

抱佛脚第八次直播数学练习题解析

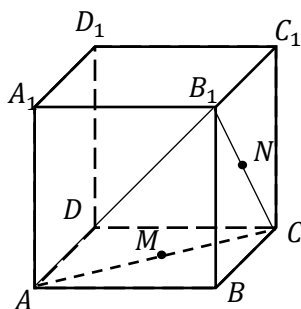
1. 现有两个表面积分别为 24 和 54 的正方体铁块，若将这两个正方体铁块熔化后铸成一个大正方体铁块，则这个正方体铁块的体积为（ ）。

A.30 B.35 C.42 D.45 E.56

【答案】B

【解析】正方体有六个相等的面，均为正方形，故表面积分别为 24 和 54 的正方体铁块每一面面积为 $\frac{24}{6} = 4$ ，和 $\frac{54}{6} = 9$ ，则两正方体棱长分别为 2 和 3，两个正方体的体积为 $2^3 + 3^3 = 35$ 。

2. 如图，在棱长为 1 的正方体中，点 M 、 N 分别为正方形 $ABCD$ 与 BCC_1B_1 的中心，则过点 A 、 M 、 N 的平面截正方体的截面面积为（ ）。



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】 $\triangle AB_1C$ 是一个等边三角形，其边长为 $AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ，由于等边三角形边长与高之比为 $2:\sqrt{3}$ ，边长为 a 的等边三角形高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，面积 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 。

因此，截面的面积为 $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{2})^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

3. 已知圆 $C: x^2 - 4x + y^2 = 0$ 与直线 $L: y = -x$ 相交于两点，则直线 L 被 C 截得的弦长为（ ）。

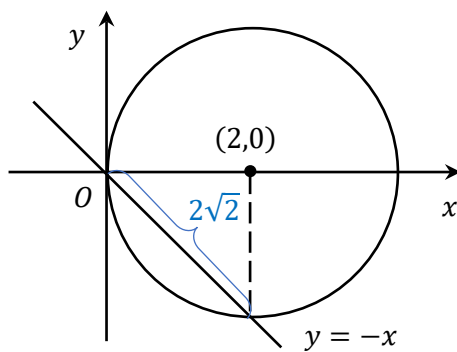
A. 2 B. $2 - \sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2} - 1$ D. $2\sqrt{2}$ E. $\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】【标志词汇】直线与圆相交弦长 $\Rightarrow d$ 、 r 与弦长一半构成直角三角形，符合勾股定理。配方得 $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ ，

【数形结合法】画图可得：

得到一等腰直角三角形，三边长度之比为 $1:1:\sqrt{2}$ ，直线与圆相交弦长即为直角边，长度为 $2\sqrt{2}$ 。



4. 直线 $y = kx$ 与抛物线 $y = x^2 - x + 1$ 相切，则实数 k 的取值为（ ）。

A. $k = 1$ B. $k = 3$ C. $k = 3$ 或 $k = 1$ D. $k = -1$ E. $k = -3$ 或 $k = 1$

【答案】E

【解析】【标志词汇】直线与抛物线相切 \Leftrightarrow 方程联立后二次方程有两相等实根。

联立可得 $x^2 - x + 1 = kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 1 = 0$ ， $\Delta = [-(k+1)]^2 - 4 = 0$ ，解得 $k = -3$ ，或 $k = 1$ 。

【技巧】根据直线与抛物线图形判断可知，过原点的直线 $y = kx$ 斜向上或斜向下时与抛物线相切，斜率必为一正一负，仅 E 选项符合。