


.....

讲义P16-P24

章节	题目个数	举例个数	总数
现实场景中的数学问题	29	5	34




现实场景中的数学问题


2024MBA大师零基础抱佛脚

现实场景中的数学问题

 $\approx \frac{5}{25}$

 解方程技巧

 列方程解决问题（寻找等量关系）

 归纳与演绎（现场建模）

“明”等量与“暗”等量

甲的速度是乙的 $1\frac{1}{4}$

含盐12.5%的盐水40千克蒸发掉部分水分后变成了含盐20%的盐水

现实场景中的数学问题

.....

现实场景中的数学问题	2.1比与比例	近5年考4题【2023.02】【2023.03】【2021.18】【2019.03】
	2.2利润/利润率	近5年考1题【2022.02】
	2.3增长/增长率	近5年考2题【2023.01】【2020.01】
	2.4浓度问题	近5年考1题【2021.12】(2.9两种不同浓度混合)
	2.5工程问题	近5年考4题【2022.01】【2021.17】【2019.01】【2019.11】
	2.6行程问题	近5年考7题【2023.06】【2023.21】【2022.14】【2021.15】【2021.23】【2020.13】【2019.13】
	2.7平均值	近5年考1题【2020.18】
	2.8方差	近5年考2题【2023.12】【2019.08】
	2.9两部分混合问题	近5年考4题【2022.18】【2021.12】【2021.16】【2019.23】

现实场景中的数学问题

.....

第二章 现实场景中的数学问题

2.1 比与比例

现实场景中的数学问题 比与比例 (真题中共考过37题, 其中2023年2题)

.....

【比】两个数相除, 又叫作这两个数的比, 记为 $a:b$ 或 $\frac{a}{b}$

这个比的值叫作 a 与 b 的比值 (a 、 b 相除的商)

【举例1】一班与二班的人数之比为 $3:7$, 已知一班比二班少20人, 求二班人数.

(类型判断) → 识别特征点 → 定向破题 → 分析求解 → 总结、拓展

【标志词汇】比+具体量 ⇒ 见比设 k 再求 k

特征点 破题方向

设一班有 $3k$ 人, 二班有 $7k$ 人 具体人数

一班比二班少 $4k$ 人 $4k = 20$ (人), $k = 5$ (人), 二班 $7k = 35$ (人)



大师笔记: 比与比例

讲义 P15

现实场景中的数学问题 比与比例 (真题中共考过37题, 其中2023年2题)

.....

【比】两个数相除, 又叫作这两个数的比, 记为 $a:b$ 或 $\frac{a}{b}$

这个比的值叫作 a 与 b 的比值 (a 、 b 相除的商)

(类型判断) → 识别特征点 → 定向破题 → 分析求解 → 总结、拓展

【举例1】一班与二班的人数之比为 $3:7$, 已知一班比二班少20人, 求二班人数.

【标志词汇】比+具体量 ⇒ 见比设 k 再求 k

【举例2】男生与女生的数量之比为 $3:7$, 求男生与总人数之比.

【标志词汇】全比例问题 ⇒ 特值法

设男生有3人, 女生有7人 则总人数为10人 男生与总人数之比为 $3:10$

讲义 P15

现实场景中的数学问题 比与比例·两项间的比

.....

1. 【2023.03】一个分数的分子和分母之和为38，其分子和分母都减去15，约分后为 $\frac{1}{3}$ ，

则这个分数的分母与分子之差为（ ）。

A.1

B.2

C.3

D.4

E.5

【答案】D

讲义 P15

现实场景中的数学问题 比与比例

.....

