2024零基础抱佛脚

（三）

数学—阿董

1

抱佛脚

讲义P22-P32

章节	题目个数	举例个数	总数
02现实场景中的数学问题	9	0	9
03代数式	5	2	7
04二元一次方程与直线	2	3	5

2

现实场景中的数学问题

第二章 现实场景中的数学问题

2.9 总体与部分问题/两部分混合问题

讲义 P22-P24

3

现实场景中的数学问题 2.9 总体与部分问题体盈亏

21.【2009.01.01】一家商店为回收资金，把甲乙两件商品均以480元一件卖出，已知甲商品赚了20%，乙商品亏了20%，则商店盈亏结果为（　　）.

A.不亏不赚　B.亏了50元　C.赚了50元　D.赚了40元　E.亏了40元

答案：E

讲义 P22

4

现实场景中的数学问题 2.9 总体与部分问题体平均效率

22.【例题】 一项工程，甲在晴天时单独完成需要4天，若下雨则需要6天做完.若甲晴天开工，做完前一半后开始下雨至工程结束，则他平均每天完成总工作量的_______.

答案：$\frac{1}{5}$

讲义 P22

5

现实场景中的数学问题 2.9 总体与部分问题体平均速度

23.【2006.10.01】 某人以6千米/小时的平均速度上山，上山后立即以12千米/小时的平均速度原路返回，那么此人在往返过程中的每小时平均所走的公里数为（　　）.

A.9　　B.8　　C.7　　D.6　　E.以上结论均不正确

答案：B

讲义 P22

6

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题总体均值与部分均值

假设一个总体分为甲、乙两部分，研究甲的均值、乙的均值、总体的均值之间的关系.

总体平均值，一定在甲、乙两个部分均值之间.

总体均值具体更靠近谁，取决于甲、乙谁数量多

当两部分数量相等时，总体均值 $=\dfrac{\text{甲均值}+\text{乙均值}}{2}$

根据总量列等式：

总量 = 总体均值 × 总数量 = 总体均值 × (甲数量 + 乙数量)

= 甲均值 × 甲数量 + 乙均值 × 乙数量

【标志词汇】总体均值与部分均值⇒根据总量列等式

大师笔记：总体均值与部分均值 讲义 P22

7

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题总体均值与部分均值

24.【2003.01.02】车间共有40人，某技术操作考核的平均成绩为80分，其中男工平均成绩为83分，女工平均成绩为78分，该车间有女工（　　）.

A.16人　　B.18人　　C.20人　　D.24人　　E.28人

答案：D

讲义 P23

8

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题总体均值与部分均值

25.【2021.16】某班增加两名同学；则该班同学的平均身高增加了.（　　）

（1）增加的两名同学的平均身高与原来男同学的平均身高相同.

（2）原来男同学的平均身高大于女同学的平均身高.

答案：C

讲义 P23

9

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题

【标志词汇】总体均值与部分均值⇒①数值计算：根据总量列等式

②定性判断：总体均值/甲均值/乙均值/甲乙间的比知三推第四

总体均值	甲均值	乙均值	甲乙间的比
80	90	75	1:2

甲数量m　　乙数量n

根据总量列等式：$90m+75n=80(m+n)$

$90m-80m=80n-75n$

$10m=5n$，$m:n=1:2$

①总体均值，②甲均值，③乙均值，④甲乙间的比：这四个量已知任意三项可确定第四项

讲义 P22

10

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题

【标志词汇】总体均值与部分均值⇒①数值计算：根据总量列等式

②定性判断：总体均值/甲均值/乙均值/甲乙间的比知三推第四

总体均值	甲均值	乙均值	甲乙间的比
80	90	75	1: 2
80	90	75	1: 2

【标志词汇】全比例问题⇒特值法　平均值是总量与个数之比

假设甲数量为1，乙数量为2，乙均值为x

$90\times1+2x=80\times3\quad x=75$

讲义 P22

11

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题

【标志词汇】总体均值与部分均值⇒①数值计算：根据总量列等式

②定性判断：总体均值/甲均值/乙均值/甲乙间的比知三推第四

总体均值	甲均值	乙均值	甲乙间的比
80	90	75	1: 2
80	90	75	1: 2
80	90	75	1: 2

【标志词汇】全比例问题⇒特值法　平均值是总量与个数之比

假设甲数量为1，乙数量为2，甲均值为x　$x+75\times2=80\times3\quad x=90$

讲义 P22

12

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题

【标志词汇】总体均值与部分均值⇒①数值计算：根据总量列等式

②定性判断：总体均值/甲均值/乙均值/甲乙间的比知三推第四

总体均值	甲均值	乙均值	甲乙间的比
80	90	75	1:2
80	90	75	1:2
80	90	75	1:2
80	90	75	1:2

假设甲数量为1，乙数量为2

总体均值为x

$90\times1+75\times2=3x$

$x=80$

【标志词汇】全比例问题⇒特值法　平均值是总量与个数之比

讲义 P22

13

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题总体均值与部分均值

26.【2016.16】（条件充分性判断）已知某公司的男员工的平均年龄和女员工的平均年龄，则能确定该公司员工的平均年龄（　　）.

