



上节课重要内容回顾

.....

加法原理和乘法原理研究的都是关于完成一件事情不同的方法数的问题.

加法原理	分类	一类就能完成	做完了	整体分类, 局部分步
乘法原理	分步	每步缺一不可	没做完	

分类计数原理/加法原理

如果完成一件事有 n 类不同方案, 第1类方案中有 m_1 种不同方法, 第2类方案中有 m_2 种不同方法, 以此类推, 第 n 类方案有 m_n 种不同方法. 若不论用哪一类方案中的哪一种方法, 都可以完成此事, 则完成这件事共有: $N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ 种不同方法.

分步计数原理/乘法原理

如果完成一件事需要经过 n 个步骤, 做第1步有 m_1 种不同的方法, 做第2步有 m_2 种不同的方法, 以此类推, 做第 n 步有 m_n 种不同的方法. 则完成这件事共有: $N = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n$ 种不同方法.



上节课重要内容回顾

.....

【组合数 C_n^m 】从 n 个不同的元素中, 一把抓出 m 个元素 ($m \leq n$) 的不完全相同组合结果的个数.

【排列数 A_n^m 】从 n 个不同的元素中, 依次抓出 m 个元素 ($m \leq n$) 的不完全相同排列结果的个数.

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{从} n \text{ 个不同元素中依次抓出 } m \text{ 个元素} \\ \longrightarrow \text{消去其中 } m \text{ 个元素的顺序} \\ \quad \quad \quad \text{(此即消序)} \end{array}$$

$$A_n^m = C_n^m \cdot A_m^m \begin{array}{l} \longleftarrow \text{一把抓出 } m \text{ 个元素} \\ \longrightarrow \text{给 } m \text{ 个元素添加顺序} \end{array}$$

【先选再排原则】

【 A_n^n 的作用】①给 n 个没有顺序的元素添加顺序 (排队)

②将两组 (均包含 n 个元素) 元素一一配对.

排列时遇到【标志词汇】局部元素定序/相同 \Rightarrow 局部有几个元素定序/相同, 就除以几的全排列.

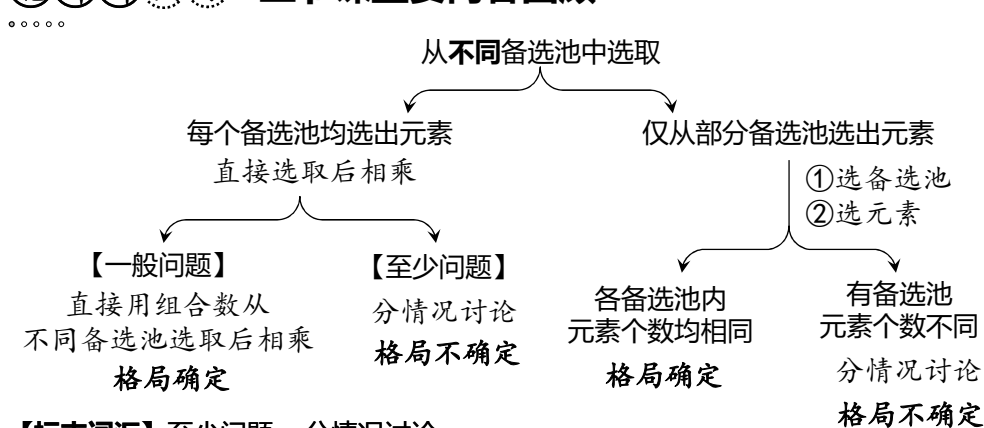


上节课重要内容回顾

-
- 全局格局需要唯一确定再计算
否则分成不同的格局确定的情况，分别计算后相加
(此即分情况讨论)
- 原则(一) 只能计算[格局确定]的方法数
【格局确定】明确知道某种要素需要几个
 - 原则(二) [元素]默认不同，[组]默认相同
相同元素主要有：①题目中指明相同；
②数字等抽象概念和名额、岗位、空座位等具有相同功能元素。
 - 原则(三) 确认[相同备选池]和[不同备选池]
 - 原则(四) 先选再排 选元素时，先用组合数选取所需元素，再根据要求用全排列添加顺序。
排队列时，先全排列，再根据局部定序/相同进行消序。
 - 原则(五) 未指明的⇒要明确选出是哪一个
 - 原则(六) 特殊属性元素优先处理



