



TU Berlin Fakultät IV
Institut für Telekommunikationssysteme
Fachgebiet Nachrichtenübertragung
Praktikum Nachrichtenübertragung

Praktikum 03

Statistische Nachrichtentheorie

Dirk Babendererde (321 836)

Thomas Kapa (325 219)

14. November 2012

Gruppe:

Betreuer: Lieven Lange

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbereitungsaufgaben	1
1.1	AM	1
1.2	FM	1
1.3	Theorie zur FM-Demodulation	2
2	AM	2
2.1	Labordurchführung	2
2.2	Auswertung	3
3	FM	10
3.1	Labordurchführung	10
3.2	Auswertung	11
3.2.1	Trägerfrequenz f_c & Proportionalitätskonstante K_{FM}	11
3.2.2	Auswirkung der Amplitude des Sendesignals auf das Ausgangssignal	13
3.2.3	Auswirkung der Frequenz des Sendesignals auf das Ausgangssignal	13
3.2.4	Auswirkung der Frequenz und der Amplitude des Sendesignals auf das Ausgangssignal	14
3.3	Demodulation	15

1 Vorbereitungsaufgaben

1.1 AM

Da alle Werte eines analogen Signals ≥ 0 sein müssen um sie mittels AM mit Träger übertragen zu können, haben wir für diesen Versuch mit Matlab Cosinus-, Dreieck- und Rechtecksignale folgenden Eigenschaften erzeugt:

$$0 \leq u(t) \leq 2.0$$

$$f = 100\text{Hz}$$

$$\alpha = 0.5$$

$$T = 2\text{s}$$

$$f_T = 1\text{MHz}$$

Außerdem haben wir noch ein cosinus-Trägersignal mit 2kHz erzeugt. Auf dieses Trägersignal haben wir dann, zum späteren Vergleich, die erzeugten Basisbandsignale raufmoduliert.

1.2 FM

Zur Vorbereitung der FM-Modulation haben wir ein Cosinussignal mit folgenden Eigenschaften simuliert.

$$0 \leq u(t) \leq 2.0$$

$$f = 100\text{Hz}$$

$$T = 0,5\text{s}$$

$$f_T = 1\text{MHz}$$

Dieses Trägersignal haben wir dann mit einem weiteren cosinus ($f_u = 1\text{kHz}$ und $A_u = 1\text{V}$) nach der folgenden Formel moduliert:

$$u_m(t) = A \cdot \cos(\varphi(t))$$

$$\varphi(t) = 2\pi f_c t + K_{FM} \cdot \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$$

Von diesem Modulierten Signal (u_m) haben wir noch, zum späteren Vergleich, mit Hilfe von Matlab das Amplitudenspektrum bestimmt.

1.3 Theorie zur FM-Demodulation

Die grundlegende Abfolge der Verwendeten FM-Demodulation ist wie Folgt:

- Wir starten mit einem modulierten Signal, bei dem die Frequenz proportional steigt wenn das Nutzsignal positiv war und bei negativen werten des Eingangssignals wieder sinkt.
- Aus diesem Signal wird (z.B. per Comparator und Pulsgenerator) nach jeder Periode (idealer weise) ein Deltaimpuls erzeugt.
- Diese Pulsfolge wird anschließend Tiefpassgefiltert, was sich gut anhand eines CR-Gliedes (C-in Reihe, R-Parallel) erklären lässt.
- Der kondensator lädt sich bei kleineren Abständen der Pulse schneller auf als er sich wieder entlädt und bei größeren Abständen entlädt er sich schneller als er sich auflädt.
- Damit steigt die Spannung über dem Kondensator für kürzere abstände der Nulldurchgänge (also höhere Frequenzen) und sie sinkt für kleinere Abstände (also niedrigere Frequenzen).

Dieses Verhalten ist das exakte Gegenteil der Modulation und extrahiert somit das Nutzsignal wieder aus dem Träger.

2 AM

2.1 Labordurchführung

Das mit Hilfe von Amplitudenmodulation zu übertragende Signal soll ein Sinussignal mit Amplitude von 1 V, einer Frequenz von 100 Hz, mittelwertfrei sein und von Funktionsgenerator geliefert werden. Um das Signal von negativen Werten zu befreien (siehe Vorbereitung) wird das Signal mit Hilfe des Adder-Moduls und der variablen DC Voltage Quelle um ein Volt angehoben. Da das Adder-Modul den Ausgang invertiert, wird der Ausgang des ersten Adders auf einen zweiten Adder gegeben und der zweite Eingang auf Masse gelegt, um das Signal zu invertieren. Um Trägersignal und das zu übertragende Signal zu überlagern wird das Multiplier-Modul verwendet. Dabei liefert das Master-Signal-Modul ein 2 kHz Sinussignal, das als Trägersignal dient, das mit dem zu übertragenden Signal multipliziert wird. Mit der Demodulation über einen als idealen betrachteten Kanal kann das Signal durch eine erneute Multiplikation mit dem Trägersignal zurückgewonnen werden.

$$y_d(t) = u_m(t) \cos(\omega_c t) = u(t) \cos^2(\omega_c t) = \frac{1}{2} u(t) \cdot (1 + \cos(2\omega_c t))$$

In Formel 2.1 kann man erkennen, dass der vordere Teil bis auf den Vorfaktor 0,5 dem Basisbandsignal entspricht. Der hintere Teil weist eine doppelt so hohe Frequenz auf, die man mit einem entsprechend dimensionierten Filter herausfiltern kann. Dabei werden auch die Signale nach der Demodulation ohne Tiefpass aufgenommen und in der Auswertung mit denen mit Tiefpass verglichen. In Formel 2.1 kann man weiterhin erkennen, dass das modulierte Signal zum einen aus dem Trägersignal mit seiner Frequenz und dem Nutzsignal und seiner Frequenz besteht und dies im Amplitudenspektrum auch zu erwarten ist.

Zuletzt kann man ein zweites Multiplier-Modul hinzufügen und den Ausgang von diesem auf einen entsprechenden Tiefpass geben und erhält sein Signal zurück.

2.2 Auswertung

Eine Veränderung der Amplitude des Basisbandsignals führt dazu, dass, wenn die Amplitude zu groß wird, das Signal Anteile unter 0 bekommt. Damit verändert sich die Einhüllende des modulierten Signals und eine Rückgewinnung durch Demodulation ist nicht mehr möglich. Ein Beispiel ist in Abb. 1 zu sehen, wobei die Amplitude bei 2 V liegt und der Offset bei 1 V.

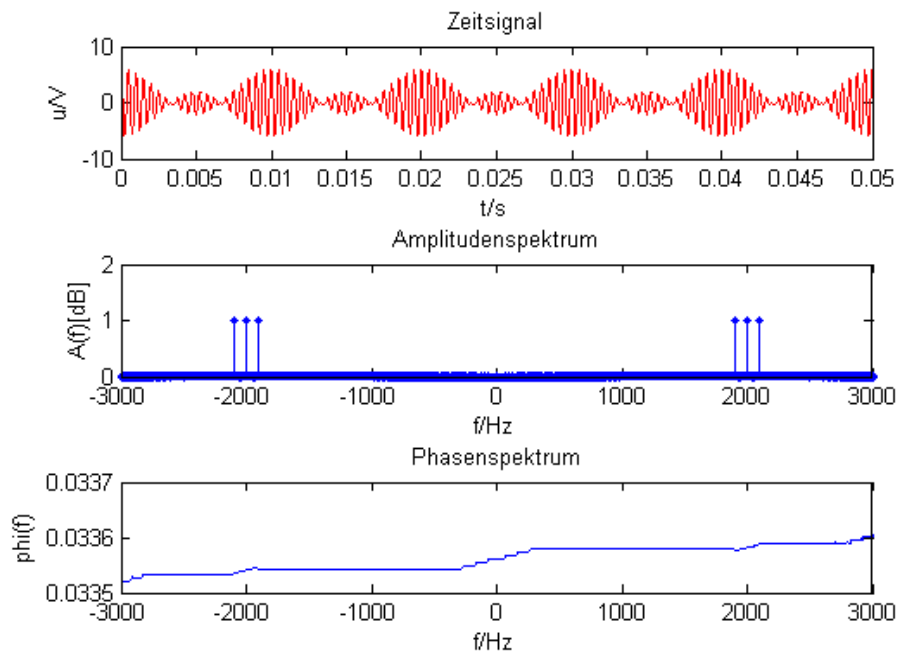


Abb. 1: zu große Amplitude des Basisbandsignals

Bei dem Offset entsteht der selbe Fehler, nur dass dieser nicht zu klein sein darf. Abb. 2 zeigt die Modulation für eine Amplitude von 1 V und einem Offset von 0,2 V.

