W_{-1}(t) = r_0 = W(0) = K$

$= Re(\lambda) < 0$

B_3 BANDA PASSANTE: È la pulsazione in corrispondenza della quale la Y_{RP} subisce un'attenuazione di 0,707 rispetto al valore del modulo in $\omega = 0$ $\quad \frac{M(B_3)}{M(0)} = 0{,}707 = -3\,dB$

M_r MODULO NORMALIZZATO IN $\omega = 0$ $\quad M_r = \frac{M_{MAX}}{M(0)}$

Laplace forme notevoli e proprietà

sabato 12 marzo 2022 12:52

PROPRIETÀ DI $F(s)$

1) $\mathcal{L}[\alpha f(t) + \beta g(t)] = \alpha F(s) + b\, G(s)$

2) $\mathcal{L}[\dot{f}(t)] = s F(s) - f(0)$

3) $\mathcal{L}[f(t) g(t)] = F(s) G(s)$

4) $\mathcal{L}[f(t-a)\, \delta_{-1}(t-a)] = e^{-as} F(s)$

5) $\mathcal{L}[e^{at} f(t)] = F(s-a)$

TABELLA DI TRASFORMATE

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$\delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$1/s^2$
$t^2/2$	$2/s^3$
$t^n/n!$	$1/s^{n+1}$

$\rightarrow \; t - x \longleftrightarrow \frac{1-ts}{s^2}$

$$S = \frac{\sum_i \Delta_i P_i}{\Delta}$$

S = F.d.t. sist complessivo

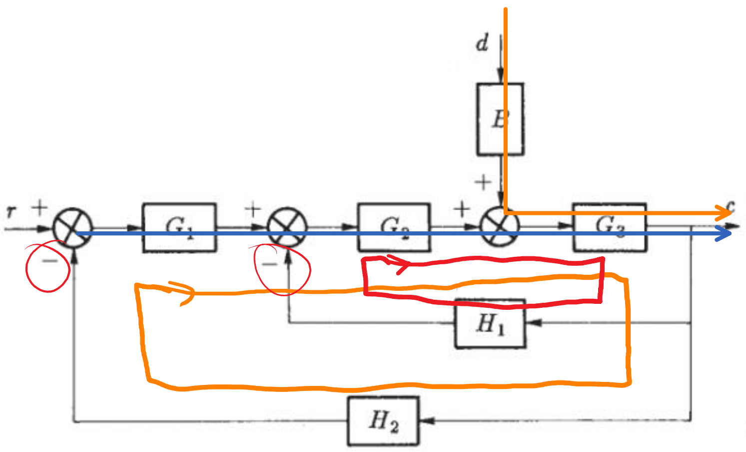
P_i = percorso diretto privo di cicli da u a y

Δ = 1 − (SOMMA PERCORSI D'ANELLO) + (SOMMA DI COPPIE) − (SOMME DI TERNE)...

Δ_i = SI ELIMINA DA Δ I PRODOTTI AVENTI le funzioni di P_i IN COMUNE.

ESERCIZIO

- **Esempio 1**:



a)

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 r$$

$$P_2 = B G_3 d$$

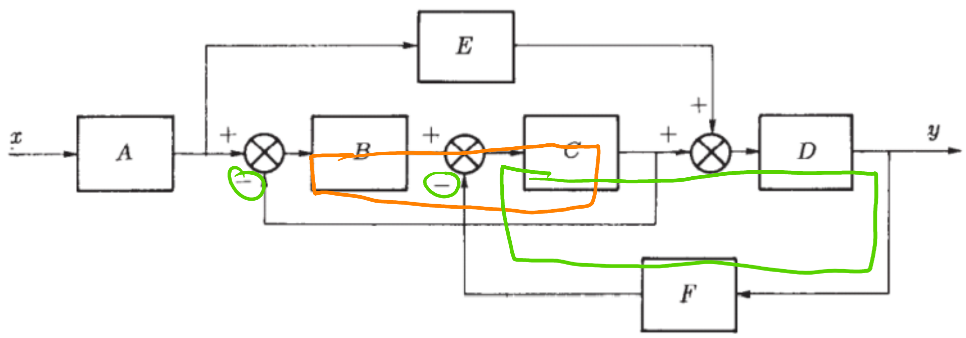
$$S = \frac{r G_1 G_2 G_3 G_4 + B G_3 d}{1 + G_2 G_3 H_1 + G_1 G_2 G_3 H_2}$$

