

TERCERA PARTE

Guía de Actividades Nº 7:

ROTACIÓN DE CUERPOS RÍGIDOS

7-1. Calcula el momento de torsión (magnitud y dirección) respecto del punto **O** debido a la fuerza **F** en cada una de las situaciones mostradas en la **Figura 7-1**. En todos los casos, la fuerza **F** y la varilla están en el plano de la página, la varilla mide 4,0 m de largo y la fuerza tiene magnitud $F = 10 \text{ N}$.

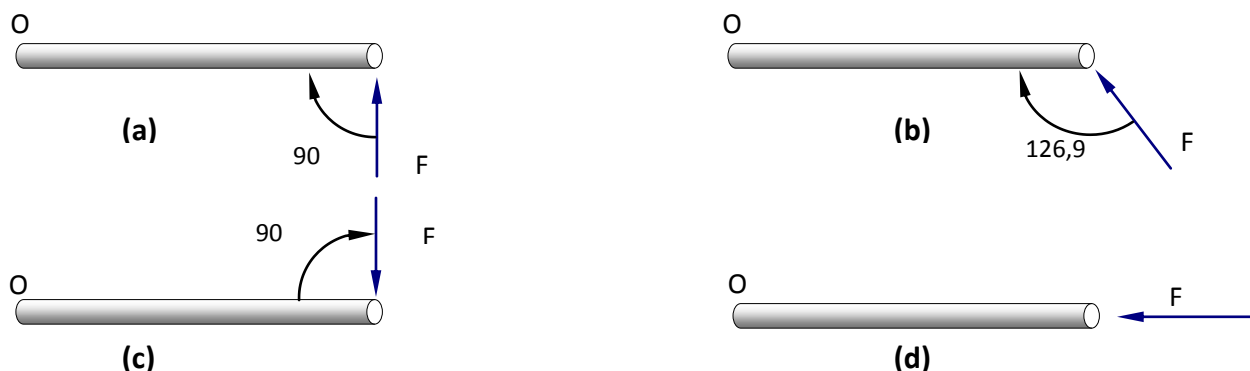


Figura 7-1 1

7-2. Una rueda de masa m y radio R (**Figura 7-2**) descansa sobre una superficie horizontal, apoyada contra un escalón de altura h con $h < R$. La rueda ha de subir el escalón mediante una fuerza F aplicada al eje de la rueda. Demuestra que la fuerza F necesaria para que la rueda suba el escalón es igual a:

$$\frac{m \cdot g \cdot [h \cdot (2 \cdot R - h)]^{\frac{1}{2}}}{(R - h)}$$

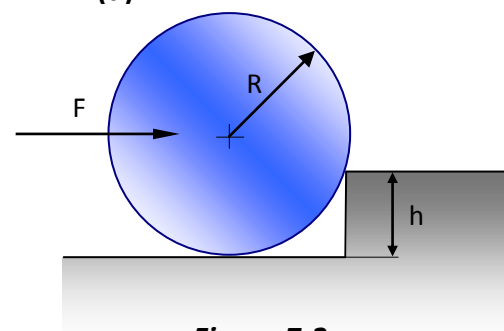


Figura 7-2

7-3. La puerta del corral de la **Figura 7-3** tiene 4,00 m de ancho y 2,00 m de altura y pesa 500 N; su centro de masa está en su centro geométrico, y tiene bisagras en A y B. Para aliviar la tensión en la bisagra superior, se instala el alambre CD. La tensión en CD se aumenta hasta que la fuerza horizontal en la bisagra A es cero.

- ¿Qué tensión hay en el alambre CD?
- ¿Qué magnitud tiene la componente horizontal de la fuerza en la bisagra B?
- ¿Qué fuerza vertical combinada ejercen las bisagras A y B?

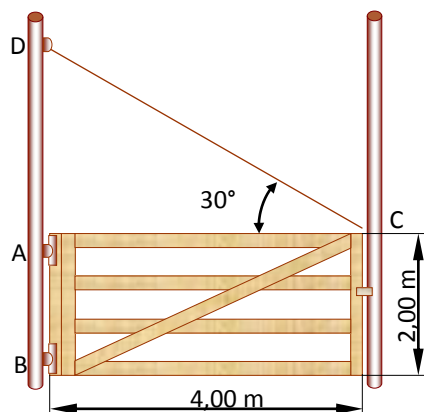


Figura 7-3

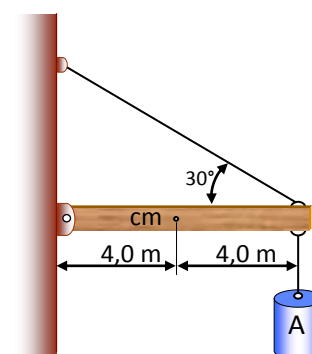


Figura 7-4

7-4. Verificar que la tensión del cable de la **Figura 7-4** es igual a 2000 N. Si el cuerpo A pesa 800 N y el puntal pesa 400 N y su centro de masa se encuentra en su punto medio.

7-5. Una puerta de cochera está montada en un riel superior (ver **Figura 7-5**). Las ruedas en A y B se oxidaron, de modo que no ruedan, sino que se deslizan sobre el riel. El coeficiente de fricción cinética es de 0,520. La distancia entre las ruedas es de 2,00 m, y cada una está a 0,50 m del borde vertical de la puerta. La puerta es uniforme y pesa 950 N. Una fuerza horizontal F , la empuja hacia la izquierda con rapidez constante,

- Si la distancia h es de 1,60 m, ¿qué componente vertical de fuerza ejerce el riel sobre cada rueda?
- Calcula el valor máximo que puede tener h para que una rueda no se levante del riel.

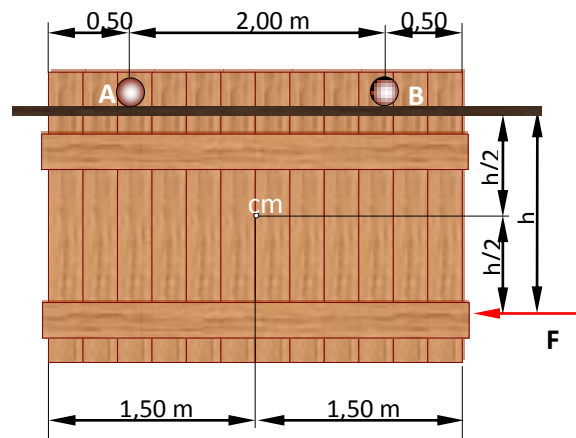


Figura 7-5

7-6. En el problema anterior verifica que la suma de los momentos respecto del centro de masa es nulo (utiliza las componentes verticales evaluadas en el punto **a**) de dicho problema)

7-7. Una escalera homogénea de masa m y longitud L está apoyada en el piso y en una pared vertical, formando un ángulo θ con la pared.

