

上节课重要内容回顾

.....

等比数列通项公式 $a_n = a_1 q^{n-1} \quad (q \neq 0)$

等比数列前 n 项和公式 (1) 当 $q \neq 1$ 时, $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

(2) 当 $q = 1$ 时, $S_n = na_1$ (此时数列 $\{a_n\}$ 为常数列)

【注意】有限项等比数列求和时, 若不能确定 q 取值, 应分 $q = 1$ 和 $q \neq 1$ 两种情况讨论.

(3) 当 $n \rightarrow \infty$, 且 $0 < |q| < 1$ 时, $S_n = \frac{a_1}{1-q}$



上节课重要内容回顾

.....

【标志词汇】三项成等比数列 \Leftrightarrow $\begin{cases} \text{①给出 } a, b, c \text{ 为等比, 则有 } b^2 = ac (b \neq 0) \\ \text{②若需要设项, 则直接设为 } \frac{a}{q}, a, aq (a, q \neq 0) \end{cases}$

特别地, 既成等差数列又成等比数列的数列为非零常数列, 它们的公比为1, 公差为0.

【拓展】若 $\{a_n\}$ 为等比数列, 则 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$, $\{|a_n|\}$, $\{a_n^2\}$ 均为等比数列, 公比分别为: $\frac{1}{q}$ 、 $|q|$ 、 q^2 .

【标志词汇】等比数列某几项乘积 \Rightarrow 下标关系

- 下标和相等的两项乘积相等
- 下标和相等的同数量项乘积相等



上节课重要内容回顾

.....

等比数列的判定

①定义法 验证 $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ 是否为常数, 应注意必须从 $n=1$ 起所有项都满足此等式

②等比中项法 验证 $a_{n+1}^2 = a_n \cdot a_{n+2}$ 是否成立, 应注意这里 $a_n \neq 0$

③通项公式法 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ($a_1 \neq 0$; $q \neq 0$)

$a_n = Aq^{an+b}$ 形似关于 n 的指数函数, 底数为常数, n 在指数位置.

a, b 可能单独或同时为零, $A \neq 0$

④前 n 项和法: $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1}{1-q} - \frac{a_1}{1-q} \cdot q^n = A - Aq^n$ ($A = \frac{a_1}{1-q}$)

抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

.....

【标志词汇】以 a, b, c 三项为边可构成三角形

\Leftrightarrow 这三项中任意两项和大于第三项，任意两项差（大减小）小于第三项。

【标志词汇】三角形已知两边求第三边长度范围 \Rightarrow 两边之差（大减小） $<$ 第三边 $<$ 两边之和。

抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

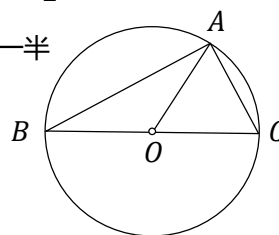
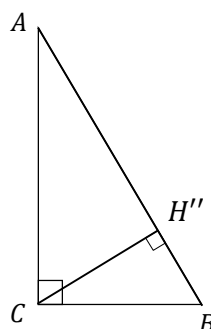
.....

【直角三角形性质】1. 三边的长度符合勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$

2. 面积 $S = \frac{1}{2} \times \text{直角边} \times \text{直角边} = \frac{1}{2} \times \text{斜边} \times \text{斜边上的高}$ 。

3. 直角三角形斜边中线等于斜边的一半

$$AO = OB = OC$$



【标志词汇】 \triangleright 一般三角形 \Rightarrow 作垂线构造直角三角形，用勾股定理求解

\triangleright [直角三角形]+[斜边上的高] \Rightarrow ①【等面积】直角边 \times 直角边 $=$ 斜边 \times 高

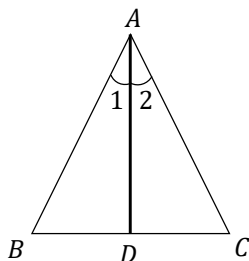
②【射影定理】（相似三角形讲解）



上节课重要内容回顾

【等腰三角形性质】

1. 等腰三角形两个底角相等
2. 等腰三角形两个腰相等
3. 三线合一: $\angle 1 = \angle 2 \Leftrightarrow AD \perp BC \Leftrightarrow BD = DC$