$$\Delta = 1 - G_2 G_3 (-H_1) - G_1 G_2 G_3 (-H_2)$$

$$\Delta_1 = 1$$

$$\Delta_2 = 1$$

Esempio 2:



$$P_1 = x\,ABCD$$

$$P_2 = x\,AED$$

$$\Delta = 1 - B(-C) - CD(-F) = 1 + BC + CDF$$

$$\Delta_1 = 1$$

$$\Delta_2 = 1 + BC$$

$$Y = \frac{X\,ABCD + X\,ABD(1 + BC)}{1 + BC + CDR}$$

DEFINIZIONE MODI NATURALI:

I) modi naturali sono componenti dell'evoluzione nel tempo. Sono caratterizzati da una legge temporale esponenziale APERIODICA $\{e^{\lambda_i t} u_i c_i\}$ o PSEUDOPERIODICA $\{m e^{\alpha t}(\sin(\omega t+\phi) u_a + \cos(\omega t+\phi) u_b)\}$ che avvengono in predefiniti sottospazi dello spazio di stato associati agli autovettori.

Per specificare le leggi temporali dei modi vengono impiegati dei PARAMETRI CARATTERISTICI:

- COSTANTE DI TEMPO $\tau = -\frac{1}{\lambda_i}$ PER I MODI APERIODICI
- PULSAZIONE NATURALE $\omega_N = \sqrt{\alpha^2+\omega^2}$ } PER I MODI PSEUDOPERIODICI
- SMORZAMENTO $\xi = \frac{-\alpha}{\omega_n} = \sin\theta$ }

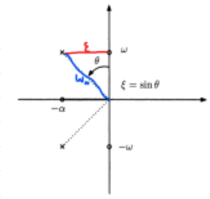
t. discreto

AP. $\lambda_i^k u_i c_i$

PSEUD $m|\lambda_i|^k (\sin(\theta_i k+\phi) u_{i_a} + \cos(\theta_i k+\phi) u_{i_b})$

$\hookrightarrow$ AMPIEZZA DELLE COMPONENTI PERIOD

FASE

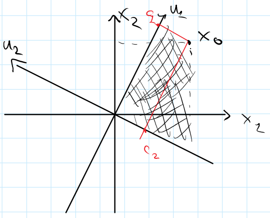


b) MOSTRARE CHE L'EVOLUZIONE LIBERA DI UN SIST. t. CONTINUO A PARTIRE DA STATO INIZ x_0 RIMANE CONFINATA AL SOTTOSPAZIO GENERATO DAGLI AUTOVETTORI RISPETTO A CUI x_0 HA COMPONENTE NON NULLA:

Avendo definito $x_L(t) = e^{At} x_0$ come EVOLUZIONE LIBERA possiamo mostrare con un esempio la suddetta affermazione. Poniamo $\dim(A)=2 \rightarrow x_L(t) = \sum_{i=1}^{2} e^{\lambda_i t} u_i v_i' x_0 = (u_1\ u_2)\begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} x_0$

$= \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t)\end{pmatrix}$

è possibile dimostrare graficamente che rispetto a x_0 l'evoluzione resta confinata al sottospazio generato dagli autovettori u_2, v_2



EVOLUZIONE LIBERA IN USCITA

$y_L(t) = C e^{At} x_0 = C \sum e^{\lambda_i t} u_i v_i' x_0 = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{\lambda_i t} \underbrace{C u_i}$

- se $= 0$ → i-esimo modo naturale è INOSSERVABILE
- se $\neq 0$ altrimenti

MATRICE DELLE RISP. IMPULSIVE NELLO STATO

$H(t) = e^{At} B = \sum e^{\lambda_i t} u_i \underbrace{v_i' B}$

- se $= 0$ → i-esimo modo naturale è NON ECCITABILE
- se $\neq 0$ → è ECCITABILE

T. CONTINUO

DEFINIZIONE DI STABILITÀ INTERNA ED ESTERNA e LE RELAZIONI TRA DI ESSE

Un sistema su cui agisce un ingresso costante fissato u e in presenza di uno stato x_e si definisce in condizioni di equilibrio se il sistema, trovandosi in quello stato x_e, vi permane nel tempo.

Tale condizione è soddisfatta da $\dot{x}(t) = f(x_e, u_e) = 0$.