- Has el diagrama de cuerpo libre de la escalera y plantear las condiciones de equilibrio. ¿El número de incógnitas y de ecuaciones permite resolver el problema?
- Considera despreciable el rozamiento contra la pared, y un coeficiente de rozamiento estático μ_e contra el piso. Calcula el ángulo límite con que puede ubicarse la escalera, para que ésta no deslice sobre el piso.
- Siendo el rozamiento contra la pared despreciable, se coloca la escalera de longitud $L=10$ m y $m=10$ kg, formando un ángulo $\theta_0 = 30^\circ$. Determina si la escalera permanece en equilibrio, para un coeficiente de rozamiento estático $\mu_e = 0,2$ y otro de 0,4. Si está en equilibrio, ¿cuánto valen la fuerza de reacción del piso y de la pared?

7-8. Simula ambas situaciones planteadas en el ítem **c**) del problema anterior, con un coeficiente de rozamiento cinético $\mu_c = 0,4$.

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/escalera1/escalera1.htm#Escalera%20apoyada%20en%20dos%20paredes%20perpendiculares

7-9. Dos esferas uniformes de 75,0 g y 2,00 cm de diámetro se apilan como se muestra en la **Figura 7-6**, en un recipiente de 3,00 cm de ancho. Calcula la fuerza que el recipiente ejerce sobre las esferas en los únicos puntos de contacto A, B y C.

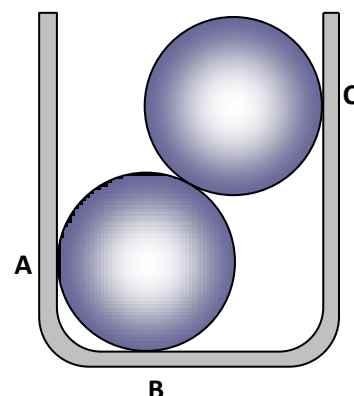


Figura 7-6

7-10. En el problema anterior, verifica que la fuerza que ejerce cada esfera sobre la otra es igual a 0,848 N.

7-11. Una varilla rígida, de longitud L y masa despreciable, tiene una masa puntual $2m$ en su centro y otra masa m en un extremo, pudiendo girar alrededor del otro extremo O (**Figura 7-7**).

- Calcula el centro de masa respecto del punto O .
- Calcula el momento de inercia del sistema, respecto de un eje perpendicular a la barra, que pase por O .
- Calcula el momento de inercia respecto de un eje perpendicular a la barra, que pase por el centro de masa.

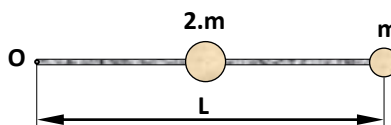


Figura 7-7

7-12. Bloques pequeños de masa m están sujetos en los extremos y el centro de una varilla ligera de longitud L . Demuestra que el momento de inercia del sistema alrededor de un eje perpendicular a la varilla y que pasa por un punto a un cuarto de su longitud es igual a $\frac{11}{16} \cdot m \cdot L^2$. Desprecia el momento de inercia de la varilla.

7-13. De un disco circular de radio R se corta otro disco de diámetro R , como se indica en la **Figura 7-8**. Calcula el momento de inercia de la porción restante del primer disco respecto de un eje trazado por O perpendicularmente a su plano, expresándolo en función de R y de M : masa de la figura resultante.

Obs.: Momento de Inercia de un disco circular con respecto a un eje que pasa por su centro de masa = $\frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$

7-14. Considera un cuerpo formado por dos masas esféricas de 5,0 kg cada una, conectadas entre sí por una barra rígida liviana de 1,0 m de largo (**Figura 7-9**). Tratando ambas esferas como partículas puntuales y despreciando la masa de la varilla, demuestra que el momento de inercia del cuerpo:

- Respecto a un eje perpendicular a la varilla y que pase por su centro C es igual a $2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
- Respecto a un eje normal a la varilla y que pase por una de las esferas es igual a $5,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

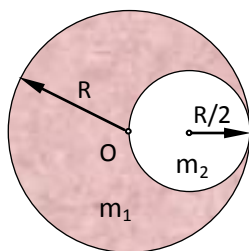


Figura 7-8

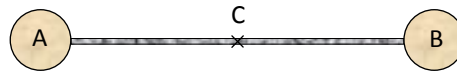


Figura 7-9

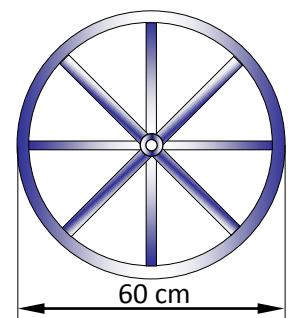


Figura 7-10

7-15. Una rueda como se muestra en la **Figura 7-10** tiene diámetro de 60 cm y la masa de su borde es de 1,4 kg. Cada rayo, que está sobre un diámetro y tiene 30 cm de longitud, tiene 0,28 kg. ¿Qué momento de inercia tiene la rueda alrededor de un eje que pasa por su centro y es perpendicular a su plano?

Obs.: Momento de Inercia de un cilindro hueco de pared delgada con respecto a un eje que pasa por su centro de masa = $M \cdot R^2$

Momento de Inercia de una varilla delgada con respecto a un eje que pasa por su centro de masa = $\frac{1}{12} M \cdot L^2$

7-16. Una lámina de acero rectangular delgada tiene lados que miden a y b y masa M . Demuestra que el momento de inercia de la lámina alrededor de un eje perpendicular al plano de la lámina y que pasa por una esquina es igual a: $M \cdot (a^2 + b^2)/3$

Obs.: Momento de Inercia de una placa delgada respecto a un eje que pasa por su centro de masa: $M (a^2 + b^2)/12$

7-17. La polea de la **Figura 7-11** tiene 0,16 m de radio, gira sin fricción sobre un eje horizontal fijo y su momento de inercia es de $0,48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Considerar a la cuerda de masa despreciable y que no resbala en la polea. Usa métodos de energía para calcular la rapidez del bloque de 4,0 kg cuando ha descendido 5,0 m.

