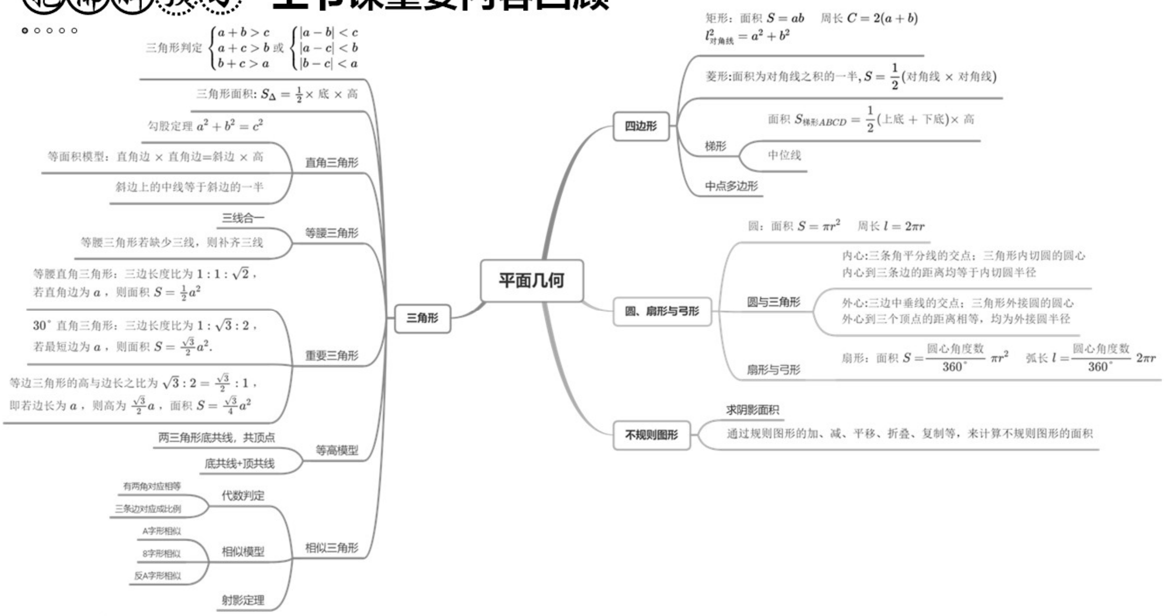
2024零基础抱佛脚

复习+课前预习

数学—孔婷

抱佛脚预习 **上节课重要内容回顾**

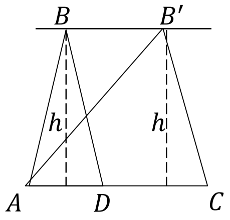


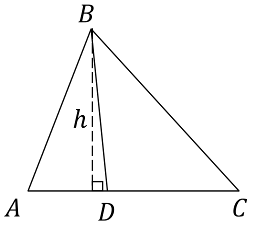
抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

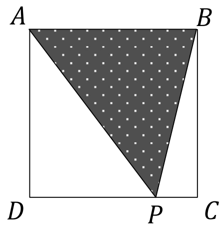
【标志词汇】[底同线]+[共顶点] ⟹ 等高模型

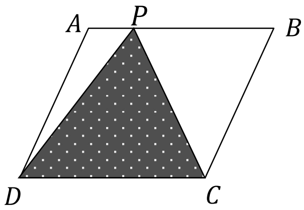
【标志词汇】[底同线]+[顶同线] ⟹ 等高模型

面积比 = 底边比，面积和 $=\frac{1}{2}$(底边和) × 高









【极限思想】

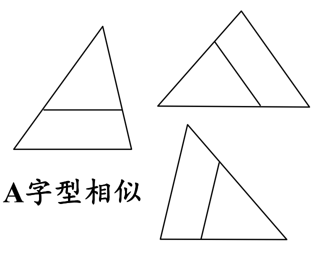
平行四边形/矩形：无论动点P怎样移动，分割出的三角形面积均为大图的一半.

抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

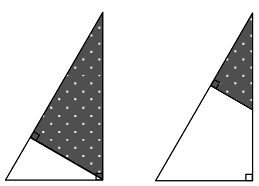
【标志词汇】A字型相似：[三角形]+ [边的平行线]

【标志词汇】反A字型相似：直角三角形斜边上的垂线 ⟹ 垂线分割出的各三角形均与原三角形相似.

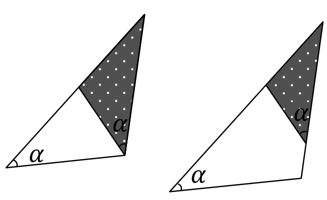
【标志词汇】反A字型相似：[共用一角的嵌套三角形]+[一个等角] ⟹相似.



A字型相似



直角三角形中的
反A字型相似

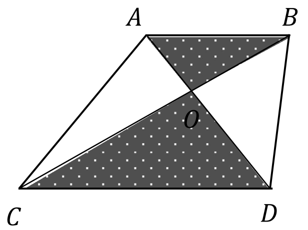


一般三角形中的
反A字型相似

两三角形共用一个角，再找到一个等角，即可得到相似

抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

【标志词汇】8字型相似：[梯形]+[两对角线] ⇒ 对角线分割出的呈8字形分布两三角形相似.



8字型相似

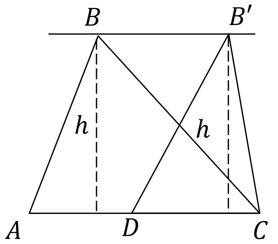
抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

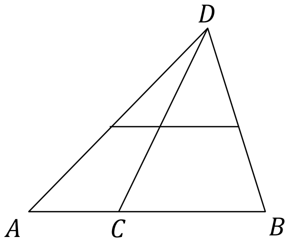
【标志词汇】[面积比]+[线段比]⇒①等高模型；②相似三角形

【等高模型】<u>面积比 = 底边比</u> **【相似三角形】**<u>面积比 = 相似比^2</u>

- 共用一个顶点
- 顶点在平行线上
- 爪字形

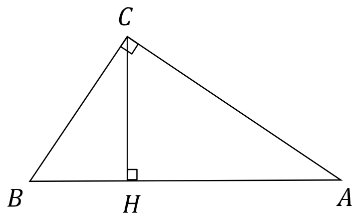
- 共用一个顶角
- 顶角相等
- 形状一样大小不一样





抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

【射影定理】 在直角三角形中，斜边上的高是两条直角边在斜边射影的比例中项，每一条直角边又是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例中项.



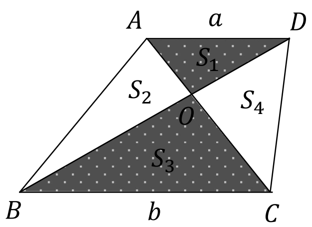
$\boldsymbol{CH^2 = AH \cdot BH}$

$\boldsymbol{BC^2 = AB \cdot BH}$

$\boldsymbol{AC^2 = AB \cdot AH}$

抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

【梯形蝶形定理】 $S_1 : S_2 : S_3 : S_4 = a^2 : ab : b^2 : ab$



$\triangle AOD$与$\triangle BOC$符合8字形相似

根据[面积比 = 相似比^2]可得：$S_1 : S_3 = a^2 : b^2$

$\triangle AOD$与$\triangle AOB$ [底同线BD] and [共顶点A]

$S_1 : S_2 = a : b = a^2 : ab$

$\triangle AOD$与$\triangle COD$ [底同线AC] and [共顶点D]

$S_1 : S_4 = a : b = a^2 : ab$

抱佛脚预习　上节课重要内容回顾

【标志词汇】给出一般三角形⇒①求不等关系：用三角形三边关系求解

②求等量关系：作垂线构造直角三角形，用勾股定理求解.

