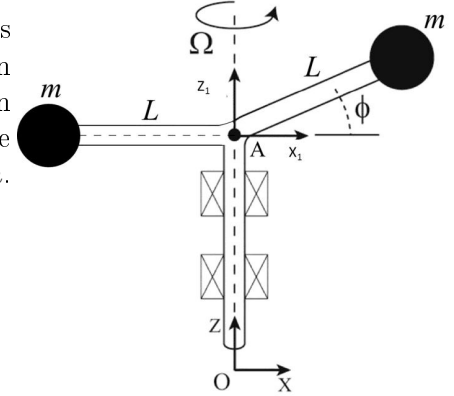


### 1. Péndulo de torsión desbalanceado

El sistema que se muestra en la ilustración para  $t = 0$  presenta pesos en los extremos de dos brazos. La barra dispuesta verticalmente se mantiene en tal dirección con rulemanes que posibilitan que el eje rote sin fricción con velocidad angular  $\Omega$  constante respecto al marco inercial  $O_{xyz}$ . Para este análisis la masa de brazos y ejes es despreciable frente a la de los pesos  $m$ . Calcule:

- tensor de inercia respecto a A en función del tiempo  $\bar{\bar{I}}_A(t)$
- momento angular  $\vec{L}_A(t) = \bar{\bar{I}}_A(t)\vec{\Omega}$  y torque  $\vec{\tau}(t) = \dot{\vec{L}}(t)$ .



Resultados:

$$\bar{\bar{I}}_A = \begin{bmatrix} \ell^2 m (-\cos^2(\phi) \cos^2(\Omega t) - \cos^2(\Omega t) + 2) & -\ell^2 m (\cos^2(\phi) + 1) \sin(\Omega t) \cos(\Omega t) & \frac{\ell^2 m (\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ -\ell^2 m (\cos^2(\phi) + 1) \sin(\Omega t) \cos(\Omega t) & \ell^2 m (\sin^2(\phi) \sin^2(\Omega t) - 2 \sin^2(\Omega t) + 2) & -\frac{\ell^2 m (\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \frac{\ell^2 m (\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} & -\frac{\ell^2 m (\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} & \ell^2 m (\cos^2(\phi) + 1) \end{bmatrix}$$

$$\vec{L}_A = \begin{bmatrix} \frac{\Omega \ell^2 m (\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ -\frac{\Omega \ell^2 m (\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \Omega \ell^2 m (\cos^2(\phi) + 1) \end{bmatrix} \quad \vec{\tau}_A = \begin{bmatrix} \frac{\Omega^2 \ell^2 m (\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \frac{\Omega^2 \ell^2 m (\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 2. Molécula de agua

Calcule los momentos de inercia en el SI para una molécula de  $H_2O$ . En CNPT se abre con un ángulo de  $104,5^\circ$  y median  $95,84$  pm entre O y H. Resultado:

$$\bar{\bar{I}} = \begin{bmatrix} 1,02353565118967 \cdot 10^{-47} & 0 & 0 \\ 0 & 1,92240664746526 \cdot 10^{-47} & 0 \\ 0 & 0 & 2,94594229865493 \cdot 10^{-47} \end{bmatrix}$$