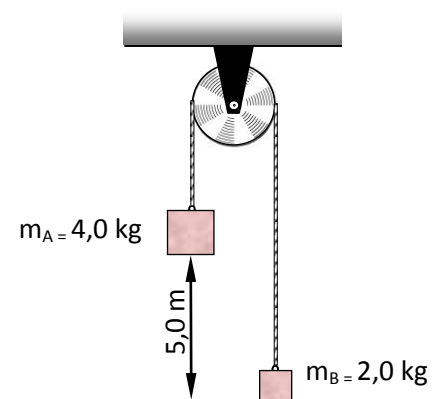


Figura 7-11

7-18. Una cuerda de masa despreciable se enrolla en un cilindro hueco de 4,0 kg que gira sin fricción sobre un eje horizontal fijo. El cilindro está unido al eje mediante rayos cuyo momento de inercia es despreciable, e inicialmente está en reposo. Se tira del extremo libre de la cuerda con fuerza constante F

una distancia de 5,0 m, punto en el cual la cuerda se está moviendo a 5,0 m/s. Si la cuerda no resbala sobre el cilindro, demuestra que F vale 10 N

7-19. En el sistema que muestra la **Figura 7-12**, un cuerpo de 12 kg se suelta desde el reposo y cae, haciendo que el cilindro uniforme de 10 kg y 30 cm de diámetro gire en torno a un eje sin fricción que pasa por su centro. ¿Qué distancia descenderá el cuerpo para impartir al cilindro 250 J de energía cinética? Si la cuerda es de masa despreciable y no resbala en la polea.

Obs.: Momento de Inercia de un cilindro macizo con respecto a un eje que pasa por su centro de masa = $\frac{1}{2} M.R^2$

7-20. Un volante de radio $R = 30$ cm cuyo momento de inercia se desea medir experimentalmente. Arrollada a su eje, cuyo radio es $r = 20$ cm y masa despreciable, hay una cuerda de la que pende un cuerpo de masa $m_2 = 200$ g, como se indica en la **Figura 7-13**. De otra cuerda, arrollada en su periferia, pende otro cuerpo de $m_1 = 300$ g. Se deja libre el sistema desde el reposo, con ambos cuerpos a la misma altura y se mide la velocidad que adquiere el cuerpo m_1 cuando éste se ha desplazado 50 cm.

a) Simula la situación planteada para obtener el valor del momento de inercia del volante (correr el programa y detenerlo cuando h_1 sea 50 cm, usando el paso a paso cuando se esté cerca de ese valor):

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/dinamica/dinamica.htm#Actividades>

b) Determina analíticamente el momento de inercia del disco, utilizando para ello, el valor de v_1 que arroja el programa y compara con el resultado anterior.

Nota: el valor de I en el simulador se genera aleatoriamente cada vez que se abre el programa, por los valores obtenidos por cada alumno pueden ser diferentes.

7-21. Dos discos metálicos, con radios $R_1 = 2,50$ cm y $R_2 = 5,00$ cm y masas $m_1 = 0,80$ kg y $m_2 = 1,60$ kg, se sueldan juntos y se montan en un eje sin fricción que pasa por su centro común (**Figura 7-14**)

a) ¿Qué momento de inercia total tienen los discos?

b) Un hilo ligero se enrolla en el disco más chico y se cuelga de él un bloque de $m_3 = 1,50$ kg. Si el bloque se suelta del reposo a una altura de 2,00 m sobre el piso, ¿qué rapidez tiene justo antes de golpear el piso?

c) Repite la parte (b) pero ahora con el hilo enrollado en el disco grande. ¿En qué caso alcanza mayor rapidez el bloque? Justifique.

Obs.: Momento de Inercia de un cilindro macizo con respecto a un eje que pasa por centro de masa = $\frac{1}{2} M.R^2$

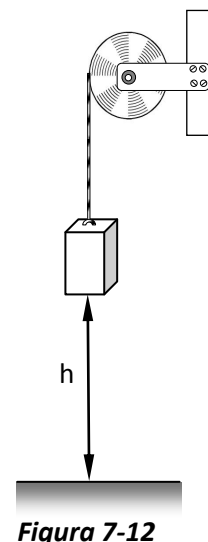


Figura 7-12

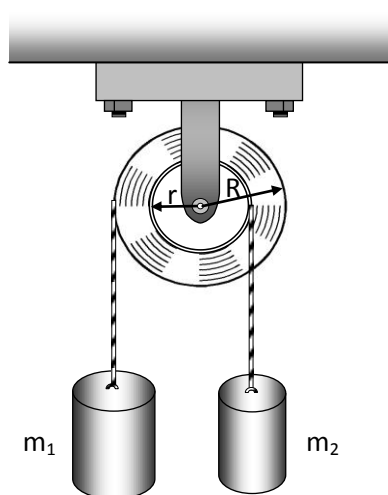


Figura 7-13

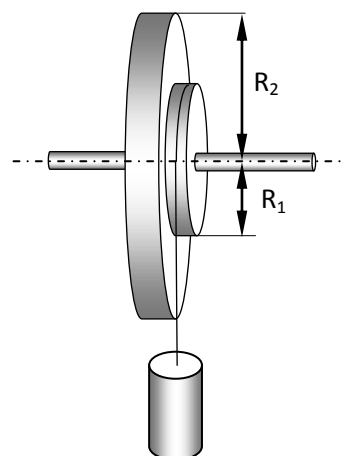


Figura 7-14

7-22. En el extremo superior de un plano inclinado que forma 30° con respecto a la horizontal como muestra la **Figura 7-15**, hay una polea **C** formada por un cilindro macizo, por cuya garganta pasa un cordón inextensible y sin peso apreciable. En uno de los extremos del cordón se sostiene un cuerpo **B**, el otro se mantiene paralelo al plano inclinado y tiene atado en su extremo un cuerpo **A**. Si no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano. Los dos cuerpos y la polea tienen la misma masa. Demuestra que la velocidad del cuerpo **B** cuando ha descendido h es igual a:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{5}}$$

Obs.: Momento de Inercia de un cilindro macizo con respecto a un eje que pasa por su centro de masa $= \frac{1}{2} M \cdot R^2$

7-23. El cilindro macizo **A** de 10,0 kg y 20,0 cm de radio descansa sobre un plano inclinado que forma $\varphi = 36,9^\circ$ con respecto a la horizontal. Se ata un hilo mediante un eje sin fricción que pasa por el centro del cilindro de modo que este puede girar sobre el eje. El hilo pasa por una polea **B** con forma de disco de 10,0 kg y 20,0 cm de radio montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Un bloque **C** de 20,0 kg se suspende del extremo libre del hilo (**Figura 7-16**). El hilo no resbala en la polea, y el cilindro rueda sin resbalar sobre el plano inclinado. Si el sistema se libera del reposo.

a) Calcula la velocidad del bloque **C** cuando ha descendido 1,00 m.

b) Calcula la aceleración angular de la polea **B**.