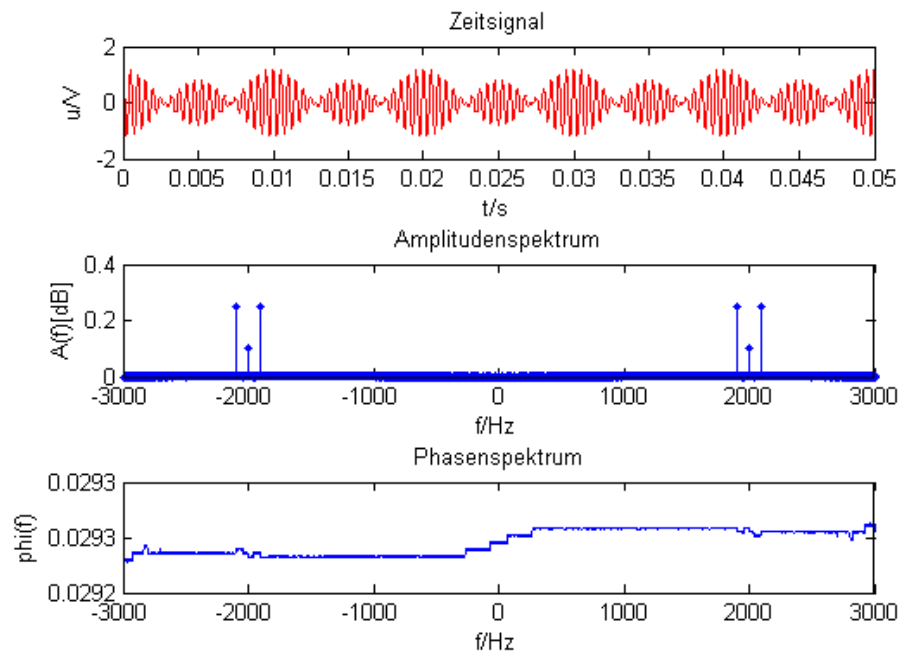


Abb. 2: zu kleiner Offset des Basisbandsignals

In Abb. 3 und 4 sind sowohl die mit Matlab simulierte, als auch die gemessene Modulation eines Cosinus abgebildet. Es ist gut zu erkennen, dass die Simulation mit der Praxis gut übereinstimmen. Lediglich bei der Amplitude sind versehentlich unterschiedliche Werte aufgenommen worden. Gut zu erkennen sind jeweils die beiden großen Peaks bei ± 2 kHz des Trägersignals und die jeweils um diese 2 kHz um 100 Hz versetzten Nebenpeaks des Basisbandsignals, wie es von der Theorie erwartet wurde.

