

抱佛脚第十次直播数学练习题解析

1. 12 个篮球队中有 3 个强队，将这 12 个队分成 4 个组，每组 3 个队，要求 3 个强队在同一组.这四组按次序出征，则安排方案数共有（ ）种.

A. $C_9^3 C_6^3$ B. $4C_9^3 C_6^3$ C. $C_{12}^3 C_9^3 C_6^3$ D. $4A_9^3 A_6^3$ E. 以上答案均不正确

【答案】B

【解析】题型定位：分堆分配.

第一步：分堆.将 12 个队分成 4 组，其中 3 个强队组成一组，因此只需要将其余的 9 个队分为三组（每组 3 个队），这三个组包含元素个数相同，故需要消序： $\frac{C_9^3 \times C_6^3 \times C_3^3}{A_3^3} =$

$$\frac{C_9^3 \times C_6^3}{A_3^3}.$$

第二步：分配.这四组依次出征，需要乘以 A_4^4 排队.

根据乘法原理，安排方案数共有 $\frac{C_9^3 \times C_6^3}{A_3^3} \times A_4^4 = 4C_9^3 C_6^3$

2. 同室 4 人各写一张贺卡，写好后先将贺卡集中起来，然后每人从中拿一张别人写出的贺卡，则 4 张贺卡的不同分配方式有（ ）种.

A.2 B.6 C.9 D.11 E.23

【答案】C

【解析】本题属于四对元素错位重排，方案数为 9.

3. 从 4 名男生和 3 名女生中选出 3 人,分别从事 3 项不同的工作.若这 3 人中至少有 1 名女生,则选派方案共有（ ）种.

A.198 B.186 C.128 D.120 E.93

【答案】B

【解析】正难则反，总体剔除

【总体剔除法】“至少有 1 名女生”的反面是“一个女生也没有”，即全是男生.根据总体剔除，至少一名女生有 $C_7^3 - C_4^3$ （种）选法.选取的三个人均无法唯一确定会分得哪一种工作，即均为非确定分配，乘以 A_3^3 分配.根据乘法原理，选派方案共有 $(C_7^3 - C_4^3) \times A_3^3 = 186$ （种）.

【常规思路】至少有 1 名女生 \Leftrightarrow ①1 女 2 男，②2 女 1 男，③3 女 0 男，故分情况讨论.

①1 女 2 男： $C_3^1 C_4^2 = 18$

②2 女 1 男： $C_3^2 C_4^1 = 12$

③3 女 0 男： $C_3^3 = 1$

根据加法原理，不同选人方案有 $18 + 12 + 1 = 31$ 种.

选取的三个人均无法唯一确定会分得哪一种工作，即均为非确定分配，乘以 A_3^3 分配.

根据乘法原理，选派方案共有 $31 \times A_3^3 = 186$ （种）.