2024零基础抱佛脚

（七）

数学—阿董

抱佛脚

讲义P58-P73

章节	题目个数	举例个数	总数
07平面几何	20	0	20
08立体几何	5	0	5

平面几何 7.2 等高模型

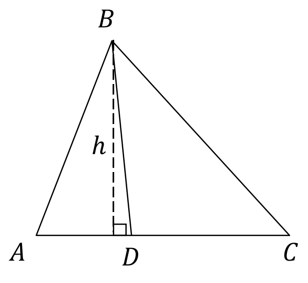
➢ 定义与性质　三边关系（三个不等式的不等式组）

➢ 三角形分类
重要三角形
- 按角分
  - 锐角△：三个内角都小于90º
  - 直角△：有一个角等于90º 等腰直角△，30º直角△
  - 钝角△：有一个角大于90º
- 按边分
  - 一般△：三边都不相等
  - 等腰△：两边相等（等边△：三个边都相等）

➢ **三角形面积、高、与等高模型**

➢ 相似三角形

平面几何 7.2 等高模型

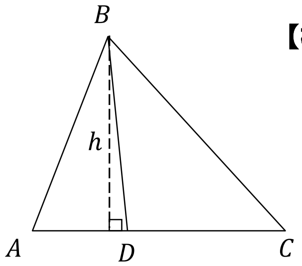


$\triangle ABD$，$\triangle CBD$，$\triangle ABC$
的高相等，均为h

面积	面积比
$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AD\cdot h$	$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CBD}}=\frac{\frac{1}{2}AD\cdot h}{\frac{1}{2}CD\cdot h}=\frac{AD}{CD}$
$S_{\triangle CBD}=\frac{1}{2}CD\cdot h$	$\frac{S_{\triangle CBD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{\frac{1}{2}CD\cdot h}{\frac{1}{2}AC\cdot h}=\frac{CD}{AC}$
$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot h$	$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{\frac{1}{2}AD\cdot h}{\frac{1}{2}AC\cdot h}=\frac{AD}{AC}$

【标志词汇】[底同线] + [共顶点] ⟹ 等高模型　面积比 = 底边比
底边在同一条直线上，共用顶点的三角形(形成爪字形)

平面几何 7.2 等高模型



【标志词汇】[底同线]+[共顶点] ⇒ 等高模型

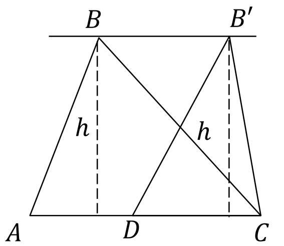
底边在同一条直线上，共用顶点的三角形

$$面积和 = \frac{1}{2}(底边和) \times 高$$

$\triangle ABD$，$\triangle CBD$，$\triangle ABC$的高相等，均为h

面积	$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AD \cdot h$	$S_{\triangle CBD} = \frac{1}{2}CD \cdot h$	$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot h$
面积和	$S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD} = \frac{1}{2}(AD + CD)h \dots\dots$ 等		

平面几何 7.2 等高模型



$\triangle ABC$，$\triangle DB'C$的高相等，均为h

【标志词汇】[底同线]+[顶同线] ⇒ 等高模型

底边在同一条直线上，顶点在底边平行线上的三角形

面积比 = 底边比　　$面积和 = \frac{1}{2}(底边和) \times 高$

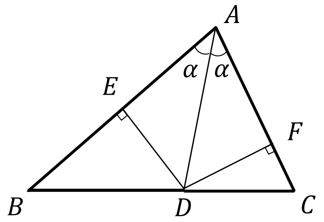
面积	$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot h$	$S_{\triangle DB'C} = \frac{1}{2}DC \cdot h$
面积比	$\frac{S_{\triangle AB}}{S_{\triangle DB'C}} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot h}{\frac{1}{2}DC \cdot h} = \frac{AC}{DC}$	
面积和	$S_{\triangle ABC} + S_{\triangle DB'C} = \frac{1}{2}(AC + DC)h$	

平面几何 7.2 等高模型

【三角形角平分线】 三角形其中一个内角的平分线与它的对边相交，
这个角的顶点与交点之间的线段叫做三角形的角平分线.

【角平分线性质】 角平分线上的点到这个角两边的距离相等.
反过来，在角内部到一个角的两边距离相等的点在这个角的角平分线上.

【三角形角平分线定理】 三角形一个角的角平分线与其对边所成的两条线段与这个角的两边对应成比例.



AD为$\triangle ABC$的角平分线

$$DE=DF$$

$$\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{CD}$$

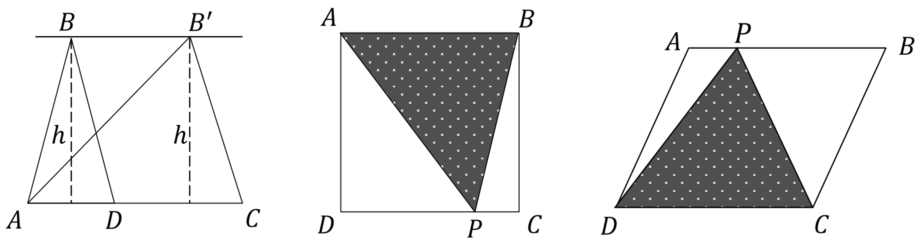
$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}}=\frac{BD}{CD}=\frac{\frac{1}{2}\cdot DE\cdot AB}{\frac{1}{2}\cdot DF\cdot AC}=\frac{AB}{AC}$$

平面几何 7.2 等高模型

【标志词汇】 [底同线]+[共顶点] ⇒ 等高模型

【标志词汇】 [底同线]+[顶同线] ⇒ 等高模型

面积比 = 底边比，面积和 $=\frac{1}{2}$(底边和) × 高



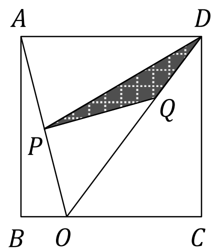
【极限思想】

平行四边形/矩形：无论动点P怎样移动，分割出的三角形面积均为大图的一半.

平面几何 7.2 等高模型

9.【2019.21】 (条件充分性判断)如图，已知正方形$ABCD$ 面积，O 为BC上一点，P 为AO 的中点，Q 为DO 上一点，则能确定三角形PQD 的面积. (　　)

(1) O 为BC的三等分点.　　(2) Q 为DO的三等分点.



