

En los siguientes problemas resolverá numéricamente cada ecuación de Euler-Lagrange que corresponda a cada coordenada generalizada. Graficando tales soluciones, en el rango de tiempos y con las condiciones iniciales indicadas, estará simulando la dinámica de tales sistemas.

La aceleración gravitatoria tiene por magnitud  $|\vec{g}| = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ .

Los problemas marcados con (\*) tienen alguna dificultad adicional, no dude en consultar.

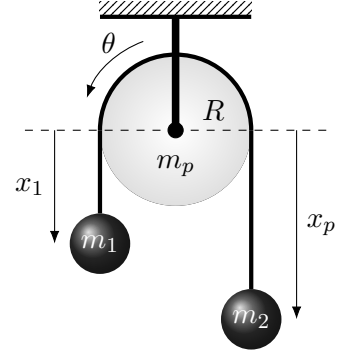
### 1. Máquina de Atwood simple

Rango de tiempo  $t = 0$  a  $10 \text{ s}$ . Parámetros físicos y condiciones iniciales:

$\ell_{\text{cuerda}} > 150 \text{ m}$ ,  $R_{\text{polea}} = 0,5 \text{ m}$ ,

$m_1 = 8 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1 \text{ kg}$ ,  $m_p = 4 \text{ kg}$ ,

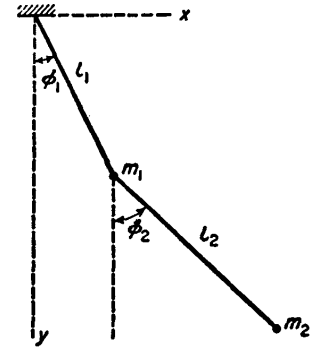
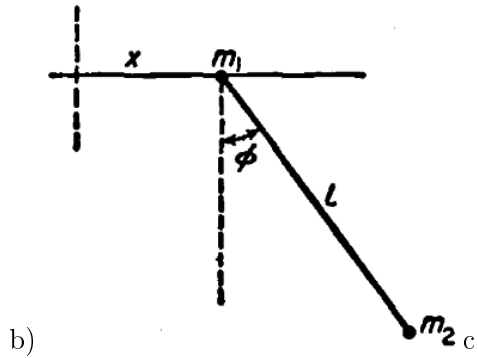
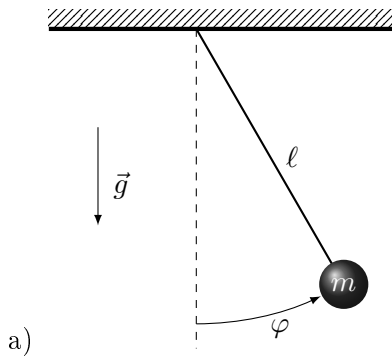
$x_1(t = 0) = 25 \text{ m}$ ,  $\dot{x}_1(t = 0) = -10 \text{ ms}^{-1}$ .



### 2. a) Péndulo rígido ideal [Marion (english) ex. 7.2]

b) Péndulo con punto de suspensión libre [Landau §5 ej. 2]

c) Péndulo doble [Landau §5 ej. 1]



Rango de tiempo  $t = 0$  a  $10 \text{ s}$ . Parámetros físicos y condiciones iniciales:

a)  $m = 3 \text{ kg}$ ,  $\ell = 2 \text{ m}$ ,  $\varphi(t = 0) = \frac{\pi}{4}$ ,  $\dot{\varphi}(t = 0) = 0$ .

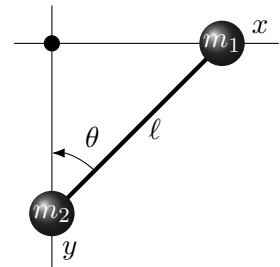
b)  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1 \text{ kg}$ ,  $\ell = 2 \text{ m}$ ,  $x(t = 0) = 1 \text{ m}$ ,  $\dot{x}(t = 0) = 0,5 \text{ ms}^{-1}$ ,  $\phi(t = 0) = \frac{\pi}{8}$ ,  $\dot{\phi}(t = 0) = 0$ .

c)  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1 \text{ kg}$ ,  $\ell_1 = 1 \text{ m}$ ,  $\ell_2 = 1 \text{ m}$ ,  
 $\phi_1(t = 0) = \frac{\pi}{8}$ ,  $\dot{\phi}_1(t = 0) = 0$ ,  $\phi_2(t = 0) = \frac{\pi}{4}$ ,  $\dot{\phi}_2(t = 0) = -\frac{\pi}{16} \text{ s}^{-1}$ .

### 3. Péndulo de pesas deslizantes y acopladas

Rango de tiempo  $t = 0$  a  $10 \text{ s}$ . Parámetros físicos y condiciones iniciales:

$m_1 = m_2 = m = 2 \text{ kg}$ ,  $l = 2 \text{ m}$ ,  $\theta(t = 0) = \frac{\pi}{4}$ ,  $\dot{\theta}(t = 0) = 0$ .



4. (\*) **Máquina de Atwood compuesta** [Marion (english) ex. 7.8]  
Rango de tiempo  $t = 0$  a 5 s. Parámetros físicos y condiciones iniciales:  
 $\ell_{\text{superior}} = 15 \text{ m}$ ,  $R_{\text{polea sup}} = 0,5 \text{ m}$ ,  $\ell_{\text{inferior}} = 15 \text{ m}$ ,  $R_{\text{polea inf}} = 0,5 \text{ m}$ ,  
 $m_1 = 1 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 3 \text{ kg}$ ,  $M_{\text{polea sup}} = 4 \text{ kg}$ ,  $M_{\text{polea inf}} = 4 \text{ kg}$ ,  
 $y_1(t=0) = 1 \text{ m}$ ,  $\dot{y}_1(t=0) = 0$ ,  $y_2(t=0) = 2 \text{ m}$ ,  $\dot{y}_2(t=0) = 0$