Obs.: Momento de Inercia de un cilindro macizo con respecto a un eje que pasa por su centro de masa $= \frac{1}{2} M \cdot R^2$

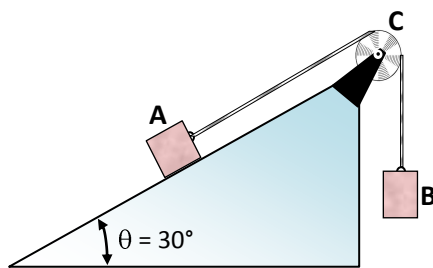


Figura 7-15

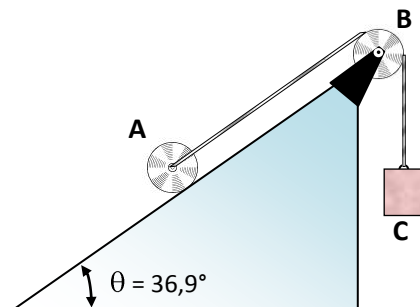


Figura 7-16

7-24. Un cilindro macizo uniforme de masa m y radio $2R$ descansa en una mesa horizontal. Se ata un hilo mediante un eje sin fricción que pasa por el centro del cilindro de modo que este puede girar sobre el eje. El hilo pasa por una polea con forma de disco de masa m y radio R montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Un bloque de masa m se suspende del extremo libre del hilo (**Figura 7-17**). El hilo no resbala en la polea, y el cilindro rueda sin resbalar sobre la mesa. El sistema se libera del reposo. Demuestra que la velocidad final que tendrá el bloque hacia abajo es igual a:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{3}}$$

Obs.: Momento de Inercia de un cilindro macizo con respecto a un eje que pasa por su centro de masa $= \frac{1}{2} M \cdot R^2$

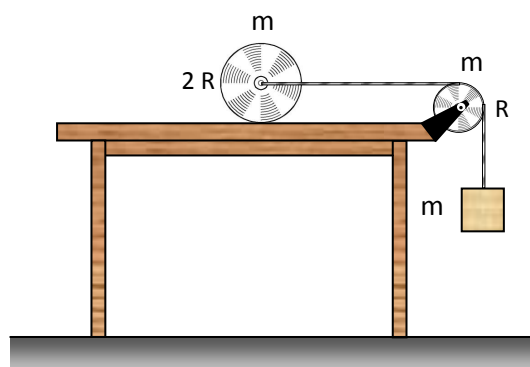


Figura 7-17

7-25. Un cilindro macizo de 100 kg y 60,0 cm de radio rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal con velocidad de traslación de 1,00 m/s. Calcula:

- a) Su energía cinética de traslación.
- b) Su energía cinética de rotación.
- c) La altura a la que podría subir por un plano inclinado.

Obs.: Momento de Inercia cilindro macizo con respecto a un eje que pasa por su centro de masa = $\frac{1}{2} M.R^2$

7-26. Enrollamos una cuerda a un cilindro macizo y homogéneo de 10 kg y el otro extremo de la cuerda se fija al techo, como indica la **Figura 7-18**. Soltamos el sistema partiendo del reposo, de forma que al caer, la cuerda va desenrollándose. Demuestra que la velocidad del centro de masa del cilindro cuando haya descendido 2,00 m es igual a 5,11 m/s

Obs.: Momento de Inercia de un cilindro macizo con respecto a un eje que pasa por su centro de masa = $\frac{1}{2} M.R^2$

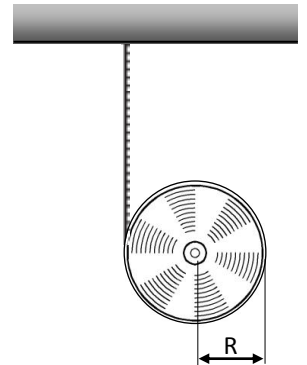


Figura 7-18

7-27. A lo largo de un plano inclinado de longitud 1,00 m y que forma un ángulo de 30° con la horizontal, cae rodando sin deslizar, una esfera maciza de radio R y de 500 g. Inició la caída partiendo del reposo.

- a) Calcula la velocidad final de la esfera.
- b) Calcula la energía cinética de la esfera cuando ésta ha recorrido 1,00 m.

Obs.: Momento de Inercia de una esfera maciza con respecto a un eje que pasa por su centro de masa = $\frac{2}{5} \cdot M.R^2$

7-28. ¿Qué potencia en HP desarrolla un motor eléctrico que gira a 4800 rpm y genera un momento de torsión de 4,300 N.m?

7-29. Una piedra de afilar de 1,50 kg con forma de cilindro sólido tiene 10,0 cm de radio.

- a) Calcula el ángulo girado desde el reposo hasta una rapidez angular de 1200 rpm en 2,50 s.
- b) Calcula el trabajo efectuado por el momento de torsión, si el mismo es igual a 0,377 N.m

7-30. Verifica que la energía cinética que tiene la piedra del problema anterior al girar a 1200 rpm es igual al trabajo efectuado por el momento de torsión.

7-31.

- a) Calcula el momento de torsión producido por un motor industrial que desarrolla 150 kW a una rapidez angular de 4500 rpm.
- b) Un tambor de 0,400 m de diámetro y masa despreciable se conecta al eje del motor para levantar un peso que cuelga de una cuerda enrollada en el tambor. ¿Qué peso máximo puede levantar el motor, con rapidez constante?

7-32. ¿Con qué rapidez subirá el peso del problema anterior?

7-33. Al arrancar, un motor de avión aplica a la hélice un momento de torsión constante de 1950 N.m.

- a) Calcula el trabajo efectuado por la hélice durante los primeros 2,00 segundos después de haber arrancado, si la hélice en ese instante posee una rapidez angular de 40 rad/s.
- b) ¿Qué potencia media desarrolla el motor durante los 2,00 s?
- c) ¿Qué potencia instantánea desarrolla el motor en ese instante?

Guía de Actividades Nº 8:

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

8-1. Sobre un plano inclinado de 1,00 metro de longitud que forma un ángulo de 30° con respecto a la horizontal cae rodando sin deslizar una esfera maciza de radio R y de masa m . Calcula la aceleración si inició la caída partiendo del reposo.

Obs.: Momento de Inercia de una esfera maciza con respecto a un eje que pasa por su centro de masa = $\frac{2}{5} \cdot M \cdot R^2$

8-2. La respuesta del problema anterior, ¿será diferente si la esfera es hueca? Explica.

8-3. Dos cuerpos de la misma densidad: una esfera maciza y un cilindro macizo, se colocan en la parte superior de un plano inclinado que forma 30° con respecto a la horizontal y tiene 10,0 m de longitud. Si los dos se sueltan desde el reposo a la misma altura y ruedan sin deslizar, calcula cuánto tiempo tarda cada cuerpo en alcanzar la parte inferior. Los radios de la esfera y del cilindro tienen el mismo valor R y las dos masas son iguales a m .

8-4. Dibuja el vector velocidad de los puntos del disco que se indican en la **Figura 8-1**. El disco rueda sin deslizar, tiene un radio R y su centro de masa se mueve con velocidad v . Los puntos A (arriba), C (a la derecha) y D (abajo) están en la periferia, y B está a una distancia $R/2$ por debajo del centro del disco.