【标志词汇】[底同线] + [共顶点] ⇒ 等高模型

【答案】B

平面几何 7.2 相似三角形

➢ 定义与性质　三边关系（三个不等式的不等式组）

➢ 三角形分类
重要三角形
- 按角分
  - 锐角△：三个内角都小于90^o
  - 直角△：有一个角等于90^o 等腰直角△，30^o直角△
  - 钝角△：有一个角大于90^o
- 按边分
  - 一般△：三边都不相等
  - 等腰△：两边相等（等边△：三个边都相等）

➢ 三角形面积、高、与等高模型

➢ **相似三角形**

平面几何 7.2 相似三角形·判定

形状一样，大小不一样的三角形

（1）有两角对应相等 如$\angle A=\angle A'$且$\angle B=\angle B'$

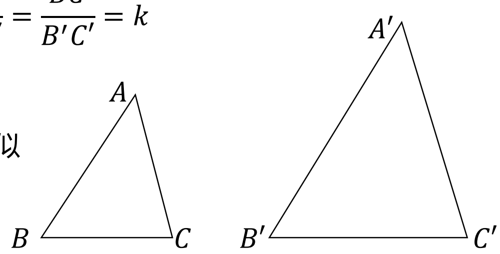
（2）三条边对应成比例 相对应的边比值相等 $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}=k$

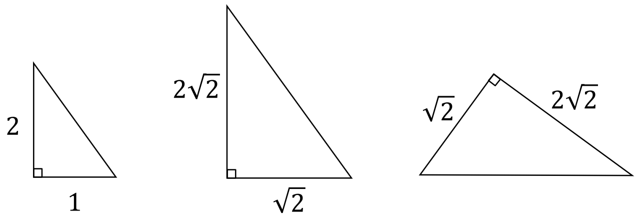
（3）有一角相等，且夹这等角的两边对应成比例

（4）一条直角边与一条斜边对应成比例的两个直角三角形相似

（5）顶角相等的两个等腰三角形相似

（6）三边满足同一比值的三角形相似





平面几何 7.2 相似三角形·性质

【标志词汇】[面积比]＋[线段比] ⇒①等高模型；②相似三角形

（1）对应角相等

（2）对应一切线段成比例（这个比例叫做相似比）

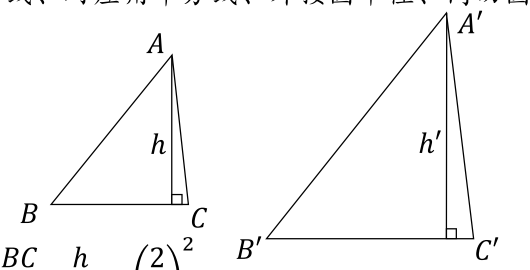
对应边、对应高、对应中线、对应角平分线、外接圆半径、内切圆半径、周长

（3）面积比＝相似比^2

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{h}{h'}=\frac{2}{3}$$

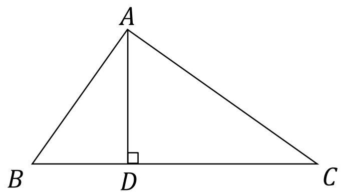
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot BC\cdot h}{\frac{1}{2}\cdot B'C'\cdot h'}=\frac{BC}{B'C'}\cdot\frac{h}{h'}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$$



平面几何 7.2 相似三角形 · 代数判定

10.【2022.19】 在△ABC 中，D为BC边上的点，BD、AB、BC成等比数列，则 $\angle BAC = 90°$.（　）

（1）$BD = DC$.　　　　（2）$AD \perp BC$.



【标志词汇】 三项成等比数列

BD、AB、BC成等比数列 $\Leftrightarrow AB^2 = BD \cdot BC$　　$\dfrac{AB}{BD} = \dfrac{BC}{AB}$

$\left.\begin{array}{l}\triangle ABD\text{与}\triangle CBA\text{共用}\angle B \\ \text{且夹}\angle B\text{的两边对应成比例}\end{array}\right\}\triangle ABD\text{与}\triangle CBA\text{相似}$

【答案】B

平面几何 7.2 相似三角形 · 代数判定

11.【2021.25】 给定两个直角三角形，则这两个直角三角形相似.（　）

（1）每个直角三角形边长成等比数列.　（2）每个直角三角形边长成等差数列.

【标志词汇】 [3个未知量]+[2个方程（包含二次）]

【答案】 D

补充知识 未知量与方程

【标志词汇】[3个未知量]＋[2个方程]

方程特征	处理方式	得到结果
若方程均为一次方程	加减、代入消元处理	①用一个量唯一表示其余所有未知量
		②求出未知量间的唯一比例关系
方程中有二次方程	消去一个未知量（消元）后利用整体思维，构造二次方程，利用求根公式求解	①用一个量表示其余所有未知量，表示可能不唯一
		②求出未知量间的比例关系，比例关系可能不唯一

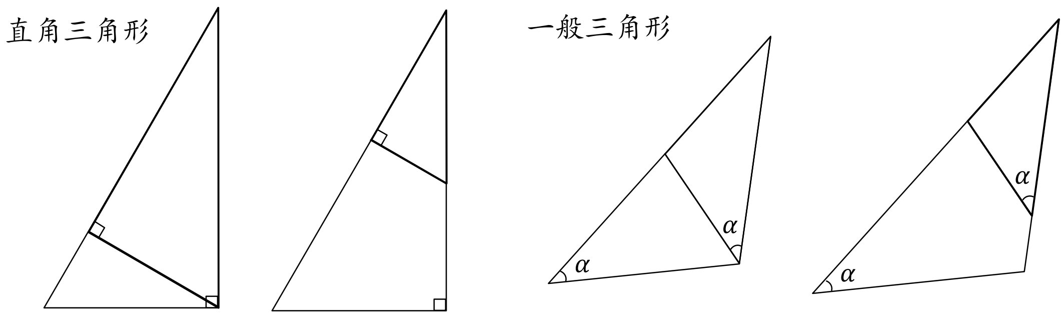
是否唯一要看是否还有其余限制条件
（例如限制为正、限制为整数或某些数的倍数等）

讲义 P35

平面几何 7.2 相似三角形·反A字型相似

【标志词汇】直角三角形斜边上的垂线 ⇒ 垂线分割出的各三角形均与原三角形相似.

【标志词汇】[共用一角的嵌套三角形]+[一个等角] ⇒相似.



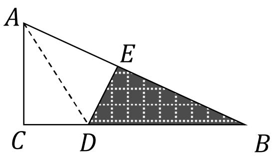
两三角形共用一个角，再找到一个等角，即可得到相似

讲义 P60

平面几何 7.2 相似三角形·反A字型相似

12.【2009.01.12】直角三角形ABC的斜边$AB=13\text{cm}$，直角边$AC=5\text{cm}$，把AC对折到AB上去与斜边相重合，点C与点E重合，折痕为AD（如图所示），则图中阴影部分的面积为（　　）cm^2.