In presenza di perturbazioni nello stato iniziale $x(t_0) \neq x_e$ di valore $x(t_0) - x_e$, x_e si definisce

- LOCALMENTE STABILE se $\forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta(\varepsilon) > 0 : \|x(t_0) - x_e\| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon \;\; \forall t > t_0$
- ASINTOTICAMENTE " se $\exists \delta_a > 0 : \|x(t_0) - x_e\| < \delta_a \Rightarrow \lim_{t \to \infty} \|x(t) - x_e\| = 0$

CONDIZIONI DI STABILITÀ

Un sistema si dice stabile internamente semplicemente se sono soddisfatte $\begin{cases} Re(\lambda_i) < 0 & m_g > 1 \\ Re(\lambda_i) \leq 0 & m_g = 1 \end{cases} \;\; \forall \lambda_i$

" " si dice stabile internamente asintoticamente se ha $Re(\lambda_i) < 0 \;\; \forall \lambda_i$ indipendentemente dalla m_g

" " si dice stabile esternamente in $x_0 = 0$ se ha $Re(\lambda_i^{\varepsilon, 0}) < 0 \;\; \forall \lambda_i$

" " si dice stabile esternamente $\forall x_0$ se ha " " " $\cup \begin{cases} Re(\lambda_i^0) \leq 0 & m_g = 1 \\ Re(\lambda_i^0) < 0 & m_g > 1 \end{cases} \;\; \forall \lambda_i$

SE UN SISTEMA È STABILE INTERNAMENTE ALLORA QUESTO IMPLICA LA STABILITÀ ESTERNA E STAB. ESTERNA $\forall x_0$ IMPLICA STAB. ESTERNA IN $x_0 = 0$.

T. DISCRETO

Analiticamente uguale al t. continuo ma condizioni diverse:

CONDIZIONI DI STABILITÀ

Un sistema si dice stabile semplicemente se sono soddisfatte $\begin{cases} |\lambda_i| < 1 & m_g > 1 \\ |\lambda_i| \leq 1 & m_g = 1 \end{cases} \;\; \forall \lambda_i$

" " si dice stabile asintoticamente se ha $|\lambda_i| < 1 \;\; \forall \lambda_i$ indipendentemente dalla m_g

Problema della realizzazione

giovedì 17 marzo 2022 18:30

Consiste nello studio delle condizioni e delle procedure di calcolo per associare ad una data matrice di funzioni $K(t)$, che definisce il nucleo di un'integrale di convoluzione, equivalente a $K(s)$, la sua trasformata $\mathcal{L}$, una rappresentazione con lo stato (A, B, C, D, n).

C.N.S. per la realizzazione è che $K(s)$ sia una matrice di funzioni PROPRIE. Se non fosse così, il legame ingresso uscita non potrà essere realizzato mediante un sistema LTI a dimensione finita.

In presenza di una $K(s)$ propria è necessario ricondursi ad una forma strettamente propria del tipo $K(s) = \tilde{K}(s) + D$. E $\tilde{K}(s)$ assume la forma $\frac{B_{n-1}s^{n-1} + \dots + B_1 s + B_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$. tramite i cui coefficienti è possibile ottenere realizzazioni in forma canonica RAGGIUNGIBILE (dimensione $\tilde{n} = n \times p^{\text{INGRESSI}}$) o OSSERVABILE (dimensione $\tilde{n} = n \times q^{\text{USCITE}}$)

Una realizzazione si definisce MINIMA se non esiste realizzazione di $K(s)$ con dimensione minore di quella trovata ed è quindi completamente raggiungibile e osservabile.

MODI PER CALCOLARLA (con $K(s)$ = MATRICE di $W(s)$)

1) REALIZZAZIONE in RIGHE o COLONNE selezionando il $\sum n°$ poli minore.

