
➤ **Asignatura:** Optimización Financiera

➤ **Módulo 3:** Renta Variable

➤ **Lección 2:** Portafolios de renta variable

Introducción

En esta lección se expone una metodología para realizar inversiones óptimas en instrumentos de renta variable como las acciones. Para ello se utiliza el procedimiento de varianza-covarianza en el modelo matemático de programación cuadrática desarrollado en hoja electrónica Excel.

En la toma de decisiones sobre inversiones cada vez hay más alternativas con niveles de rentabilidad más competitivas y acompañadas con un mayor riesgo. La diversificación en las inversiones, facilita un manejo prudente frente al riesgo de la variabilidad en el retorno de la rentabilidad.

En el proceso decisorio por parte del inversionista es necesario evaluar si las decisiones tomadas en el manejo de los recursos financieros son las más indicadas.

El proceso de inversión en acciones, es una labor difícil y compleja, porque el retorno sobre la inversión está altamente correlacionado con el riesgo y a mayores tasas de interés, mayor es el riesgo.

Tema 1: Portafolio con dos acciones

PORTAFOLIO CON DOS ACCIONES

Consiste en realizar un análisis por parejas de acciones (comparar cada acción con cada una de las acciones) maximizando la rentabilidad y minimizando el riesgo.

Construir una hoja de Excel por cada par de acciones:

Fecha	Acción 1 (A1)	Acción 2 (A2)	Variación	Variación
-------	---------------	---------------	-----------	-----------

Operación			A1	A2
Periodo 1	Precio 1 de acción 1 (PA11)	Precio 1 de acción 2 (PA21)		
Periodo 2	Precio 2 de acción 1 (PA12)	Precio 2 de acción 2 (PA22)	=(PA12 - PA11)/PA11	=(PA22 - PA21)/PA21
Periodo 3	Precio 3 de acción 1 (PA13)	Precio 3 de acción 2 (PA23)	=(PA13 - PA12)/PA12	=(PA23 - PA22)/PA22
Periodo n	Precio n de acción 1 (PA1n)	Precio n de acción 2 (PA2n)	=(PA1n - PA1n-1)/PA1n-1	=(PA2n - PA2n-1)/PA2n-1
Rentabilidad esperada	=PROM(variaciones A1)	=PROM(variaciones A2)		
Varianza	=VAR (variaciones A1)	=VAR (variaciones A2)		
Riesgo	=RAÍZ (varianza A1)	=RAÍZ (varianza A2)		
Z	=NORMALIZACION(0;Rentabilidad A1; Riesgo A1)	=NORMALIZACION(0;Rentabilidad A2; Riesgo A2)		
Pos. Perdida	=DISTR.NORM.ESTAND(Z)	=DISTR.NORM.ESTAND(Z)		

- Fecha de operación: Son las fechas o periodos para cada valor de precio. Usualmente, se presentan diariamente. Todos los días las acciones presentan un precio diferente, por tanto la fecha de operación son todos los días según el periodo que se desee estudiar.
- Acción 1 (A1): En esta columna se deben ingresar los precios de la acción durante el período que se va a analizar. Para ello se debe:
- Variación A1: variaciones de los precios de la acción.

$$\Delta = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

El valor de la primera variación debe de ir en la segunda fila puesto que para el precio del primer periodo o la primera fecha no existe variación.

- Arrastrar la fórmula hasta el último periodo cotizado.
- Rentabilidad esperada: Calcular la rentabilidad esperada para cada acción:

$$\overline{\Delta P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta P_t$$

En Excel: PROM (variaciones de cada acción). Se da en porcentaje.

- Varianza: Calcular la varianza para cada acción. Determina la dispersión de los datos

$$\text{Var} = \frac{1}{n-1} (X_i - \bar{X})^2$$

En Excel: VAR (varianza de cada acción). Se da en porcentaje.

- Riesgo (Desviación estándar): Calcular el riesgo para cada acción así:

$$\text{Riesgo} = \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} (X_i - \bar{X})^2}$$

En Excel: RAÍZ(varianza). Se da en porcentaje.

- Z (Límite del área de posibilidad de pérdida): Calcular el límite de posibilidad de pérdida Z para cada una de las acciones:

$$Z = \frac{X_{\text{esp}} - \bar{X}}{\sigma}$$

En Excel: NORMALIZACIÓN (0;Rentabilidad;Riesgo)

- Pos. Pérdida (Área de posibilidad de pérdida): Calcular para cada una de las acciones el área de posibilidad de pérdida así: En Excel: DISTR.NORM.ESTAND(Z). Se da en porcentaje.

Con el proceso anterior, se compara cada par de acciones que se desee.

Tema 2: Portafolio óptimo de Markowitz con tres o más acciones

PORTAFOLIO ÓPTIMO DE MARKOWITZ CON TRES O MÁS ACCIONES

Para explicar el modelo se toma como ejemplo un grupo de cinco acciones del mercado colombiano, los cuales permiten conformar el portafolio de inversión que incluye las variables rentabilidad y riesgo. Finalmente, se implementa el método de optimización conocido como varianza-covarianza basado en el modelo matemático de programación cuadrática utilizando la hoja electrónica Excel.