考试中常见的
【比】的三种形式

直接给出整数比
给出分数形式的比
几个含有共有项的比

预处理
整理为关于所有要素的
【整数连比】

【标志词汇】比+具体量 \Rightarrow 见比设 k 再求 k

【标志词汇】全比例问题 \Rightarrow 特值法

【举例】一班与二班的人数之比为3:7 设一班有 $3k$ 人，二班有 $7k$ 人

一班、二班与三班的人数之比为3:7:5 设一班有 $3k$ 人，二班有 $7k$ 人，三班有 $5k$ 人

【举例】一班、二班、三班人数之比为 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$

【举例】一、二班人数之比为2:3，二、三班人数之比为4:5

讲义 P16

现实场景中的数学问题 比与比例·整数形式的比

2. 【2018.01】学科竞赛设一等奖、二等奖和三等奖，比例为1:3:8，获奖率为30%，已知10人获得一等奖，则参加竞赛的人数为（ ）。

A.300 B.400 C.500 D.550 E.600

【答案】 B

讲义 P16

现实场景中的数学问题 比与比例·分数形式的比

【比的基本性质】 比的每一项同时乘以相同的数（非零），比值不变。

每项同乘分母的最小公倍数，将分数形式的比化为整数形式的比

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{2} \times 18\right) : \left(\frac{1}{3} \times 18\right) : \left(\frac{1}{9} \times 18\right) = 9 : 6 : 2$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \left(\frac{1}{2} \times 30\right) : \left(\frac{1}{3} \times 30\right) : \left(\frac{2}{5} \times 30\right) = 15 : 10 : 12$$

【举例】一班、二班、三班人数之比为 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9} = 9 : 6 : 2$

设一班有 $9k$ 人，二班有 $6k$ 人，三班有 $2k$ 人

讲义 P16

现实场景中的数学问题 比与比例·分数形式的比

3. 【2012.10.01】将3700元奖金按 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{2}{5}$ 的比例分给甲、乙、丙三人，则乙应得奖金（ ）元。

- A.1000 B.1050 C.1200 D.1500 E.1700

【答案】A

讲义 P16

现实场景中的数学问题 比与比例·含有共有项的比

将下列两两项之比的形式，转化为三项整数连比的形式：几个含有共有项的比

(1) $a : b = 2 : 3$ 和 $b : c = 3 : 4$ $a : b : c = 2 : 3 : 4$

(2) $a : b = 2 : 3$ 和 $b : c = 4 : 5$

$$a : b = 2 : 3 = 8 : 12$$

$$b : c = 4 : 5 = 12 : 15$$

$$a : b : c = 8 : 12 : 15$$

以共有的项为桥梁，将其化为相同数字（最小公倍数），连成整数连比

【举例】一、二班人数之比为2:3，二、三班人数之比为4:5

设一班有8k人，二班有12k人，三班有15k人

讲义 P16

现实场景中的数学问题 比与比例 · 含有共有项的比

4. 【2023.02】已知甲、乙两公司的利润之比为3:4，甲、丙两公司的利润之比为1:2，若乙公司的利润为3000万元，则丙公司的利润为（ ）。

A.5000万元 B.4500万元 C.4000万元 D.3500万元 E.2500万元

【答案】 B

讲义 P16

现实场景中的数学问题 比与比例 · 总结

.....

考试中常见的
【比】的三种形式

直接给出整数比
给出分数形式的比
几个含有共有项的比

预处理
整理为关于所有要素的
【整数连比】

【标志词汇】比+具体量 \Rightarrow 见比设 k 再求 k
【标志词汇】全比例问题 \Rightarrow 特值法

➤ 设出的多少 k 用来表示具体量，与题中具体量相加减列等式。

只有“同类项”才能相加减

➤ 要注意识别变化的要素及相互关系

比中一项变动而另一项不变，得到一个新的比，可看作三项中两两间的比

➤ 要定位清楚[相比的要素]是哪些 $甲:乙:丙 = \frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{2}{5}$

讲义 P16

现实场景中的数学问题

.....

第二章 现实场景中的数学问题

2.2 利润与利润率

讲义 P16-P17

现实场景中的数学问题 **利润与利润率** (真题中共考过12题, 2023年未考)

.....

【举例】80元买进一件产品, 以100元销售, 促销时打八折.

成本 售价 售价 = 成本 + 利润 = 成本 + 成本 × 利润率

【利润】售价与成本之差 利润 = 100 - 80 = 20 利润 = 成本 × 利润率

【利润率】利润率是成本利润率, 即赚了成本的百分之多少

$$\text{利润率} = \frac{100 - 80}{80} \times 100\% = \frac{20}{80} \times 100\% = 25\%$$

$$\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\% = \frac{\text{售价} - \text{成本}}{\text{成本}} \times 100\%$$

(类型判断) → 识别特征点 → 定向破题 → 分析求解 → 总结、拓展

【标志词汇】利润率 ⇒ 赚了成本的百分之多少 (补全整句法).

 大师笔记: 利润与利润率 讲义 P16

⑧现实场景中的数学问题⑧ 利润与利润率

.....

