

CUERPO RÍGIDO | DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE MASA

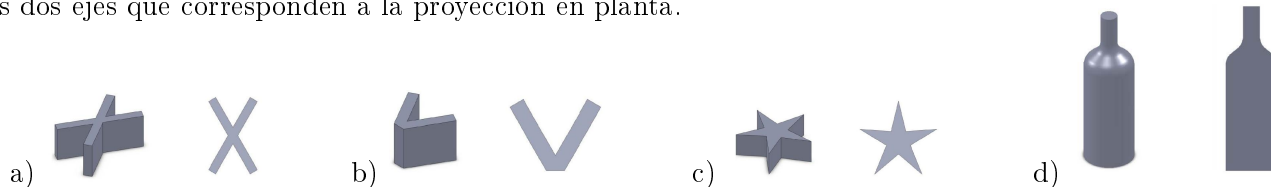
1. Tensor de inercia de una barra

Se tiene una barra de $m = 1 \text{ kg}$ de sección despreciable frente a $l = 1 \text{ m}$. De alinear un eje (\hat{z}) con ella,

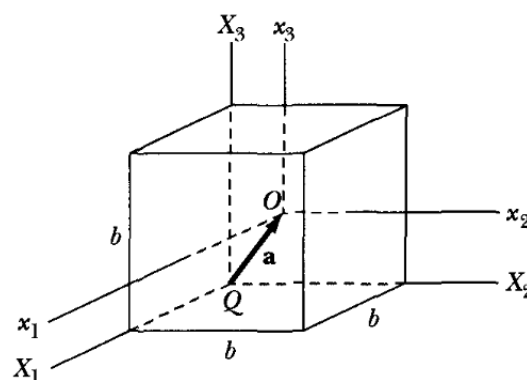
- a) Calcule sus momentos de inercia. b) Muestre que sucede con los productos de inercia.

2. Ejes convenientes para el cálculo del momentos de inercia

Se dibujan vistas en perspectiva de diversos objetos. Sobre estos dibuje los ejes intersectando en el punto más conveniente para el cálculo de momentos de inercia, esto es, en el centro de masa. Haga lo mismo con los dos ejes que corresponden a la proyección en planta.

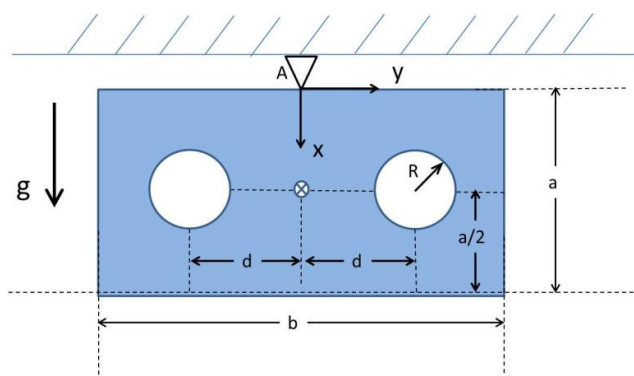
3. Cubo con arista b [Marion (e) ex. 11-3]

- a) Calcule el tensor de inercia desde el sistema de ejes x_i con origen en el centro de masa O .
- b) Use la forma general del teorema de ejes paralelos de Steiner para calcularlo en el sistema X_i con origen en el vértice Q



4. Planchuela calada

En una planchuela de densidad homogénea se calaron dos aberturas en forma simétrica. Suspendida desde el punto A *pendulea* en el plano x, y . Por eso es relevante conocer su momento de inercia I_{zz} desde ese punto. Cuenten con los datos disponibles en un taller: espesor e del material, dimensiones del plano y una m de pesada. Se sugiere seguir esta secuencia:



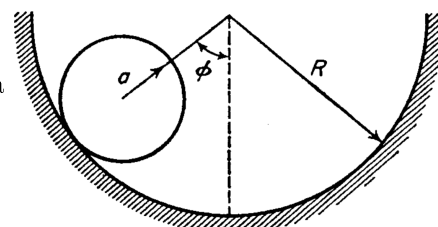
- a) Calcular la densidad del metal de la planchuela contemplando el área faltante por los calados.
- b) Idém. I_{zz} de uno de los calados circulares como si fuera de este metal.
- c) ídem. I_{zz} de una planchuela sin calado desde su centro de masa.
- d) Trasladar con el teorema de Steiner los I_{zz} de ambos calados circulares al centro de la planchuela.
- e) Restando al I_{zz} de la planchuela sin calado el de los círculos obtenga el de la planchuela calada.
- f) Nuevamente con Steiner traslade el I_{zz} de la planchuela calada al punto de penduleo A.

$$\text{Resultado: } I_{zz} = \frac{m(-12\pi R^4 - 6\pi R^2 a^2 - 24\pi R^2 d^2 + 4a^3 b + ab^3)}{12(-2\pi R^2 + ab)}$$

5. Cilindro en semi-cilindro [Landau §32 6]

Hallar la energía cinética de un cilindro homogéneo de radio a que rueda en el interior de una superficie cilíndrica de radio R .

$$\text{Resultado: } T = \frac{3m(R-a)^2 \dot{\phi}^2}{4}$$



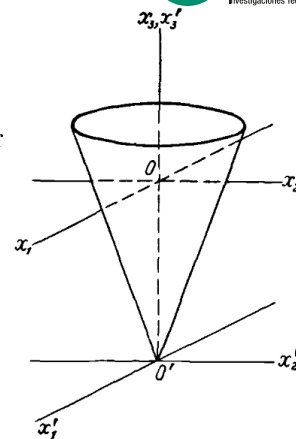
6. **Cono** [Landau §32 2e]

Este cono tiene una base circular de radio R y una altura h .

a) Calcule la posición del centro de masa O desde el vértice O' . Recuerde elegir límites de integración en función de la geometría. Resultado: $|\overline{OO'}| = \frac{3}{4}h$.

b) Calcule los momentos de inercia desde O' .

Resultado: $I_{x'_3x'_3} = \frac{3}{10}mR^2 \quad I_{x'_1x'_1} = I_{x'_2x'_2} = \frac{3m(R^2+4h^2)}{20}$



7. **Cono rodante sobre un plano** [Landau §32 7]

El contacto instantáneo con el plano XY , \overline{OA} , forma los ángulo de θ con X y α con el eje del cono. El otro dato conocido es la distancia hasta el centro de masa a .

- a) Asumiendo conocidos los momentos de inercia desde el vértice en la dirección del eje I_3 y en las perpendiculares $I_1 = I_2$, calcule la energía cinética. Resultado:

$$T = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) I_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \frac{\cos^4(\alpha)}{\sin^2(\alpha)} I_3 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) m a^2 \dot{\theta}^2$$

- b) Exprese en la energía cinética a $I_{1,2,3}$, α y a en función del radio de la base del cono R y su altura h .

