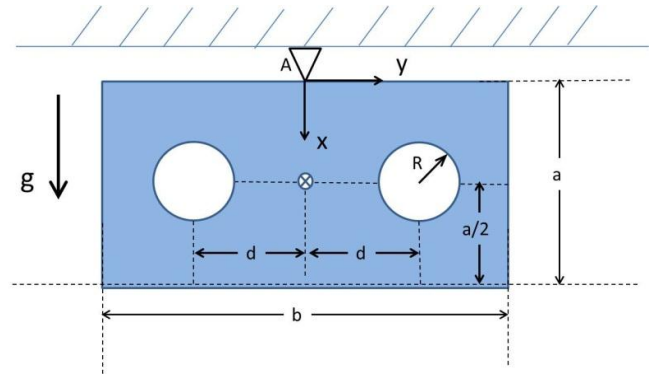


### 1. Planchuela calada

En una planchuela de densidad homogénea se calaron dos aberturas en forma simétrica. Suspendeda desde el punto A *pendulea* en el plano  $x, y$ . Por eso es relevante conocer su momento de inercia  $I_{zz}$  desde ese punto. Cuento con los datos disponibles en un taller: espesor  $e$  del material, dimensiones del plano y una  $m$  de pesada. Se sugiere seguir esta secuencia:



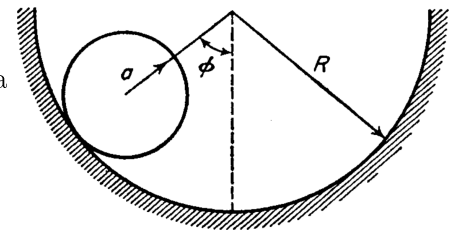
- Calcular la densidad del metal de la planchuela contemplando el área faltante por los calados.
- Idém.  $I_{zz}$  de uno de los calados circulares como si fuera de este metal.
- idem.  $I_{zz}$  de una planchuela sin calado desde su centro de masa.
- Trasladar con el teorema de Steiner los  $I_{zz}$  de ambos calados circulares al centro de la planchuela.
- Restando al  $I_{zz}$  de la planchuela sin calado el de los círculos obtenga el de la planchuela calada.
- Nuevamente con Steiner traslade el  $I_{zz}$  de la planchuela calada al punto de penduleo A.

Resultado: 
$$I_{zz} = \frac{m(-12\pi R^4 - 6\pi R^2 a^2 - 24\pi R^2 d^2 + 4a^3 b + ab^3)}{12(-2\pi R^2 + ab)}$$

### 2. Cilindro rodando en semi-cilindro [Landau §32 6]

Hallar la energía cinética de un cilindro homogéneo de radio  $a$  que rueda en el interior de una superficie cilíndrica de radio  $R$ .

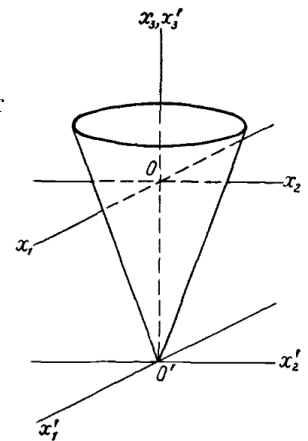
Resultado: 
$$T = \frac{3m(R-a)^2 \dot{\phi}^2}{4}$$



### 3. Cono circular de altura h y radio de la base R [Landau §32 2e]

- Calcule la posición del centro de masa  $O$  desde el vértice  $O'$ . Recuerde elegir límites de integración en función de la geometría. Resultado:  $|\overline{OO'}| = \frac{3}{4}h$ .
- Calcule los momentos de inercia desde  $O'$ .

Resultado: 
$$I_{x'_3 x'_3} = \frac{3}{10} m R^2 \quad I_{x'_1 x'_1} = I_{x'_2 x'_2} = \frac{3m(R^2 + 4h^2)}{20}$$



### 4. Cono rodante sobre un plano [Landau §32 7]

El contacto instantáneo con el plano  $XY$ ,  $\overline{OA}$ , forma los ángulo de  $\theta$  con  $X$  y  $\alpha$  con el eje del cono. El otro dato conocido es la distancia hasta el centro de masa  $a$ .

- Asumiendo conocidos los momentos de inercia desde el vértice en la dirección del eje  $I_3$  y en las perpendiculares  $I_1 = I_2$ , calcule la energía cinética. Resultado:  
$$T = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) I_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \frac{\cos^4(\alpha)}{\sin^2(\alpha)} I_3 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) m a^2 \dot{\theta}^2$$

- Expresa en la energía cinética a  $I_{1,2,3}$ ,  $\alpha$  y  $a$  en función del radio de la base del cono  $R$  y su altura  $h$ .