5. 【2022.02】某商品的成本利润率为12%，若其成本降低20%，而售价不变，则利润率为（ ）。

A.32%

B.35%

C.40%

D.45%

E.48%

【答案】C

讲义 P16

⑧现实场景中的数学问题⑧

.....

第二章 现实场景中的数学问题

2.3 增长与增长率

讲义 P17

⑧现实场景中的数学问题⑧ 增长与增长率 (真题中共考过27题, 其中2023年1题)

.....

【关键】基准量

某人去年年收入5万, 今年年收入6万, 明年年收入7万

增长的量: 1万

【增长率】增加的数额与原来数额之间的比 增加的数额占原来数额的百分比

$$\text{增长率} = \frac{\text{新} - \text{原}}{\text{原}} \times 100\%$$

$$\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\% = \frac{\text{售价} - \text{成本}}{\text{成本}} \times 100\%$$

计算利润率时规定成本为基准量

但计算增长率时的基准量, 是取决于题目要求的.

 大师笔记: 增长与增长率 讲义 P17

⑧现实场景中的数学问题⑧ 增长与增长率

.....

【关键】基准量 $\text{增长率} = \frac{\text{新} - \text{原}}{\text{原}} \times 100\%$ 原数值为基准量 “比”字后为基准量

由2增长至4, 增长率为? $\frac{4 - 2}{2} \times 100\% = 100\%$

即4比2增长了 (2的) 100%

由4增长至6, 增长率为? $\frac{6 - 4}{4} \times 100\% = 50\%$

即6比4增长了 (4的) 50%

由4减小至2, 增长率为? $\frac{2 - 4}{4} \times 100\% = -50\%$

即2比4下降了 (4的) 50%

讲义 P17

现实场景中的数学问题 增长与增长率

.....

a 比 b 少10% b 在“比”字后, b 为基准量

$$a \text{ 比 } b \text{ 少 } b \text{ 的 } 10\%, \text{ 减少的量为 } 10\%b = 0.1b \quad a = b \times (1 - 10\%), a = 0.9b$$

b 比 a 多10% a 在“比”字后, a 为基准量

$$b \text{ 比 } a \text{ 多 } a \text{ 的 } 10\%, \text{ 增加的量 of } 10\%a = 0.1a \quad b = a \times (1 + 10\%), b = 1.1a$$

【标志词汇】 增长率问题 \Rightarrow [比]字后为基准量

- 基础问题
- 多次增减问题

讲义 P17

现实场景中的数学问题 增长与增长率 · 基础问题

.....

6. 【2023.01】 油价上涨5%后, 加满一箱油比原来多花20元, 一个月后油价下降了4%, 则加满一箱油需要 () .

- A.384元 B.401元 C.402.8元 D.403.2元 E.404元

【答案】 D

讲义 P17

现实场景中的数学问题 增长与增长率·多次增减

【多次增减】以前一次变化后的量为新的基准量，最终表现形式为连乘

【标志词汇】多次增减 \Rightarrow 连乘

➤ m 先增加10%，再减少10%

先增加10%：此时基准量为 m ，增加后的值为 $m(1 + 10\%) = 1.1m$ 。

再减少10%：此时基准量为 $1.1m$ ，减少后的值为 $1.1m(1 - 10\%) = 0.99m < m$ 。

➤ m 先减少10%，再增加10%

先减少10%：此时基准量为 m ，减少后的值为 $m(1 - 10\%) = 0.9m$ 。

再增加10%：此时基准量为 $0.9m$ ，增加后的值为 $0.9m(1 + 10\%) = 0.99m < m$ 。

【总结】先增再减相同百分比 = 先减再增相同百分比 $<$ 原数值

讲义 P17

现实场景中的数学问题 增长与增长率·多次增减

7. 【2020.01】某产品去年涨价10%，今年涨价20%，则该产品这两年涨价（ ）。

A.15% B.16% C.30% D.32% E.33%

【答案】D

讲义 P17

现实场景中的数学问题

.....

第二章 现实场景中的数学问题

2.4 浓度问题

讲义 P18

现实场景中的数学问题 浓度问题 (真题中共考过9题, 2023年未考)

.....

