
➤ **Asignatura:** Optimización Financiera

➤ **Módulo 4:** Portafolios Mixtos

➤ **Lección 1:** Modelo de valoración de activos de capital

Introducción

La meta principal de los inversionistas en los mercados financieros, es lograr maximizar los rendimientos minimizando riesgos. Para alcanzar estos objetivos han surgido diferentes teorías en épocas recientes que se ajustan a las nuevas oportunidades de negocios en la Bolsa de Valores de Colombia, aprovechando la normatividad reciente sobre fondos de inversión y las alternativas de invertir en carteras colectivas. La lección plantea la aplicación del modelo de activos de capital a precio de mercado (CAPM), aplicado al mercado de valores de Colombia, incluyendo los títulos de tesorería (TES) del gobierno nacional.

Los inversionistas de mercados financieros se enfrentan a diferentes activos financieros en los plazos de maduración, de rendimientos ofrecidos y de nivel de riesgo. Se han desarrollado diferentes trabajos investigativos que orientan al inversor y le facilitan la toma de decisiones en mercados altamente especulativos.

La presente investigación se apoya en algunos trabajos como los de Markowitz (1952), con el modelo de varianza/covarianza para determinar la frontera eficiente, los modelos teóricos presentados por Black (1972), Merton (1973) y más tarde por Levy y Sarnat (1982), Elton (1995) y Gruber (1997). Éstos se resumen en el documento elaborado por Alexander, Sharp y Bailey (2003), el cual sugiere que el portafolio óptimo se puede encontrar utilizando, principalmente, la línea de mercado de capitales para seleccionar en la frontera eficiente la conformación de portafolios de títulos financieros que generen la prima por riesgo máxima. Sharpe estableció un modelo para fijar el precio de los activos financieros conocido como activos de capital a precio de mercado (CAPM), que consiste en que un inversor puede elegir una exposición al riesgo a través de una combinación de valores de renta fija y una cartera de renta variable. La composición óptima de la cartera depende de la valoración de las perspectivas de los activos que haga

el inversor y no de la actitud hacia el riesgo. Si cada activo contribuye al riesgo total en un valor determinado, los ingresos esperados y el premio al riesgo variarán en proporción directa a dicho valor. Estas relaciones se generan vía precios por lo que los riesgos son susceptibles de eliminarse y las decisiones de la cartera terminan siendo consistentes.

En esta lección, se ilustra cómo aplicar el modelo CAPM a países emergentes como Colombia, con altas volatilidades en sus mercados y carencias para ser considerado un mercado eficiente, debido al sesgo en el acceso a la información. El modelo toma relevancia en países como Colombia, que incluyen en su regulación del mercado financiero la conformación de carteras colectivas. Las carteras colectivas se administran a través de fondos de inversión.

Tema 1: Riesgo sistemático y no sistemático

RIESGO SISTEMÁTICO Y RIESGO NO SISTEMÁTICO

El procedimiento desarrollado, consiste en determinar inicialmente la rentabilidad y riesgo de cada uno de los activos. Luego se determina la rentabilidad y volatilidad del índice (COLCAP). Posteriormente se determina la sensibilidad del cambio del precio de cada título, frente al cambio del Colcap. Una vez realizados los pasos anteriores se determina la tasa de rendimiento del mercado de los TES con la metodología de Nelson y Siegel, utilizada en Colombia. Acto seguido se conforma el portafolio mixto, incluyendo la participación de títulos de tesorería (TES) y acciones ordinarias. Finalmente se construye la curva de CAPM con un modelo de programación cuadrática multiobjetivo, maximizando la rentabilidad con determinado nivel de riesgo.

Los elementos a considerar para elaborar el modelo de carteras mixtas, son los riesgos involucrados, el modelo de precios de los activos de capital y el coeficiente Beta.

RIESGOS INVOLUCRADOS

RIESGO NO SISTEMÁTICO:

Es el riesgo asociado a cada activo financiero; puede reducirse a una tasa decreciente hacia cero, al adicionarse al portafolio más acciones seleccionadas al azar. Algunos estudios sugieren que un portafolio bien diversificado con más de seis acciones, son suficientes para eliminar la mayor parte del riesgo no sistemático de un portafolio.