A.20　　B.$\frac{40}{3}$　　C.$\frac{38}{3}$　　D.14　　E.12



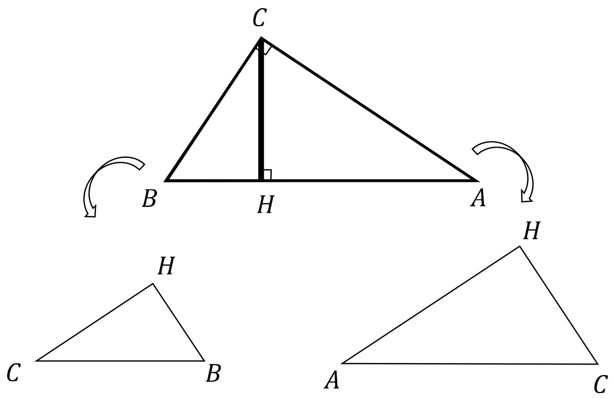
【标志词汇】$\triangle ABC$与$\triangle DBE$符合反A字型相似

【答案】 B

讲义 P60

平面几何 7.2 相似三角形·射影定理

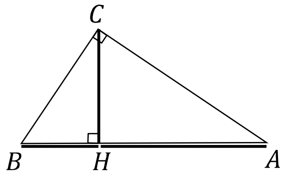
【射影定理】在直角三角形中，斜边上的高是两条直角边在斜边射影的比例中项，
每一条直角边又是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例中项.



$$\frac{CH}{BH}=\frac{AH}{CH}\qquad \boldsymbol{CH^2=AH\cdot BH}$$

大师笔记：射影定理　讲义 P61

平面几何 7.2 相似三角形·射影定理

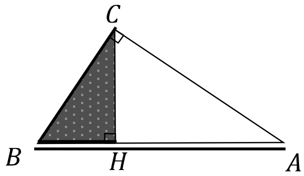


射影就是正投影

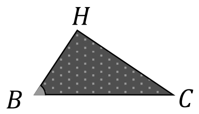
$CH^2 = AH \cdot BH$

直角三角形中斜边上的高

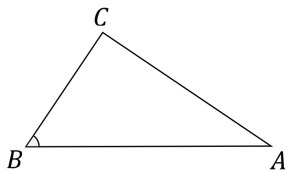
是两直角边在斜边长射影的比例中项.



$BC^2 = AB \cdot BH$

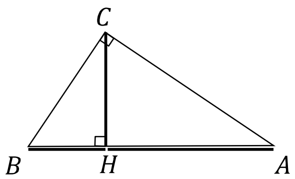


$$\frac{BC}{AB} = \frac{BH}{BC}$$



直角三角形每一条直角边是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例中项.

平面几何 7.2 相似三角形·射影定理

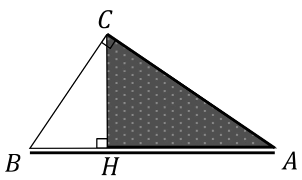


射影就是正投影

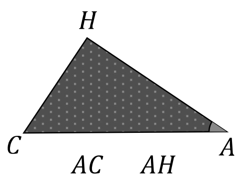
$CH^2 = AH \cdot BH$　　　$BC^2 = AB \cdot BH$

直角三角形中斜边上的高

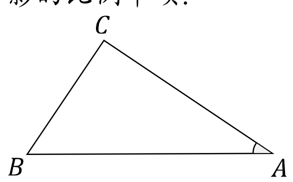
是两直角边在斜边长射影的比例中项.



$AC^2 = AB \cdot AH$



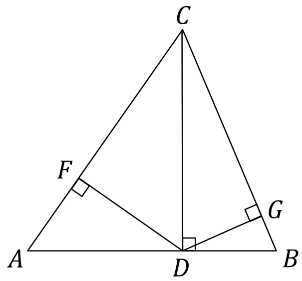
$$\frac{AC}{AB} = \frac{AH}{AC}$$



直角三角形每一条直角边是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例中项.

平面几何 7.2 相似三角形 • 射影定理

13.【例题】如图，在$\triangle ABC$中，$CD \perp AB$于D，$DF \perp AC$于F，$DG \perp BC$于G，求证$CF \cdot AC = CG \cdot BC$.



【标志词汇】[直角三角形]+[斜边上的高]⇒ ①斜边当做一个整体时【等面积】

②斜边分段时：【射影定理】

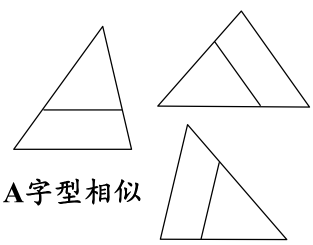
讲义 P61

平面几何 7.2 相似三角形 • A字型与反A字型相似

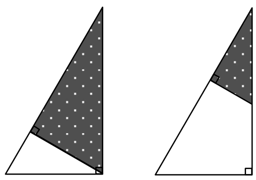
【标志词汇】A字型相似：[三角形]+ [边的平行线]

【标志词汇】反A字型相似：直角三角形斜边上的垂线 ⇒ 垂线分割出的各三角形均与原三角形相似.

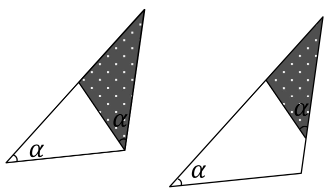
【标志词汇】反A字型相似：[共用一角的嵌套三角形]+[一个等角] ⇒相似.



A字型相似



直角三角形中的
反A字型相似



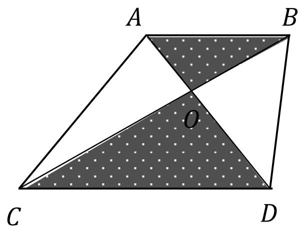
一般三角形中的
反A字型相似

两三角形共用一个角，再找到一个等角，即可得到相似

讲义 P60

平面几何 7.2 相似三角形

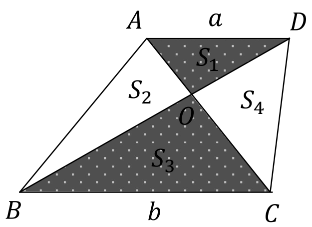
【标志词汇】 8字型相似：[梯形]+[两对角线] ⟹ 对角线分割出的呈8字形分布两三角形相似.