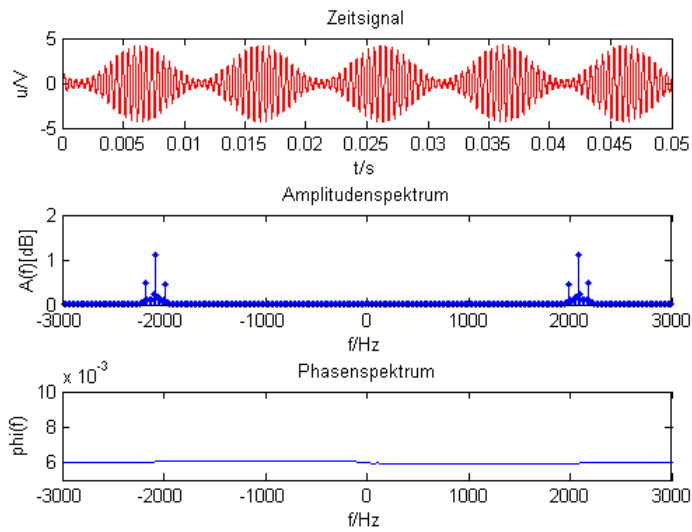


Abb. 3: mit Matlab simulierte Modulation eines Cosinus

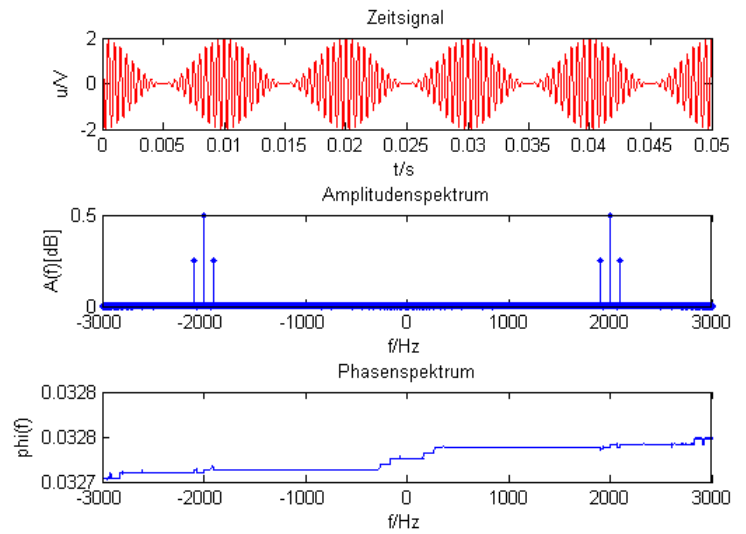


Abb. 4: gemessene Modulation eines Cosinus

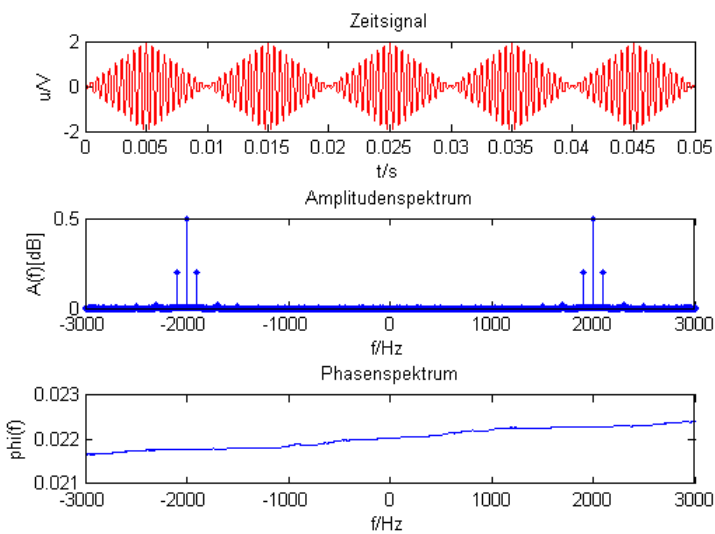


Abb. 5: mit Matlab simulierte Modulation eines Dreieck

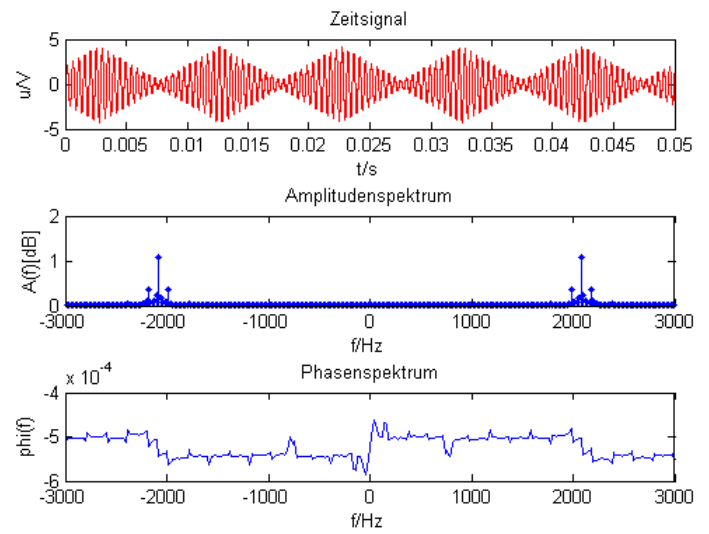


Abb. 6: gemessene Modulation eines Dreieck

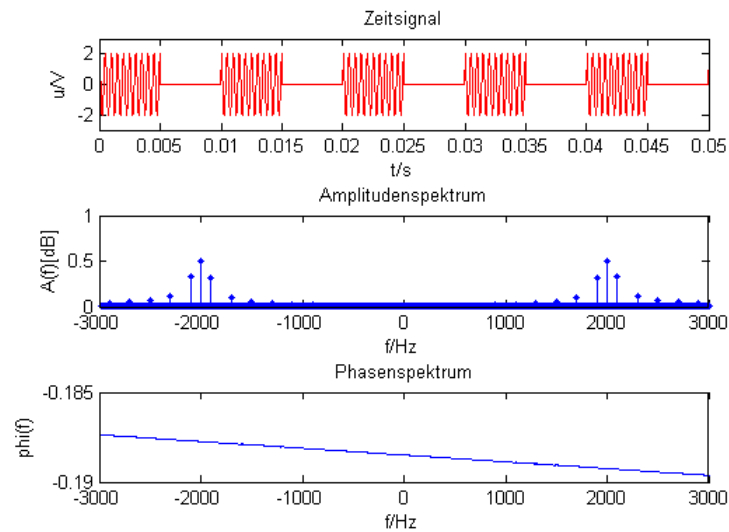


Abb. 7: mit Matlab simulierte Modulation eines Rechteck

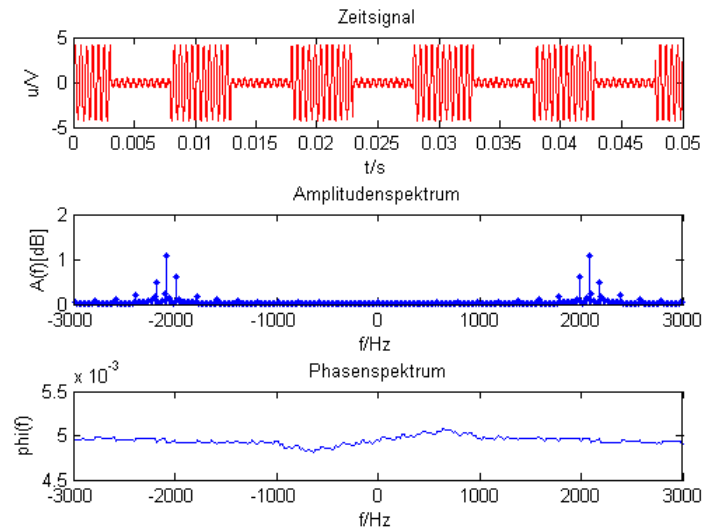


Abb. 8: gemessene Modulation eines Rechteck

In Abb. 9 ist die Modulation eines Sprachsignals zu sehen. Hierbei ist gut zu erkennen, dass die Nebenpeaks um die 2 kHz nicht den 100 Hz entsprechen, wie bei den ersten drei Signalen. Da ein Sprachsignal in einem breiteren Bereich von bis zu vier kHz liegt, streut das Spektrum hier mehr um die 2 kHz.

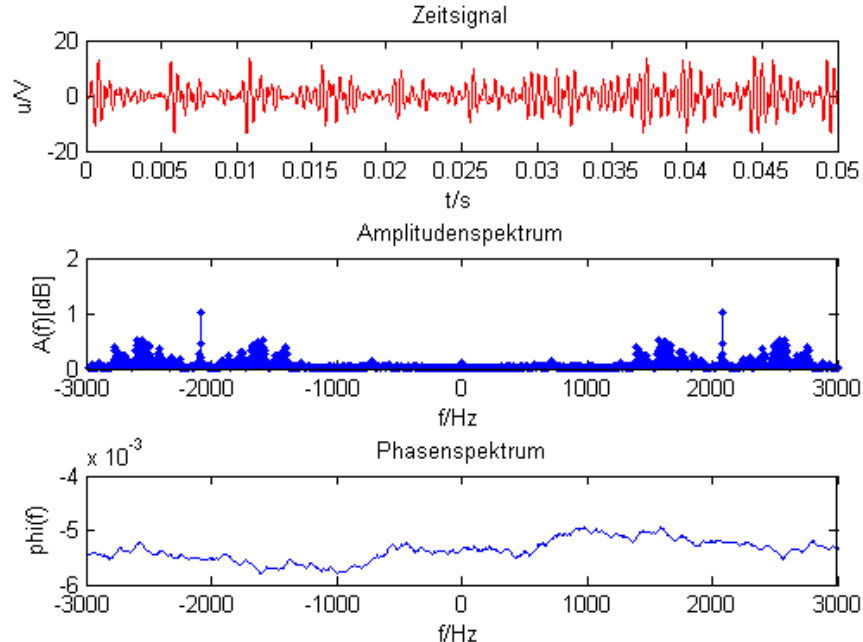


Abb. 9: Modulation eines Sprachsignals

Bei der Demodulation werden zuerst die Signale ohne Tiefpass betrachtet. Dabei ergibt sich bei der Multiplikation mit dem selben Cosinus ein Cosinus Quadrat.

Daher werden alle negativen Anteile nach oben geklappt und es gibt nur noch positive Anteile. Es sind auch noch mehrere Frequenzanteile enthalten, da der Cosinus mit der doppelt so hohen Frequenz (siehe Formel 2.1) nicht durch den Tiefpass gefiltert wurde.