Un portafolio más que una lista de acciones, es un todo balanceado que protege al inversionista y le da alternativas con respecto a un amplio rango de contingencias. El inversionista debe construir su portafolio con base en satisfacer sus necesidades. Un buen criterio toma en cuenta lo importante y lo no importante.

La conformación de portafolios es una estrategia para disminuir el riesgo, es decir, el riesgo del portafolio debe ser menor que la suma de los riesgos de las acciones que lo conforman.

RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO

Es la sumatoria ponderada de las rentabilidades esperadas de cada una de las acciones.

$$R_p = \sum R_j * A_j$$

Donde:

R_p = La rentabilidad esperada del portafolio

R_j = Es el rendimiento esperado de la acción "J"

A_j = Es la proporción del total de fondos invertidos en el título "J"

La ecuación anterior, expresa que el rendimiento esperado del portafolio es un promedio ponderado de los rendimientos esperados para los valores que comprenden ese portafolio.

RIESGO DEL PORTAFOLIO

Depende del riesgo de los valores individuales que constituyen el portafolio y de la relación existente entre los mismos. Al seleccionar títulos que tienen poca relación unos con otros, el inversionista puede reducir el riesgo relativo.

La varianza es la forma de medir el riesgo en términos cuadráticos de la rentabilidad esperada del portafolio. La desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza y muestra el riesgo del portafolio en términos lineales

$$\text{Riesgo} = \sqrt{\sum \sum A_j A_k \text{COVAR}_{jk}}$$

Tema 3: Portafolio óptimo Línea de Mercado de Capitales

MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA PROPUESTO POR MARKOWITZ - TOBON - TAKAYAMA Y BATTERHAM, ADAPTADO EN HOJA ELECTRONICA EXCEL.

Max Rentabilidad = $\sum A_i \text{VARPPP}_i$
Restricciones

$$(\sum \sum A_i A_j \text{COVAR}_{ij})^{1/2} \leq B$$

$$\sum A_i = 100\%$$

$$A_i \geq 0$$

Donde:

A_i: Porcentaje de inversión en la acción "i".

VARPPPI: Variación de los precios ponderados de las acciones.

COVAR_{ij}: Covarianza entre cada par de acciones del portafolio.

B: Nivel deseado de riesgo.

Para el análisis de las acciones y su relación entre sí, se utiliza la regresión simple, permitiendo un análisis entre cada par de acciones; cómo se comportan las dos acciones una respecto a la otra.

LA COVARIANZA

Indica la forma en que las variaciones de los precios de las acciones se comportan entre sí con respecto a la rentabilidad esperada de cada acción.

$$\text{Covarianza}(A1, A2) = (1 / (n-1)) * \sum (A1_i - U1) (A2_i - U2)$$

Donde:

A1_i = Variación de precio de la acción 1

A2_i = Variación de precio de la acción 2

A1 = Acción 1

A2 = Acción 2

$U1$ = rentabilidad esperada de la acción 1

$U2$ = rentabilidad esperada de la acción 2

Si $(A1i - U1)$ es positivo y $(A2i - U2)$ positivo, o $(A1i - U1)$ es negativo y $(A2i - U2)$ es negativo, se dice que la relación entre las dos acciones es directa.

Si $(A1i - U1)$ es positivo y $(A2i - U2)$ negativo, o $(A1i - U1)$ es negativo y $(A2i - U2)$ es positivo, se dice que la relación entre las dos acciones es inversa. Mientras una acción aumenta su variación de precio con respecto a la rentabilidad esperada, la otra acción disminuye su variación de precio frente a su rentabilidad esperada.

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN (r)

$$R = \frac{\text{COVARIANZA (A1, A2)}}{\text{RIESGO A1} * \text{RIESGO A2}}$$

Indica el grado de relación entre las dos acciones. Determina si la relación entre las dos acciones es directa o inversa, incluyendo el riesgo (las desviaciones estándar) respectivamente.

$R = -1$, Si la correlación es perfecta e inversa

$R = 1$, si la correlación es perfecta y directa.

$R = 0$, quiere decir que las dos acciones no están correlacionadas

El valor %INV A_i y el valor %INV A_j , son los porcentajes de inversión en cada una de las acciones del portafolio. Ver Figura 1: Covarianza y correlación entre acciones.

MÁXIMA RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO

Para hallar la máxima rentabilidad del portafolio se utiliza la herramienta de excel llamada solver; a través de ella se obtendrán los porcentajes de inversión en las diferentes acciones para cumplir el objetivo de máxima rentabilidad del portafolio:

Para configurar solver se debe tener en cuenta:

- La celda objetivo es la celda D27, ésta contiene la sumatoria de la rentabilidad ponderada de las acciones.
- Las celdas a cambiar son el vector C19:C23. las cuales incluyen la inversión porcentual en cada una de las acciones cuando se busca maximizar la rentabilidad.
- La celda C24 debe ser igual a 100%, es decir, exigirle al modelo que la sumatoria de las inversiones en cada una de las acciones debe ser igual al 100% de la inversión.