8字型相似

平面几何 7.2 相似三角形·与等高模型结合

【梯形蝶形定理】 $S_1:S_2:S_3:S_4=a^2:ab:b^2:ab$



$\triangle AOD$与$\triangle BOC$符合8字形相似

根据[面积比 = 相似比^2]可得：$S_1:S_3=a^2:b^2$

$\triangle AOD$与$\triangle AOB$ [底同线BD] and [共顶点A]

$S_1:S_2=a:b=a^2:ab$

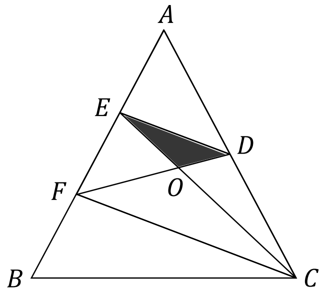
$\triangle AOD$与$\triangle COD$ [底同线AC] and [共顶点D]

$S_1:S_4=a:b=a^2:ab$

平面几何 7.2 相似三角形·与等高模型结合

14.【模拟题】 一个三角形公园ABC内的道路如下图中实线所示.已知$AE = EF = FB$，$AD = DC$，且黑色部分为人工湖.问公园总面积是人工湖面积的多少倍？（　　）

A.21　　B.12　　C.16　　D.18　　E.24



【答案】 D

讲义 P61

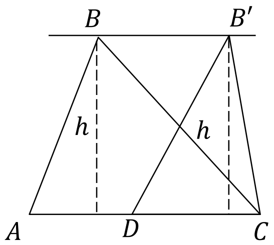
平面几何 7.2 相似三角形·与等高模型结合

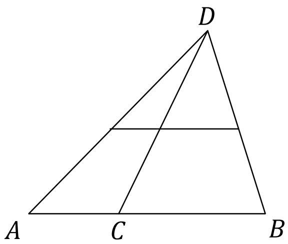
【标志词汇】 [面积比]+[线段比]⇒①等高模型；②相似三角形

【等高模型】 面积比 = 底边比　　**【相似三角形】** 面积比 = 相似比^2

- 共用一个顶点
- 顶点在平行线上
- 爪字形

- 共用一个顶角
- 顶角相等
- 形状一样大小不一样





讲义 P61

平面几何 7.2 三角形·总结

【标志词汇】给出一般三角形⇒①求不等关系：用三角形三边关系求解

②求等量关系：作垂线构造直角三角形，用勾股定理求解.

【标志词汇】直角三角形

- [直角三角形]+[重要角度(30°/45°/60°)] ⇒重要三角形三边和面积关系

  套用重要三角形三边比例后，自动符合勾股定理
- [直角三角形] + [斜边上的高]⇒① 将斜边当做一个整体时：【等面积模型】
- 直角边 × 直角边 = 斜边 × 斜边上的高

  ② 斜边分段时：【射影定理】

  $CH^2 = AH \cdot BH$ $AC^2 = AB \cdot AH$ $BC^2 = AB \cdot BH$
- [直角三角形]+[斜边上的中线] ⇒ 斜边上的中线=斜边的一半
- [直角三角形]+[内接于一圆] ⇒ 斜边为直径，过圆心

讲义 P58

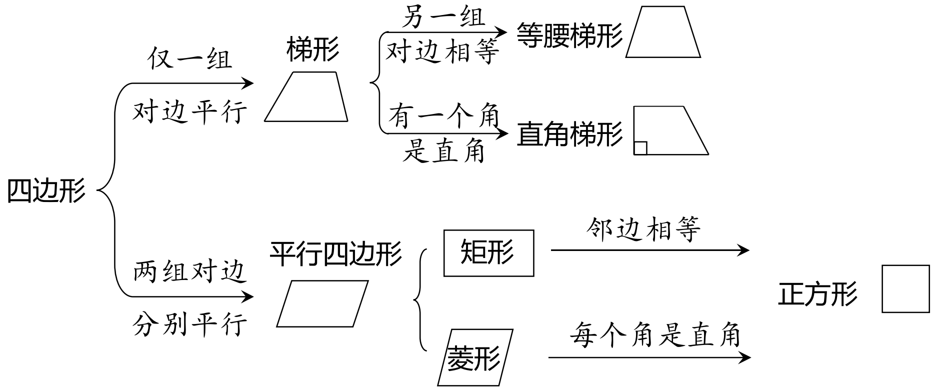
平面几何

第七章 平面几何

7.3 四边形

讲义 P62-P64

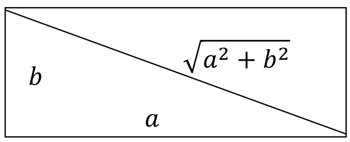
平面几何 7.3 四边形

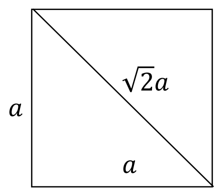


平面几何 7.3 四边形 · 矩形

矩形 矩形是四个角均是直角的特殊平行四边形，矩形包括正方形和长方形.

正方形 正方形是邻边相等的特殊矩形：即$a = b$





面积$S = ab$

周长$C = 2(a + b)$

$a^2 + b^2 =$ 对角线^2

面积$S = a^2$

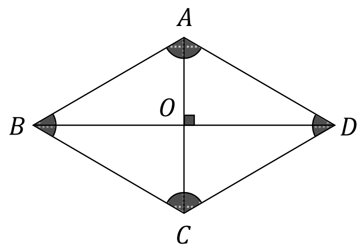
周长$C = 4a$

$a^2 + a^2 =$ 对角线^2

大师笔记：矩形、菱形 讲义 P62

平面几何 7.3 四边形 • 菱形

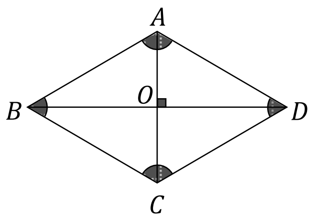
菱形 四条边长度相等的平行四边形为菱形



- 菱形的四条边长度相等
- 菱形的对角线平分顶角
- 菱形的对角线互相垂直且平分
- 菱形四个内角中，对角相等、邻角互补
- 菱形的对角线把菱形分为4个全等的直角三角形

平面几何 7.3 四边形 • 菱形

菱形 四条边长度相等的平行四边形为菱形

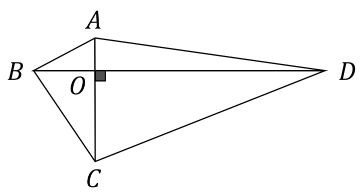


菱形面积$S=\dfrac{\text{对角线}\times\text{对角线}}{2}$

菱形面积为对角线之积的一半

菱形的对角线把菱形分为4个全等的直角三角形

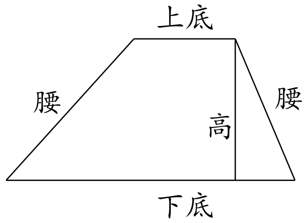
【拓展】对角线互相垂直的任意四边形，面积都等于对角线之积的一半.



$$S_{ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}$$
$$=\frac{1}{2}BD\times AO+\frac{1}{2}BD\times CO=\frac{1}{2}BD\times(AO+CO)$$
$$=\frac{1}{2}BD\times AC$$

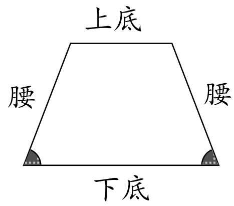
平面几何 7.3 四边形·梯形

梯形 只有一组对边平行，另一组对边不平行的四边形叫做梯形.



$$\text{梯形面积}=\frac{(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高}}{2}$$

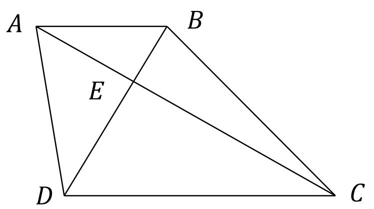
等腰梯形 两腰长度相等⇔两底角相等



平面几何 7.3 四边形·梯形

15.【2016.08】如图，在四边形$ABCD$中，$AB//CD$，AB与CD的边长分别为4和8.若$\triangle ABE$的面积为4，则四边形$ABCD$的面积为（　　）.