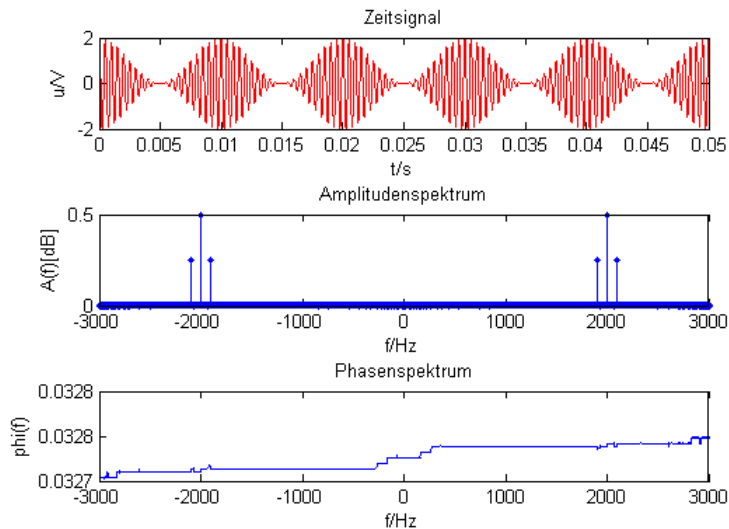


Abb. 10: moduliertes Signal

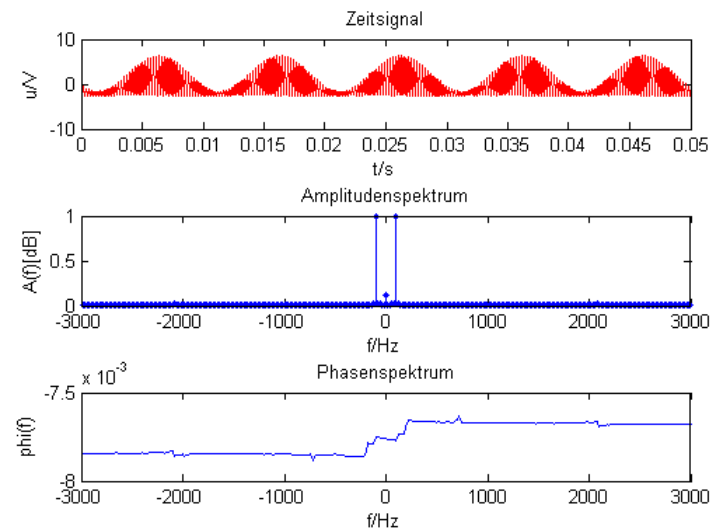


Abb. 11: demoduliertes Signal

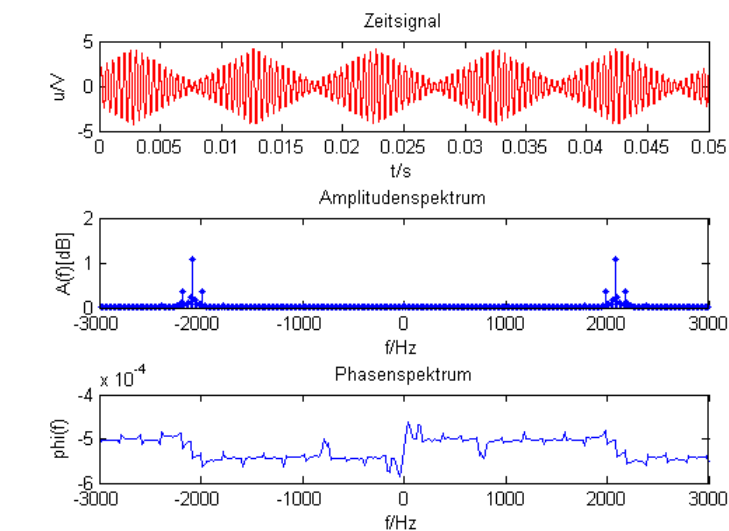


Abb. 12: moduliertes Signal

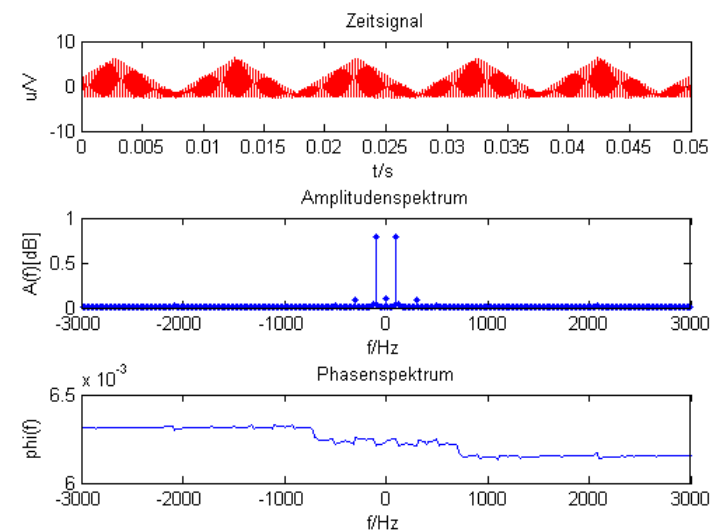


Abb. 13: demoduliertes Signal

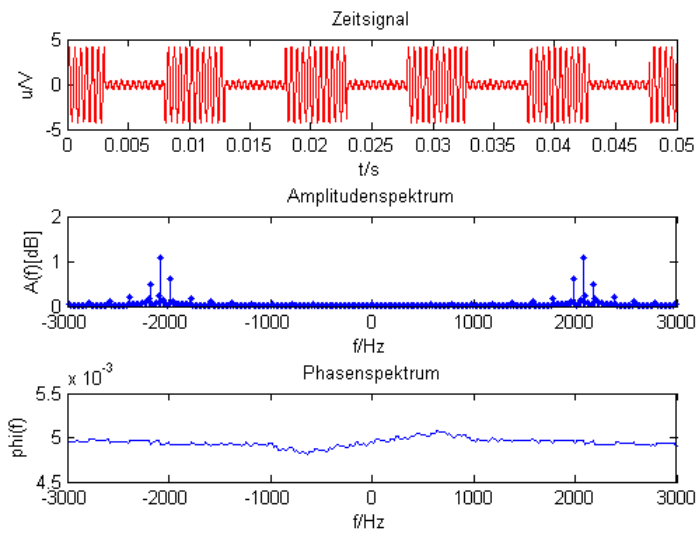


Abb. 14: moduliertes Signal

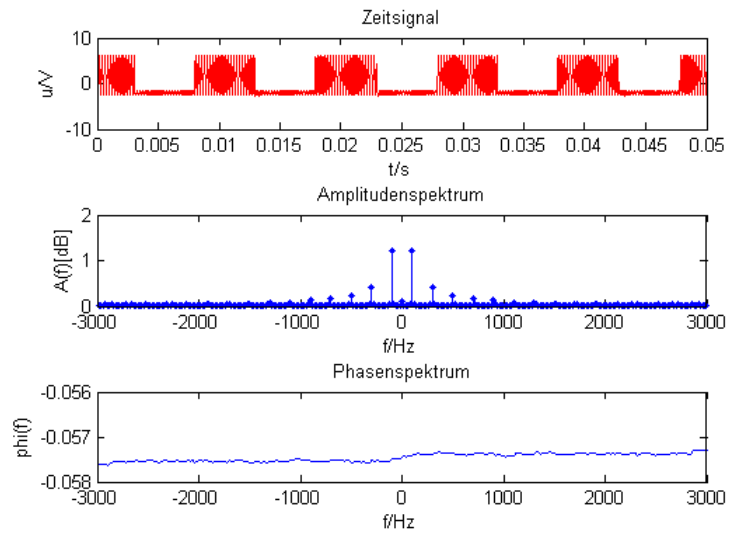


Abb. 15: demoduliertes Signal

Zuletzt wird der Tiefpass dazu geschaltet. Was passiert, wenn man die Grenzfrequenz variiert und sie noch zu hoch ist, kann man in Abb. 16 sehen. Das Signal ähnelt dem Basisbandsignal schon eher, als zuvor.

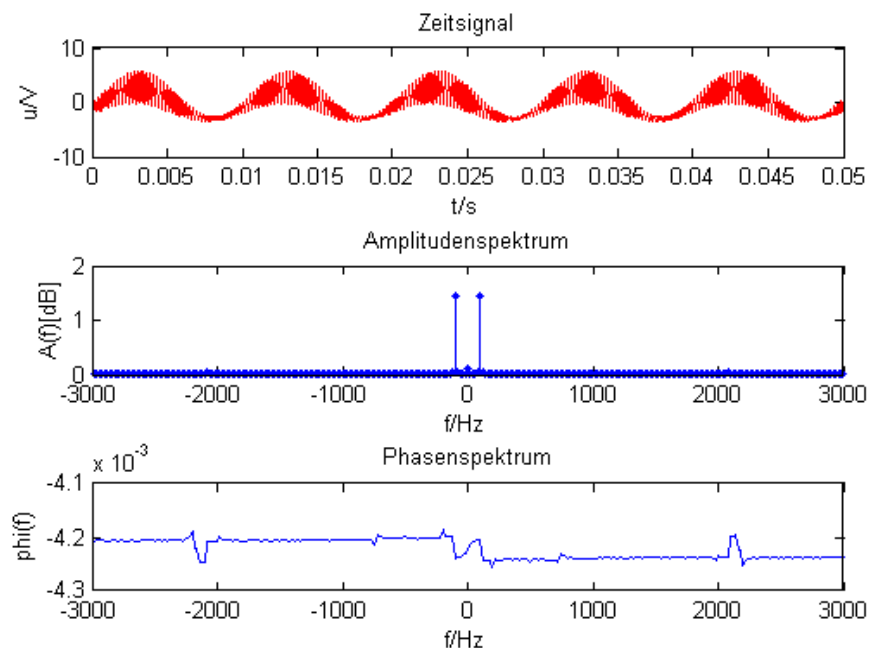


Abb. 16: Demodulation mit Tiefpass mit zu großer Grenzfrequenz

Mit einer niedrigeren Grenzfrequenz erhält man nahezu den Verlauf des Basisbandsignals (z.B. Abb. 18). Die Abweichungen erklären sich dadurch, dass der

Tiefpass nicht eine unendliche Steilheit besitzt und nicht alle Frequenzen über 100 Herz herausfiltert.

