

抱佛脚第五次直播数学练习题解析

1. 已知对于任意实数 x ，不等式 $(a+2)x^2 + 4x + (a-1) > 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是（ ）.

A. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

B. $(-\infty, -2) \cup [2, +\infty)$

C. $(-2, 2)$

D. $(2, +\infty)$

E. $[2, +\infty)$

【答案】D

【解析】首先判断二次项系数：当 $a+2=0$ ， $a=-2$ 时，不等式变为 $4x-3>0$ ， $x>\frac{3}{4}$ ，不满足题干要求，故二次项系数不为零（ $a\neq-2$ ），在函数图像为抛物线的情况下进行讨论.

【标志词汇】一元二次不等式恒成立 $\Rightarrow >0$ 恒成立 $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 & \text{开口向上} \\ \Delta < 0 & \text{与}x\text{轴无交点} \end{cases}$

即有 $\begin{cases} a+2 > 0 \\ \Delta = 4^2 - 4(a+2)(a-1) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > -2 \\ a^2 + a - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow a$ 的取值范围为 $(2, +\infty)$.

【救命锦囊】【标志词汇】范围型选项 \Rightarrow 各选项范围内选取特值代入验证.

2. 一个等差数列共有 10 项，其中偶数项的和为 55，奇数项的和为 45，则 $a_9 - a_3 =$ （ ）.

A. 6

B. 12

C. 10

D. 9

E. -12

【答案】B

【解析】 $S_{\text{偶}} = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$ ， $S_{\text{奇}} = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ ，

$S_{\text{偶}} - S_{\text{奇}} = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} - (a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9) = 5d = 10$ ，解得 $d =$

2.

所以 $a_9 - a_3 = 6d = 12$.

3. （条件充分性判断）若 $\{a_n\}$ 为首项为 a_1 ，公差为 d 的等差数列， S_n 是数列前 n 项之和，则 $d \leq 0$.

条件（1）： $S_{10} \geq S_n$.

条件（2）： $a_{10} \times a_{11} < 0$.

【答案】A

【解析】条件（1）符合等差数列过零点的项【标志词汇】 $S_{10} \geq S_n$ ，即 S_n 有最大值 S_{10} . 由等差数列性质可知，只有当 $a_1 > 0$ ， $d < 0$ ，即数列为递减数列时，随着项数 n 的增加， S_n 先增大后减小，故 S_n 有最大值.故条件（1）充分.

条件 (2) $a_{10} \times a_{11} < 0$ 意味着 a_{10} 与 a_{11} 异号, 当 $a_{10} > 0 > a_{11}$ 时, 数列递减, $d < 0$.
当 $a_{10} < 0 < a_{11}$ 时, 数列递增, $d > 0$. 故条件 (2) 不充分.