A.24　　B.30　　C.32　　D.36　　E.40



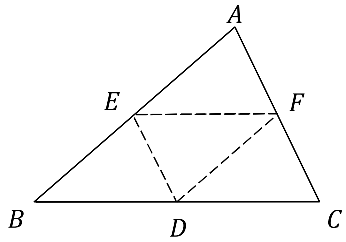
【标志词汇】$\triangle ABE$与$\triangle CDE$符合8字型相似 相似三角形对应高成比例（相似比）

【答案】D

平面几何 7.3 四边形・中位线

三角形中位线 连接三角形两边中点的线段叫作三角形的中位线.

三角形中位线定理 三角形的中位线平行于第三边并且等于它的一半.



$EF \parallel BC$；$EF = \frac{1}{2}BC$

$ED \parallel AC$；$ED = \frac{1}{2}AC$

$DF \parallel AC$；$DF = \frac{1}{2}AC$

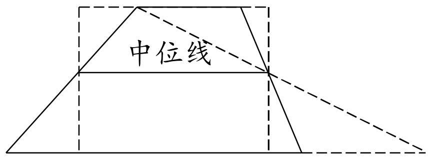
注意区分：三角形中线是连结一顶点和它的对边中点的线段，
而三角形中位线是连结三角形两边中点的线段.

平面几何 7.3 四边形・中位线

梯形中位线 连接梯形两腰中点的线段叫作梯形的中位线

梯形中位线定理 梯形中位线平行于两底，并且长度等于两底和的一半.

梯形中位线到上底和下底距离相等，均为梯形高的一半

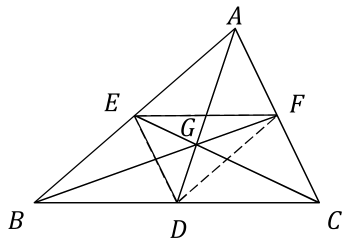


$$中位线 = \frac{上底 + 下底}{2}$$

$$梯形面积 = \frac{(上底 + 下底) \times 高}{2} = 中位线 \times 高$$

平面几何 7.3 四边形 • 中位线

16.【例题】如图所示，D、E、F分别为$\triangle ABC$各边中点，试证明$AG=2GD$，$CG=2GE$，$BG=2GF$.



连接EF，ED，FD

EF、ED、FD为$\triangle ABC$的中位线

【标志词汇】遇见等分点⇒连接等分点

$EF=\frac{1}{2}BC;ED=\frac{1}{2}AC;DF=\frac{1}{2}AB$

【标志词汇】<u>$\triangle EFG$与$\triangle CBG$符合8字型相似</u>

$\frac{GE}{CG}=\frac{GF}{BG}=\frac{EF}{BC}=\frac{1}{2}$　则$CG=2GE$，$BG=2GF$

【标志词汇】<u>$\triangle EDG$与$\triangle CAG$符合8字型相似</u>

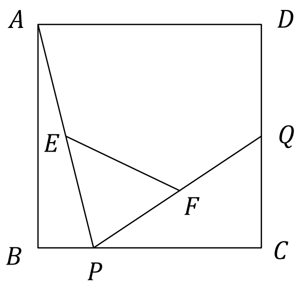
$\frac{GD}{AG}=\frac{ED}{AC}=\frac{1}{2}$　则$AG=2GD$

讲义 P64

平面几何 7.3 四边形 • 中位线

17.【模拟题】如图，在四边形$ABCD$中，P是BC边上一动点，Q是CD边上的中点，连接AP、PQ，若E、F分别是AP和PQ的中点，则EF的长随着点P由B向C的移动而（　　）.

A.变长　　B.变短　　C.不变　　D.先变长再变短　　E.先变短再变长



【标志词汇】遇见等分点⇒连接等分点

【答案】C

讲义 P64

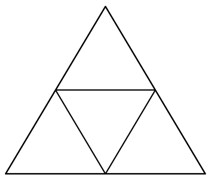
平面几何 7.3 四边形 · 中点多边形

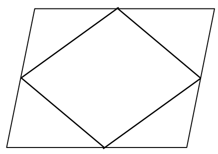
【中点多边形】顺次连接多边形各边中点所得的新多边形叫做原多边形的中点多边形

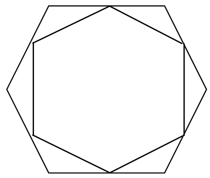
【标志词汇】任意三角形中点三角形 ⟹ 面积为原三角形的$\frac{1}{4}$，周长为原三角形的$\frac{1}{2}$.

【标志词汇】任意四边形的中点四边形 ⟹ 面积为原四边形的$\frac{1}{2}$.

【标志词汇】正六边形的中点六边形 ⟹ 面积为原六边形的$\frac{3}{4}$.

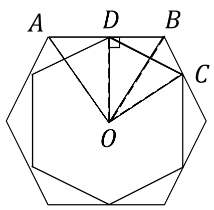






平面几何 7.3 四边形 · 中点多边形

18.【例题】试求连接正六边形各边中点构成的中点六边形面积与原六边形面积之比.



连接OA、OB、OD、OC

$\triangle AOB$是等边三角形

$\triangle COD$是等边三角形

D为AB中点，OD为$\triangle AOB$的高（三线合一）

【等边三角形】高与边长之比为$\sqrt{3}:2$

$OD:OB=\sqrt{3}:2$

$S_{\triangle AOB}=\frac{\sqrt{3}}{4}OB^2$；$S_{\triangle COD}=\frac{\sqrt{3}}{4}OD^2$　$S_{\text{正三角形}}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$S_{\triangle CO}:S_{\triangle AOB}=OD^2:OB^2=3:4$

$S_{\text{中点六边形}}:S_{\text{原六边形}}=6S_{\triangle COD}:6S_{\triangle AOB}=3:4$

平面几何

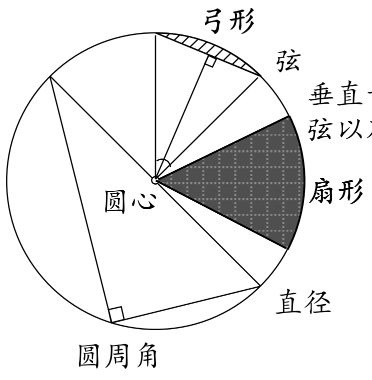
第七章 平面几何

7.4 圆、扇形与弓形

讲义 P65-P68

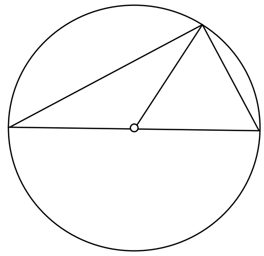
平面几何 7.4 圆、扇形与弓形·基础

圆 平面上到一定点距离相等的所有点的集合称之为一个圆.这一定点为圆心，距离为圆的半径.