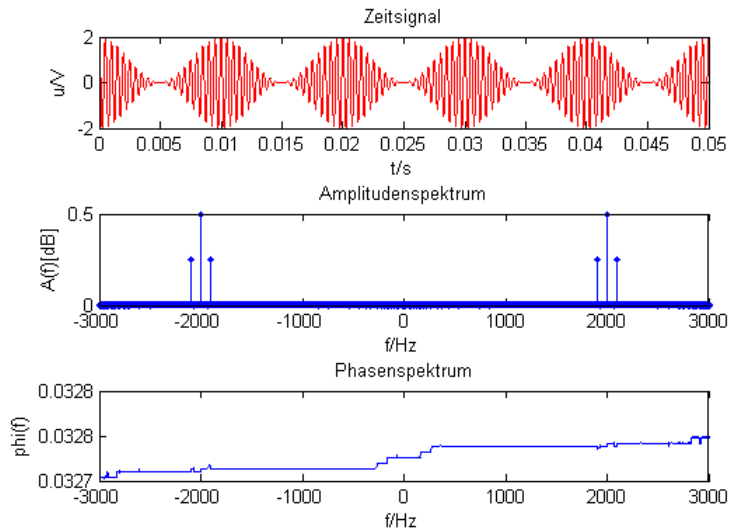


Abb. 17: moduliertes Signal

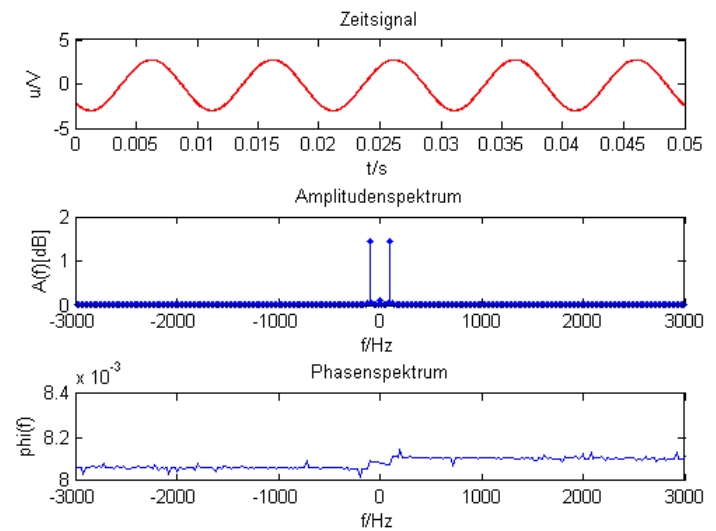


Abb. 18: demoduliertes Signal

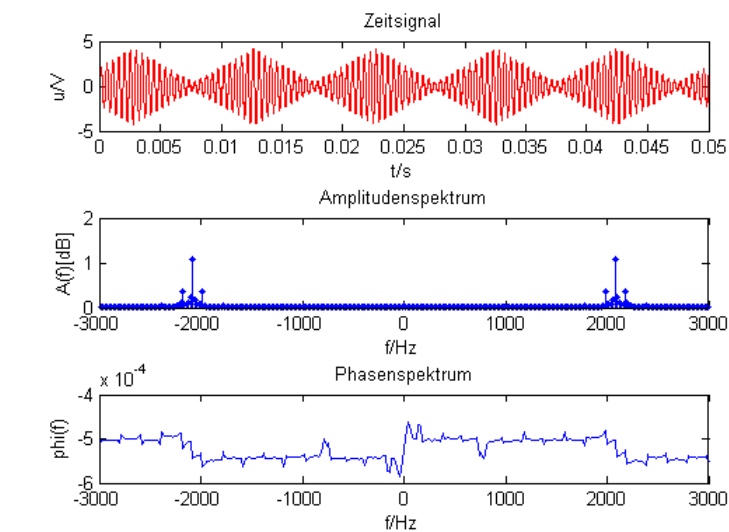


Abb. 19: moduliertes Signal

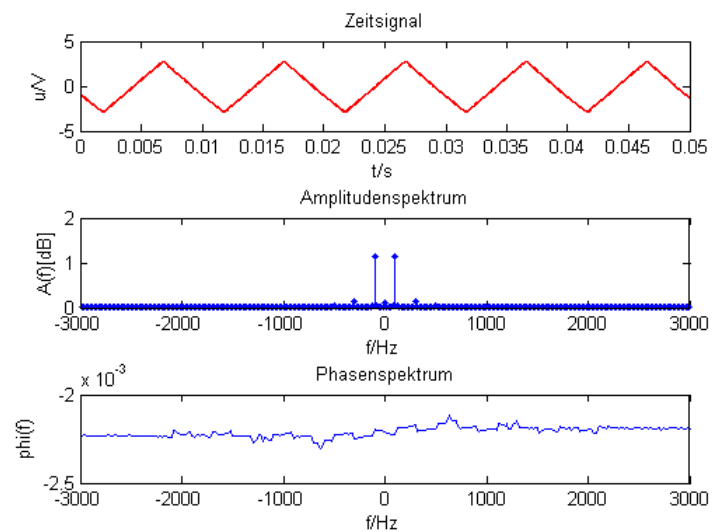


Abb. 20: demoduliertes Signal

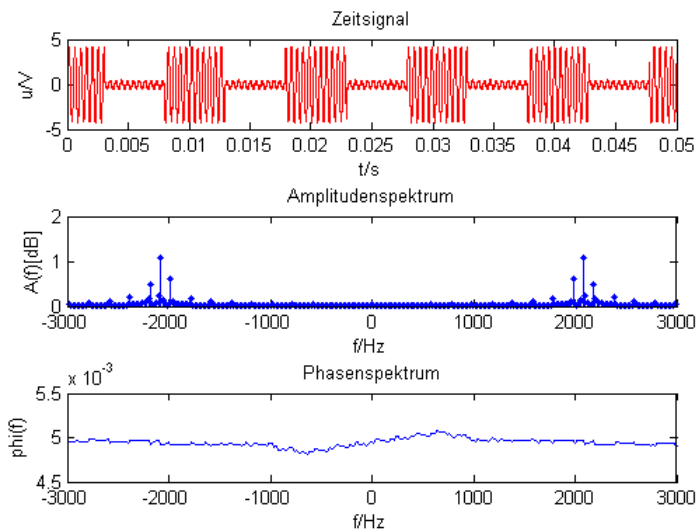


Abb. 21: moduliertes Signal

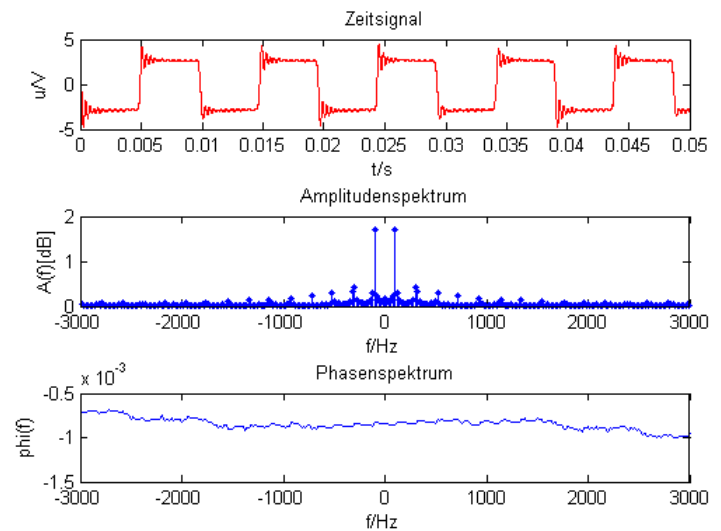


Abb. 22: demoduliertes Signal

3 FM

3.1 Labordurchführung

Die Frequenzmodulation wird mit Hilfe des VCO-Moduls auf dem ETT 101 durchgeführt. Dabei wird ein 3 kHz Sinussignal mit der Amplitude 1 Volt aus dem Frequenzgenerator auf den VCO Input gelegt, der FREQ-Controller auf die mittlere Position gestellt, der Schalter auf Lo gestellt (Frequenzbereich von 1 bis 15 kHz) und das Gain auf zwei Drittel des Maximalwerts gestellt. Von diesem Signal sollte das Spektrum mit dem Picoscope aufgenommen werden und K_{FM} und Δf_{max} anhand der Verläufe von Nutz- und Trägersignal bestimmt werden.

Dabei sollen die Auswirkungen einer Variation des Nutzsignals in der Frequenz und der Amplitude untersucht werden. Für die Amplitude wird nach dem Parsevalschen Theorem erwartet, dass sich die Amplituden im Zeit- und Frequenzbereich proportional verhält.

Außerdem werden nach Fouriere für eine höhere Nutzfrequenz mehr Frequenzen benötigt um per Überlagerung das modulierte Signal zu erstellen. Auch bei Höheren Amplituden werden mehr Frequenzen benötigt, da das Trägersignal mehr gestaucht wird

Zur FM-Demodulation haben wir im Praktikum die FM-PFM-Umwandlung genutzt, da es ein relativ einfaches Verfahren ist. Hierbei wird das Signal zunächst durch einen Komparator in eine polare Rechteckfolge umgewandelt. Als Referenz für den Comparator wird 0V eingestellt, damit jede positive Halbwelle des modulierten Signals zu einem positiven Rechteck wird und jede negative zu 0V (siehe Abb. 34). Das modulierte Signal hat Bereiche in denen die Frequenz höher ist, dass heißt die Nulldurchgänge häufiger und Bereiche in denen die Frequenz niedriger ist, dass heißt die Nulldurchgänge seltener sind. Bei der Demodulation wird dies ausgenutzt, indem ein Komparator wie oben beschrieben bei jedem positiven Signalverlauf eine eins ausgibt und bei negativem Signalverlauf eine null. Dabei variiert

die breite der Rechteck mit der Frequenz. Nach dem Komperator gibt der Twin Pulse Generator bei jeder steigenden Flanke ein Puls fester breite aus, dass heißt die Pulse haben im Anschluss unterschiedliche Abstände.

Anschließend wird das Signal noch durch einen Twin Pulse Generator geführt, der aus jeder steigenden Flanke einen Deltaimpuls macht bzw. in Realität ein Rechteckimpuls mit fester Breite. Allerdings variieren die Abstände der Pulse in Abhängigkeit der Frequenz. Die Regler Width und Delay, die für die Breite der Rechteckimpulse und die Verzögerung zwischen den beiden Rechteckimpulsen steht, damit das Rechteck möglichst nahe an einen Deltaimpuls heran kommt und, damit der Puls auf dem Ausgang Q2, den wir ausschließlich benutzen, mit möglichst wenig Verzögerung ausgegeben wird.

Zuletzt wird das Signal noch tiefpass-gefiltert, um aus der Häufigkeit der Pulse wieder das Analoge Ausgangssignal zu machen.

3.2 Auswertung

3.2.1 Trägerfrequenz f_c & Proportionalitätskonstante K_{FM}

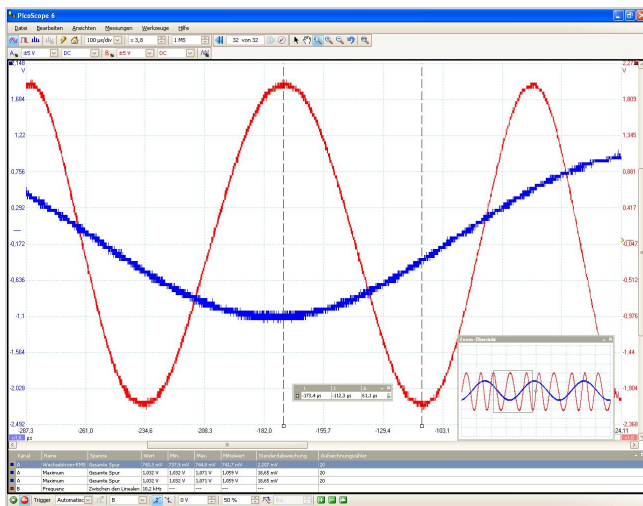


Abb. 23: $T_{max} = 61,1 \mu s$

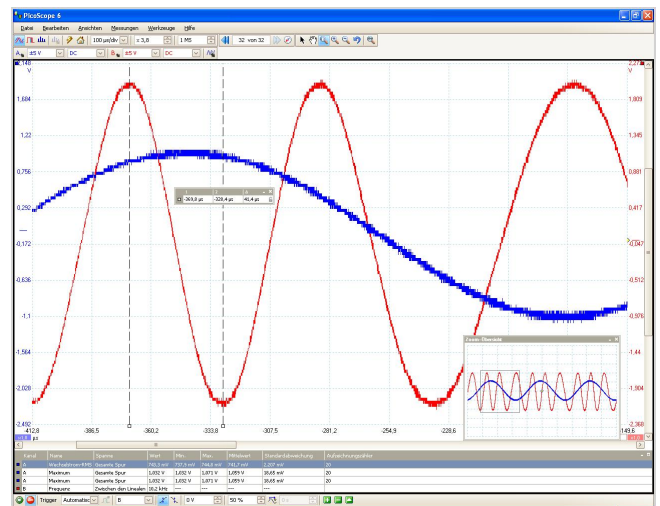


Abb. 24: $T_{min} = 41,4 \mu s$

Auf K_{FM} kann man, bei bekannter Eingangsamplitude, mit der minimalen und maximalen Frequenz des modulierten Signals zurückschließen. Der Faktor K_{FM} ist laut der FM-Modulationsformel 3.2.1 proportional zur min-/maximalen Frequenz des Modulierten Signals bei min-/maximaler Amplitude des Nutzsignals.