【标志词汇】直角三角形

- [直角三角形]+[重要角度(30°/45°/60°)] ⇒重要三角形三边和面积关系

  套用重要三角形三边比例后，自动符合勾股定理

- [直角三角形]＋[斜边上的高]⇒① 将斜边当做一个整体时：【等面积模型】

  直角边 × 直角边 ＝ 斜边 × 斜边上的高

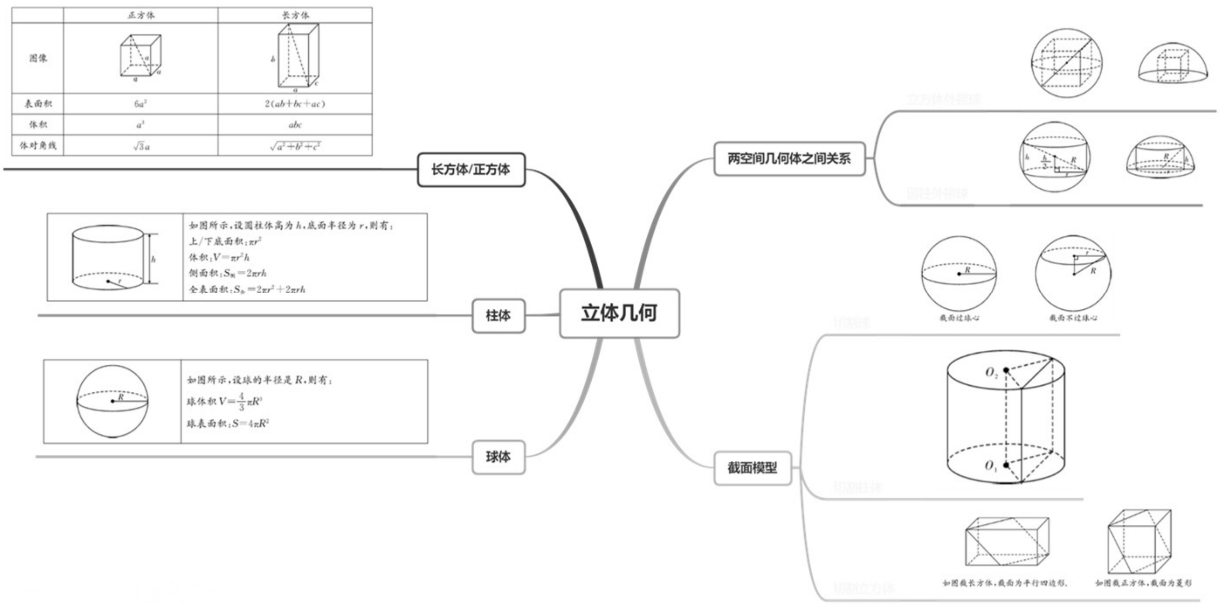
  ② 斜边分段时：【射影定理】

  $CH^2 = AH \cdot BH$　　$AC^2 = AB \cdot AH$　　$BC^2 = AB \cdot BH$

- [直角三角形]+[斜边上的中线] ⇒ 斜边上的中线=斜边的一半

- [直角三角形]+[内接于一圆] ⇒ 斜边为直径，过圆心

抱佛脚预习　本节课重要内容



抱佛脚预习　本节课重要内容

- 解析几何
  - 圆
    - 圆的方程
      - $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，圆心（a,b），半径为 r
      - $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$(满足 $D^2+E^2-4F>0$)
    - 两圆位置关系

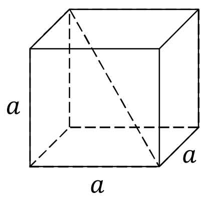
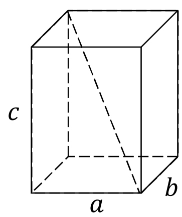
两圆的关系	圆心距与两圆半径的关系	交点个数	公切线
外离	$d>r_1+r_2$	无交点	4条
外切	$d=r_1+r_2$	1个交点	3条
相交	$\lvert r_1-r_2\rvert<d<r_1+r_2$	2个交点	2条
内切	$d=\lvert r_1-r_2\rvert$	1个交点	1条
内含	$0\leqslant d<\lvert r_1-r_2\rvert$	无交点	无公切线

