

## CUERPO RÍGIDO | DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE MASA

## 1. Tensor de inercia de una barra

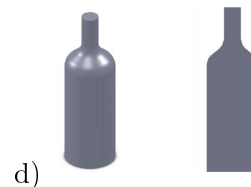
Se tiene una barra de  $m = 1$  kg de sección despreciable frente a  $l = 1$  m. De alinear un eje ( $\hat{z}$ ) con ella,

a) Calcular sus momentos de inercia.

b) Mostrar que sucede con los productos de inercia.

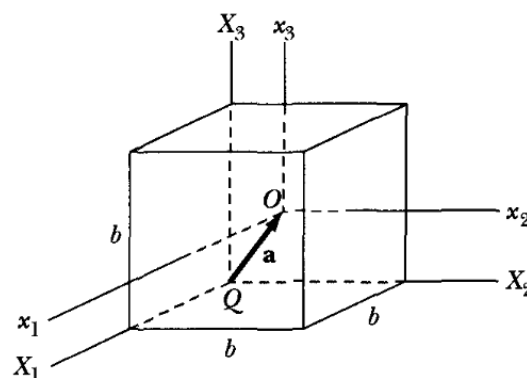
## 2. Ejes convenientes para el cálculo del momentos de inercia

Se dibujan vistas en perspectiva de diversos objetos. Sobre estos dibujar los ejes intersectando en el punto más conveniente para el cálculo de momentos de inercia, esto es, en el centro de masa. Hacer lo mismo con los dos ejes que corresponden a la proyección en planta.

3. Cubo con arista  $b$  [Marion (e) ex. 11-3]

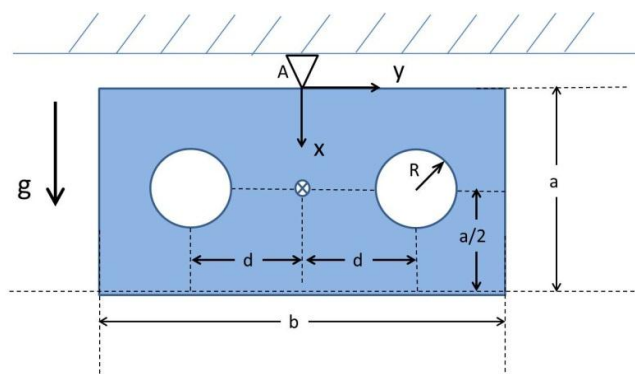
a) Calcular el tensor de inercia desde el sistema de ejes  $x_i$  con origen en el centro de masa  $O$ .

b) Usar la forma general del teorema de ejes paralelos de Steiner para calcularlo en el sistema  $X_i$  con origen en el vértice  $Q$



## 4. Planchuela calada

En una planchuela de densidad homogénea se calaron dos aberturas en forma simétrica. Suspendida desde el punto A *pendulea* en el plano  $x, y$ . Por eso es relevante conocer su momento de inercia  $I_{zz}$  desde ese punto. Se cuenta con los datos disponibles en un taller: espesor  $e$  del material, dimensiones del plano y una  $m$  de pesada. Seguir esta secuencia e informar los resultados parciales:



a) Calcular la densidad del metal de la planchuela contemplando el área faltante por los calados.

b) Idém.  $I_{zz}$  de uno de los calados circulares como si fuera de éste metal.

c) ídem.  $I_{zz}$  de una planchuela sin calado desde su centro de masa.

d) Trasladar con el teorema de Steiner los  $I_{zz}$  de ambos calados circulares al centro de la planchuela.

e) Restar al  $I_{zz}$  de la planchuela sin calado el de los círculos para obtener el de la planchuela calada.

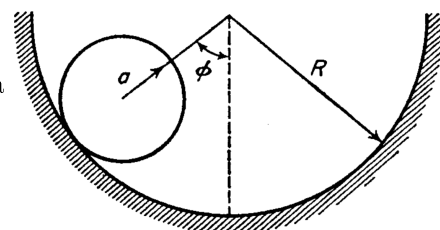
f) Nuevamente con Steiner trasladar el  $I_{zz}$  de la planchuela calada al punto de penduleo A.

$$\text{Resultado: } I_{zz} = \frac{m(-12\pi R^4 - 6\pi R^2 a^2 - 24\pi R^2 d^2 + 4a^3 b + ab^3)}{12(-2\pi R^2 + ab)}$$

## 5. Cilindro dentro de semi-cilindro [Landau §32 6]

Hallar la energía cinética de un cilindro homogéneo de radio  $a$  que rueda en el interior de una superficie cilíndrica de radio  $R$ .

$$\text{Resultado: } T = \frac{3m(R-a)^2 \dot{\phi}^2}{4}$$



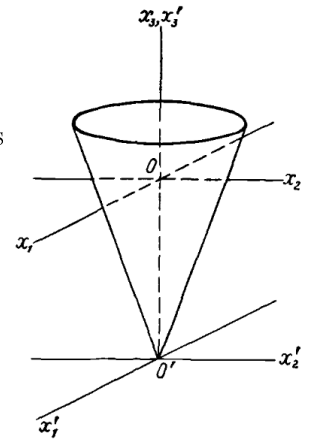
6. **Cono** [Landau §32 2e]

Este cono tiene una base circular de radio  $R$  y una altura  $h$ .

- a) Calcular la posición del centro de masa  $O$  desde el vértice  $O'$ . Elegir límites de integración en función de la geometría. Resultado:  $|\overline{OO'}| = \frac{3}{4}h$ .

- b) Calcular los momentos de inercia desde  $O'$ .

Resultado:  $I_{x'_3x'_3} = \frac{3}{10}mR^2 \quad I_{x'_1x'_1} = I_{x'_2x'_2} = \frac{3m(R^2 + 4h^2)}{20}$



7. Cono rodante sobre un plano [Landau §32 7]

El contacto instantáneo con el plano  $XY$ ,  $\overline{OA}$ , forma los ángulos  $\theta$  con  $X$  y  $\alpha$  con el eje del cono. El otro dato conocido es la distancia hasta el centro de masa  $a$ .

- a) Asumiendo conocidos los momentos de inercia desde el vértice en la dirección del eje  $I_3$  y en las perpendiculares  $I_1 = I_2$ , calcular la energía cinética. Resultado:

$$T = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) I_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \frac{\cos^4(\alpha)}{\sin^2(\alpha)} I_3 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) m a^2 \dot{\theta}^2$$

- b) Expresar en la energía cinética a  $I_{1,2,3}$ ,  $\alpha$  y  $a$  en función del radio de la base del cono  $R$  y su altura  $h$ .