$$\begin{aligned}
 \Delta f_{max} &\approx \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_{min}} - \frac{1}{T_{max}} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4 \cdot 41,4 \mu s} - \frac{1}{4 \cdot 61,1 \mu s} \right) \\
 &= 973,4972 \frac{1}{s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{FM} &= \frac{2\pi \Delta f_{max}}{A_u} \\
 &= \frac{2\pi \cdot 3894 \frac{1}{s}}{1V} \\
 &= 6116 \frac{1}{Vs}
 \end{aligned}$$

Die Trägerfrequenz von 10kHz lässt sich sehr gut an dem Folgenden Spektrum 25 (roter Plot) eines modulierten 1kHz Sinus-Signals (blauer Plot) erkennen. Hier befindet sich die Mitte des Spektrums exakt bei 10kHz woran sich die Trägerfrequenz ablesen lässt, da das Nutzsignal (der Sinus) das frequenzspektrum gleichmäßig nach rechts und links ausdehnt.

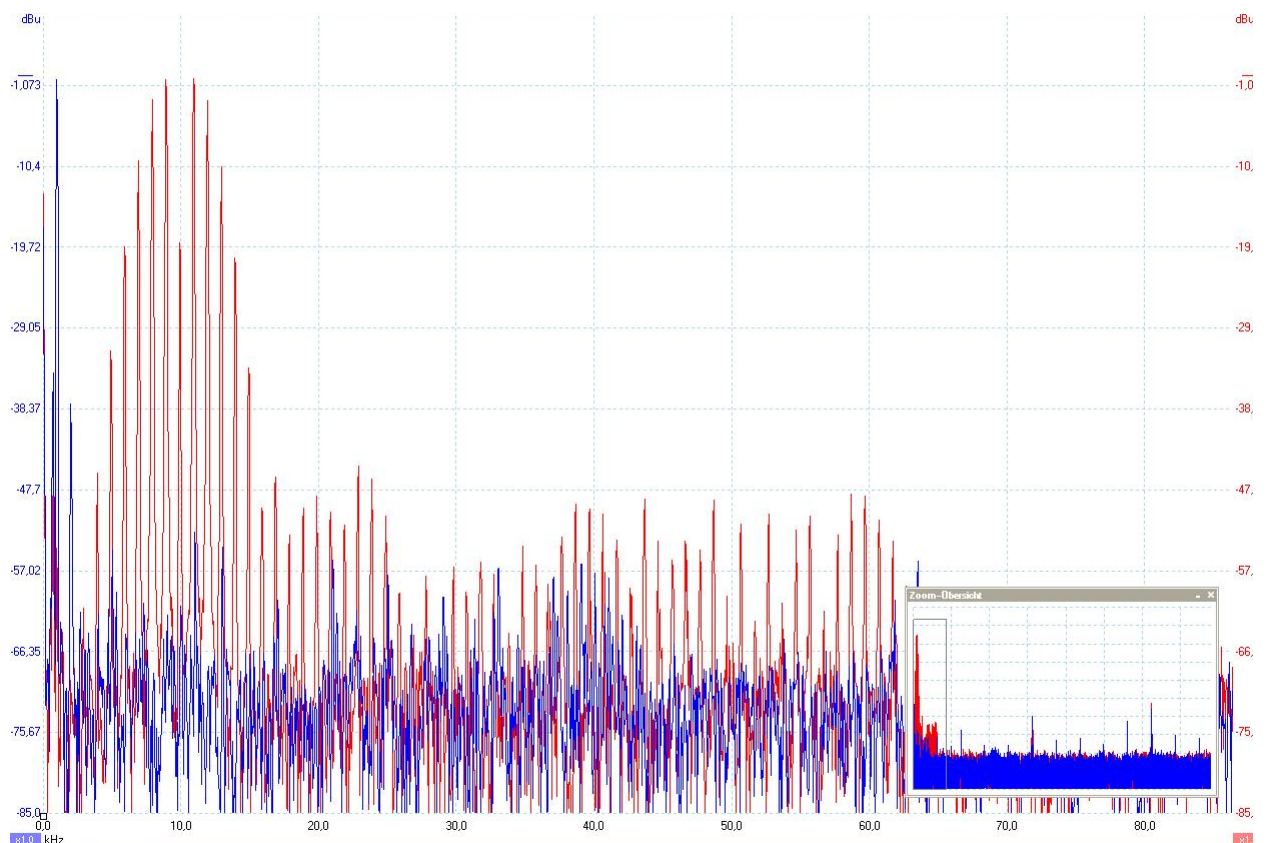


Abb. 25: Frequenzmoduliertes 1kHz Signal

3.2.2 Auswirkung der Amplitude des Sendesignals auf das Ausgangssignal

Wie in den Abb. 32, 33 und 28 zu sehen, wird, wenn die Amplitude vergrößert wird auch die Breite des Spektrums größer. Das liegt daran, dass der positive Anteil bei der Integration über $u(\tau)$ bei höherer Amplitude größer wird, womit das $\phi(t)$ größer wird und damit auch die Frequenz vom modulierten Signal. Umso größer dabei die Amplitude um so größer der integrale Anteil, desto größer der die Frequenzdifferenz und damit die Breite des Spektrums.