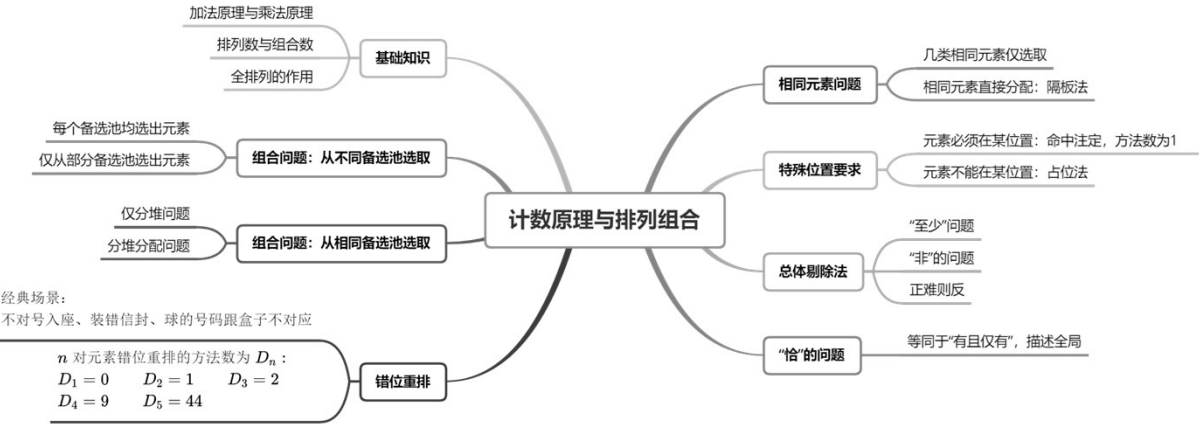
上节课重要内容回顾



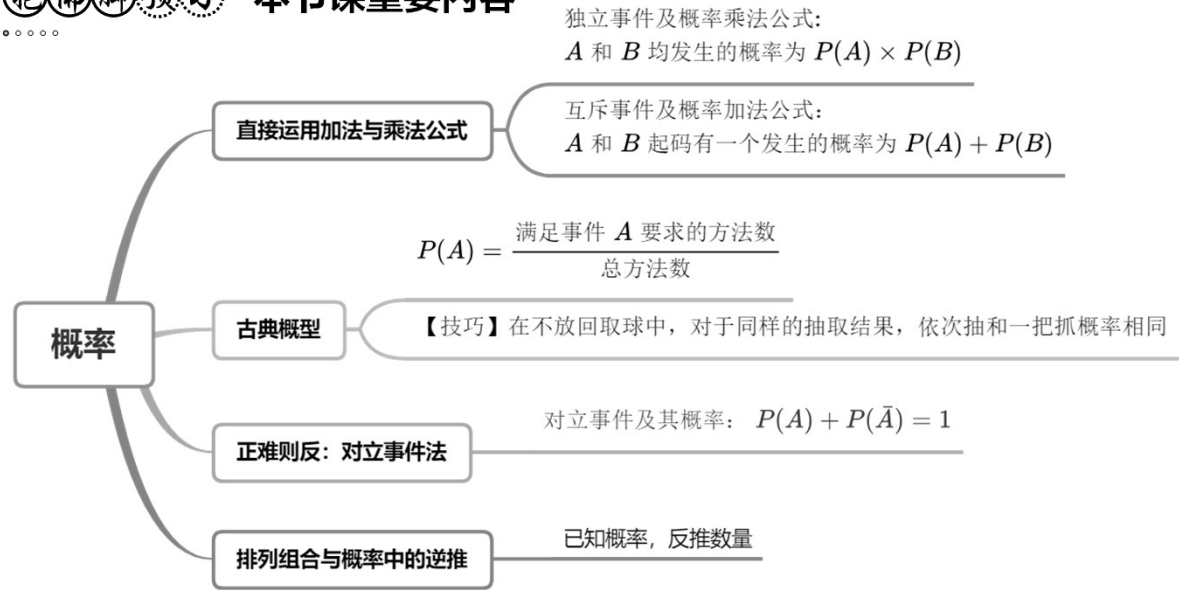
至少问题应分情况讨论，而不能先取出最少量，之后剩余任取，
这是由于此时对于同一种结果组合的不同顺序，会重复计算。



