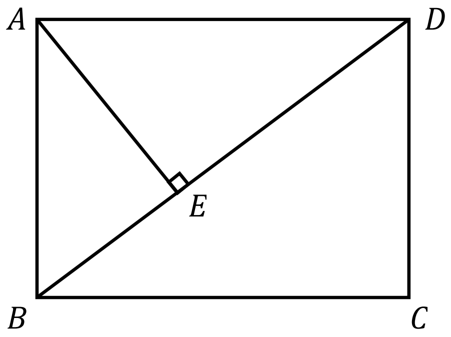
抱佛脚第七次直播数学练习题解析

1. （条件充分性判断）图中四边形$ABCD$是矩形，$AE \perp BD$，已知$\triangle AEB$的面积等于 4，则矩形$ABCD$的面积为 40.



（1）$BE = 2$.

（2）$DE = 8$.

【答案】D

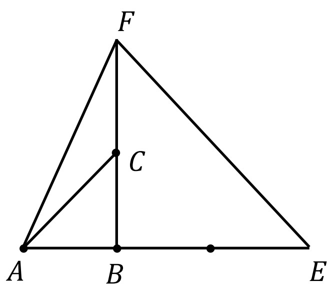
【解析】由条件(1)出发，可知$\begin{cases} \frac{1}{2}BE \cdot AE = 4 \\ AE^2 = DE \cdot EB \end{cases}$，将$BE = 2$代入，解得$DE = 8$.

因此，矩形$ABCD$的面积为$2S_{\triangle ABD} = 2 \times \frac{1}{2} \times (DE + BE)AE = 2 \times \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 4 = 40$.

条件(2)， $DE = 8$和$BE = 2$等价，故也充分

【知识点】射影定理：在直角三角形中，斜边上的高是两直角边在斜边射影的比例中项.

2. 【2014.01.03】如图，已知$AE = 3AB$，$BF = 2BC$.若$\triangle ABC$的面积是2，则$\triangle AEF$的面积为（　　）.



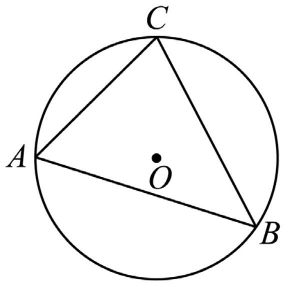
A.14　　B.12　　C.10　　D.8　　E.6

【答案】B

【解析】$\triangle ABF$，$\triangle ABC$底边在BF上，共用顶点A，面积比等于底边长比，即$S_{\triangle ABF}:S_{\triangle ABC} = BF:BC = 2:1$.$\triangle AEF$，$\triangle ABF$底边在$AE$上，共用顶点$F$，面积比等于

底边长比，即$S_{\triangle ABF}:S_{\triangle AEF}=AB:AE=1:3=2:6$.故$S_{\triangle AEF}=3\times S_{\triangle ABF}=3\times 2\times S_{\triangle ABC}=12$.

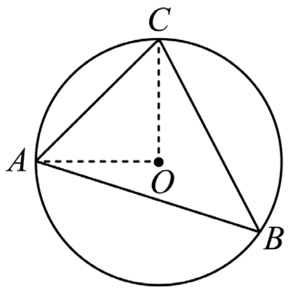
3. 如图，$\triangle ABC$是圆O的内接三角形．若$\angle ABC=45°$，$AC=2\sqrt{2}$，则圆O的面积为（　　　）.



A. $\sqrt{2}\pi$　　B.3π　　C.$2\sqrt{2}\pi$　　D.4π　　E.8π

【答案】D

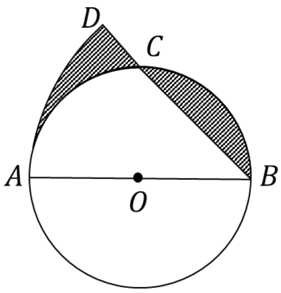
【解析】如图所示，连接OA，OC.



由题意知$\angle ABC=45°$，由于同一条弧所对圆心角是其圆周角的 2 倍，故$\angle AOC=90°$，$OA=OC=r$，$\triangle AOC$为等腰直角三角形，三边之比为$1:1:\sqrt{2}$.

$AC=2\sqrt{2}$，故$AO=CO=r=\frac{AC}{\sqrt{2}}=2$，圆$O$的面积$S=\pi r^2=4\pi$.

4. 如图所示：$AB=10$是圆O的直径，C是弧AB的中点，ABD是以AB为半径的扇形，则图中阴影部分的面积是（　　　）.

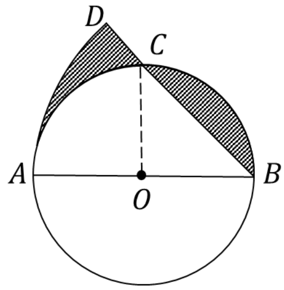


A.$25\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$　　B.$25\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$　　C.$25\left(1+\frac{\pi}{4}\right)$

D.$25\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$　　　　　　E.以上都不对

【答案】B

【解析】思路一：



如图所示：连接OC.

AB是圆O的直径，C是弧AB的中点$\Longrightarrow S_{扇形AOC}=S_{扇形BOC}=\frac{1}{4}S_{圆O}=\frac{1}{4}\times\pi\times5^2=\frac{25\pi}{4}$;

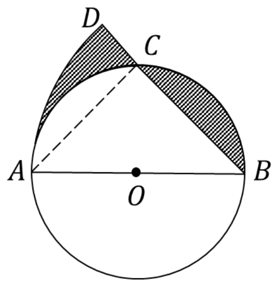
$\angle ABC=45°$，$S_{\mathrm{Rt}\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{25}{2}$，$S_{扇形ABD}=\frac{45°}{360°}\times\pi\times10^2=\frac{25\pi}{2}$.

则$S_{阴影ACD}=S_{扇形ABD}-S_{扇形AOC}-S_{\mathrm{Rt}\triangle BOC}=\frac{25\pi}{2}-\frac{25\pi}{4}-\frac{25}{2}=\frac{25\pi-50}{4}$.

$S_{弓形\ \mathrm{BC}}=S_{扇形BOC}-S_{\mathrm{Rt}\triangle BOC}=\frac{25\pi}{4}-\frac{25}{2}=\frac{25\pi-50}{4}$.

则有$S_{阴影}=S_{阴影ACD}+S_{弓形\ \mathrm{BC}}=\frac{25\pi-50}{4}+\frac{25\pi-50}{4}=\frac{25\pi-50}{2}=25\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$.

思路二：割补法.



如图所示：连接AC，因为C是弧AB的中点，所以$S_{弓形BC}=S_{弓形AC}$.则有$S_{阴影}=$
$S_{扇形ABD}-S_{\mathrm{Rt}\triangle ABC}$，$S_{扇形ABD}=\frac{45°}{360°}\times\pi\times10^2=\frac{25}{2}\pi$，$S_{\mathrm{Rt}\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times10\times5=25$，则有$S_{阴影}=25\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$.