（1）已知该公司员工的人数.　　（2）已知该公司男、女员工的人数之比.

答案：B

讲义 P23

14

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题总体均值与部分均值

27.【2022.18】两个人数不等的班数学测验的平均分不相等，则能确定人数多的班.（　　）

（1）已知两个班的平均成绩.　　　　　　　　　　（2）已知两个班的总平均值.

【举例】两种重量不等的不同浓度溶液混合，则能确定重量大的溶液.（　　）

（1）已知两种溶液浓度.　　　　　　　　（2）已知混合溶液浓度.

答案：C;C

15

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题两种不同浓度溶液混合

➢ **不同浓度溶液混合（4题）** 近年热点，可延展至不同比例混合

	总溶质不变	总溶液不变
盐水	总含盐不变	总重量不变
酒精	总含纯酒精不变	总体积不变

【举例】浓度为70%的浓盐水m千克，与浓度为30%的稀盐水n千克，混合.

总盐不变	总重量不变
$70\%m+30\%n=c\%(m+n)$	混合后盐水$m+n$千克

【大等量】两种算法总溶质不变　用大等量列方程

【小等量】溶液总质量/体积不变　用小等量表示要素

16

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题两种不同浓度溶液混合

【混合前】70%的浓盐水m千克，30%的稀盐水n千克；【混合后】盐水$m+n$千克

【混合前】a%的浓盐水m千克，b%的稀盐水n千克；【混合后】c%的盐水$m+n$千克

c一定在a和b之间. $c \in (a,b)$

混合盐水浓度c%更接近a%还是b%，取决于两种溶液质量之比.

$a\%m+b\%n=c\%(m+n)$　用大等量列方程　用小等量建立联系

$am+bn=c(m+n)=cm+cn$

$(a-c)m=(c-b)n$　　$\frac{m}{n}=\frac{c-b}{a-c}$

①混合溶液浓度，②浓溶液浓度，③稀溶液浓度，④两种溶液混合比例

这四项中，已知任意三项可确定第四项

讲义 P23

17

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题两种不同浓度溶液混合

28.【2021.12】现有甲、乙两种浓度酒精，已知用10升甲酒精和12升乙酒精可以配成浓度为70%的酒精，用20升甲酒精和8升乙酒精可以配成浓度为80%的酒精，则甲酒精的浓度为（　　）.

A.72%　　B.80%　　C.84%　　D.88%　　E.91%

答案：E

讲义 P23

18

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题两种不同浓度溶液混合

29.【2016.20】将2升甲酒精和1升乙酒精混合得到丙酒精，则能确定甲、乙两种酒精的浓度.（　　）

（1）1升甲酒精和5升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的$\frac{1}{2}$倍.

（2）1升甲酒精和2升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的$\frac{2}{3}$倍.

答案：E

讲义 P24

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题总结

假设一个总体分为甲、乙两部分

甲的平均值/浓度/某要素占甲的比值为a

乙的平均值/浓度/某要素占乙的比值为b

总体平均值/浓度/某要素占总体的比值为c

总体平均值c，一定在甲、乙两个部分均值a、b之间.

总体均值具体在什么位置，取决于甲、乙数量的比例大小关系

哪部分占比大，总体均值越接近那部分

只有当两部数量相等时，总体均值$=\dfrac{\text{甲均值}+\text{乙均值}}{2}$

讲义 P23-P24

现实场景中的数学问题 2.9 两部分混合问题总结

【标志词汇】总体均值与部分均值⇒①数值计算：根据总量列等式

②定性判断：总体均值/甲均值/乙均值/甲乙间的比知三推第四

男生平均分$a=\dfrac{男生总分}{男生人数m}$	甲盐水浓度$a=\dfrac{甲中盐}{甲溶液质量m}$	
女生平均分$b=\dfrac{女生总分}{女生人数n}$	乙盐水浓度$b=\dfrac{乙中盐}{乙溶液质量n}$	
全班平均分$c=\dfrac{全班总分}{全班人数m+n}$	混合盐水浓度$c=\dfrac{混合溶质中盐}{混合溶液质量m+n}$	
男生总分＋女生总分＝全班总分	甲中盐＋乙中盐＝混合溶液中盐	**【大等量】**
男生人数＋女生人数＝总人数	甲盐水＋乙盐水＝混合盐水	**【小等量】**

讲义 P23-P24

21

代数式

2024MBA大师零基础抱佛脚

22

代数式

- 由数字运算进阶为符号运算
- 本章特点：公式多，表达式多变
- 逆向思维、整体思维
- 对典型数字和固定表达式要有一定敏感度

23

代数式

第三章 代数式

3.1 整式基础

讲义 P25

24

代数式 3.1 整式基础

数字和表示数字的字母 $\Longrightarrow$ 有限次加、减、乘、除、乘方和开方 $\Longrightarrow$ **代数式**

$40 \quad a+b \quad a-b \quad vt \quad \dfrac{x}{y} \quad 7x^2y^3zabc$ $\quad \boxed{\sqrt[3]{3a^2} \quad \text{无理式}}$