垂直于弦的直径平分这条弦以及弦所对的两条弧

直径所对的圆周角是直角



【圆的辅助线原则】遇见圆上一点，连圆心；圆上两点连成弦；遇见弦，连圆心

使圆上没有孤单的点

大师笔记：圆、扇形与弓形 讲义 P65

平面几何 7.4 圆、扇形与弓形·基础

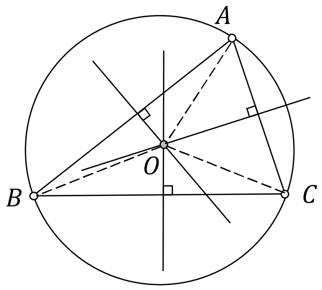
19.【2016.22】已知M是一个平面有限点集，则平面上存在到M中各点距离相等的点（　　）.

（1）M中只有三个点.　　（2）M中的任意三点都不共线.

【答案】C

平面几何 7.4 圆与一般三角形·三角形外心

平面上不共线的三点可以（唯一）确定一个三角形，也可以确定一个圆，这个圆是三角形的外接圆.



依次作线段AB、AC、BC的垂直平分线

中垂线上任意一点，到线段两端点的距离相等

$OA = OB = OC$

外心到三个顶点的距离相等

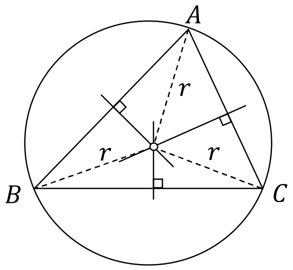
均等于外接圆半径.

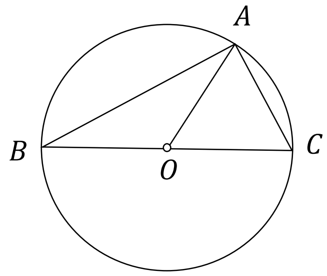
有A、B、C（不在同一条直线上）三个居民区，现要准备建一所学校，

要求学校到三个居民区的距离相等，请确定学校的位置.

平面几何 7.4 圆与一般三角形・三角形外心

【三角形外心】三边中垂线的交点；三角形外接圆的圆心.





外心到三个顶点的距离相等

均等于外接圆半径.

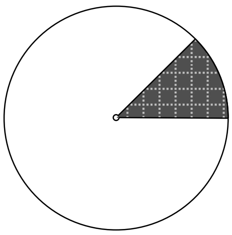
直角三角形斜边中点为其外心

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

讲义 P66

平面几何 7.4 圆、扇形与弓形・基础

扇形 由一条弧和经过这条弧两端的两条半径所围成的图形叫作扇形.（半圆也属于扇形）



圆面积：$S=\pi r^2$　　圆周长：$l=2\pi r$

扇形面积：$S=\frac{\text{圆心角}}{\text{周角}}\pi r^2=\frac{\text{圆心角弧度}}{2\pi}\pi r^2=\frac{\text{圆心角角度}}{360^{\circ}}\pi r^2$

弧长：$l=\frac{\text{圆心角}}{\text{周角}}2\pi r=\frac{\text{圆心角弧度}}{2\pi}2\pi r=\frac{\text{圆心角角度}}{360^{\circ}}2\pi r$

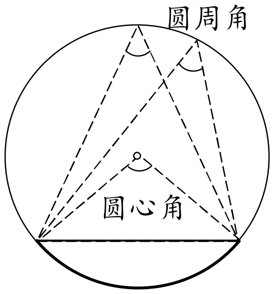
角度	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

平角　周角

讲义 P65

平面几何 7.4 圆、扇形与弓形·基础

圆 平面上到一定点距离相等的所有点的集合称之为一个圆.这一定点为圆心，距离为圆的半径.

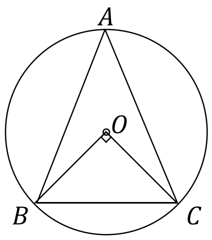


同一段弧所对的
圆周角是圆心角的一半

平面几何 7.4 圆与一般三角形·三角形外心

20.【2020.12】如图圆O的内接$\triangle ABC$是等腰三角形，底边$BC=6$，顶角为$\frac{\pi}{4}$，则圆O的面积为（ ）.

A.12π B.16π C.18π D.32π E.36π

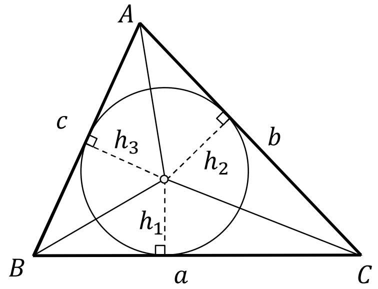


【等腰直角三角形】三边长度之比为$1:1:\sqrt{2}$

【答案】C

平面几何 7.4 圆与一般三角形·三角形内心

【三角形内心】三角形内切圆的圆心；三条角平分线的交点；



$r = h_1 = h_2 = h_3$

内心到三条边的距离相等，均等于内切圆半径

$$S_\triangle = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr = \frac{r}{2}(a+b+c)$$

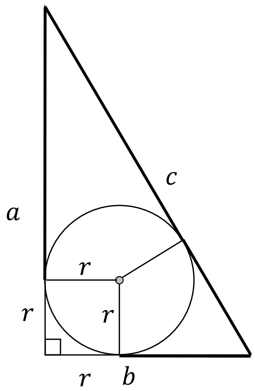
$$= \frac{r}{2} \cdot \text{三角形周长}$$

$$r = \frac{2S_\triangle}{\text{三角形周长}}$$

大师笔记：三角形内心 讲义 P67

平面几何 7.4 圆与一般三角形·三角形内心

【三角形内心】三角形内切圆的圆心；三条角平分线的交点；



- 对任意三角形，均有：

$$S_\triangle = \frac{r}{2} \cdot \text{三角形周长}$$

$$r = \frac{2S_\triangle}{\text{三角形周长}}$$

- 特别地，对直角三角形有：

周长 $= a + b + c = r + r + 2c$

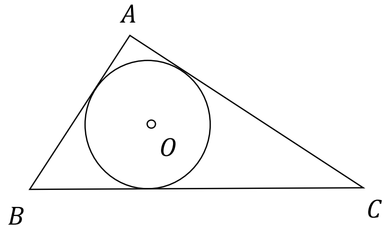
$$r = \frac{a+b-c}{2} (a, b\text{为直角边，}c\text{为斜边})$$

讲义 P67

平面几何 7.4 圆与一般三角形・三角形内心

21.【2018.04】 如图所示，圆O是三角形ABC的内切圆，若三角形ABC的面积与周长的大小之比为1：2，则圆O的面积为（　　）.

