20 февраля 2012 г. (день 3), высшая лига

Задача А. СуперНим High (только для высшей лиги)

 Имя входного файла:
 a.in

 Имя выходного файла:
 a.out

 Ограничение по времени:
 2 с

 Ограничение по памяти:
 8 Мб

Ним – это игра для двух игроков, которые по очереди берут предметы, разложенные на несколько кучек. Каждый игрок в свой ход может выбрать одну из непустых кучек и забирать из нее любое ненулевое количество предметов. Проигрывает тот из игроков, кто в свою очередь не сможет сделать ход (то есть последний предмет заберет на предыдущем ходе его соперник).

Данная игра математически полностью проанализирована. Проигрышными позициями в игре называются такие позиции, что при любых дальнейших ходах игрока, который должен делать ход из данной позиции, его соперник имеет возможность делать такие ходы, которые приведут к проигрышу игрока (то есть соперник имеет выигрышную стратегию). Выигрышными – такие, что, каковы бы ни были в дальнейшем действия соперника, игрок, который выполняет ход из данной позиции, имеет возможность делать такие ходы, которые приведут его к победе (то есть игрок имеет выигрышную стратегию). Известно, что выигрышность позиции определяется ним-суммой: p_1 хог p_2 хог . . . хог p_N , где p_i – количество предметов в i-ой кучке, хог – операция побитового исключающего "или" (сложение двоичных представлений чисел без учета переносов в следующие разряды). Если эта сумма отлична от нуля, то позиция выигрышная, если равна нулю – проигрышная.

Здесь мы будем иметь дело с огромным количеством кучек. Ваша задача – по заданным размерам кучек определить количество выигрышных вариантов первого хода первого игрока из начальной позиции (то есть такие ходы, при которых выигрышная стратегия все еще будет оставаться у первого игрока).

Формат входного файла

В первой строке входного файла содержится целое число M, определяющее количество групп кучек. Каждая из последующих M строк описывает соответствующую группу с помощью трех целых чисел a, b, N. Если расположить все кучки в группе в порядке неубывания размеров, то a – размер наименьшей кучки, b – размер наибольшей, N – количество кучек в группе, а разность между размерами двух соседних кучек постоянна.

Ограничения

$$1 \leq M \leq 20000, \, 0 \leq a \leq b \leq 10^{18}, \, 1 \leq N \leq 10^{18}, \, b-a$$
 кратно $N-1.$

Формат выходного файла

Выведите единственное целое число – количество вариантов первого хода, которое допускает выигрышная стратегия.

a.in	a.out
2	3
3 5 3	
2 6 3	
2	0
1 6 6	
8 15 2	

20 февраля 2012 г. (день 3), высшая лига

Задача С. Хромой король High (только для высшей лиги)

 Имя входного файла:
 с.in

 Имя выходного файла:
 с.out

 Ограничение по времени:
 1 с

 Ограничение по памяти:
 8 Мб

Рассмотрим бесконечную во все четыре стороны шахматную доску с квадратными клетками. Некоторую клетку этой доски назовем центром. Вертикали, которая проходит через центр, присвоим номер 0. Вертикалям, находящимся правее центральной, присвоим последовательно номера 1, 2, 3 и т.д., левее -1, -2, -3 и т.д. Аналогично пронумеруем горизонтали (выше центральной - положительными числами, ниже - отрицательными). Координаты любой клетки тогда можно определить парой чисел - номером вертикали и номером горизонтали, в которой она находится. Пусть теперь в центре доски, то есть в клетке с координатами (0,0), стоит король. Он может перемещаться по стандартным шахматным правилам - в соседнюю клетку по горизонтали, вертикали или диагонали. Однако некоторые из направлений являются запрещенными.

Требуется определить за сколько ходов король сможет попасть в клетку с заданными координатами (x,y).