本节课重要内容

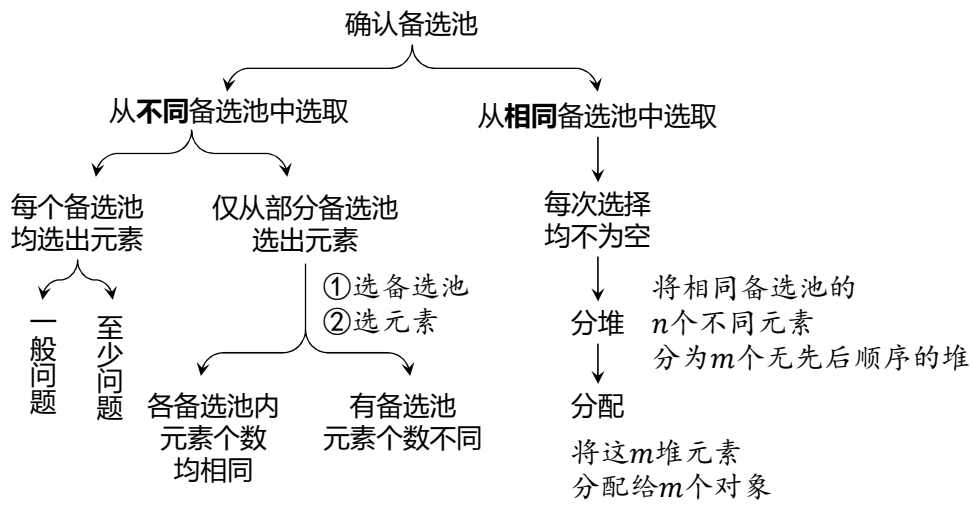


本节课重要内容





本节课重要内容



本节课重要内容

【举例】把6本书分成1 + 2 + 3三堆，共有 60 种不同的方法.



第一步：从6本中选一本作为一堆 C_6^1

第二步：从剩下5本中选2本作为一堆 C_5^2

第三步：从剩下3本中选3本作为一堆 C_3^3

$$C_6^1 \times C_5^2 \times C_3^3 = 6 \times 10 \times 1 = 60$$

第一步：从6本中选三本作为一堆 C_6^3

第二步：从剩下3本中选2本作为一堆 C_3^2

第三步：从剩下1本中选1本作为一堆 C_1^1

$$C_6^3 \times C_3^2 \times C_1^1 = 20 \times 3 \times 1 = 60$$

抱佛脚预习 本节课重要内容

【举例】把六本书分成[2 + 2 + 2]三堆，共有 15 种不同的方法。



{①, ②} {③, ④} {⑤, ⑥} 都是{①, ②}一堆，{③, ④}一堆，{⑤, ⑥}一堆

{①, ②} {⑤, ⑥} {③, ④} 为同一种分堆方案，却被计算为 $A_3^3 = 6$ 种

{③, ④} {①, ②} {⑤, ⑥} 需要去这种重复计算。

{③, ④} {⑤, ⑥} {①, ②} $\frac{C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2}{A_3^3} = 15$ (种)

{⑤, ⑥} {①, ②} {③, ④} 造成重复计算的原因在于：由于分步选取，给堆与堆之间添加了顺序，这个顺序在本题中会造成分堆方案的重复计算，因此需要除以 A_3^3 消去

抱佛脚预习 本节课重要内容

【举例】把六本书分成[1 + 1 + 4]三堆，共有 15 种不同的方法。



第一步：从6本中选一本作为一堆 C_6^1



两步选取[元素数量相同]，
会由于分步选取的[先后顺序]
造成[重复计算]

第二步：从剩下5本中选1本作为一堆 C_5^1

第三步：从剩下4本中选4本作为一堆 C_4^4

$\frac{C_6^1 \times C_5^1 \times C_4^4}{A_2^2} = 15$ (种) 分堆时，有几堆元素数量相同，就除以几的全排列