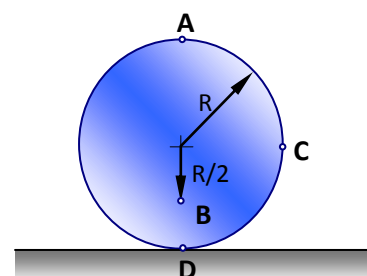


Figura 8-1

8-5. Enrollamos una cuerda a un cilindro macizo y homogéneo de 10,0 kg de masa y el otro extremo de la cuerda se fija al techo, como indica la **Figura 8-2**. Soltamos el sistema partiendo del reposo, de forma que al caer la cuerda va desarrollándose. Calcula la aceleración del cilindro y la tensión de la cuerda.

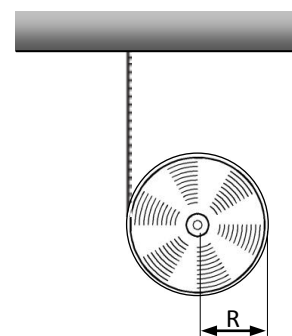


Figura 8-2

8-6. Demostrar que la aceleración de un cilindro macizo de radio R y masa m que baja rodando, sin deslizar, a lo largo de un plano inclinado que forma un ángulo θ con respecto a la horizontal, conservando su eje horizontal es igual a $(\frac{2}{3} \cdot g \cdot \sin \theta)$. Se supone que no existen rozamientos por rodadura.

8-7. El cilindro macizo **A** de masa 10,0 kg y 20,0 cm de radio descansa sobre un plano inclinado que forma $\varphi = 36,9^\circ$ con respecto a la horizontal. Se ata un hilo mediante un eje sin fricción que pasa por el centro del cilindro de modo que éste puede girar sobre el eje. El hilo pasa por una polea **B** con forma de disco de masa 10,0 kg y 20,0 cm de radio montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Un bloque **C** de masa 20,0 kg se suspende del extremo libre del hilo (**Figura 8-3**). El hilo no resbala en la polea, y el cilindro rueda sin resbalar sobre el plano inclinado. Si el sistema se libera del reposo, calcula:

- La aceleración de caída del bloque.
- La aceleración angular de la polea **B**.
- Las tensiones en ambos tramos de la cuerda.

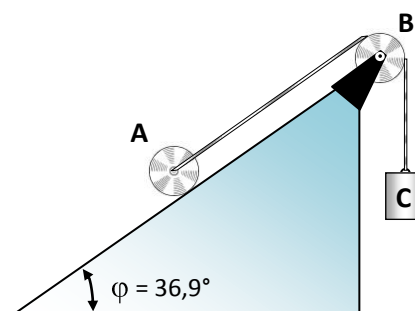


Figura 8-3

8-8. Un yo-yo consiste en dos discos uniformes, cada uno con masa m y radio R , conectados por un eje ligero de radio r (de masa despreciable). Un hilo ligero se enrolla varias veces en el eje y luego se sostiene fijo mientras el yoyo se libera del reposo, cayendo al desenrollarse el hilo. Demostrar que la aceleración lineal del yo-yo es igual a:

$$a = \frac{2 \cdot g \cdot r^2}{R^2 + 2 \cdot r^2}$$

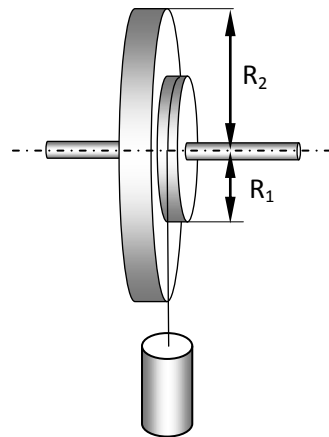


Figura 8-4

8-9. Dos discos metálicos, con radios $R_1 = 2,50$ cm y $R_2 = 5,00$ cm y masas $m_1 = 0,80$ kg y $m_2 = 1,60$ kg, se sueldan juntos y se montan en un eje sin fricción que pasa por su centro común (**Figura 8-4**)

- ¿Qué momento de inercia total tienen los discos?
- Un hilo ligero se enrolla en el disco más chico y se cuelga de él un bloque de $m_3 = 1,50$ kg. Calcula la aceleración que adquiere este bloque cuando se suelta.
- Calcula la tensión de la cuerda.

8-10. En el extremo superior de un plano inclinado que forma 30° con respecto a la horizontal como muestra la **Figura 8-5**, hay una polea **C** formada por un cilindro macizo, por cuya garganta pasa un cordón inextensible y sin peso apreciable. En uno de los extremos del cordón se sostiene un cuerpo **B**, el otro se mantiene paralelo al plano inclinado y tiene atado en su extremo un cuerpo **A**. Si no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano, demuestra que la aceleración de los cuerpos es igual a $g/5$ (considera que los dos cuerpos y la polea tienen la misma masa).

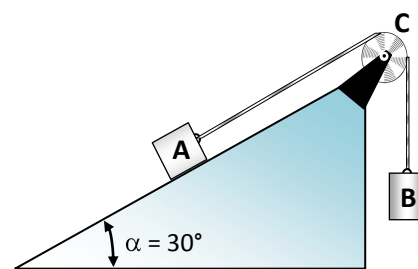


Figura 8-5

8-11. Se tiene un volante de radio $R = 30,0$ cm cuyo momento de inercia se desea medir experimentalmente. Arrollada a su eje, cuyo radio es de $r = 20,0$ cm y masa despreciable, hay una cuerda de la que pende un cuerpo de masa $m_2 = 200$ g, como se indica en la **Figura 8-6**. De otra cuerda, arrollada en su periferia, pende otro cuerpo de $m_1 = 300$ g. Se deja libre el sistema desde el reposo, con ambos cuerpos a la misma altura y se mide el tiempo que tarda el cuerpo m_1 en desplazarse $50,0$ cm, resultando $2,00$ s. Calcula:

- La aceleración de cada cuerpo.
- Las tensiones de las cuerdas durante la caída.
- El momento de inercia del disco.
- ¿Qué deberías hacer para obtener el valor del momento de inercia con menos error?

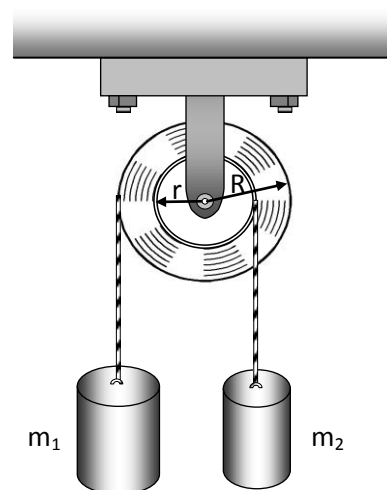


Figura 8-6

8-12. Un cilindro macizo uniforme de masa m y radio $2R$ descansa en una mesa horizontal. Se ata una cuerda mediante un eje sin fricción que pasa por el centro del cilindro de modo que este puede girar sobre el eje. El hilo pasa por una polea con forma de disco de masa m y radio R montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Otro cuerpo de masa m se suspende del extremo libre del hilo (**Figura 8-7**). El hilo no resbala en la polea, y el cilindro rueda sin resbalar sobre la mesa. Si el sistema se libera del reposo. Calcula la aceleración del cuerpo y las tensiones en ambos tramos de la cuerda.