代数式
- **有理式**
  - **整式**
    - **单项式** 数字与字母的乘积 $2x^2y^3 \quad \frac{1}{2}x^3$
    - **多项式** 几个单项式的和 $2x^2+xy-y^2+5$
  - **分式** $\frac{A}{B}$ （B中含有字母且$B \neq 0$） $\frac{1}{x-2}(x \neq 2) \quad \frac{x}{y}(y \neq 0)$
- **无理式** $\sqrt[n]{A} \quad \sqrt[3]{x+y}$

代数式 3.1 整式基础

元 一个多项式，含有多少个变量，就叫做几元多项式

单项式的次数 系数不为零的单项式所有字母的指数和.

$-\frac{1}{3}x^2 \qquad 2^3x^2y^3 \qquad$ 非零常数：零次

多项式的次数 以标准形式给出的多项式里，各个单项式中次数最高的项的次数.

$x+y$ 二元一次多项式 $\qquad 3^4xy^3+z^2$ 三元四次多项式

同类项 所含的字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的单项式称为同类项.

$4xy^2z+\left(\cancel{\frac{2}{3}xy^2z}\right)=\left(4-\frac{2}{3}\right)xy^2z=\frac{10}{3}xy^2z$ $\qquad$ 所有常数项都是同类项

整式的加减法 即合并同类项，把同类项的系数相加减，字母和字母的指数不变.

代数式

第三章 代数式

3.2 整式运算及乘法公式

讲义 P26-P27

27

代数式 3.2 乘法公式

【举例】求下列代数式的展开式（即去掉括号变为多项式的形式）

$(a+b)\cdot(a-b)\ =a\cdot a-ab+ab+(-b)\cdot b=a^2-b^2$

$(x+1)^3\ =(x+1)\cdot(x+1)\cdot(x+1)$

$=(x^2+2x+1)\cdot(x+1)$

$=(x^2+2x+1)\cdot x+(x^2+2x+1)\cdot 1$

$=x^3+3x^2+3x+1$

大师笔记：乘法公式 讲义 P26

28

代数式 3.2 乘法公式

请熟读并背诵

➢ 二元乘法公式

★ 平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

★ 完全平方公式

$$\left.\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + b^2 + 2ab\\(a-b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\end{aligned}\right\}$$

知二推二模型（本章）

多项式配平方（第5章）

完全立方公式

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

立方和公式

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

讲义 P26

29

代数式 3.2 乘法公式

➢ 三元乘法公式

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

与二元完全平方公式$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$形式类似，可联系记忆

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}[(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2] &= a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ac\\\frac{1}{2}[(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2] &= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac\end{aligned}\right\}$$

常逆向应用凑配完全平方，以求最值

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

讲义 P26

30

代数式 3.2 乘法公式·完全平方的妙用

【完全平方的妙用】

应用①：利用完全平方去掉根号与绝对值

计算举例	数	代数式
$\sqrt{5^2}=\sqrt{25}=5$	$\sqrt{\text{正数}^2}=\text{正数}$	$\sqrt{\text{正代数式}^2}=\text{正代数式}$
$\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=5=-(-5)$	$\sqrt{\text{负数}^2}=-\text{负数}$	$\sqrt{\text{负代数式}^2}=-\text{负代数式}$

应用②：知二推二模型

应用③：代数式求最值（第12章）

代数式 3.2 乘法公式·完全平方的妙用

1.【2023.04】 $\sqrt{5+2\sqrt{6}}-\sqrt{3}=$（　）.

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{6}$　　D. $2\sqrt{2}$　　E. $2\sqrt{3}$

答案：A

代数式 3.2 乘法公式·完全平方的妙用

【完全平方的妙用】

应用①：利用完全平方去掉根号与绝对值

应用②：知二推二模型

【标志词汇】给定a^2+b^2，ab，$a+b$和$a-b$中任意两个⟹ 利用完全平方公式推出其余

应用③：代数式求最值（第12章）

讲义 P26

33

代数式 3.2 乘法公式·完全平方的妙用

【标志词汇】给定a^2+b^2，ab，$a+b$和$a-b$中任意两个⟹ 利用完全平方公式推出其余

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$　　$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$　　知二推二模型

要素1　要素3　要素4　要素2　要素3　要素4

- 单一公式内，已知两要素，可推第三个
- 两种完全平方公式间

已知	要求	求解步骤
$a+b$、a^2+b^2	$a-b$	$(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$
$a-b$、a^2+b^2	$a+b$	$(a-b)^2+4ab=(a+b)^2$
$a+b$、$a-b$	ab	$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$
	a^2+b^2	$(a-b)^2+(a+b)^2=2(a^2+b^2)$

讲义 P26

34

代数式 3.2 乘法公式·完全平方的妙用

2.【模拟题】已知$(2020-a)(2019-a)=2000$，那么$(2020-a)^2+(2019-a)^2=$（　）.