- Los valores determinados en el modelo obviamente deben ser mayores o iguales a cero, para que no se presenten inversiones con valores negativos.

Al solucionar el modelo planteado los resultados obtenidos son los siguientes:

Se aprecia que la inversión sugerida se concentra en la acción de Inteeléctrica, ya que es la más rentable frente a las demás, el riesgo del portafolio corresponde a la acción de Intereléctrica.

MÍNIMO RIESGO DEL PORTAFOLIO

El enfoque del siguiente portafolio, tomando el mismo paquete de acciones, es minimizar el riesgo. Este tipo de inversión se debe sugerir a los inversionistas que prefieren inversiones estables o de bajo riesgo, así sea que se sacrifique parte de la rentabilidad:

- Las condiciones del modelo cambian relativamente poco, la función objetivo es la celda D29, porque contiene la fórmula del riesgo.
- El valor de la función objetivo es determinar el mínimo riesgo.
- Las celdas a cambiar siguen siendo C19:C23.
- Se mantienen las restricciones:
 - La celda C24 debe ser igual a 100%, es decir, exigirle al modelo que la sumatoria de las inversiones en cada una de las acciones debe ser igual al 100% de la inversión.
 - Los valores determinados en el modelo obviamente deben ser mayores o iguales a cero para que no se presenten inversiones con valores negativos.

Al solucionar el modelo planteado, los resultados obtenidos son los siguientes:

El riesgo del portafolio se espera sea menor que la sumatoria de los riesgos de las acciones. En este caso alcanza un riesgo de 0,8424%, siendo menor que la sumatoria de los riesgos de las acciones, es más su nivel de riesgo es menor que el presentado por cada una. La rentabilidad del portafolio ofrece el 0,0128%.

Para consultar el procedimiento, observemos el siguiente vídeo:

Tema 4: Conjunto eficiente del portafolio de inversiones

FRONTERA EFICIENTE DEL PORTAFOLIO

Hasta el momento se han construido dos portafolios: el primero establece la rentabilidad máxima; el segundo el riesgo mínimo. Dentro de los dos extremos hay infinitas combinaciones posibles para armar el portafolio; lo importante es establecer el conjunto de portafolios que son óptimos, pero en cada uno se maneja un nivel de riesgo y rentabilidad diferente, ya es decisión del inversor determinar en qué punto de la frontera quiere ubicarse de acuerdo a su perfil.

La frontera eficiente es el conjunto de portafolios optimizados dentro de un rango considerado, con la característica de maximizar la rentabilidad con un nivel de riesgo predeterminado.

Dentro de la frontera eficiente el inversionista de acuerdo a su perfil selecciona la composición de la inversión, teniendo en cuenta la rentabilidad y el riesgo del portafolio. Se toman variaciones comprendidas entre los dos extremos presentados anteriormente: máxima rentabilidad hasta el mínimo riesgo optimizado. Veamos el siguiente vídeo:

ANÁLISIS DE RESULTADOS

La composición del portafolio de máxima rentabilidad se centra un 100% en la acción de intereléctrica, por tanto el riesgo del portafolio es igual al riesgo de ésta acción.

La composición del portafolio presenta mayor riesgo que rentabilidad, pero las acciones muestran una tendencia a ser rentables, ninguna presenta tendencia a la baja (perdida), en términos generales.

Cuando se busca mínimo riesgo sin tener en cuenta el nivel de rentabilidad, la composición del portafolio se concentra en las acciones de Aval y Nacional de Chocolates.

No es recomendable buscar un portafolio que se concentre en un solo título, es necesario diversificar para disminuir el riesgo como se muestra en este caso y la frontera eficiente garantiza que es la mejor composición del portafolio en cada uno de sus puntos.

Palabras clave

Portafolio de acciones

Markowitz

Portafolio óptimo

Análisis de resultados

Bibliografía

- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual - Universidad Tecnológica de Pereira. (2014). Covarianza y correlación entre acciones. [Archivo de imagen]
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual - Universidad Tecnológica de Pereira. (2014). Parámetros de optimización con solver para maximizar rentabilidad. [Archivo de imagen]
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual - Universidad Tecnológica de Pereira. (2014). Parámetros de optimización con solver para minimizar riesgo. [Archivo de imagen]
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual - Universidad Tecnológica de Pereira. (2014). Portafolio Markowitz - Más de tres acciones-. [Archivo de video]
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual - Universidad Tecnológica de Pereira. (2014). Resultados obtenidos al solucionar el modelo de máxima rentabilidad. [Archivo de imagen]
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual - Universidad Tecnológica de Pereira. (2014). Resultados obtenidos al solucionar el modelo de mínimo riesgo. [Archivo de imagen]