【浓度】某物质在总量中所占的比例.

$$\text{浓度} = \frac{\text{溶质}}{\text{溶液}} \times 100\% = \frac{\text{盐}}{\text{盐水}} \times 100\% = \frac{\text{纯酒精}}{\text{酒精溶液}} \times 100\%$$

$$\text{溶液} = \text{溶质} + \text{溶剂} \quad \text{盐水} = \text{盐} + \text{水} \quad \text{酒精溶液} = \text{纯酒精} + \text{水}$$

$$\frac{\text{溶质}}{\text{溶质} + \text{溶剂}} \times 100\% = \frac{\text{盐}}{\text{盐} + \text{水}} \times 100\% = \frac{\text{纯酒精}}{\text{纯酒精} + \text{水}} \times 100\%$$



大师笔记: 浓度问题

讲义 P18

现实场景中的数学问题 浓度问题

【浓度】某物质在总量中所占的比例.

$$\frac{\text{溶质}}{\text{溶质} + \text{溶剂}} \times 100\% = \frac{\text{盐}}{\text{盐} + \text{水}} \times 100\% = \frac{\text{纯酒精}}{\text{纯酒精} + \text{水}} \times 100\%$$

【举例】浓度为30%的盐水溶液50克，其中含水多少克？

$$\text{盐} = 50 \times 30\% = 15\text{g}$$

$$\text{水} = 50 - 15 = 35\text{g}$$

$$\text{水} = 50 \times (1 - 30\%) = 35\text{g}$$

讲义 P18

现实场景中的数学问题 浓度问题

【浓度】某物质在总量中所占的比例.

$$\frac{\text{溶质}}{\text{溶质} + \text{溶剂}} \times 100\% = \frac{\text{盐}}{\text{盐} + \text{水}} \times 100\% = \frac{\text{纯酒精}}{\text{纯酒精} + \text{水}} \times 100\%$$

浓度变化本质上是盐或水改变而带来的比例的改变.

【举例】设有 $a > b > 0$ ，对于分数 $\frac{b}{a}$ ，分子分母同加正数 c ，分数值怎样变化？

【极限分析法】 $\frac{b+c}{a+c} > \frac{b}{a}$ ($a > b > 0, c > 0$) 糖水不等式

讲义 P18

现实场景中的数学问题 浓度问题

.....

【浓度】 某物质在总量中所占的比例.

$$\frac{\text{溶质}}{\text{溶质} + \text{溶剂}} \times 100\% = \frac{\text{盐}}{\text{盐} + \text{水}} \times 100\% = \frac{\text{纯酒精}}{\text{纯酒精} + \text{水}} \times 100\%$$

浓度变化本质上是盐或水改变而带来的比例的改变.

(类型判断) → 识别特征点 → 定向破题 → 分析求解 → 总结、拓展

【标志词汇】 一般浓度问题 ⇒ 以调配前后不变的量建立等量关系

加水或者蒸发: 溶质不变

加溶质: 溶剂不变

两种不同浓度溶液混合: 混合前后溶液总质量不变, 混合前后溶质总质量不变

讲义 P18

现实场景中的数学问题 浓度问题

.....

8. 【2011.10.02】 含盐12.5%的盐水40千克蒸发掉部分水分后变成了含盐20%的盐水, 蒸发掉的水分重量为 () 千克.

A.19

B.18

C.17

D.16

E.15

【答案】 E

讲义 P18

现实场景中的数学问题

.....

第二章 现实场景中的数学问题

2.5 工程问题

讲义 P18-P19

现实场景中的数学问题 工程问题 (真题中共考过28题, 2023年未考)

.....

有关[工作总量]、[工作时间]和[工作效率]之间的关系的问题

【工作效率】 单位时间内 (小时/日/月等) 完成的工作量

$$\frac{\text{工作总量}}{\text{工作时间}} = \text{工作效率}$$

$$\text{工作总量} = \text{工作时间} \times \text{工作效率}$$

$$\frac{\text{工作总量}}{\text{工作效率}} = \text{工作时间}$$



大师笔记: 工程问题

讲义 P18

现实场景中的数学问题 工程问题

.....