2) SCOMPOSIZIONE IN FRATTI SEMPLICI (GILBERT)

OSSERVABILITÀ

La proprietà di osservabilità riguarda il comportamento stato-uscita. Ovvero tiene conto del fatto che tutte le informazioni in merito all'evoluzione interna dello stato siano contenute o meno nell'uscita. Si studia a partire dall'INDISTINGUIBILITÀ di 2 STATI:
x_a, x_b sono indistinguibili a t_0 se $\forall u_{[t_0,\infty)}$ $Y_a[t_0,\infty) = Y_b[t_0,\infty)$. Nei sistemi stazionari
INDISTINGUIBILITÀ $\Rightarrow$ INOSSERVABILITÀ infatti $Y_a(t) = Y_b(t) \Rightarrow Ce^{At}x_a = Ce^{At}x_b \Rightarrow Ce^{At}(x_a - x_b) = 0$
Dunque si definisce l'insieme degli stati INOSSERVABILI di un sistema:
$I = \{ x \in \mathbb{R} : Ce^{At}x = 0, \ \forall t \geq 0 \}$
Ricordando che una FUNZIONE IDENTICAMENTE NULLA su un INTERVALLO FINITO ha tutte le sue DERIVATE NULLE nello stesso intervallo
ovvero $\left(\frac{d^k}{dt^k} Ce^{At}x_k\right)_{t=0} = \left(CA^k e^{At}x\right)_{t=0} = CA^k x = 0 \quad k = 0, 1 \dots$
e ricordando che il teorema di CAYLEY-HAMILTON afferma che una MAT. QUADRATA ANNULLA $p(\lambda)$
è possibile dimostrare che
$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$ detto il sottospazio lineare di I insieme degli stati inosservabili.
si definisce come MATRICE DI OSSERVABILITÀ.

IF $Rk(O) = n \Rightarrow$ SISTEMA È COMPLETAMENTE OSSERVABILE. $T = \left(\overset{I}{BASE} \,\vdots\, COMPLEM\right)$
ELSE IF $Rk(O) = m < n$ $\exists T|_{n \times n}$ (BASE : COMPLEM) non singolare che definisce un cambio di coordinate t.c.
$\tilde{A} = TAT^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix}$, $\tilde{B} = TB = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$, $\tilde{C} = CT^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & C_2 \end{pmatrix}$ dove $\tilde{O} = \begin{pmatrix} C_2 \\ C_2 A_{22} \\ \vdots \\ C_2 A_{22}^{m-1} \end{pmatrix}$ è COMPL. OSS.

RAGGIUNGIBILITÀ

La proprietà di raggiungibilità definisce il comportamento INGRESSO-STATO del sistema.
Uno stato $\bar{x}$ è detto raggiungibile a tempo T da x_0 se $\exists t_0 < T$ ed $u[t_0, t)$ che porta x_0 a $\bar{x}$.
Posti $x(t_0) = x_0 = 0$ e $t_0 = -\infty$ in un sistema stazionario si definisce l'insieme degli stati raggiungibili a tempo T come $R(t) = \{ x : x = \int_{-\infty}^{T} A e^{A(T-\tau)} B u(\tau) d\tau$ per qualche $u_{(-\infty, T)} \}$
da tale insieme è possibile dimostrare che la sua immagine coincide con una matrice detta
MATRICE DELLA RAGGIUNGIBILITÀ $R = \begin{pmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{pmatrix}$
IF $Rk(R) = n \Rightarrow$ SISTEMA È COMPLETAMENTE RAGGIUNGIBILE
ELSE IF $Rk(R) = m < n \Rightarrow \exists T$ (BASE di R : complem) non singolare che definisce un cambio di coordinate
t.c. $\tilde{A} = TAT^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix}$, $\tilde{B} = TB = \begin{pmatrix} B_1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\tilde{C} = CT^{-1} = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \end{pmatrix}$ dove $\tilde{R} = \begin{pmatrix} B_1 & A_1 B_1 & \dots & A^{m-1} B_1 \end{pmatrix}$ COMPL. RAGGIUNG.
Sulla base di questo cambiamento di coordinate si può dimostrare che le leggi esponenziali di $\tilde{A}$ sono le stesse di A quindi che i modi eccitabili di A sono gli stessi modi eccitabili di $\tilde{A}$ associati a λ ecc.