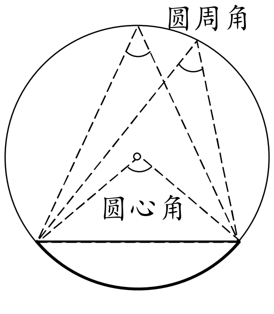
A.π　　B.2π　　C.3π　　D.4π　　E.5π



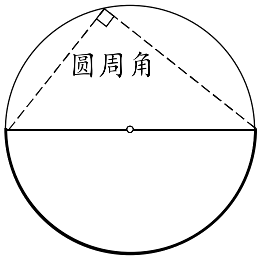
【答案】A

平面几何 7.4 圆、扇形与弓形・基础

圆 平面上到一定点距离相等的所有点的集合称之为一个圆.这一定点为圆心，距离为圆的半径.



同一段弧所对的
圆周角是圆心角的一半

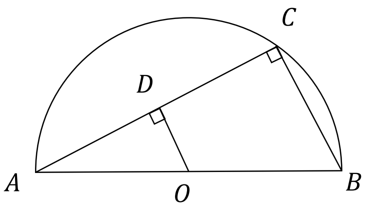


直径所对的圆周角是直角

平面几何 7.4 圆与直角三角形

22.【2014.01.20】 如图，O是半圆的圆心，C是半圆上的一点，$OD\perp AC$，则能确定OD的长（　　）.

（1）已知BC的长　　（2）已知AO的长.



【标志词汇】$\triangle ABC$与$\triangle AOD$符合A字形相似

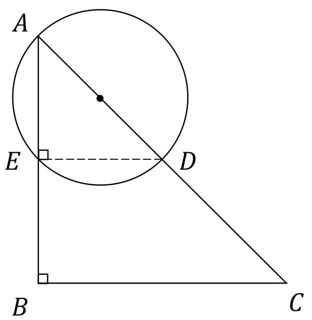
【答案】A

讲义 P67

平面几何 7.4 圆与直角三角形

23.【2022.09】 直角$\triangle ABC$中，D为斜边AC的中点，以AD为直径的圆交AB于E，则$\triangle ABC$的面积为8，则$\triangle AED$的面积为（　　）.

A.1　　B.2　　C.3　　D.4　　E.6

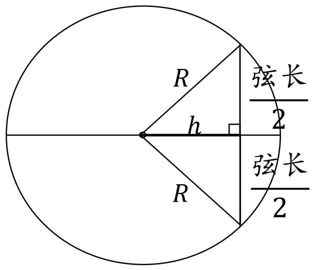


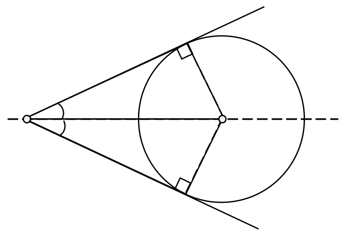
【答案】B

讲义 P67

平面几何 7.4 圆、扇形与弓形·基础

圆 平面上到一定点距离相等的所有点的集合称之为一个圆.这一定点为圆心，距离为圆的半径.





【垂径定理】垂直于弦的直径平分这条弦以及弦所对的两条弧

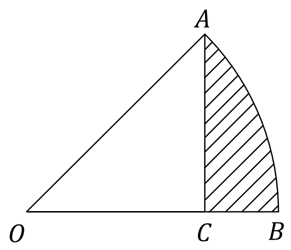
【切线长定理】从圆外一点可以引圆的两条切线，他们的切线长相等，这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角.

讲义 P66

平面几何 7.4 扇形与弓形

24.**【2017.09】**如图在扇形AOB中，$\angle AOB=\frac{\pi}{4}$，$OA=1$，$AC\perp OB$，则阴影部分的面积为（　　）.

A.$\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}$　　B.$\frac{\pi}{8}-\frac{1}{8}$　　C.$\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$　　D.$\frac{\pi}{4}-\frac{1}{4}$　　E.$\frac{\pi}{4}-\frac{1}{8}$



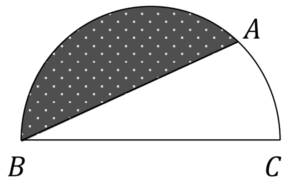
【答案】A

讲义 P68

平面几何 ## 7.4 扇形与弓形

25.【2015.04】如图BC是半圆的直径，且$BC=4$，$\angle ABC=30^o$，则图中阴影部分的面积为（　　）.

A.$\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$　B.$\frac{4}{3}\pi-2\sqrt{3}$　C.$\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}$　D.$\frac{2}{3}\pi+2\sqrt{3}$　E.$2\pi-2\sqrt{3}$