A.3998　　B.4000　　C.4001　　D.4002　　E.5000

答案：C

讲义 P27

35

代数式

第三章 代数式

3.3 十字相乘因式分解

讲义 P27

36

代数式 3.3 十字相乘因式分解

求展开式

$(x+1)^3=(x+1)(x+1)(x+1)=x^3+3x^2+3x+1$

因式分解

因式分解 把一个多项式恒等变形分解成几个整式的积的形式，且分解到不能再分解为止.

因式分解为工具型知识点，作为解题的中间过程出现，

主要要求掌握基本十字相乘法即可.

代数式 3.3 十字相乘因式分解

因数分解 $42=2\times 3\times 7$

因式分解 把一个多项式恒等变形分解成几个整式的积的形式，且分解到不能再分解为止.

$a^2+b^2+2ab=(a+b)^2=(a+b)(a+b)$

$x^4-1=(x^2)^2-1^2=(x^2+1)(x^2-1)=(x^2+1)(x+1)(x-1)$

$2+1+1=4$次　　　　2次　1次　1次

多项一元代数式相乘，每项的最高次项次数之和=展开式次数

代数式 3.3 十字相乘因式分解

3.【例题】用十字相乘法将多项式因式分解：$x^2+2x-3\ =(x+3)(x-1)$

x^2+2x-3

拆为两项乘积　拆为两项乘积

$$\begin{array}{ccc} x & \times & 3 \\ x & & -1 \end{array}$$

十字相乘再相加：$3x-x=2x$

横着读结果：$(x+3)(x-1)$

讲义 P27

39

代数式 3.3 十字相乘因式分解

3.【例题】用十字相乘法将多项式因式分解：$x^2+5x-6\ =(x+6)(x-1)$

x^2+5x-6

拆为两项乘积　拆为两项乘积

$$\begin{array}{ccc} x & \times & 2 \\ x & & -3 \end{array}$$

十字相乘再相加：$2x-3x=-x$（舍去）

$$\begin{array}{ccc} x & \times & 6 \\ x & & -1 \end{array}$$

十字相乘再相加：$6x-x=5x$

横着读结果：$(x+6)(x-1)$

[首1的十字相乘]
常数项拆为两项乘积
如果这两项之和=一次项系数
则十字相乘成功

讲义 P27

40

代数式 3.3 十字相乘因式分解

3.【例题】用十字相乘法将多项式因式分解：$x^2-5x+6\ =(x-3)(x-2)$

x^2-5x+6

拆为两项乘积　　拆为两项乘积

x　　2
x　　3

十字相乘再相加：$3x+2x=5x$（舍去）

x　　-2
x　　-3

十字相乘再相加：$-3x-2x=-5x$

横着读结果：$(x-3)(x-2)$

[首1的十字相乘]
常数项拆为两项乘积
如果这两项之和=一次项系数
则十字相乘成功

讲义 P27

41

代数式 3.3 十字相乘因式分解

3.【例题】用十字相乘法将多项式因式分解：$x^2+x-42\ =(x+7)(x-6)$

x^2+x-42

拆为两项乘积　　拆为两项乘积

x　　7
x　　-6

十字相乘再相加：$7x-6x=x$

横着读结果：$(x+7)(x-6)$

[首1的十字相乘]
常数项拆为两项乘积
如果这两项之和=一次项系数
则十字相乘成功

讲义 P27

42

代数式 3.3 十字相乘因式分解

3.【例题】用十字相乘法将多项式因式分解：$2x^2-7xy+3y^2=(2x-y)(x-3y)$

$2x^2-7xy+3y^2$

拆为两项乘积　　拆为两项乘积

$2x$　　$-y$

x　　$-3y$

十字相乘再相加：$2x\cdot(-3y)-xy=-7x$

横着读结果：$(2x-y)(x-3y)$

讲义 P27

43

代数式 3.3 十字相乘因式分解

3.【例题】用十字相乘法将多项式因式分解：$x^2+xy+y+y^2+xy+x-42=(x+y+7)(x+y-6)$

整理得：$(x^2+2xy+y^2)+(x+y)-42=(x+y)^2+(x+y)-42$

将$x+y$当作整体十字相乘因式分解 整体思维

$(x+y)^2+(x+y)-42$

拆为两项乘积　　拆为两项乘积

$x+y$　　7

$x+y$　　-6

十字相乘再相加：$7(x+y)-6(x+7)=x+y$

横着读结果：$(x+y+7)(x+y-6)$

讲义 P27

44

代数式

第三章 代数式

3.4 代数式求值

讲义 P27-P28

45

代数式 3.4 代数式求值

4.【2013.10.19】已知$f(x,y)=x^2-y^2-x+y+1$，则$f(x,y)=1$.（　　）

（1）$x=y$.　　　　（2）$x+y=1$.

