Решение задачи Filling Out.

Будем считать, что $H \le W$ и что число клеток, которые надо покрыть, кратно 3.

При $H = 1$ очевидно замощение невозможно, кроме как в случае $W = X = Y = 1$.

Случаи $W \le 11$ без проблем решаются методами динамического программирования (aka «рваный край»). Покажем, как свести случаи $W \ge 12$ к задаче меньшей размерности.

При $H \ge 2$ хотя бы одна из вертикальных полос ширины 6, примыкающих к краям прямоугольника, не содержит вырезанной клетки. Замостим свободную полосу блоками 3×2 и 2×3, составленными из двух уголков и перейдем к задаче меньшей размерности. Покажем, что такой переход можно сделать, не меняя разрешимости задачи.

При $H = 2$ единственным неразрешимым случаем будет $X \vdots 3$, поэтому замощение полосы ширины 6 не меняет разрешимости исходной задачи.

При $H = 3$ задача очевидно разрешима при $W \vdots 2$ и неразрешима в противном случае, что легко показать, рассматривая уголок, покрывающий одну из угловых клеток. Значит, разрешимость исходной задачи не меняется при замощении полосы ширины 6.

При $H = 4$ все случаи разрешимы.

При $H = 5$ и $W > 5$ единственными неразрешимыми случаями будут $X = 2, Y = 3$ или $X = W - 1, Y = 3$. Таким образом, при замощении одной из полос ширины 6 мы можем перейти из разрешимого случая к неразрешимому. В этой ситуации нам следует замостить другую из полос ширины 6 вместо выбранной. Если $W \ge 12$, то $W \ge 14$ (поскольку число клеток должно быть кратно 3), а значит, вырезанная клетка не может находиться через одну клетку от обеих полос ширины 6, то есть правильно выбрав одну из полос, мы всегда перейдем от разрешимой задачи к разрешимой задаче меньше размерности.

При $H \ge 6$ все случаи разрешимы.

После замощения остается пометить уголки цифрами, то есть раскрасить не более, чем в 10 цветов. Жадный алгоритм раскраски уголков, гарантирует, что будет использовано не больше 8 цветов, поскольку каждый уголок соседствует не более, чем с семью другими.