有关[工作总量]、[工作时间]和[工作效率]之间的关系的问题

【工作效率】单位时间内（小时/日/月等）完成的工作量

$$\text{工作总量} = \text{工作时间} \times \text{工作效率} \quad \frac{\text{工作总量}}{\text{工作时间}} = \text{工作效率} \quad \frac{\text{工作总量}}{\text{工作效率}} = \text{工作时间}$$

三项间有固定关系（已知两项可代入关系式确定第三项）

修一条跑道，每天修25米，4天修完，跑道长度为多少？ $4\text{天} \times 25\text{米/天} = 100\text{米}$

修一条100米长的跑道，4天可以修完，每天修多少米？ $\frac{100\text{米}}{4\text{天}} = 25\text{米/天}$ 工作效率

修一条100米长的跑道，每天修25米，几天可以修完？ $\frac{100\text{米}}{25\text{米/天}} = 4\text{天}$

讲义 P18

现实场景中的数学问题 工程问题

.....

【举例】修一条跑道，4天可以修完，每天修总长度的几分之几？

【举例】修一条跑道，每天修总长度的 $\frac{1}{4}$ ，几天可以修完？

工作总量设为1时，工作效率为单位时间内完成工作总量的几分之一。
工作时间与工作效率互为倒数（互推）

$$\text{工作时间} \times \text{工作效率} = 1 \quad \text{工作效率} = \frac{1}{\text{工作时间}} \quad \text{工作时间} = \frac{1}{\text{工作效率}}$$

【标志词汇】无具体工作量的工程问题

①工作总量设为特值1（或最小公倍数）

②工作效率设为特值1（或合适的特值）

讲义 P18

现实场景中的数学问题 工程问题

【标志词汇】同时间内合作工作 \Rightarrow 效率相加 【标志词汇】效率改变 \Rightarrow 分段计算

一项工程，甲队独做需要12天完成，甲队每天完成这项工程的 $\frac{1}{12}$ 。

一项工程，乙队独做需要36天完成，乙队每天完成这项工程的 $\frac{1}{36}$ 。

两队合作每天可以完成这项工程的 $\frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{1}{9}$ ，合作共需要 9 天完成。

两队先后工作：甲做了 m 天，乙做了 n 天，刚好做完，则可能的搭配方案有？

$\frac{1}{12}m + \frac{1}{36}n = 1, 3m + n = 36$ 同一个人改变效率做，与换人做，在数学上没有区别
分段计算工作量，加总即为总工作量

$$\begin{cases} m = 10 \\ n = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 9 \\ n = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 8 \\ n = 12 \end{cases} \quad \text{等}$$

讲义 P18

现实场景中的数学问题 工程问题

9. 【模拟题】甲单独做15天可完成的某项工作，乙单独做10天就可以完成，假设甲先做了12天后再由乙接着做下去，乙完成这项工作还需要（ ）天。

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. 2 E. 1

【答案】 D

讲义 P19

现实场景中的数学问题 工程问题

.....

10. 【2019.01】某车间计划10天完成一项任务，工作了3天后因故停工2天，若要按原计划完成任务，则工作效率需要提高（ ）。

- A.20% B.30% C.40% D.50% E.60%

【答案】C

讲义 P19

现实场景中的数学问题

.....

第二章 现实场景中的数学问题

2.6 行程问题

讲义 P19-P20

现实场景中的数学问题 行程问题 (真题中共考过38题, 其中2023年2题)

.....

【行程问题】 研究在匀速条件下的路程、速度、时间三个量之间关系的问题.

三项间有固定关系 (已知两个可推出第三个)

一辆货车以4km/h的速度, 从甲地赶往乙地, 耗时5h, 则甲乙两地间距离为?

路程 = 速度 × 时间 = 4km/h × 5h = 20km $s = v \times t$

甲、乙两城市间距离为20km, 一辆货车从甲地赶往乙地耗时5h, 则货车速度为?

速度 = $\frac{\text{路程}}{\text{时间}} = \frac{20\text{km}}{5\text{h}} = 4\text{km/h}$ $v = \frac{s}{t}$

甲、乙两地间距离为20km, 一辆货车以4km/h的速度从甲地赶往乙地, 需耗时?

时间 = $\frac{\text{路程}}{\text{速度}} = \frac{20\text{km}}{4\text{km/h}} = 5\text{h}$ $t = \frac{s}{v}$



大师笔记: 行程问题

讲义 P19

现实场景中的数学问题 行程问题

.....

12. 【例题 (1)】 A城市到B城市的距离为20km, 一个人以4km/h的速度从A出发到B要多久?



A城市

B城市

行程问题[画图]是关键

时间 $t = \frac{\text{路程}s}{\text{速度}v}$

$t = \frac{s}{v} = \frac{20}{4} = 5\text{h}$

讲义 P19

现实场景中的数学问题 行程问题·相遇和追及

.....