RIESGO SISTEMÁTICO:

Es el riesgo de mercado. Es el riesgo no diversificable o inevitable QUE obedece al mercado global, por ejemplo los precios del petróleo. Ver expresión siguiente:

Riesgo total = riesgo sistemático + riesgo no sistemático

Después de tener un portafolio bien diversificado con un riesgo muy bajo, el riesgo no sistemático se ha reducido sustancialmente. El rendimiento esperado de un valor debe estar relacionado con su grado de riesgo sistemático, no con su grado de riesgo total.

RENTABILIDAD DE UN ACTIVO FINANCIERO

La rentabilidad de un activo financiero está relacionada con la rentabilidad libre de riesgo más la rentabilidad por prima por riesgo. Ver expresión siguiente:

$$R_i = R_f + E_i (R_M - R_f) \beta \quad (2)$$

Donde:

R_i = Rentabilidad esperada del título "i"

R_f = Rentabilidad libre de riesgo Ej: Tes del gobierno

E_i = error por incertidumbre

R_M = Rendimiento global esperado para el portafolio de mercado

$(R_M - R_f)$ = Prima por riesgo

β = Coeficiente Beta del título "i"

Si el error por incertidumbre esperado tiende a cero:

$$E_i = 0, \text{ Entonces: } R_i = R_f + (R_M - R_f) \beta \quad (3)$$

RIESGO DE UN ACTIVO FINANCIERO

La varianza de un portafolio en función de los precios de los activos de capital se expresa en función del riesgo sistemático y el riesgo no sistemático. Ver expresión siguiente:

Riesgo total = riesgo sistemático + riesgo no sistemático

El riesgo del portafolio en términos lineales quedaría así:

$$\text{Riesgo total} = (\beta_{\text{portafolio}}^2 * \sigma_{\text{mercado}}^2 + \sigma_{\text{portafolio}}^2)^{0.5} \quad (5)$$

Donde:

⊠2 Portafolio : Es la beta ponderada al cuadrado del portafolio.

⊠2 Mercado : Es la varianza del mercado calculada a través del índice COLCAP.

⊠2 Portafolio : Es la varianza ponderada del portafolio.

Tema 2: Análisis de las betas de mercado

EL COEFICIENTE BETA

El coeficiente BETA, es un indicador del riesgo sistemático o de mercado de la inversión en acciones que permite establecer qué tan sensible es la rentabilidad de una acción, en el momento que se presentan cambios en la rentabilidad del mercado. Cuando el valor de BETA para una acción es igual a 1 (BETA=1) significa que los rendimientos de ésta, varían de manera proporcional a los rendimientos del mercado, es decir, que las acciones tienen el mismo rendimiento que el mercado. Un BETA mayor que 1 (BETA>1) significa que el rendimiento de la acción, varía de manera más que proporcional al rendimiento del mercado, y un BETA menor que 1 (BETA<1) significa que la acción varía, de manera menos que proporcional al mercado.

Los resultados con BETA menores de 0 son posibles y representan una relación inversa, manteniendo la proporción que éste indica con respecto al mercado; cabe precisar que tales valores de BETA no son muy comunes, especialmente si se trata de mercados desarrollados y perfectos.

BETA OBSERVACIÓN

EL ACTIVO PRESENTA LA MISMA RENTABILIDAD Y RIESGO DEL MERCADO

=1 POR ENCIMA DEL 1%, EL ACTIVO TIENE MÁS RENTABILIDAD Y RIESGO QUE EL
>1 MERCADO

<1 POR DEBAJO DEL 1%, EL ACTIVO TIENE MENOS RENTABILIDAD Y RIESGO QUE EL
 MERCADO

=0 NO VARÍA, ES UN ACTIVO CON RENTABILIDAD CONSTANTE (SIN RIESGO DE
<0 MERCADO)

ES NEGATIVA, EL ACTIVO SE COMPORTA EN FORMA INVERSA AL MERCADO

Basados en la teoría de que un portafolio adecuadamente diversificado llega a un valor de riesgo no sistemático de cero, medir el riesgo sistemático se convierte en elemento fundamental, si se desea controlar la relación riesgo rendimiento de un portafolio.

Toda persona o entidad que maneja un portafolio está siempre preocupada por medir sus niveles de rentabilidad, pero en pocas ocasiones se preocupa por medir sus niveles de riesgo. Hasta la aparición en 1995 de las resoluciones de valoración de portafolios a precios de mercado expedidas por las Superintendencia Financiera, el riesgo no era un elemento preponderante y aún hoy son muchos los que no están acostumbrados a tenerlo en cuenta en el manejo de sus inversiones.

