

抱佛脚第四次直播数学练习题解析

1. (条件充分性判断) 直线 $l_1: x + ky + y + k - 2 = 0$ 与直线 $l_2: kx + 2y + 8 = 0$ 平行.

(1) $k = 1$.

(2) $k = -2$.

【答案】A

【解析】【标志词汇】两条直线平行 \Rightarrow 斜率关系 $k_1 = k_2$; 系数关系 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$.

条件(1) 代入 $k = 1$ 得两直线方程为 $l_1: x + 2y - 1 = 0$, $l_2: x + 2y + 8 = 0$. 系数关系满足 $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} \neq \frac{-1}{8}$, 故两直线平行, 条件(1) 充分.

条件(2) 代入 $k = -2$ 得两直线方程为 $l_1: x - y - 4 = 0$, $l_2: x - y - 4 = 0$. 两直线重合, 条件(2) 不充分.

2. 已知 b, c 是有理数, $\sqrt{3} - 1$ 是一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的一个根, 则 $b + c =$ ().

A.4

B.2

C.-2

D.0

E.-4

【答案】D

【解析】本题符合【标志词汇】给定一个数是方程的一个根 \Rightarrow 给定一个此数满足的等式.

将 $x = \sqrt{3} - 1$ 代入到方程中可得 $(\sqrt{3} - 1)^2 + b(\sqrt{3} - 1) + c = 0$, 即 $\sqrt{3}(b - 2) + 4 - b + c = 0$.

根据【标志词汇】两实数相等, 它们的有理部分与无理部分分别相等可得:

$$\begin{cases} b - 2 = 0 \\ 4 - b + c = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b = 2 \\ c = -2 \end{cases}, \text{ 则 } b + c = 0.$$

3. (条件充分性判断) 实数 a, b 之间满足 $a = 2b$.

(1) 关于 x 的方程 $x^2 - ax + b^2 = 0$ 有两相等实根.

(2) 实数 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 为二元二次方程 $x^2 - xy - 2y^2 = 0$ 的一组解.

【答案】C

【解析】条件(1): 符合【标志词汇】一元二次方程有两个相等的实根 $\Leftrightarrow \Delta = 0$.

$\Delta = (-a)^2 - 4b^2 = (a - 2b)(a + 2b) = 0$, 解得 $a = 2b$ 或 $a = -2b$. 条件(1) 单独不充分.

条件 (2) : 由方程解的定义可知 $a^2 - ab - 2b^2 = 0$, $(a - 2b)(a + b) = 0$, 解得 $a = 2b$ 或 $a = -b$, 条件 (2) 单独不充分.

两个条件联合有 $a = 2b$, 充分.

4. (条件充分性判断) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (4m + 1)x + 2m - 1 = 0$, 则 $|m| = -m$.

(1) 方程两实根 x_1, x_2 满足 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$.

(2) 方程两实根 x_1, x_2 满足 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$.

【答案】D

【解析】本题符合【标志词汇】给出关于两根的算式, 求二次方程系数. 需要将关于两根的算式凑配为由 $x_1 + x_2$ 和 $x_1 x_2$ 表示的形式, 根据韦达定理反求系数. 根据韦达定理可知 $x_1 + x_2 = -(4m + 1)$, $x_1 \cdot x_2 = 2m - 1$.

条件 (1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-(4m + 1)}{2m - 1} = -1$, 解得 $m = -1$, 故 $|m| = |-1| = 1 = -m$, 条

件 (1) 充分. 条件 (2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-(4m + 1)}{2m - 1} = 1$, 解得 $m = 0$, 那么 $|0| = 0$, 由于零的相反数是零, 故条件 (2) 亦充分.