    - 直线与圆

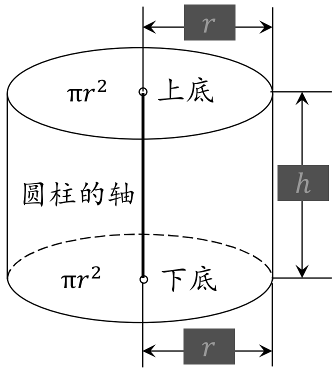
位置关系	距离与半径的关系	交点个数
相交	$d<r$	2个交点
	$d=0$	直线过圆心，平分圆
相切	$d=r$	1个交点
相离	$d>r$	无交点

      - 【标志词汇】判断直线与圆位置关系⟹通过 d 与 r 关系判断
        直线与圆相交弦长⟹ d 、r 与弦长一半构成直角三角形，使用勾股定理求解.
  - 直线与抛物线
    - 位置关系
      - 直线与抛物线有两个交点（相交）$\Leftrightarrow \Delta>0$
      - 直线与抛物线有一个交点（相切）$\Leftrightarrow \Delta=0$
      - 直线与抛物线没有交点（相离）$\Leftrightarrow \Delta<0$
  - 两变量不等式的数形结合法
    - 曲线方程式涵义法判断区域范围
    - 特殊点法判断区域范围
  - 解析几何的动态理解
    - 图像过定点
    - 圆的动态理解

抱佛脚预习　本节课重要内容

	正方体	长方体
图像		
表面积	$6a^2$	$2(ab+bc+ac)$
体积	a^3	abc
体对角线	$\sqrt{3}a$	$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

抱佛脚预习 本节课重要内容



设圆柱体高为h

上/下底均为圆，设半径为r

上/下底面积：πr^2

体积：$V=$ 底面积 $\times$ 高 $=\pi r^2 h$

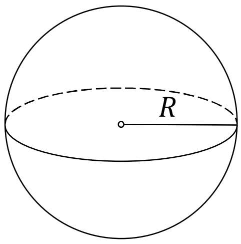
侧面积：$2\pi rh$

全表面积：$2\pi r^2+2\pi rh$

柱体体积 = 底面积 × 高

把圆柱的侧面打开，得到一个矩形.
这个矩形的一条边为圆柱的底面周长，另一条边为圆柱高.

抱佛脚预习 本节课重要内容

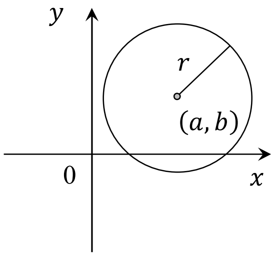


设球的半径为R，则有

体积：$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$

表面积：$S=4\pi R^2$

抱佛脚预习 本节课重要内容



圆 <u>到平面内一定点距离等于定值的所有点的集合</u>

到平面内(a,b)点距离等于r的所有点的集合

⇩ 圆心　　⇩ 半径

设满足要求的点的坐标为(x,y)

根据两点间距离公式有：

$$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=r$$

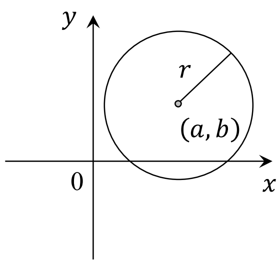
两边同时平方得：

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ **圆的标准方程**

抱佛脚预习 本节课重要内容

圆的标准方程 如果一个圆的圆心是点(a,b)，半径为r，这个圆的标准方程是

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$



【举例】根据圆的标准方程"瞪眼"求圆心、半径

$(x-2)^2+(y-1)^2=4$

- 圆心$(2,1)$
- 半径2

$(x+2)^2+(y-1)^2=4$

- 圆心$(-2,1)$
- 半径2

抱佛脚预习 **本节课重要内容**

圆的一般方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，其中，系数满足$D^2+E^2-4F>0$.

遇见圆的一般方程⟹将其配方化为圆的标准方程