El cálculo del indicador Beta se presenta en la expresión siguiente:

$$\beta_i = \frac{COV_{IM}}{VAR_M}$$

Donde:

COVim = Es la covarianza entre la rentabilidad de la acción "i" y la rentabilidad del mercado.

VARm = Es la varianza de la rentabilidad del mercado

β_m = La beta del mercado =1

Si $\beta_i > 1$ El activo "i" es más riesgoso que el portafolio "m" (mercado)

Si $\beta_i < 1$ El activo "i" es menos riesgoso que el portafolio "m".

Tema 3: Optimización de portafolios Mixtos (Máxima rentabilidad – Mínimo riesgo)

El desarrollo del modelo de portafolio CAPM, se desarrolla en la hoja electrónica Excel y el complemento Solver. El modelo se establece con seis acciones que se preseleccionaron con base en el Índice de Bursatilidad accionaria (IBA) alto y con la rentabilidad esperada, de acuerdo a la variación de precios en el mercado accionario.

Se calculan las variaciones de los precios de las acciones para cada día.

$$R_i = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

El siguiente paso, es determinar la estadística de cada acción y el índice de la bolsa, teniendo en cuenta las medidas de ubicación: promedio, medidas de dispersión, desviación estándar, varianza y las medidas de forma: curtosis y la función de distribución correspondiente. Para determinar la mejor función de distribución paramétrica de los datos, se utiliza la prueba de bondad y ajuste de Kolmogorov-Smirnov.

La correlación entre las acciones y el COLCAP se establece como la relación entre la covarianza de la acción, con el índice COLCAP sobre sus desviaciones estándar. Ver expresión siguiente:

$$\text{Correl } (\rho) = \frac{\text{Covarianza (acción I y el índice COLCAP)}}{\sigma_{\text{acción I}} \sigma_{\text{Índice COLCAP}}}$$

Siendo la covarianza la forma en que varían los datos, con respecto a sus promedios entre sí. Ver expresión:

$$\text{COV} = \frac{\sum_{t=1}^T [R_{i_t} - E(R_i)][R_{j_t} - E(R_j)]}{T}$$

Donde:

R_i : Precio de la acción i

R_j : Índice del mercado

$E(R_i)$: rentabilidad esperada de la acción i

$E(R_j)$: rentabilidad esperada del mercado

La correlación entre las acciones y el COLCAP en un nivel medio, sugiere que un portafolio con las seis acciones elegidas eliminan sustancialmente el riesgo no sistemático.

El siguiente paso, es el cálculo de las betas de las acciones con respecto al COLCAP. Debido a que es una relación lineal de la forma $Y = A + BX$, siendo A el intercepto con el eje Y , y B expresa la pendiente o tasa de cambio entre el precio de la acción y en índice de la bolsa COLCAP se calculan los coeficientes A y B , a través del complemento Solver, para minimizar el error típico entre real (variación del precio de la acción) , y X (Variación del índice accionario).

La siguiente etapa del modelo, exige el cálculo de la rentabilidad de los instrumentos de renta fija. Es necesario establecer la tasa de rendimiento del mercado de los títulos de tesorería (TES). En Colombia se utiliza la metodología de Nelson y Siegel.

El método de interpolación no lineal de Nelson y Siegel empieza a ser adoptado en Colombia en el año 2002 para determinar la tasa de rendimiento de los títulos de largo plazo.

El objetivo de ambas metodologías la de Nelson y la de Siegel, es minimizar la suma de las desviaciones al cuadrado de los precios de los títulos que se utilizan para hacer el cálculo de los parámetros de la función propuesta. No obstante, la optimización se hace a partir de un proceso iterativo en donde se utilizan las tasas spot dadas por la función en la determinación de los precios estimados; luego se procede a realizar la minimización de la suma de los errores al cuadrado, entre los precios estimados y los precios observados en

el mercado.

El modelo de Nelson y Siegel tiene cuatro parámetros:

Donde:

α_1 : Corresponde a la altura de la tasa de interés

α_2 : Se refiere a la pendiente de la curva en cada uno de sus puntos

α_3 : Corresponde a la curvatura

λ : Coeficiente de suavización

El procedimiento de Nelson y Siegel consiste en determinar el valor de los cuatro parámetros: α_1 , α_2 , α_3 y λ .