12.【例题(2)】 A城市到B城市的距离为20km，甲从A，乙从B同时出发相向而行，甲的速度是3km/h，乙的速度是1km/h.他们经过____h会相遇，他们相遇的点距离A城市有____km.

【答案】 5 15

讲义 P19

现实场景中的数学问题 行程问题

.....

13.【2021.15】甲、乙两人相距330千米，他们驾车同时出发，经过2小时相遇，甲继续行驶2小时24分钟后到达乙的出发地，则乙的车速为（ ）.

A.70km/h B.75km/h C.80km/h D.90km/h E.96km/h

【答案】 D

讲义 P20

现实场景中的数学问题 行程问题·相遇和追及

12. 【例题 (3)】 A城市在B城市的正西方向20km，甲从A，乙从B同时出发都向东而行，甲的速度是6km/h，乙的速度是2km/h，甲经过____h能追上乙，甲追上乙的位置距离A城市有____km.

【答案】 5 30

讲义 P19

现实场景中的数学问题 行程问题·相遇和追及

14. 【2023.06】 甲乙两人从同一地点出发，甲先出发10分钟，若乙跑步追赶甲，则10分钟可追上；若乙骑车追赶甲，每分钟比跑步多行100米，则5分钟可追上.那么甲每分钟走的距离为（ ）.

A.50m B.75m C.100m D.125m E.150m

【答案】 C

讲义 P20

现实场景中的数学问题
.....

第二章 现实场景中的数学问题

2.7 平均值

讲义 P20-P21

现实场景中的数学问题 平均值·算术平均值
.....

算术平均值

设 x_1, x_2, \dots, x_n 为 n 个实数, 这 n 个数的算术平均值为:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{累加后除以个数}$$

【标志词汇】算术平均值 \Rightarrow 乘以个数求总和



大师笔记: 平均值

讲义 P20

现实场景中的数学问题 平均值·算术平均值

.....

15. 【2015.15】在某次考试中，甲、乙、丙三个班的平均成绩分别为80、81和81.5，三个班的学生分数之和为6952，三个班共有学生（ ）。

- A.85名 B.86名 C.87名 D.88名 E.90名

【答案】 B

讲义 P20

现实场景中的数学问题 平均值·算术平均值

.....

16. 【模拟题】 n 个正整数的和大于48，这 n 个正整数的算术平均值为1.2，则 n 的最小值为（ ）。

- A.41 B.40 C.48 D.45 E.55

【答案】 D

讲义 P20

现实场景中的数学问题 平均值

.....

【总结】注意隐藏的取值范围

$\frac{1}{3}n$ 代表整数（如人数等）时， n 必须为3的倍数

$\frac{3}{20}n$ 代表整数（如人数等）时， n 必须为20的倍数

$1.2n$ 代表整数（如人数等）时， n 必须为5的倍数

$0.09n$ 代表整数（如人数等）时， n 必须为100的倍数

化为最简分数后
 n 为分母的倍数

$0.075n$ 代表整数（如人数等）时， n 必须为40的倍数

$10\%n$ 代表整数（如人数等）时， n 必须为10的倍数

$15\%n$ 代表整数（如人数等）时， n 必须为20的倍数

现实场景中的数学问题 平均值·平均值的改变

.....

算术平均值 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为 n 个实数，这 n 个数的算术平均值为：

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{累加后除以个数}$$

【标志词汇】算术平均值 \Rightarrow 乘以个数求总和 多个数算术均值的改变量 = $\frac{\text{各个数改变量之和}}{n}$

【举例】若 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的算术平均值为 \bar{x} ，则 $x_1 + 1, x_2 + 2, x_3 + 3, x_4 + 4, x_5 + 5$ 的算术平均值为 $\bar{x} + 3$ 。

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}$$

$$\frac{x_1 + 1, x_2 + 2, x_3 + 3, x_4 + 4, x_5 + 5}{5} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} + \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5}$$

现实场景中的数学问题 平均值·平均值的改变

.....

算术平均值 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为 n 个实数, 这 n 个数的算术平均值为:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{累加后除以个数}$$

【标志词汇】 算术平均值 \Rightarrow 乘以个数求总和 多个数算术均值的改变量 = $\frac{\text{各个数改变量之和}}{n}$

【举例】 若 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的算术平均值为 \bar{x} , 则 $x_1 + 1, x_2 + 2, x_3 + 3, x_4 + 4, x_5 + 5$ 的算术平均值为 $\bar{x} + 3$.