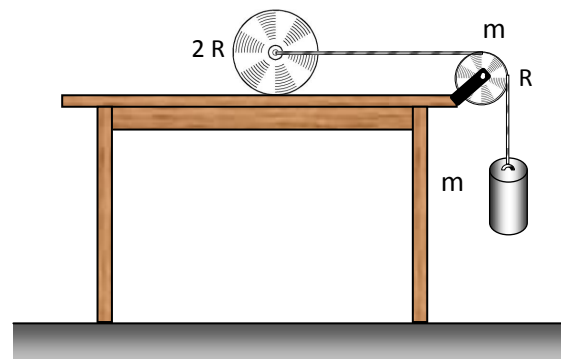


Figura 8-7

8-13. Una piedra de 2,0 kg tiene una velocidad horizontal con magnitud de 12 m/s cuando está en el punto **P** como muestra la **Figura 8-8**. ¿Qué cantidad de movimiento angular (magnitud y dirección) tiene respecto al punto **O** en ese instante? (Falta indicar el punto **O** en el dibujo)

8-14. En la **Figura 8-8** ¿Qué cantidad de movimiento angular (magnitud y dirección) tiene respecto al punto **A** en ese instante?

8-15. Un bloque cúbico de 0,025 kg y 5,0 cm de lado está atado a un cordón sin masa que pasa por un agujero en la superficie horizontal sin fricción como se aprecia en la **Figura 8-9**. El bloque inicialmente está girando a una distancia de 30 cm del agujero, con rapidez angular de 1,75 rad/s. Ahora se tira del cordón desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a 15 cm.

- ¿Se conserva la cantidad de movimiento angular del bloque mientras se tira de él?
- ¿Qué valor tiene ahora la rapidez angular?
- Calcula el cambio de energía cinética del bloque.

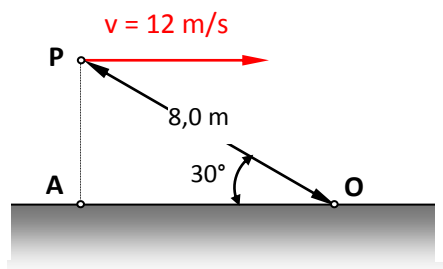


Figura 8-8

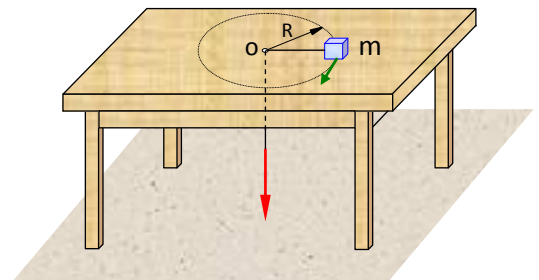


Figura 8-9

8-16. En el problema anterior, ¿el trabajo que se efectuó al tirar del cordón es igual al cambio de energía cinética del bloque? Verifica tu respuesta.

8-17. Un hombre está sentado sobre un taburete de piano sosteniendo un par de pesas de gimnasia a una distancia de 90 cm del eje de rotación de la silla. Se le comunica una velocidad angular de 2,0 rad/s después de lo cual acerca las dos pesas hasta que estén a una distancia de 30 cm del eje. El momento de inercia del hombre más el banco respecto al eje de rotación es de 5,5 kg · m² y puede considerarse constante. Las pesas tienen una masa de 8,0 kg cada una y pueden tratarse como masas puntuales. Se desprecia el rozamiento.

- ¿Se conserva la cantidad de movimiento angular del sistema banco + hombre + pesas?
- Calcula es el momento angular inicial del sistema.
- Calcula la velocidad angular del sistema después que las dos pesas se han acercado al eje.
- Calcula la energía cinética del sistema antes y después de acercar las pesas.

8-18. La diferencia de energía cinética del problema anterior ¿En qué se transformó?

8-19. Una puerta de madera sólida de 1,00 m de ancho y 2,00 m de alto tiene las bisagras en un lado y una masa total de 40,0 kg. La puerta de la **Figura 8-10**, que inicialmente está abierta y en reposo, es golpeada en su centro por un puñado de lodo pegajoso de 0,50 kg que viaja en dirección perpendicular a la puerta a 12,0 m/s justo antes del impacto. Calcula la rapidez angular final de la puerta.

Obs.:

Momento de Inercia de una placa rectangular delgada con respecto al eje que pasa por su borde= $\frac{1}{3} M \cdot b^2$

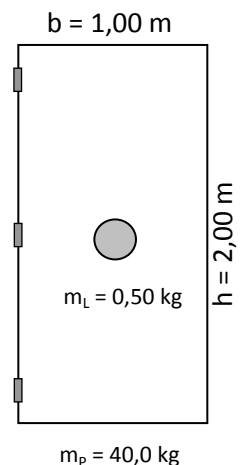


Figura 8-10

8-20. En el problema anterior: ¿Es apreciable la aportación del lodo al momento de inercia?

8-21. Dos niños, cada uno con una masa de 25,0 Kg están sentados en extremos opuestos de una plancha delgada horizontal de 3,00 metros de largo y 10,0 Kg de masa. La plancha esta rotando a 6,00 rpm con respecto a un eje que pasa por su centro. ¿Cuál será la velocidad angular si cada chico se mueve 50,0 cm hacia el centro de la plancha?

8-22. Se lanza una pelota de masa m y longitud L , horizontalmente con una velocidad inicial del centro de masa V_0 y una velocidad angular ω_0 . Despreciando el rozamiento con el aire, calcula la velocidad del centro de masa y la velocidad angular al cabo de un tiempo t .

8-23. La **Figura 8-11a** muestra un disco A de 6,00 kg, radio 20,0 cm y rapidez angular de 50,0 rad/s y otro disco B de 4,00 kg, radio 10,0 cm y rapidez angular de 100 rad/s. Inicialmente los discos están girando con la rapidez angular indicada para cada uno. Luego se aplica una fuerza F sobre el eje de manera que los discos se juntan (**Figura 8-11b**) los discos frotan entre si y finalmente alcanzan una rapidez angular final común.

- Calcula dicha velocidad angular.
- Calcula la energía cinética antes y después del choque.

Obs.: Momento de Inercia de los discos con respecto de un eje que pasa por su centro de masa = $\frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$

8-24. Explica por qué se conserva la cantidad de movimiento angular del sistema del problema anterior.