答案：D

讲义 P28

46

代数式 3.4 代数式求值

（类型判断）→识别特征点→定向破题→分析求解→总结、拓展

【标志词汇】<u>比+具体量⇒见比设k再求k</u>

特征点　　破题方向

第一步：化为整数连比，将未知字母的比例关系整理为整数连比的形式

如$a:b=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}=4:3$

第二步：设k，依比例关系将比例中每一项以k表示

如$a:b=4:3$，设$a=4k$，$b=3k$.

第三步：求出k值，代入待求式求值.

讲义 P28

47

代数式 3.4 代数式求值

【举例】已知$a:b:c=2:3:6$且$a+b+c=22$，求abc.

设$a=2k,b=3k,c=6k$　　$2k+3k+6k=11k=22$，$k=2$

$a=2k=4$，$b=3k=6$，$c=6k=12$　　$abc=4\times6\times12$.

5.【2015.01】实数a,b,c满足$a:b:c=1:2:5$，且$a+b+c=24$，则$a^2+b^2+c^2=$（　　）.

A.30　　B.90　　C.120　　D.240　　E.270

答案：E

讲义 P28

48

二元一次方程与直线

2024MBA大师零基础抱佛脚

49

二元一次方程与直线

- 概念多，属于工具型知识点
- 公式多，表达式固定
- 近年热点：点与直线

50

二元一次方程与直线

第四章 二元一次方程与直线

4.1 方程与二元一次方程

讲义 P29

51

二元一次方程与直线

含有未知量的等式叫做**方程**　$2x+6=0$

方程中有几个未知量，就叫做**几元方程**　$5x+6y+4=0$　$ax+by+c=0$

未知量前面的数字或者字母叫做未知量的**系数**（字母系数一般以a,b,c,m,n,p,q等表示）.

整式方程　等号两边都是关于未知量的整式的方程

仅包含数字与字母的和或乘积　$x^2+axy+2y^2+px+q=0$

未知量不能在分母上，不能在绝对值内、不能在指数上、不能在对数中

方程的解　使方程左右两边相等的未知量（一般为x或y）的值（或未知数的一组值）

【标志词汇】给定一个数是方程的一个根⇒给定一个此数满足的等式.

大师笔记：方程基础　讲义 P29

52

二元一次方程与直线 4.1 方程与二元一次方程

1.【模拟题】已知a_1，a_2，a_3，a_4，a_5是满足条件$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=8$的五个不同的整数，如果b是关于x的一元五次方程$(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)(x-a_4)(x-a_5)=63$的整数根，则$b$的值为（ ）.

A.3 B.4 C.5 D.6 E.7

答案：A

讲义 P29

53

二元一次方程与直线 4.1 方程与二元一次方程

未知量的最高次幂，叫做**方程的次数**，最高次幂是几，就叫做**几次方程.**

【举例】已知$a\neq 0$

（1）$ax+6=0$ 一元一次方程

（2）$ax^2+bx+c=0$ 一元二次方程

（3）$x+2y+5=0$ 二元一次方程

（4）$y^2-2x=0$ 二元二次方程

（5）$x^2+y^2-6x+4y=0$ 二元二次方程

讲义 P29

54

二元一次方程与直线

4.1 方程与二元一次方程

二元一次方程　含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是一的整式方程.

所有二元一次方程都可化为$Ax+By+C=0$（A、B不同时为零）的一般形式.

方程的解　使方程左右两边相等的未知量（一般为x或y）的值（或未知数的一组值）

二元一次方程的解　满足一个二元一次方程的每一对未知量的值，叫作二元一次方程的一对解.

$x+8y-56=0$　$\begin{cases}x=0\\y=7\end{cases}$　$\begin{cases}x=56\\y=0\end{cases}$　$\begin{cases}x=8\\y=6\end{cases}$　$\begin{cases}x=16\\y=5\end{cases}$　$\begin{cases}x=24\\y=4\end{cases}$　$\begin{cases}x=32\\y=3\end{cases}$

$x-6y+42=0$　$\begin{cases}x=0\\y=7\end{cases}$　$\begin{cases}x=-42\\y=0\end{cases}$　$\begin{cases}x=6\\y=8\end{cases}$　$\begin{cases}x=12\\y=9\end{cases}$　$\begin{cases}x=18\\y=10\end{cases}$　$\begin{cases}x=24\\y=11\end{cases}$

每个二元一次方程都有无数对解，由二元一次方程组成的二元一次方程组才可能有唯一解.