Формат входного файла

В первой строке входного файла заданы 8 чисел, определяющих возможность перемещения в соответствующем направлении. 1 обозначает разрешенное направление, 0 – запрещенное. Направления перечисляются в порядке обхода против часовой стрелки, начиная с положительного горизонтального (то есть вправовверх, вверх, влево-вверх, влево, влево-вниз, вниз, вправо-вниз). Во второй строке задаются координаты x и y клетки, в которую необходимо попасть.

Ограничения

$$-10^{18} \le x, y \le 10^{18}$$
.

Формат выходного файла

Выведите единственное целое число – минимальное количество разрешенных ходов, которые потребуются королю для того, чтобы добраться из клетки (0,0) в клетку (x,y). В случае, если такого пути не существует, выведите число -1.

c.in	c.out
1 1 1 1 1 1 1 1	4
3 4	
1 0 1 0 1 0 1 0	7
-3 -4	

20 февраля 2012 г. (день 3), высшая лига

Задача Е. Изменение на отрезке High (только для высшей лиги)

 Имя входного файла:
 e.in

 Имя выходного файла:
 e.out

 Ограничение по времени:
 1 с

 Ограничение по памяти:
 8 Мб

Задан набор из N целых чисел $a_0, a_1, \ldots, a_{N-1}$. Изначально все эти числа равны 0. Далее поступают запросы на изменение и вывод. Для запроса на изменение задаются три числа l, r, d. По этому запросу к каждому из элементов a_i ($l \le i \le r$) необходимо прибавить значение d. Для запроса на вывод задается одно число i. По этому требуется вывести текущее значение элемента a_i .

Формат входного файла

В первой строке входного файла задается два целых числа N и M, обозначающих количество элементов и количество запросов соответственно. В последующих M строках задаются запросы. Запрос на изменение задается строкой вида "А $l\ r\ d$ ", запрос на вывод – строкой "Q l".

Ограничения

Все числа целые.

 $1 \le N \le 10^6$, $0 \le M \le 10^6$, $0 \le l \le r < N$, $0 \le i < N$, $|d| \le 10^3$.

Формат выходного файла

Для каждого запроса на вывод выведите в отдельной строке текущее значение соответствующего элемента.

e.in	e.out
10 6	1
A 3 7 1	3
Q 4	2
A 1 5 2	1
Q 4	
Q 1	
Q 6	

20 февраля 2012 г. (день 3), высшая лига

Задача G. К-цифровое число High (только для высшей лиги)

 Имя входного файла:
 g.in

 Имя выходного файла:
 g.out

 Ограничение по времени:
 1 с

 Ограничение по памяти:
 8 Мб

Назовем число K-цифровым, если количество различных цифр в его десятичной записи (без учета незначащих ведущих нулей) не превышает K.

По заданному числу x найдите ближайшее к нему K-цифровое число.

Формат входного файла

В единственной строке задается два целых числа K и x без незначащих ведущих нулей.

Ограничения

$$1 \le K \le 10, \ 0 \le x \le 10^{10^6}.$$

Формат выходного файла

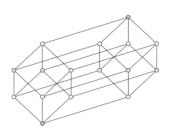
Выведите такое K-цифровое число y, чтобы величина |y-x| имела минимально возможное значение. Если таких чисел несколько, можно выводить любое из них.

g.in	g.out
2 23456	23333
1 8691	8888

Задача I. Гиперкуб High (только для высшей лиги)

Имя входного файла: i.in Имя выходного файла: i.out Ограничение по времени: 4 с Ограничение по памяти: 8 Мб

N-мерным гиперкубом (или N-кубом) со стороной a>0 называется фигура в N-мерном евклидовом пространстве, которая строится следующим образом. Выберем в N-мерном пространстве какую-нибудь (N-1)-мерную гиперплоскость. Построим в ней (N-1)-куб. От каждой вершины этого куба проведем отрезок длины a перпендикулярно выбранной плоскости в одном и том же направлении. Концы этих отрезков будут очевидно также лежать в (N-1)-мерной плоскости, параллельной исходной, и образовывать (N-1)-куб. Выпуклая оболочка всех получившихся вершин (и исходного, и нового (N-1)-куба) образует N-мерный



