

抱佛脚第十一次直播数学练习题解析

1. 甲、乙两人一起去游世博会，他们约定，各自独立从 1 到 6 号任选四处进行游览，则他们最后一个景点相同的概率是（ ）.

A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{5}{36}$ D. $\frac{1}{6}$ E. $\frac{2}{9}$

【答案】D

【解析】本题符合古典概型概率.

①计算总方法数：两人按照不同顺序任意选景点的方法共有 $A_6^4 A_6^4$ 种.

②计算满足要求的方法数：两人最后一个景点相同的情况共有 $C_6^1 A_5^3 A_5^3$ 种.

③相除得概率 $P = \frac{C_6^1 A_5^3 A_5^3}{A_6^4 A_6^4} = \frac{1}{6}$.

2. 【2018.12】从标号为 1 到 10 的 10 张卡片中随机抽取 2 张，它们的标号之和能被 5 整除的概率为（ ）.

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{2}{15}$ E. $\frac{7}{45}$

【答案】A

【解析】本题符合使用穷举法的古典概型.

①计算总方法数：由题意可得从 1 到 10 随便抽取 2 张卡片，有 $C_{10}^2 = 45$ 种方法.

②穷举计算满足要求的方法数.

两张卡片标号和等于 5 的取法有 (1, 4)、(2, 3) 共 2 种；

两张卡片标号和等于 10 的取法有 (1, 9)、(2, 8)、(3, 7)、(4, 6) 共 4 种.

两张卡片标号和等于 15 的取法有 (5, 10)、(6, 9)、(7, 8) 共 3 种.

所以抽到 2 张卡片标号加起来能被 5 整除的方法数一共有 $2 + 4 + 3 = 9$ (种).

③相除得概率 $P = \frac{2+4+3}{C_{10}^2} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5}$.

3. 设 3 次独立重复试验中，事件 A 发生的概率相等. 若 A 至少发生一次的概率为 $\frac{19}{27}$ ，则事件 A 发生的概率为（ ）.

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{9}$ E. $\frac{5}{9}$

【答案】C

【解析】【标志词汇】至少问题 \Rightarrow 对立事件法 (此即：正难则反)

设每次独立重复试验中事件 A 发生的概率为 p ，则有 $1 - (1 - p)^3 = \frac{19}{27}$ ，解得 $p = \frac{1}{3}$.

4. 若 x, y 是实数, 则整式 $5x^2 + y^2 - 4xy - 4x + 9$ 的最小值为 ().

A.3 B.4 C.5 D.6 E.7

【答案】C

【解析】 【标志词汇】 利用完全平方公式求代数最值 \Rightarrow ①变形为[常数+()²]求最小值

$5x^2 + y^2 - 4xy - 4x + 9 = 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 - 4x + 4 + 5 = (2x - y)^2 + (x - 2)^2 + 5 \geq 5$, 故所求代数式最小值为 5. 当 $2x - y = 0$ 且 $x - 2 = 0$, 即 $x = 2, y = 4$ 时, 可取到此最小值.

5. 已知 $x > 0, y > 0$, 点 (x, y) 在曲线 $xy = 2$ 上移动, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值是 ().

A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{2}$ E.2

【答案】D

【解析】 此题符合 【标志词汇】 限制为正+求最值 \Rightarrow 均值定理.

$x > 0, y > 0$, 满足均值定理使用的前提条件, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}} = 2\sqrt{\frac{1}{xy}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$, 当且仅当 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ 时, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 取最小值 $\sqrt{2}$.