讲义 P29

55

二元一次方程与直线

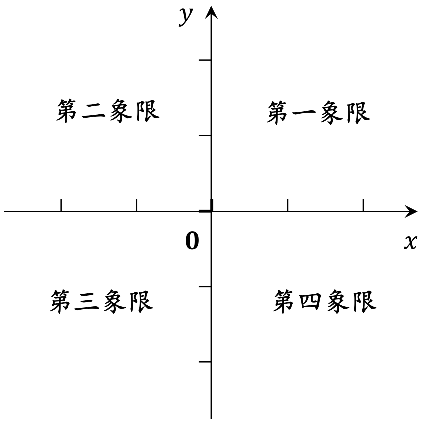
第四章 二元一次方程与直线

4.2 平面直角坐标系

讲义 P30

56

二元一次方程与直线 4.2 平面直角坐标系



① 在同一平面内，画两条有公共原点且垂直的数轴；

② 水平数轴叫x轴（横轴）

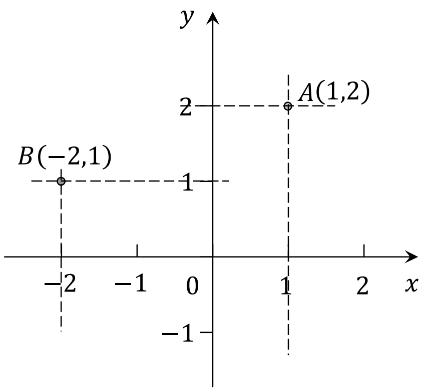
竖直数轴叫y轴（纵轴）

两轴交点叫坐标系原点.

③ 两轴将平面分为四部分，分别命名为第一~四象限

【注意】坐标轴上的点不属于任何一个象限.

二元一次方程与直线 4.2 平面直角坐标系



实数在数轴上的点坐标⇔实数在坐标轴上的位置

坐标平面上的点坐标⇔点在坐标平面上的位置

对x轴做垂线，垂足对应在x轴的坐标

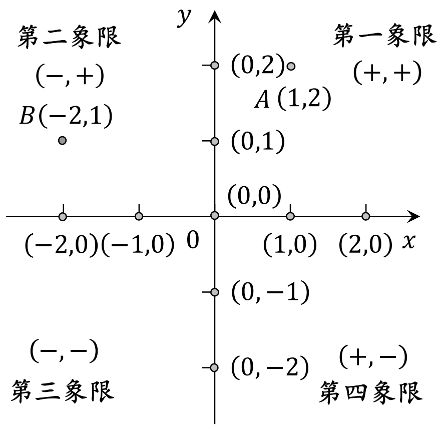
$P(x,y)=P$(横坐标，纵坐标)

对y轴做垂线，垂足对应在y轴的坐标

点位置⟹坐标$A(1,2)$

坐标$B(-2,1)$ ⟹点位置

二元一次方程与直线 4.2 平面直角坐标系



$P(x,y)=P($横坐标，纵坐标$)$

横坐标正负决定点在y轴右侧还是左侧

纵坐标正负决定点在x轴上方还是下方

x轴上的点的纵坐标为0，表示形式为$(x,0)$

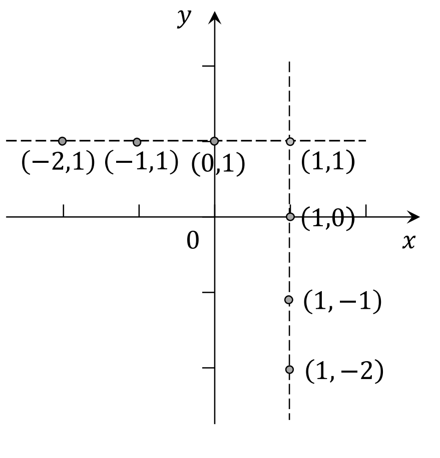
y轴上的点的横坐标为0，表示形式为$(0,y)$

既在x轴又在y轴上的点为坐标原点$(0,0)$

讲义 P30

59

二元一次方程与直线 4.2 平面直角坐标系



$P(x,y)=P($横坐标，纵坐标$)$

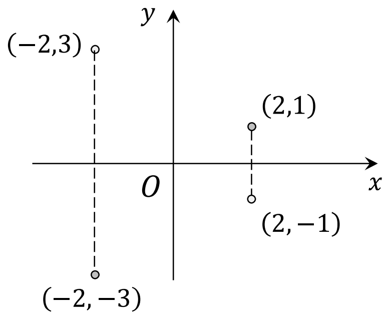
一点上下平移，横坐标不变，
即平行于y轴的直线上的点横坐标相同.

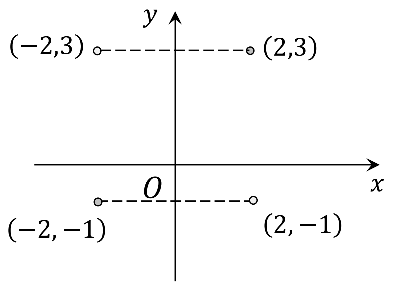
一点左右平移，纵坐标不变，
即平行于x轴的直线上的点纵坐标相同.