гиперкуб. По определению 0-куб – это точка, которая является единственной вершиной этого куба. Нетрудно увидеть, что 1-куб – отрезок на прямой, 2-куб – квадрат на плоскости, 3-куб – обычный трехмерный куб в трехмерном пространстве. Гиперкубы большей размерности увидеть несколько сложнее, но тем не менее формально можно построить по определению.

k-мерной гранью (или k-гранью) N-мерного гиперкуба называется такое пересечение его с k-мерной гиперплоскостью, которое не содержит внутренних точек граней большей размерности. Каждый N-куб имеет одну N-грань, совпадающую с ним самим. Можно доказать, что k-грани представляют собой k-кубы. 0-грани – это вершины N-куба, 1-грани – его ребра и т.д.

Требуется вычислить количество k-мерных граней N-мерного гиперкуба.

Формат входного файла

В единственной строке задаются три целых числа N, K и p.

Ограничения

$$0 \le K \le N \le 10^{18}, \ K \le 2000, \ 1 \le p \le 10^{18}.$$

Формат выходного файла

В единственную строку выведите K+1 число: остаток от деления на p количества 0-граней, 1-граней, . . . K-граней N-куба.

i.in	i.out
0 0 10	1
1 1 10	2 1
2 2 10	4 4 1
3 3 10	8 2 6 1

20 февраля 2012 г. (день 3), высшая лига

Задача К. Кривая дракона High (только для высшей лиги)

 Имя входного файла:
 k.in

 Имя выходного файла:
 k.out

 Ограничение по времени:
 1 с

 Ограничение по памяти:
 64 Мб

Кривая дракона – это бесконечная ломаная из звеньев единичной длины, которая строится следующим образом. Выбирается некоторая точка на плоскости (например, точка (0,0)) и одно из четырех направлений, параллельных координатным осям. Левый (правый) дракон порядка n строится так:

- \bullet если n равно 0, то отложить отрезок длины 1 от текущей точки в текущем направлении, переместившись в конечную точку;
- в противном случае построить левого дракона порядка n-1 от текущей точки в текущем направлении, повернуться на 90 градусов налево(направо) в его конечной точке и построить правого дракона порядка n-1.

Поскольку левый дракон порядка n содержит в качестве своего начала левого дракона порядка n-1, то вполне корректно определяется левый дракон бесконечного порядка. Именно эта ломаная и называется кривой дракона.

Построим из точки (0,0) кривые дракона во всех четырех направлениях. Есть теорема, доказанная Д.Кнутом, о том, что эти кривые не пересекаются (за исключением касания в вершинах) и полностью покрывают целочисленную сетку на плоскости. В данной задаче от вас потребуется проверить эту теорему, а именно по заданному единичному отрезку сетки определить какому из четырех драконов он принадлежит.

Формат входного файла

В единственной строке входного файла задаются 4 целых числа: две координаты одного конца некоторого отрезка, параллельного одной из осей координат, и две координаты другого конца.

Ограничения

Все числа не превышают по модулю 10^9 . Расстояние между точкам равно 1.

Формат выходного файла

В первой строке выходного файла выведите номер драконовой кривой, которой принадлежит соответствующее звено (1 – дракон, отложенный в положительном направлении оси Ox, 2 – в положительном направлении оси Oy, 3 – в отрицательном направлении оси Ox, 4 – в отрицательном направлении оси Oy). Во второй строке выведите номер этого звена в соответствующей ломаной. Гарантируется, что это число не превосходит 10^{12}

k.in	k.out
1 0 1 1	1
	2
2 -2 2 -1	3
	8

20 февраля 2012 г. (день 3), высшая лига

Задача М. Ферзи High (только для высшей лиги)