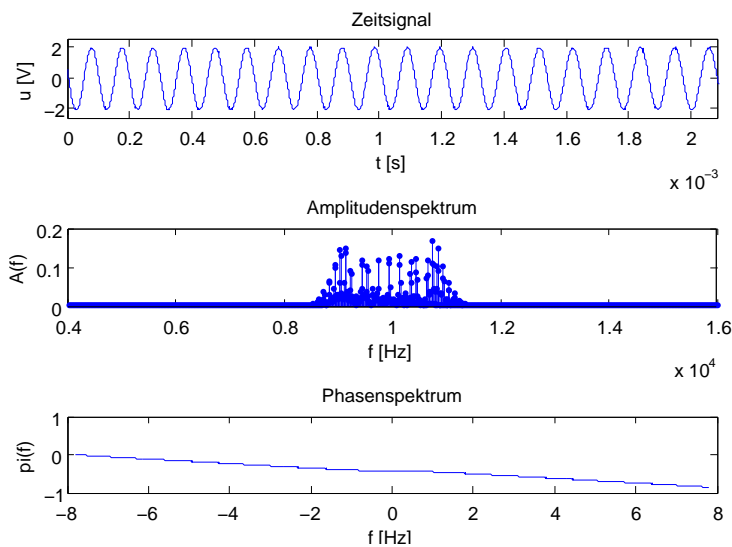


Abb. 26: FM von 100 Hz mit 0,5 V Amplitude

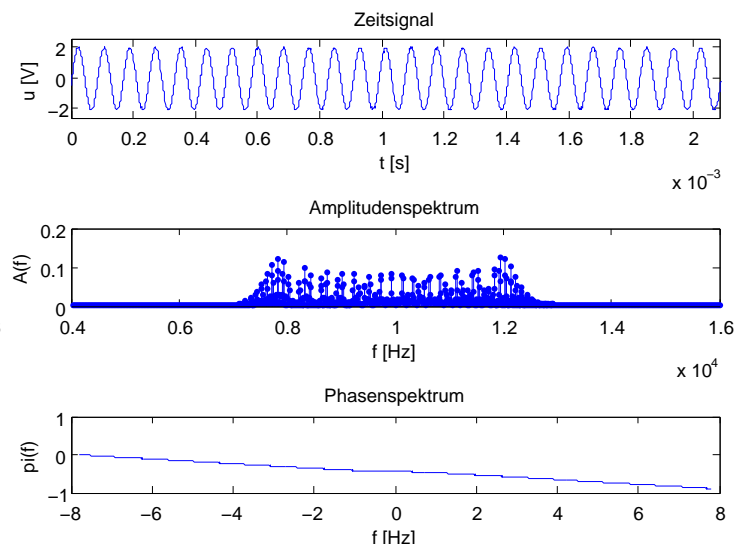


Abb. 27: FM von 100 Hz mit 1 V Amplitude

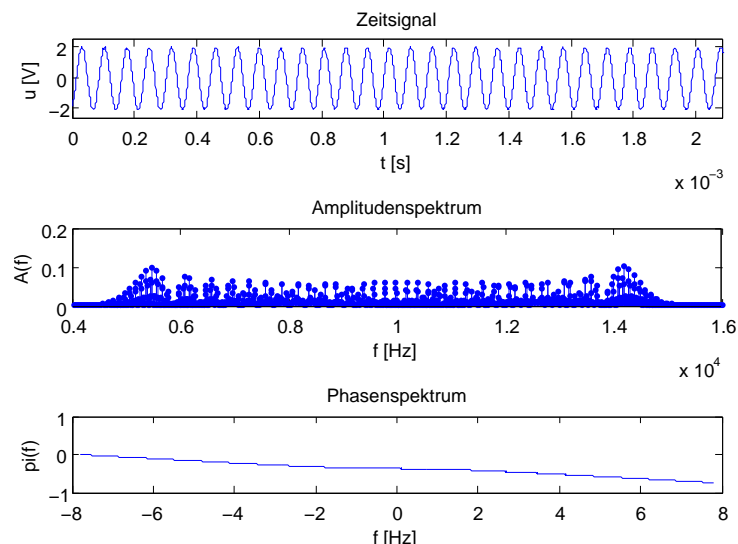


Abb. 28: FM von 100 Hz mit 2 V Amplitude

3.2.3 Auswirkung der Frequenz des Sendesignals auf das Ausgangssignal

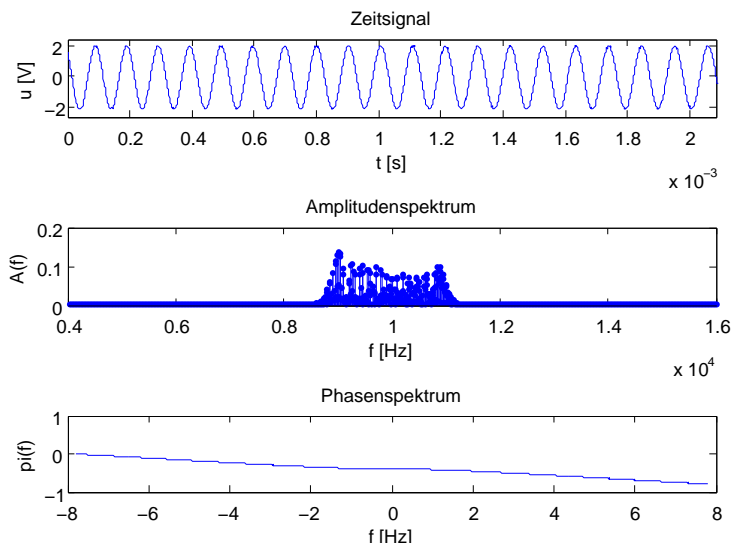


Abb. 29: FM von 50 Hz mit 0,5 V Amplitude

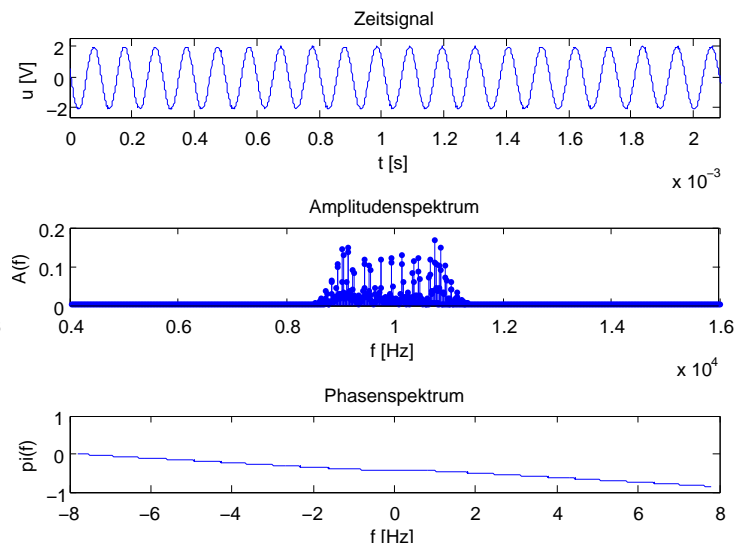


Abb. 30: FM von 100 Hz mit 0,5 V Amplitude

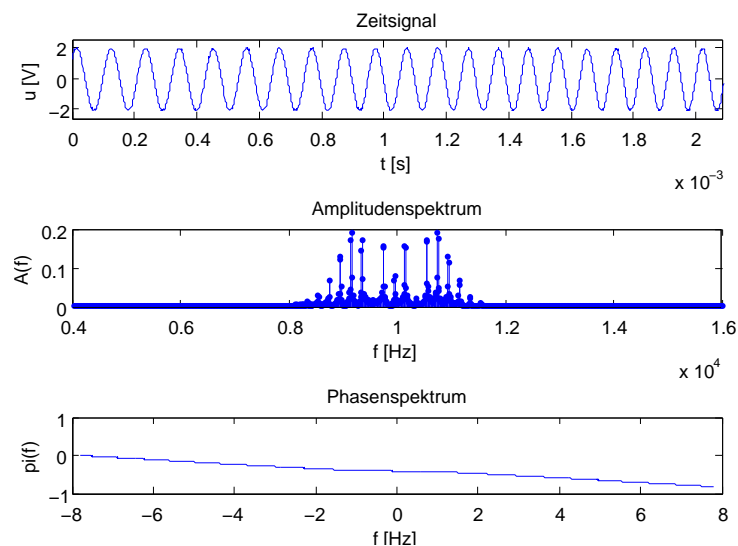


Abb. 31: FM von 200 Hz mit 0,5 V Amplitude

In den Abbildungen 29, 30 und 31 Sieht man deutlich, dass bei steigender Frequenz des Nutzsignals die Frequenzanteile des modulierten Signals diskreter werden. Dies entspricht genau der Theorie, da die Frequenzänderung mit steigender Nutzfrequenz schneller geht.