讲义 P30

60

二元一次方程与直线 4.2 平面直角坐标系





点关于x轴对称：上下翻转

横坐标x不变，纵坐标y变$-y$

点关于y轴对称：左右翻转

纵坐标y不变，横坐标x变$-x$

讲义 P30

61

二元一次方程与直线

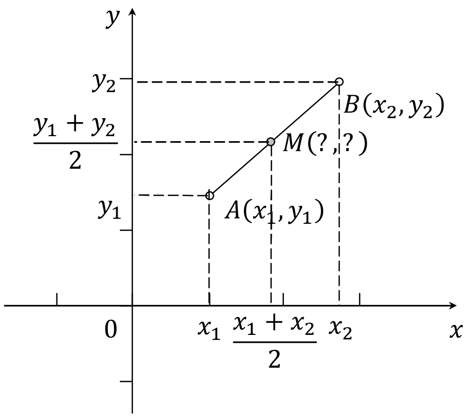
第四章 二元一次方程与直线

4.3 点与直线

讲义 P30-P32

62

二元一次方程与直线 4.3 点与直线 · 基础知识

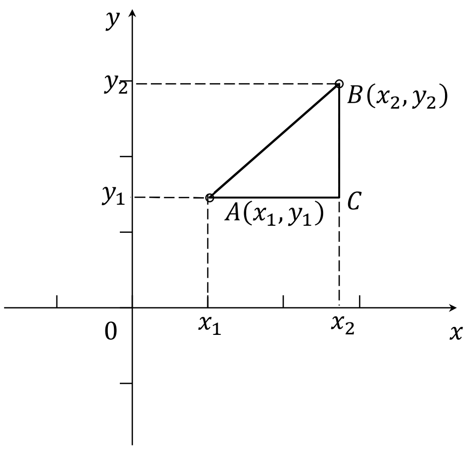


两点中点坐标 $=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

【举例】求坐标平面上点(1,2)与点(3,5)之间的中点坐标

中点坐标 $=\left(\frac{1+3}{2},\ \frac{2+5}{2}\right)=\left(2,\frac{7}{2}\right)$

二元一次方程与直线 4.3 点与直线 · 基础知识



对于直角三角形ABC

$BC=y_2-y_1$

$AC=x_2-x_1$

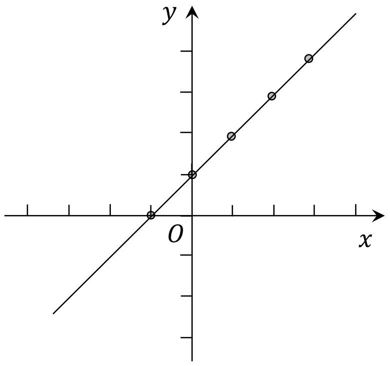
斜边$=AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

两点间距离公式

【举例】求坐标平面上点(1,2)与点(3,5)之间的距离

$d=\sqrt{(3-1)^2+(5-2)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

二元一次方程与直线 4.3 点与直线 · 基础知识



二元一次方程$x-y+1=0$

$$y=x+1$$

$y=0$时x的值⇔直线与x轴交点坐标⇔直线在x轴截距

x	-1	0	1	2	3
y	0	1	2	3	4

$x=0$时y的值⇔直线与y轴交点坐标⇔直线在y轴截距

【直线】任意二元一次方程$Ax+By+C=0$（A,B不同时为零）

在坐标平面内均对应为一条直线.

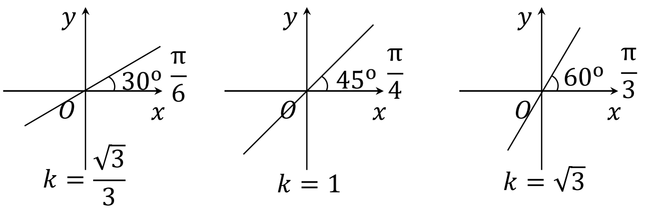
讲义 P31

65

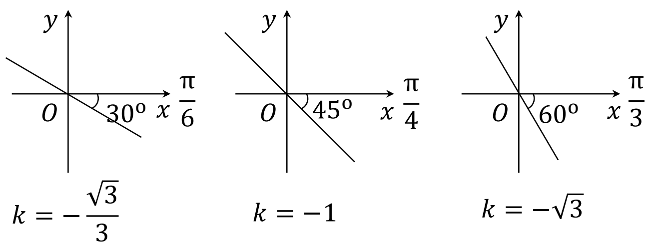
二元一次方程与直线 4.3 点与直线 · 基础知识

斜率　表示一条直线关于横坐标轴<u>倾斜程度</u>的量，一般用字母k表示.

➢ **斜向上**



➢ **斜向下**

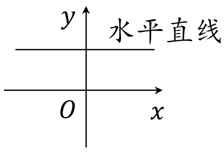


讲义 P30

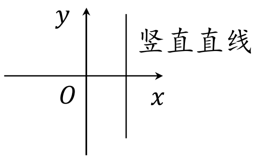
66

二元一次方程与直线 4.3 点与直线 · 基础知识

斜率 表示一条直线关于横坐标轴倾斜程度的量，一般用字母k表示.