等腰三角形常用辅助线

【标志词汇】等腰三角形 \Rightarrow 若缺少三线，则补齐三线。



上节课重要内容回顾

【等腰直角三角形】三边长度之比为 $1:1:\sqrt{2}$ 充分必要关系

若直角边为 a ，则斜边为 $\sqrt{2}a$ ，周长为 $(2 + \sqrt{2})a$ ，面积 $S = \frac{1}{2}a^2$

【30°直角三角形】三边长度之比为 $1:\sqrt{3}:2$ 充分必要关系

若短直角边为 a ，则长直角边为 $\sqrt{3}a$ ，斜边为 $2a$ ，周长为 $(3 + \sqrt{3})a$ ，面积 $S = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ 。

【等边三角形】边长与高之比为 $1:\frac{\sqrt{3}}{2}$ 边长为 a 的等边三角形高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，面积 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

抱佛脚预习 上节课重要内容回顾

【标志词汇】一般三角形 \Rightarrow 作垂线构造直角三角形，用勾股定理求解。

【标志词汇】直角三角形

\triangleright [直角三角形]+[重要角度(30° 、 45° 、 60°)] \Rightarrow 重要三角形三边和面积关系

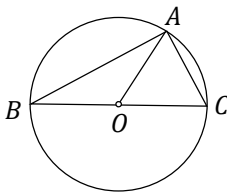
套用重要三角形三边比例后，自动符合勾股定理

【标志词汇】等腰三角形 \Rightarrow 若缺少三线，则补齐三线。

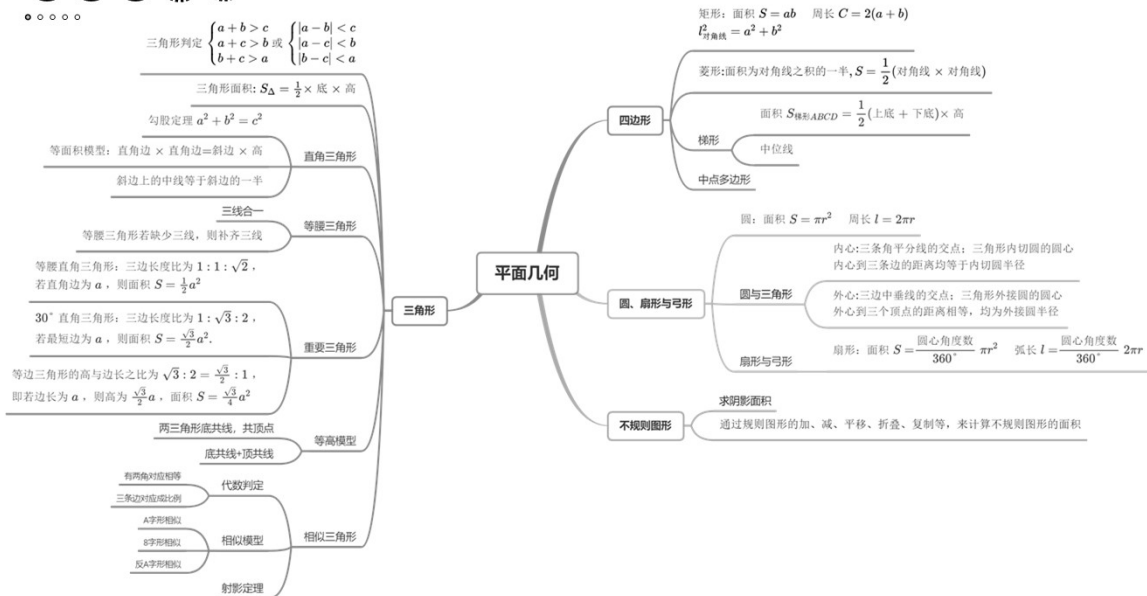
\triangleright [直角三角形]+[斜边上的高] \Rightarrow ①【等面积模型】直角边 \times 直角边=斜边 \times 斜边上的高
②【射影定理】