3.2.4 Auswirkung der Frequenz und der Amplitude des Sendesignals auf das Ausgangssignal

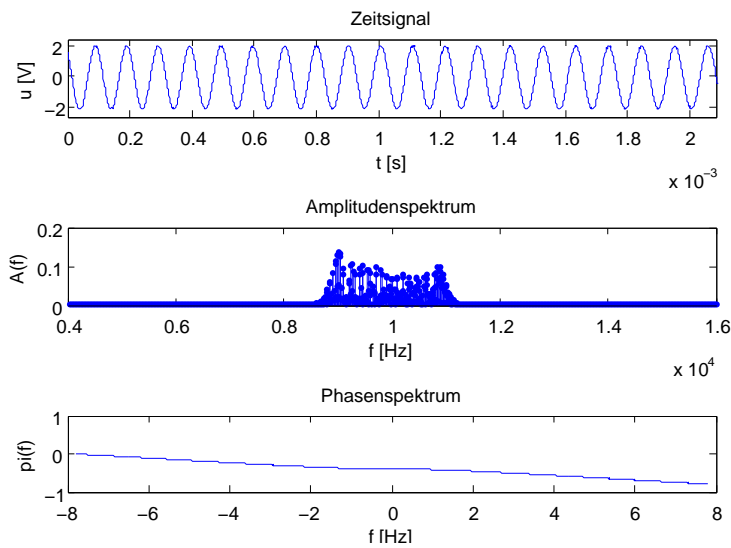


Abb. 32: FM von 50 Hz mit 0,5 V Amplitude

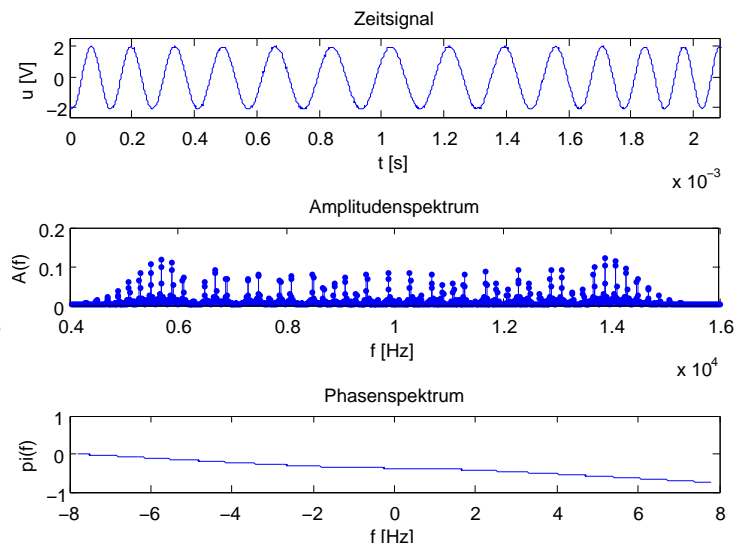


Abb. 33: FM von 200 Hz mit 2 V Amplitude

3.3 Demodulation

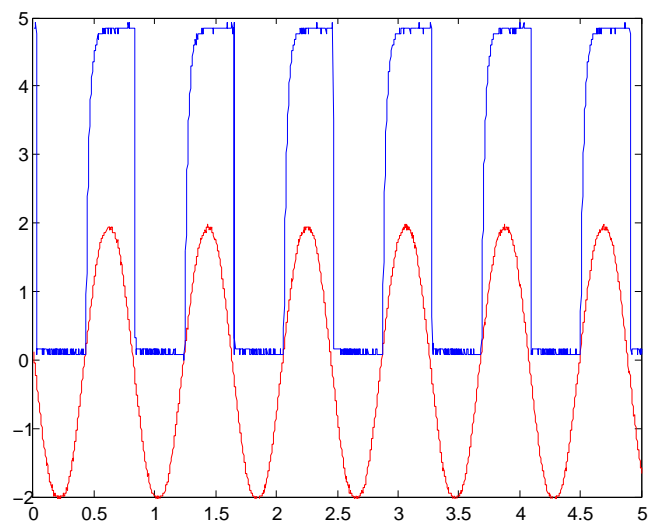


Abb. 34: Funktionsweise des Komparators

In Abb. 35 und 36 ist der Ausgang des Twin Pulse Generator zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten zu sehen. Wie theoretisch erwartet, sind die Abstände zwischen den Pulsen je nach Frequenz des modulierten Signals unterschiedlich.

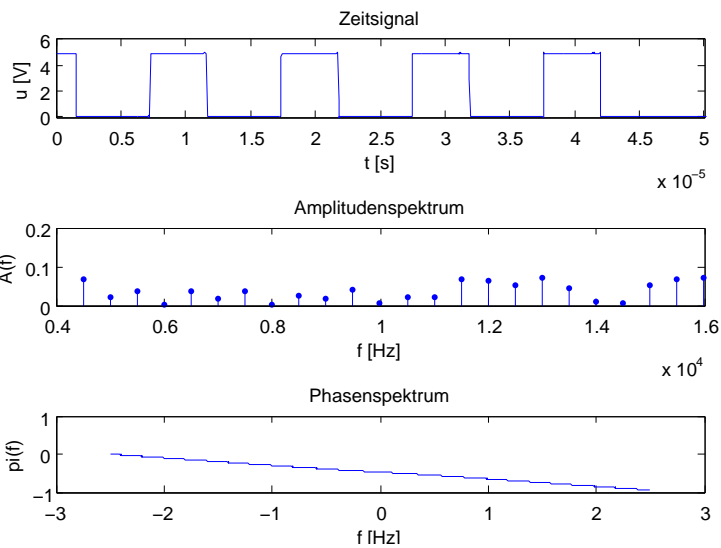


Abb. 35: TPG breiter Abstände

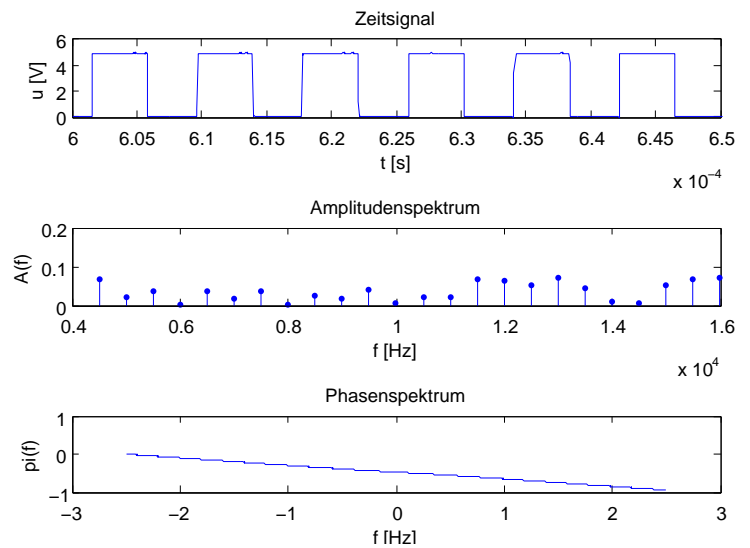


Abb. 36: TPG schmale Abstände

In den Abbildungen 37 und 38 kann man das Signal nach dem TPG und nach dem Komparator ohne den TPG erkennen. Die Signale sind nahezu gleich, nur, dass mit dem TPG das Signal eine idealere Rechteckform besitzt und die Pulse alle die gleiche Breite haben, aber unterschiedliche Abstände, wie oben besprochen.

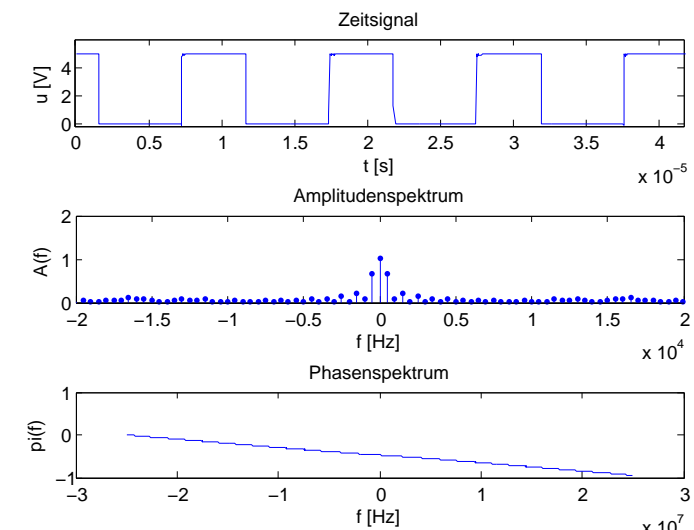


Abb. 37: Nach dem TPG

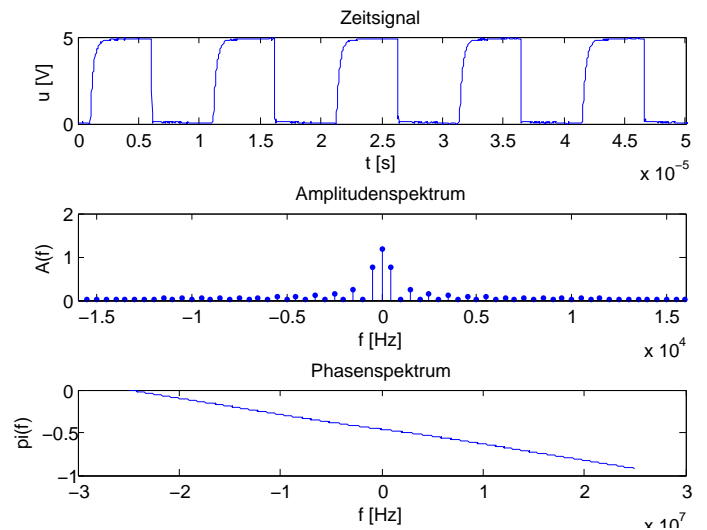


Abb. 38: Nach dem Komparator ohne TPG

Zuletzt ist in Abb. 39 das tiefpass-gefilterte Signal zu erkennen, das dann dem demodulierten Signal, also dem Nutzsignal entsprechen soll. Auffällig ist, dass das Signal im Vergleich zu Demodulation bei der AM deutlich abweicht vom eigentlich gesendeten Signal. Da die Theorie aber besagt, dass das Signal perfekt wieder rekonstruiert wird, was uns zu dem Schluss bringt, dass das ETT 101 Board nicht sehr gut zur FM-Demodulation geeignet ist.

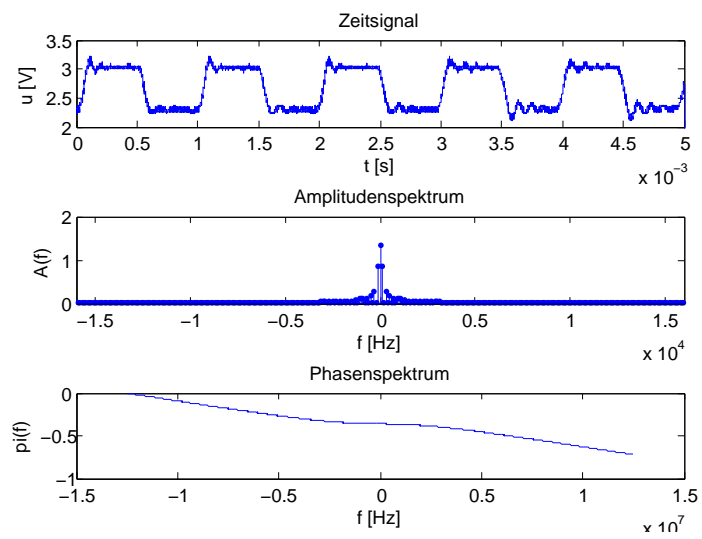


Abb. 39: demoduliertes Signal