8-25. Dos esferas de 6,00 kg de masa y radio $r = 20,0$ cm están montadas como indica la **Figura 8-12** y pueden deslizar a lo largo de la barra muy delgada y homogénea de masa 2,00 kg y longitud $L = 2,00$ m. El conjunto gira libremente con una frecuencia de 120 rpm respecto a un eje vertical que pasa por el centro del sistema. Inicialmente las esferas se encuentran fijas mediante fijadores a una distancia $R = 50,0$ cm del eje de giro; se sueltan los fijadores y las esferas deslizan por la barra hasta que salen por los extremos.

- Calcula la velocidad angular con que gira el sistema cuando los centros de las esferas se encuentran en los extremos.
- Calcula la energía cinética de rotación del sistema en cada caso.

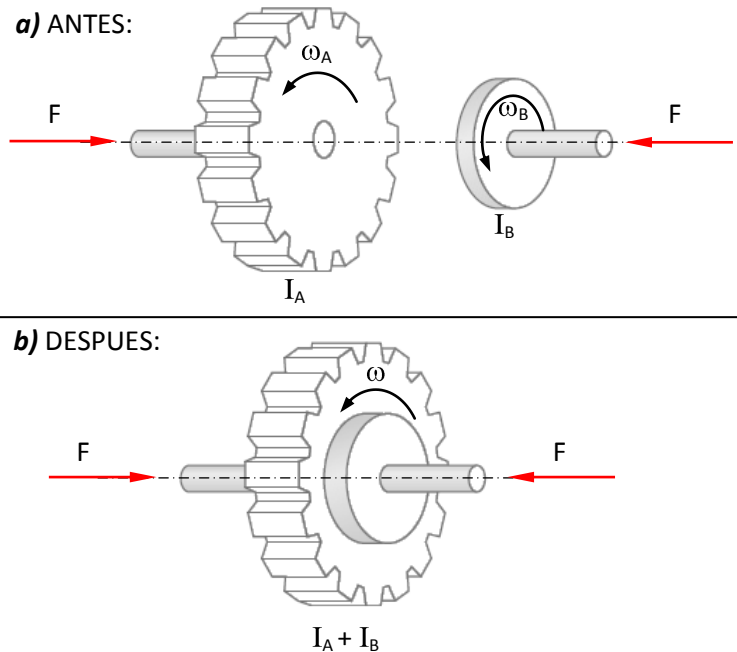


Figura 8-11

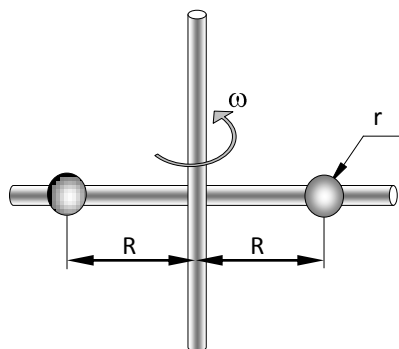


Figura 8-12



Guía de Actividades Nº 9:

ELASTICIDAD

9-1. Un pequeño dado de 12 Kg, sujeta al extremo de un alambre de aluminio con longitud no estirada de 0,50 m, se gira en un círculo vertical con rapidez angular constante de 120 rpm. El área transversal del alambre es de $0,014 \text{ cm}^2$. Calcula el alargamiento del alambre cuando el dado está:

- a) En el punto más bajo del círculo;
- b) En el punto más alto de su trayectoria.

Obs.: Módulo de Young del Aluminio: $0,70 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

9-2. La ley de Hooke para esfuerzos de tensión puede escribirse como $F_x = K \cdot x$, donde x es el cambio de longitud del objeto respecto de su longitud de equilibrio y k es la constante elástica. ¿Cuánto vale la constante elástica de una varilla de longitud l_0 , área transversal A y módulo de Young Y ?

9-3. Un alambre metálico de 3,50 m de longitud y 0,70 mm de diámetro se sometió a esta prueba: se colgó de él un cuerpo de 20,0 N de peso para tensarlo, y se leyó en una escala la posición del extremo inferior del alambre después de agregar una carga de peso variable, obteniéndose los resultados de la tabla siguiente:

| Carga agregada (N) | Lectura en la escala (cm) |
|--------------------|---------------------------|
| 0 | 3,02 |
| 10,0 | 3,07 |
| 20,0 | 3,12 |
| 30,0 | 3,17 |
| 40,0 | 3,22 |
| 50,0 | 3,27 |
| 60,0 | 3,32 |
| 70,0 | 4,27 |

- a) Calcular el valor del módulo de Young
- b) El límite proporcional se observó cuando la escala marcaba 3,34 cm. Determinar el esfuerzo en ese punto.

9-4. Del problema anterior grafique el aumento de longitud en función de la carga agregada.

9-5. Una varilla de 1,05 m de longitud con peso despreciable **Figura 10-1** está sostenida en sus extremos por alambres A y B de igual longitud. El área transversal de A es de $2,0 \text{ mm}^2$, y la de B, $4,0 \text{ mm}^2$. El módulo de Young del alambre A es de $1,80 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$; el de B es de $1,20 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$. ¿En qué punto de la varilla debe colgarse una carga P a fin de producir:

- a) Esfuerzos iguales en A y B
- b) Deformaciones iguales en A y B

9-6. Una barra de longitud L , sección A y módulo de Young Y se halla sometida a una tensión F . Siendo E el esfuerzo y D la deformación, deduce la expresión de la energía potencial elástica por

unidad de volumen de la barra en función de E y D.

9-7. El juego de la **Figura 10-2** consiste en pequeños aviones unidos a varillas de acero de 15,0 m de longitud y área transversal de $8,00 \text{ cm}^2$,

a) ¿Cuánto se estira la varilla cuando el juego está en reposo? (Suponga que cada avión con dos personas en él, pesa 1900 N en total).

b) En movimiento, el juego tiene una rapidez angular máxima de 7,50 rpm. ¿Cuánto se estira la varilla entonces?