各个数改变量之和为: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ 平均值的改变量为 $\frac{15}{5} = 3$

【举例】 若 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的算术平均值为 \bar{x} , 则 $x_1 - 1, x_2 + 2, x_3 - 3, x_4 + 4, x_5 - 5$ 的算术平均值为 $\bar{x} + \frac{-1 + 2 - 3 + 4 - 5}{5} = \bar{x} - 0.6$.

讲义 P20

现实场景中的数学问题 平均值·平均值的改变

.....

17. **【2019.23】** (条件充分性判断) 某校理学院五个系每年录取人数如下表:

系列	数学系	物理系	化学系	生物系	地理系
录取人数	60 \uparrow 3	120	90 \uparrow 1	60 \downarrow 2	30 \downarrow 4
改变量	$+60 \times 3$	$+0$	$+90 \times 1$	-60×2	-30×4

今年与去年相比, 物理系平均分没有变, 则理学院录取平均分升高了. ()

- (1) 数学系录取平均分升高了3分, 生物系录取平均分降低了2分.
(2) 化学系录取平均分升高了1分, 地理系录取平均分降低了4分.

【答案】 C

讲义 P21

现实场景中的数学问题
.....

第二章 现实场景中的数学问题
2.8 方差与方差的变化

讲义 P21

现实场景中的数学问题 方差与方差的变化
.....

数据①: 1, 2, 3, 4, 5

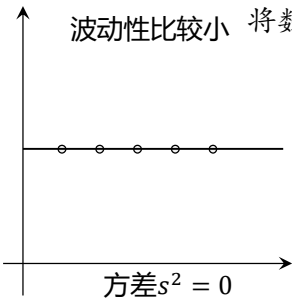
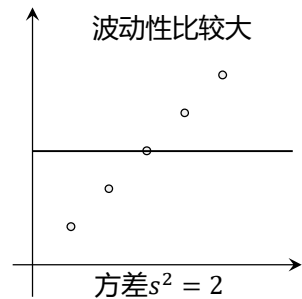
数据②: 3, 3, 3, 3, 3

平均值: 3

平均值: 3

$$\frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5}$$
 方差 数据偏离平均值的程度

梳理数据时
将数据由小到大重新排列

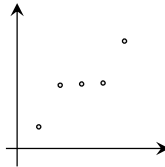


现实场景中的数学问题 方差与方差的变化

方差 在一组数据中，各数据与它们的平均值的差的平方的平均值称为这组数据的方差.

$$s^2 = \frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2) - (\bar{x})^2$$

$$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$$



方差用来反映数据波动的大小，方差大波动大，方差小波动小 **【技巧】极差估方差**

方差的算术平方根称为这组数据的标准差

【拓展知识】 当把一组数变为原来的 n 倍后，这组数的方差会变为原来的 n^2 倍；

当把一组数中的每个数都加上一个相同的数时，这组数的方差不变

讲义 P21

现实场景中的数学问题 方差与方差的变化

18. 【2023.12】跳水比赛中，裁判给某选手的一个动作打分，其平均值为8.6，方差为1.1，若去掉一个最高分9.7和一个最低分7.3，则剩余得分的（ ）.

- A. 平均值变小，方差变大 B. 平均值变小，方差变小 C. 平均值变小，方差不变
D. 平均值变大，方差变大 E. 平均值变大，方差变小

【答案】 E

讲义 P21

现实场景中的数学问题 方差与方差的变化

.....

19.【例题】实数 $0 < a < b < c < d < e$ ，两组数据 $A: \{a, b, c, d, e\}$ 和数据 $B: \{-2a, -2b, -2c, -2d, -2e\}$ ，哪组数据方差更大？

【答案】数据 B 的方差更大

讲义 P21

现实场景中的数学问题 方差与方差的变化

.....

20.【模拟题】（条件充分性判断）实数 $0 < a < b < c$ ，则可确定数据 B 的方差大。（ ）

(1) $A: \{-c, -b, -a, 0, a, b, c\}$ (2) $B: \{-c^2, -b^2, -a^2, 0, a^2, b^2, c^2\}$

【答案】E

讲义 P21