Cuerpo rígido | Tensores de inercia

1. **Monóxido de carbono**
   Calcular el tensor de inercia de una molécula requiere conocer la distancia entre los átomos y sus masas.

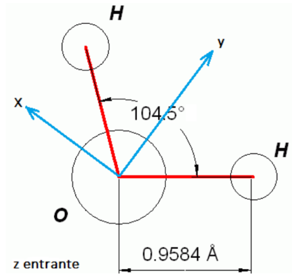
   La distancia, o longitud de enlace, puede encontrarse en el buscador de propiedades de una molécula fruto de experimentos de la *Computational Chemistry Comparison and Benchmark DataBase* del National Institute of Standards and Technology, NIST, de los E.U.A. Tras ingresar la fórmula química de la molécula, que en este caso es CO, pueden encontrarse las distancias, o aún mejor las respectivas posiciones en un sistema de referecia cartesiano, expresadas en angstrom, equivalente a $1 \cdot 10^{-10}$ m.

   La masa para cada elemento químico está expresada en unidades de masa atómica unificada, u en la tabla periódica publicada por la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada, IUPAC. Esta es la masa expresada en gramos de un mol de átomos con la proporción de isótopos que se presenta en la naturaleza. Para obtener la masa en gramos de uno sólo basta con dividirle por el número de átomos en este mol, la constante de Avogadro, $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$.

   Expresar el tensor de inercia en unidades del SI ($\mathrm{kg}^2\,\mathrm{m}$). Resultado:

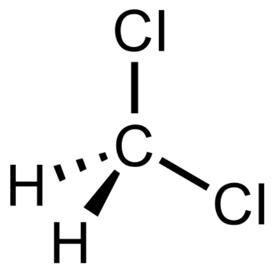
$$\bar{\bar{I}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}45 \cdot 10^{-46} & 0 \\ 0 & 0 & 1{,}45 \cdot 10^{-46} \end{bmatrix}$$

2. **Agua**
   Expresar el tensor de inercia en unidades del SI. Resultado:



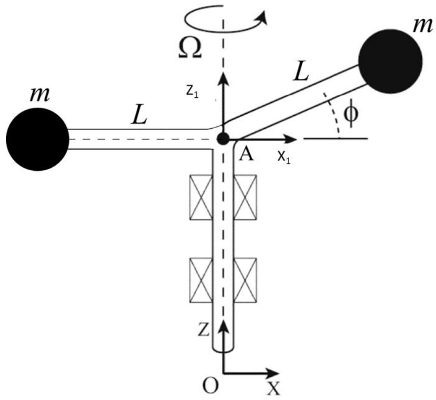
$$\bar{\bar{I}} = \begin{bmatrix} 1{,}02 \cdot 10^{-47} & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}92 \cdot 10^{-47} & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}95 \cdot 10^{-47} \end{bmatrix}$$

3. **diclorometano**
   Esta molécula tiene por fórmula química CH_2Cl_2. Expresar el tensor de inercia en unidades del SI. Resultado:



$$\bar{\bar{I}} = \begin{bmatrix} 2{,}69 \cdot 10^{-46} & 0 & 0 \\ 0 & 2{,}56 \cdot 10^{-45} & 0 \\ 0 & 0 & 1{,}04 \cdot 10^{-36} \end{bmatrix}$$

4. **Péndulo de torsión desbalanceado**
   El sistema que se muestra en la ilustración para $t = 0$ presenta pesos en los extremos de dos brazos. La barra dispuesta verticalmente se mantiene en tal dirección con rulemanes que posibilitan que el eje rote sin fricción con velocidad angular Ω constante respecto el marco inercial O_{xyz}. Para este análisis la masa de brazos y ejes es despreciable frente a la de los pesos m. Calcule:



   a) tensor de inercia respecto a A en función del tiempo $\bar{\bar{I}}_A(t)$

   b) momento angular $\vec{L}_A(t) = \bar{\bar{I}}_A(t)\vec{\Omega}$ y torque $\vec{\tau}(t) = \dot{\vec{L}}(t)$.

   Resultados:

$$\bar{\bar{I}}_A = \begin{bmatrix} \ell^2 m \left(-\cos^2(\phi)\cos^2(\Omega t) - \cos^2(\Omega t) + 2\right) & -\ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right)\sin(\Omega t)\cos(\Omega t) & \frac{\ell^2 m(\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ -\ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right)\sin(\Omega t)\cos(\Omega t) & \ell^2 m \left(\sin^2(\phi)\sin^2(\Omega t) - 2\sin^2(\Omega t) + 2\right) & -\frac{\ell^2 m(\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \frac{\ell^2 m(\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} & -\frac{\ell^2 m(\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} & \ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right) \end{bmatrix}$$

$$\vec{L}_A = \begin{bmatrix} \frac{\Omega \ell^2 m (\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ -\frac{\Omega \ell^2 m (\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \Omega \ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right) \end{bmatrix} \qquad \vec{\tau}_A = \begin{bmatrix} \frac{\Omega^2 \ell^2 m (\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \frac{\Omega^2 \ell^2 m (\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$$