- nel t. continuo la RAGG. = CONTROLLABILITÀ ovvero quando $\bar{x} = 0$

Uno stato è controllabile a T se esiste u che lo porta a 0 a tempo T.

$$\mathrm{Im}(\alpha) = \ker(\alpha^*)^\perp$$

$$R: \left\{ x : x = \underbrace{\int_{-\infty}^{T} e^{A(t-\tau)} B\, u(\tau)\, d\tau}_{} \right\}$$

$$\mathrm{Im}(R) = \ker \begin{pmatrix} B^* \\ B^* A^* \\ \vdots \\ B^* A^{*\,n-1} \end{pmatrix}^\perp = \mathrm{Im}\left(B \; AB \; \cdots \; A^{n-1} B \right) = R$$

RAGGIUNGIBILITÀ NEL DISCRETO

Vi sono due importanti differenze dalla rag. in t. continuo;

1) Nel t. discreto è possibile misurare il tempo che impiega x_0 a raggiungere lo stato zero,

2) Mentre nel t. continuo la raggiungibilità coincide con la controllabilità di uno stato (ovvero se a tempo T esiste un ingresso che lo porta a 0), nel t. discreto la raggiungibilità $\Rightarrow$ controllabilità.

IMPLICITA

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

POSTO

$$x(t) = ke^{At}$$
$$\dot{x}(t) = kAe^{At} = Ax(t)$$

$$\Rightarrow x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) = C\left(e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau\right) + Du(t)$$
$$= Ce^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t} D\delta(t-\tau)u(\tau)d\tau$$
$$= Ce^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t}\left(Ce^{A(t-\tau)}B + D\delta(t-\tau)\right)u(\tau)d\tau$$

POSTO

$$u(t) = \int_{t_0}^{t} \delta(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

$$\begin{cases} x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \\ y(t) = Ce^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t}\left(Ce^{A(t-\tau)}B + D\delta(t-\tau)\right)u(\tau)d\tau \end{cases} = \begin{cases} x(t) = \phi(t)x(t_0) + H(t-\tau)u(\tau) \\ y(t) = \Psi x(t_0) + W(t-\tau)u(\tau) \end{cases}$$

PASSAGGIO A LAPLACE

SAPENDO CHE $\mathcal{L}(k_1f_1(t) + k_2f_2(t)) = k_1F_1(s) + k_2F_2(s)$
$\mathcal{L}(\dot{f}(t)) = sF(s) - f(0)$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} sX(s) - x(0) = Ax(s) + BU(s) \rightarrow x(s)(sI-A) = x_0 + BU(s) \\ Y(s) = C\,x(s) + DU(s) \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$X(s) = (sI-A)^{-1}x_0 + (sI-A)^{-1}BU(s)$$

$$\begin{cases} X(s) = (sI-A)^{-1}x_0 + (sI-A)^{-1}Bu(s) \\ Y(s) = C(sI-A)^{-1}x_0 + (C(sI-A)^{-1}B + D)U(s) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X(s) = \phi(s)x_0 + H(s)u(s) \\ Y(s) = \Psi(s)x_0 + W(s)U(s) \end{cases}$$

t. DISCRETO

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = A^{t-t_0}x(t_0) + \sum_{\tau=t_0}^{t-1} A^{t-1-\tau}Bu(\tau) \\ y(t) = CA^{(t-t_0)}x(t_0) + \sum_{\tau=t_0}^{t-1}\left(CA^{t-1-\tau}B + D\right)u(\tau) \end{cases}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$y(t) = CA^{(t-t_0)} x(t_0) + \sum_{\tau=t_0}^{t-1} \left(CA^{t-1-\tau} B + D \right) u(\tau)$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} x(t) = \phi(t-t_0)\, x(t_0) + \sum_{\tau=t_0}^{t_1} H(t-\tau)\, u(\tau) \\ y(t) = \psi(t-t_0)\, x(t_0) + \sum_{\tau=t_0}^{t_1} W(t-\tau)\, u(\tau) \end{cases}$$

DISCRETIZZAZIONE

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = e^{A(t-t_0)} x_0 + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)} B u(\tau)\, d\tau \\ \text{PONIAMO} \\ t = (k+1)T, \quad t_0 = kT \; (\to x(kt) = x_0), \quad t - \tau = \varepsilon \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$x((k+1)T) = e^{AT} x_0 + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A\varepsilon} B \, d\tau \quad u(kT)$$

$$\begin{cases} x((k+1)T) = A_D x_0 + B_D u(kT) \\ y((k+1)T) = C_D x((k+1)T) \end{cases}$$

$$A_D = e^{AT}$$

$$B_D = \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A\varepsilon} B \, d\tau$$

$$C_D = C$$

Modulo della risonanza

venerdì 3 giugno 2022 19:30

$M_r = \frac{M_{MAX}}{M_0}$ -> PER ESSERE $M_r \to \infty$ W(s) deve avere smorzamento $\zeta = 0$