 Имя входного файла:
 m.in

 Имя выходного файла:
 m.out

 Ограничение по времени:
 1 с

 Ограничение по памяти:
 128 Мб

На d-мерной шахматной доске, каждое измерение которой составляет N, в различных ячейках стоят K ферзей. Ферзь может перемещаться на любое натуральное количество клеток в любом прямом или диагональном направлении. Более точно, ферзь может попасть из ячейки с координатами (x_1, x_2, \ldots, x_d) в ячейку с координатами $(x_1, x_2', \ldots, x_d')$ тогда и только тогда, когда среди чисел $|x_i - x_i'|$ есть по крайней мере одно ненулевое, и все ненулевые значения равны между собой. Будем говорить, что один ферзь угрожает другому, если существует ход из ячейки первого ферзя в ячейку второго. Очевидно, что это отношение симметрично, то есть если один ферзь угрожает другому, то и другой первому. Будем говорить, что один ферзь находится под боем у другого, если второй угрожает первому и все ячейки между ними свободны. Это отношение также симметрично.

Требуется определить количество пар ферзей, угрожающих друг другу и находящихся под боем друг у друга.

Формат входного файла

В первой строке задаются три целых числа d, N, K. В каждой из последующих K строк записано по d целых чисел x_1, \ldots, x_d , определяющих координаты ячейки соответствующего ферзя.

Ограничения

 $1 \le d \le 5, \ 1 \le N \le 1000, \ 0 \le K \le 40000, \ 1 \le x_i \le N.$

Формат выходного файла

В первой строке выведите количество пар ферзей, угрожающих друг другу, во второй – количество пар ферзей, находящихся под боем друг у друга.

m.in	m.out
2 8 5	8
1 1	7
3 3	
3 1	
1 3	
5 5	
4 5 4	4
1 1 1 1	4
3 1 3 1	
5 3 5 3	
4 4 4 4	

20 февраля 2012 г. (день 3), высшая лига

Задача О. К-стороннее домино

Имя входного файла: o.in
Имя выходного файла: o.out
Ограничение по времени: 1.5 с
Ограничение по памяти: 8 Мб

Стандартный набор домино содержит 28 костяшек. Костяшка представляет собой прямоугольник, разделенный на 2 части. Каждая часть может содержать одно число из множества $\{0,1,2,3,4,5,6\}$. При этом числа на обоих частях могут совпадать. В наборе есть все возможные костяшки и никакие две костяшки не содержат одну и ту же пару чисел.

Рассмотрим набор домино, в котором костяшки разделяются на K частей. Числа, которые содержатся на частях костяшек, будут выбираться из некоторого множества A состоящего из N элементов. Две костяшки считаются одинаковыми, если множества чисел, записанных на них, совпадают с учетом кратности. Набор содержит все возможные костяшки без повторений.

Определите количество костяшек в наборе и общую сумму всех чисел на них.

Формат входного файла

В первой строке задаются два целых числа N, K. Во второй строке задаются числа a_i множества A.

Ограничения

 $1 \le K \le 10^4$, $1 \le N \le 10^6$, $0 \le a_i \le 10^9$. Все a_i различны.

Формат выходного файла

В единственную строку выведите два числа - количество костяшек в наборе и сумму всех чисел на них.

o.in	o.out
7 2	28 168
0 1 2 3 4 5 6	

20 февраля 2012 г. (день 3), высшая лига

Задача Р. Различные попарные суммы

 Имя входного файла:
 p.in

 Имя выходного файла:
 p.out

 Ограничение по времени:
 1 с

 Ограничение по памяти:
 8 Мб

Дано натуральное число n. Требуется построить последовательность различных натуральных чисел a_1,a_2,\ldots,a_n , не больших $2n^2+4n\sqrt{n}$, такую, что все их попарные суммы различны. Другими словами, все n(n-1)/2 чисел вида a_i+a_j , $1\leq i< j\leq n$ должны быть различны. Гарантируется, что такая последовательность существует.

Формат входного файла

В единственной строке входного файла задано натуральное число $n \leq 5000$.

Формат выходного файла

В единственную строку выходного файла выведите через пробел числа a_1, a_2, \ldots, a_n . Если решений несколько выведите любое.

p.in	p.out
2	1 2
3	3 1 2
8	1 2 3 5 8 13 21 34