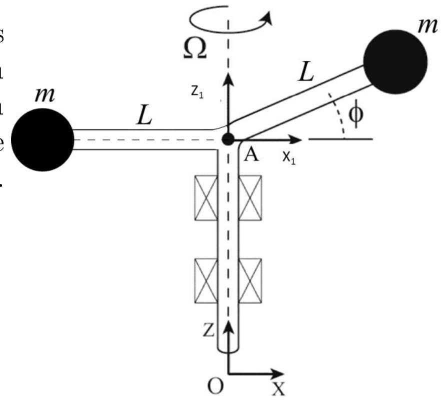
Cuerpo rígido | Tensores de inercia

1. **Péndulo de torsión desbalanceado**
El sistema que se muestra en la ilustración para $t = 0$ presenta pesos en los extremos de dos brazos. La barra dispuesta verticalmente se mantiene en tal dirección con rulemanes que posibilitan que el eje rote sin fricción con velocidad angular Ω constante respecto el marco inercial O_{xyz}. Para este análisis la masa de brazos y ejes es despreciable frente a la de los pesos m. Calcule:



   a) tensor de inercia respecto a A en función del tiempo $\overline{\overline{I}}_A(t)$

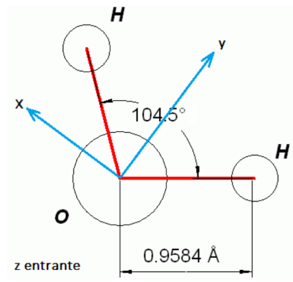
   b) momento angular $\vec{L}_A(t) = \overline{\overline{I}}_A(t)\vec{\Omega}$ y torque $\vec{\tau}(t) = \dot{\vec{L}}(t)$.

Resultados:

$$\overline{\overline{I}}_A = \begin{bmatrix} \ell^2 m \left(-\cos^2(\phi)\cos^2(\Omega t) - \cos^2(\Omega t) + 2\right) & -\ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right)\sin(\Omega t)\cos(\Omega t) & \frac{\ell^2 m(\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ -\ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right)\sin(\Omega t)\cos(\Omega t) & \ell^2 m \left(\sin^2(\phi)\sin^2(\Omega t) - 2\sin^2(\Omega t) + 2\right) & -\frac{\ell^2 m(\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right) & -\frac{\ell^2 m(\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} & \ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right) \end{bmatrix}$$

$$\vec{L}_A = \begin{bmatrix} \frac{\Omega \ell^2 m(\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ -\frac{\Omega \ell^2 m(\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \Omega \ell^2 m \left(\cos^2(\phi) + 1\right) \end{bmatrix} \qquad \vec{\tau}_A = \begin{bmatrix} \frac{\Omega^2 \ell^2 m(\cos(\Omega t - 2\phi) - \cos(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ \frac{\Omega^2 \ell^2 m(\sin(\Omega t - 2\phi) - \sin(\Omega t + 2\phi))}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. **Molécula de agua**
Calcule los momentos de inercia en el SI para una molécula de H_2O. En CNPT se abre con un ángulo de 104,5° y median 95,84 pm entre O y H. Resultado:



$$\overline{\overline{I}} = \begin{bmatrix} 1{,}02353565118967 \cdot 10^{-47} & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}92240664746526 \cdot 10^{-47} & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}94594229865493 \cdot 10^{-47} \end{bmatrix}$$