$k=0$

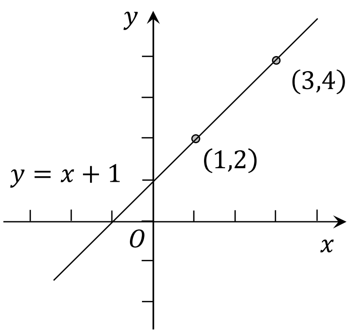


斜率k不存在

斜向上			斜向下			水平	竖直
30^o	45^o	60^o	30^o	45^o	60^o		
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	0	不存在

二元一次方程与直线 4.3 点与直线 · 直线方程

两点斜率公式 过两点$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$的直线斜率为$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_1\neq x_2$.



$$k=\frac{4-2}{3-1}=\frac{2}{2}=1$$

$$y-2=1\times(x-1)$$

$$y=x+1$$

二元一次方程与直线 4.3 点与直线·判断直线过点

对于直线方程$Ax+By+C=0$（A,B不同时为零）

设点P的坐标为(m,n)，代入$\begin{cases}x=m\\y=n\end{cases}$，若有$Am+Bn+C=0$，则点$P$在直线上.

若坐标平面上有一点满足直线方程，则这一点在此直线上.

【举例】直线方程$x-y+1=0$，判断点$(0,0)$，$(1,2)$是否在直线上.

点$(0,0)$：代入$x=0$，$y=0$得：$x-y+1=0-0+1=1\neq 0$

不满足直线方程，点不在直线上

点$(1,2)$：代入$x=1$，$y=2$得：$x-y+1=1-2+1=0$

满足直线方程，点在直线上

讲义 P30

69

二元一次方程与直线 4.3 点与直线

2.【2014.01.16】已知曲线l：$y=a+bx-6x^2+x^3$，则$(a+b-5)(a-b-5)=0$.（ A ）

（1）曲线l过点$(1,0)$　　（2）曲线l过点$(-1,0)$

【标志词汇】<u>曲线过点⇒点坐标代入曲线方程，等式成立.</u>

给定曲线过的一个点，就可以得到一个关于系数的等式

条件（1）：曲线l过点$(1,0)$，代入$x=1$，$y=0$等式成立

$0=a+b-6+1$　整理得$a+b-5=0$　$\overset{0}{(a+b-5)}(a-b-5)=0$恒成立，充分

条件（2）：曲线l过点$(-1,0)$，代入$x=-1$，$y=0$等式成立

$0=a-b-6+(-1)^3$　整理得$a-b=7$

$(a+b-5)(a-b-5)=2(a+b-5)$　不一定为0，不充分

讲义 P31

70

二元一次方程与直线 4.3 点与直线

【标志词汇】已知曲线过某点/某点在曲线上⇒点坐标代入曲线方程，等式成立.

【标志词汇】曲线一般方程中无常数项⇒曲线必过原点.

直线$x+8y=0$

曲线$y^2-2x=0$　　代入$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$得等式成立，曲线过原点$(0,0)$

曲线$x^2+y^2-6x+4y=0$

71

二元一次方程与直线 4.3 点与直线・直线方程

一般式　$Ax+By+C=0$（A,B不同时为零）

➢ 已知直线经过的[两点]，可确定这条直线

两点式　过两点$P_1(x_1,y_1)$，P_2（x_2,y_2）（其中$x_1\neq x_2$）的直线方程为$\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$

截距式　在x轴截距为a，在y轴截距为b，直线方程为$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$（其中$a\neq 0$，$b\neq 0$）

➢ 已知直线经过的[一点]及直线[倾斜程度]，可确定这条直线

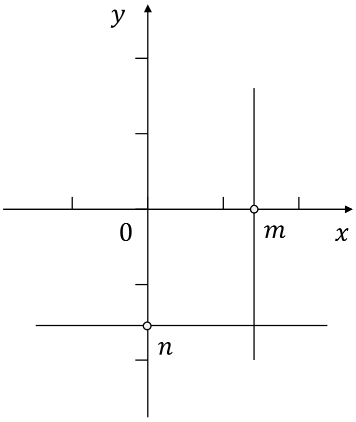
点斜式　经过点$P(x_0,y_0)$，斜率为k的直线方程为$y-y_0=k(x-x_0)$

斜截式　在y轴截距为b，斜率为k的直线方程为$y=kx+b$

讲义 P31

72

二元一次方程与直线 4.3 点与直线·直线方程



任意二元一次方程$Ax+By+C=0$（A,B不同时为零）在坐标平面内均对应为一条直线.

当A,B中有一个为零时，方程表示竖直或水平的直线即与坐标轴平行或重合的直线.

$x=m$：竖直直线，与y轴平行

$x=0$：y轴

$y=n$：水平直线，与x轴平行

$y=0$：x轴

讲义 P31

73