A continuación se describe el proceso brevemente: se calcula el cuadrado de la diferencia entre la tasa de interés actual de rendimiento del mercado y el valor pronosticado $Y(t)$ dado por la función de Nelson y Siegel.

Se suman los cuadrados de los residuales. Se debe buscar el valor de los parámetros tal que minimice la suma de los errores.

La suma mínima de los errores al cuadrado obtenida, es una función no lineal suavizada de los datos.

La solución se halla al calcular la celda objetivo (suma de los cuadrados residuales), con su valor mínimo cambiando los cuatro parámetros.

Se calcula la tasa de interés diario considerando que los días de negociación de acciones al año son de 240. Ver la siguiente expresión.

$$i_{\text{diario}} = (1 + i_{\text{anual}})^{\frac{1}{240}} - 1$$

La construcción de la gráfica de la tasa de rendimiento de mercado para los TES, con base en los títulos que se han negociado recientemente en el mercado:

Con la información obtenida de la rentabilidad diaria de los TES, la rentabilidad esperada de cada acción, la rentabilidad media que está ofreciendo el mercado en el presente año, el valor de las Betas de cada acción y la varianza de las acciones, se determina la

conformación del portafolio. Con las expresiones siguientes:

$$R_i = R_f + E_i (R_M - R_f) \beta$$

$$\text{Riesgo total} = (\beta_{\text{portafolio}}^2 * \sigma_{\text{portafolio}}^2 + \sigma_{\text{portafolio}}^2)^{0.5}.$$

El último paso es hallar la rentabilidad máxima y el mínimo riesgo del portafolio, para ello se utiliza el complemento Solver. De los elementos que conforman las expresiones anteriores, vale la pena resaltar que la beta de la renta fija es cero, es decir, es insensible ante los cambios del mercado accionario. La varianza de los títulos de renta fija es cero.

Se presenta el valor de los porcentajes de inversión en cada uno de los instrumentos de renta fija y renta variable. También se presenta la rentabilidad y riesgo del portafolio:

Un análisis de sensibilidad se presenta a continuación: se maximiza la rentabilidad para diferentes niveles de riesgo. El mínimo riesgo se alcanza cuando se invierte el 100% en los títulos TES. La máxima rentabilidad se logra invirtiendo el 100% de los recursos en la acción de Bancolombia, lo cual es coherente si la beta de Bancolombia es una de las más altas:

La Línea de Mercado de Capitales se crea como resultado del análisis de sensibilidad:

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los portafolios mixtos se constituyen en una herramienta complementaria en la toma de decisiones en la inversión en carteras colectivas.

El modelo CAPM está limitado a títulos que ofrecen prima ante el riesgo. En caso de incluir una acción que esté a la baja, se van a generar resultados incoherentes frente a la realidad.

De acuerdo al nivel de riesgo que se está dispuesto a asumir, se construye un portafolio particular que se ubica en la línea del CAPM, la cual se construye con base en portafolios óptimos.

La frontera eficiente representado en la curva del CAPM, es el conjunto de portafolios optimizados dentro de un rango considerado entre un portafolio maximizando la rentabilidad y uno minimizando el riesgo con una inversión en renta fija del 100%.

El portafolio mixto apoya en la decisión de pasar desde el mercado de renta fija al mercado de renta variable, cuando la prima por riesgo lo amerite para el inversionista. Asimismo, es utilizado para migrar del mercado de renta variable al mercado de renta fija, cuando las tasas de rendimiento en renta fija se aumenten a tal punto de desmotivar el asumir riesgos en las inversiones. Para más información, presentamos los siguientes vídeos:

Palabras clave

Riesgo sistemático

Optimización de portafolios

CAPM

Bibliografía

- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual. (2014). Cálculo de los puntos de la curva de rendimiento. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual. (2014). Construcción curva maestra del mercado. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual. (2014). Conformación de portafolio mixto. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual. (2014). Sensibilidad del portafolio mixto. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual. (2014). Línea de mercado de capitales CAPM. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Muñoz, A., Cruz, E. & Univirtual. (2014). Ejemplo CAPM. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.