\triangleright [直角三角形]+[斜边上的中线] \Rightarrow 斜边上的中线=斜边的一半

\triangleright [直角三角形]+[内接于一圆] \Rightarrow 斜边为直径，过圆心



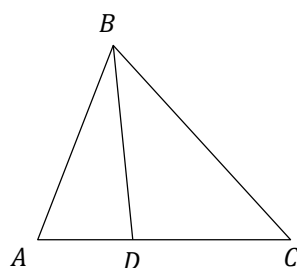
抱佛脚预习 本节课重要内容



抱佛脚预习 本节课重要内容

.....

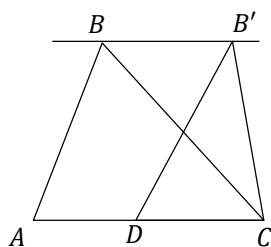
【标志词汇】 [底同线] + [共顶点] \Rightarrow 等高模型 面积比 = 底边比 面积和 = $\frac{1}{2}(\text{底边和}) \times \text{高}$
底边在同一条直线上，共用顶点的三角形



抱佛脚预习 本节课重要内容

.....

【标志词汇】 [底同线] + [顶同线] \Rightarrow 等高模型 面积比 = 底边比 面积和 = $\frac{1}{2}(\text{底边和}) \times \text{高}$
底边在同一条直线上，顶点在底边平行线上的三角形



抱佛脚预习 本节课重要内容

.....

相似三角形 形状一样，大小不一样的三角形

①背相似模型 ②找相等的角

- (1) 有两角对应相等
- (2) 三条边对应成比例 面积比 = 相似比²
- (3) 有一角相等，且夹这等角的两边对应成比例
- (4) 一条直角边与一条斜边对应成比例的两个直角三角形相似
- (5) 顶角相等的两个等腰三角形相似
- (6) 三边满足同一比值的三角形相似

【标志词汇】 [面积比] + [线段比] \Rightarrow ①等高模型；②相似三角形

抱佛脚预习 本节课重要内容

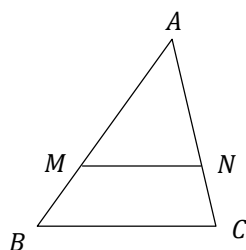
.....

【标志词汇】 A字型相似：[三角形] + [边的平行线]

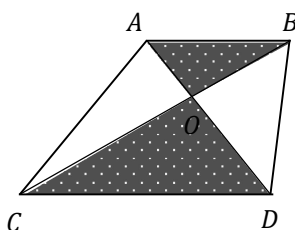
【标志词汇】 8字型相似：[梯形] + [两对角线] \Rightarrow 对角线分割出的呈8字形分布两三角形相似。

【标志词汇】 直角三角形斜边上的垂线 \Rightarrow 垂线分割出的各三角形均与原三角形相似。

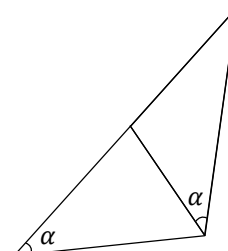
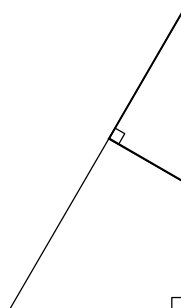
【标志词汇】 [共用一角的嵌套三角形] + [一个等角] \Rightarrow 相似。



A字型相似



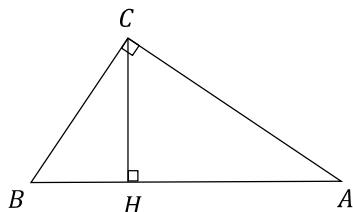
8字型相似



抱佛脚预习 本节课重要内容

.....

【射影定理】 在直角三角形中，斜边上的高是两条直角边在斜边射影的比例中项，
每一条直角边又是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例中项。



抱佛脚预习 本节课重要内容

.....

【标志词汇】 [面积比] + [线段比] \Rightarrow ①等高模型；②相似三角形