【答案】A

讲义 P68

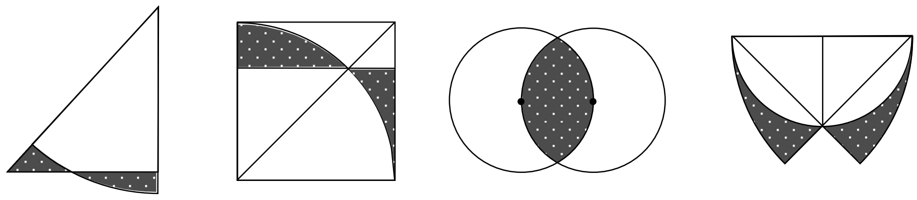
平面几何

第七章 平面几何

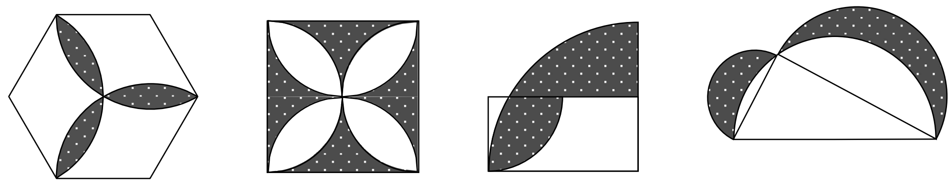
7.5 不规则图形

讲义 P68-P69

平面几何 7.5 不规则图形



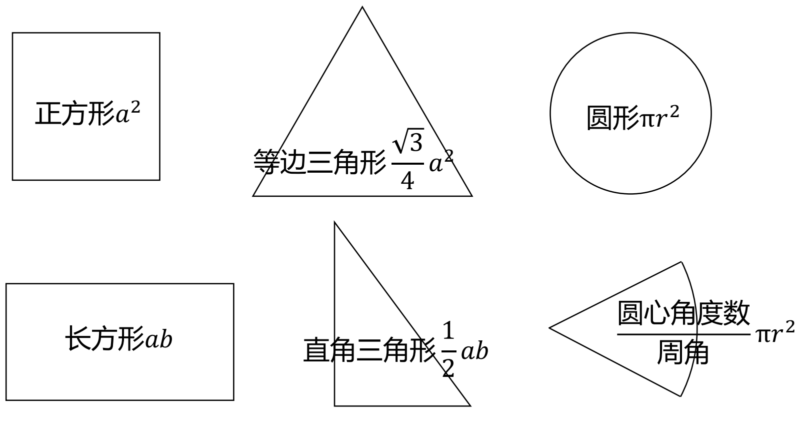
【2022.04】 【2013.10.10】 【2014.01.05】 【1999.10.10】



【2021.09】 【2011.01.09】 【2008.01.07】 【1997.10.09】

平面几何 7.5 不规则图形

【核心思路】通过规则图形的加、减、平移、折叠、复制等，来计算不规则图形的面积.



平面几何 7.5 不规则图形

【核心思路】通过规则图形的加、减、平移、折叠、复制等，来计算不规则图形的面积.

- **标号法【标志词汇】**题中图形特征不明显时⇒标号法.

相对普适的解题方法

- **割补法【标志词汇】**多个完全相同的重复图形⇒割补法：分割后重新组合.

【标志词汇】对称图形⇒割补法：关于对称轴翻转重新组合.

平面几何 7.5 不规则图形 · 标号法

【标志词汇】<u>题中图形特征不明显时⇒标号法.</u>　相对普适的解题方法

第①步：将图中所有封闭区域标号；

第②步：以标号表示规则图形面积、阴影面积和题干中其余信息

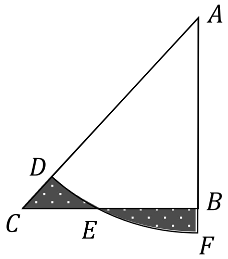
规则图形：正方形、长方形、圆形、扇形、直角三角形、等边三角形等
（所有有面积公式的图形）

第③步：凑配等式计算.

平面几何 7.5 不规则图形

【2022.04】如图，$\triangle ABC$一个等腰直角三角形，以A为圆心的圆弧交AC于D，交BC于E，交AB的延长线于F，若曲边三角形CDE与BEF的面积相等，则$\frac{AD}{AC}=$（　）.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$　　C. $\sqrt{\frac{3}{\pi}}$　　D. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$　　E. $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$



【标志词汇】不具体的问题⇒具体化（特值法）

【答案】E

讲义 P69

平面几何 7.5 不规则图形·割补法

【核心思路】通过规则图形的加、减、平移、折叠、复制等，来计算不规则图形的面积.

- **标号法【标志词汇】**题中图形特征不明显时⇒标号法. 相对普适的解题方法
- **割补法【标志词汇】**多个完全相同的重复图形⇒割补法：分割后重新组合.

稍难的题目需要先用辅助线分割之后，才能得到重复图形

辅助线原则：圆：使圆上没有孤单的点，

对称图形：对称轴（已有对称轴的补齐相对称的另一半）

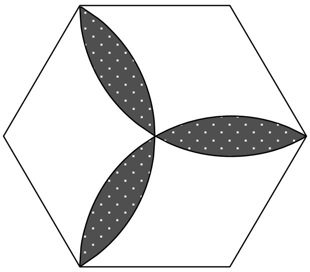
多边形：对角线、平行线

讲义 P68

平面几何 7.5 不规则图形·割补法【辅助线原则】使圆上没有孤单的点

27.【2021.09】 如图，正六边形边长为1，分别以正六边形的顶点O、P、Q为圆心，以1为半径作圆弧，则阴影部分的面积为（　）.

A.$\pi-\frac{3\sqrt{3}}{2}$　B.$\pi-\frac{3\sqrt{3}}{4}$　C.$\frac{\pi}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{4}$　D.$\frac{\pi}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{8}$　E.$2\pi-3\sqrt{3}$



【标志词汇】多个完全相同的重复图形⇒割补法求阴影面积

【答案】A

平面几何 7.5 不规则图形·割补法

【核心思路】通过规则图形的加、减、平移、折叠、复制等，来计算不规则图形的面积.

- **标号法【标志词汇】**题中图形特征不明显时⇒标号法. 相对普适的解题方法
- **割补法【标志词汇】**多个完全相同的重复图形⇒割补法：分割后重新组合.

  稍难的题目需要先用辅助线分割之后，才能得到重复图形

  【标志词汇】对称图形⇒割补法：关于对称轴翻转重新组合.

辅助线原则：圆：使圆上没有孤单的点，

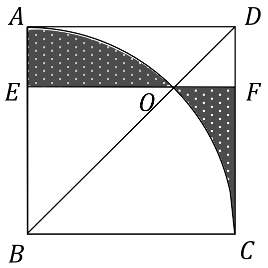
对称图形：对称轴（已有对称轴的补齐相对称的另一半）

多边形：对角线、平行线

平面几何 7.5 不规则图形 • 割补法

28.【2013.10.10】如图所示，在正方形$ABCD$中，弧AOC是四分之一圆周，$EF//AD$.若$DF = a$，$CF = b$，则阴影部分的面积为（　　）.

A.$\frac{1}{2}ab$　　B.ab　　C.$2ab$　　D.$b^2 - a^2$　　E.$(b - a)^2$



【标志词汇】对称图形⟹割补法：关于对称轴翻转重新组合.

【答案】B

平面几何

平面几何	7.2三角形	近5年考8题 【2023.11】三角形基础 【2022.16】相似三角形（反A字型）—结合弦切角定理 【2022.19】相似三角形（反A字型）/射影定理 【2021.25】直角三角形—构造二次方程 【2020.10】重要三角形—30°直角三角形 【2020.16】重要三角形—30°直角三角形 【2019.10】中线定理/构造直角三角形 【2019.21】等高模型
	7.4圆、扇形与弓形	近5年考2题 【2022.09】圆与直角三角形 【2020.12】圆与一般三角形-三角形外心
	7.5不规则图形	近5年考2题 【2022.04】不规则图形-标号法 【2021.09】不规则图形-割补法