Obs.: Módulo de Young del Acero: $2,00 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

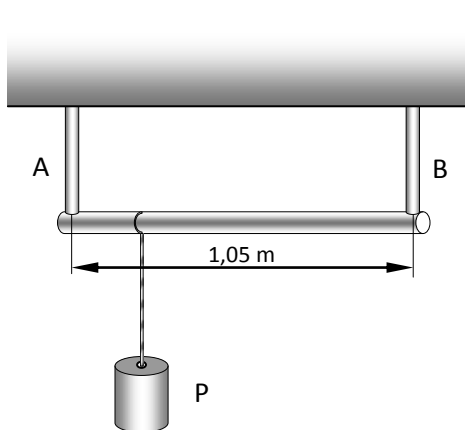


Figura 10-1

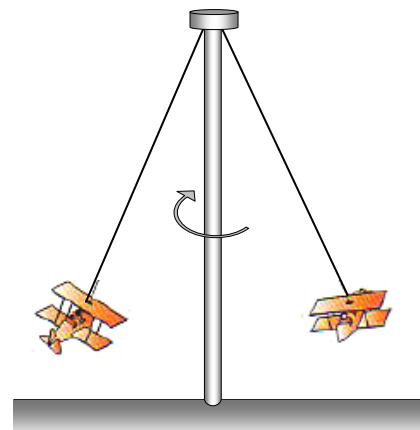


Figura 10-2

9-8. La resistencia a la compresión de nuestros huesos es importante en la vida diaria. El módulo de Young de los huesos es cerca de $1,4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$. Los huesos sólo pueden sufrir un cambio de longitud del 1% antes de romperse, ¿Qué fuerza máxima puede aplicarse a un hueso con área transversal mínima de 3 cm^2 ? (Esto corresponde aproximadamente a la tibia, en su punto más angosto.)

9-9. Una varilla de latón de 1,40 m de longitud y área transversal de $2,00 \text{ cm}^2$ se sujeta por un extremo al extremo de una varilla de níquel de longitud L y sección de $1,00 \text{ cm}^2$. La varilla compuesta se somete a fuerzas iguales y opuestas de $4 \times 10^4 \text{ N}$ en sus extremos.

a) Calcula la longitud L de la varilla de níquel si el alargamiento de ambas varillas es el mismo,

b) ¿Qué esfuerzo se aplica a cada varilla?

Obs.: Módulo de Young del Latón: $9,00 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

Módulo de Young del Níquel: $2,10 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

9-10. En el problema anterior verifica que la deformación que sufre la varilla de latón es de 0,22 % y la de níquel 0,19 %

9-11. Se cuelga una lámpara del extremo de un alambre vertical de aluminio. La lámpara estira el alambre 0,180 mm, y el esfuerzo es proporcional a la deformación. Determina cuánto se habría estirado el alambre

a) ¿Si tuviera el doble de longitud?

b) ¿Si tuviera la misma longitud pero el doble de diámetro?

9-12. Una barra con área transversal A se somete a fuerzas de tensión F iguales y opuestas en sus extremos. Considere un plano que atraviesa la barra formando un ángulo θ con el plano perpendicular a la barra, como puede apreciarse en la **Figura 10-3**. Verifica que:

a) El esfuerzo de tensión (normal) hay en este plano es igual a $F \cdot \cos^2\theta / A$

- b) El esfuerzo de corte (tangencial) hay en el plano es igual a $F \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta/A$
 c) Para $\theta = 0$, el esfuerzo de tensión es máximo.

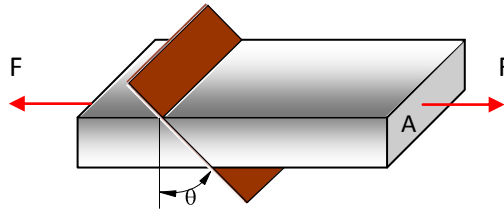


Figura 10-3

9-13. Un contrabandista produce etanol (alcohol etílico) puro durante la noche y lo almacena en un tanque de acero inoxidable cilíndrico de 0,30 m de diámetro con un pistón hermético en la parte superior. El volumen total del tanque es de 250 litros. En un intento por meter un poco más en el tanque, el contrabandista apila 1420 kg de lingotes de plomo sobre el pistón. ¿Qué volumen adicional de etanol puede meter el contrabandista en el tanque? (Suponga que la pared del tanque es perfectamente rígida)

Obs.: Coeficiente compresibilidad cúbica del alcohol $K = 110 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$

RESPUESTAS DE LOS PROBLEMAS IMPARES

- 7-1. a) 40 Nm (Anti-horario) b) 32 Nm (Anti-horario) c) 40 Nm (Horario) d) 0
 7-3. a) 268 N b) 232 N c) 366 N
 7-5. a) 79,8 N y 870 N b) 1,92 m
 7-7. b) $\tan\theta = 2\mu_e$ c) Para 0,2 no está en equilibrio; para 0,4 sí.
 7-9. $F_A = 0,424 \text{ N}$ $F_B = 1,47 \text{ N}$ $F_C = 0,424 \text{ N}$
 7-11. a) $2/3 L$ b) $3/2 m \cdot L^2$ c) $m \cdot L^2/6$
 7-13. $13/24 \cdot M \cdot R^2$
 7-15. $0,20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
 7-17. 2,8 m/s
 7-19. 7,23 m
 7-21. a) $2,3 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ b) 3,4 m/s c) 5,0 m/s
 7-23. a) 2,62 m/s b) 17,1 RAD/s
 7-25. a) 50 J b) 25 J c) 0,076 m
 7-27. a) 2,6 m/s b) 2,4 J
 7-29. a) 157 rad b) 59,2 J
 7-31. a) 318 N.m b) $1,59 \times 10^3 \text{ N}$
 7-33. a) $7,8 \times 10^4 \text{ J}$ b) $3,9 \times 10^4 \text{ J}$ c) $7,8 \times 10^4 \text{ W}$
- 8-1. $3,5 \text{ m/s}^2$
 8-3. $t_{\text{ESFERA}} = 2,39 \text{ s}$ $t_{\text{CILINDRO}} = 2,47 \text{ s}$
 8-5. a) $6,53 \text{ m/s}^2$ b) 32,7 N
 8-7. a) $3,43 \text{ m/s}^2$ b) 17,1 rad/s c) $T_1 = 110 \text{ N}$ $T_2 = 127 \text{ N}$
 8-9. a) $2,25 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ b) $2,88 \text{ m/s}^2$ c) 10,4 N
 8-11 a) $a_1 = 0,250 \text{ m/s}^2$; $a_2 = 0,167 \text{ m/s}^2$ b) $T_1 = 2,87 \text{ N}$; $T_2 = 1,99 \text{ N}$ c) $I = 0,556 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
 8-13. $96 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
 8-15. b) 6,9 rad/s c) $9,9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

8-17. b) 37 kg . m² **c)** 5,3 rad/s **d)** 61 J

8-19. 0,223 rad/s

8-21. 1,31 rad/s

8-23. a) 71,4 rad/s **b)** 550 J y 357 J

8-25. a) 3,77 rad/s **b)** 305 J y 91,4 J

9-1. a) 0,54 cm **b)** 0,42 cm

9-3. a) 102,9 N **b)** 0,357 m

9.5. a) A 0,70 metros del punto A **b)** A 0,60 metros del punto A

9-7. a) 0,0178 cm **b)** 0,0168 cm

9-9. a) 1,63 m **b)** $E_L = 2 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ $E_N = 4 \times 10^8 \text{ N/m}^2$

9-11. a) 0,36 mm **b)** 0,045 mm

9-13. 0,050 litros