

Unidad 1: Modelos lineales

Costos, ingresos, ganancias, razones y tasas de variación, velocidades

Objetivos de esta unidad

Comprender los modelos lineales a partir del manejo de sus diversas representaciones, tales como tablas de números, gráficos, ecuaciones o enunciados de problemas que requieren una interpretación y una modelización matemática, y de las interacciones o pasajes entre estas distintas modalidades de representación. Comprender el significado de la pendiente y la ordenada al origen en las distintas interpretaciones que puede darse a partir de la modelización.

Al cabo de esta unidad, deberán haber adquirido un manejo que les permita:

1. Pasar de una fórmula de una recta o una función lineal a su gráfica en no más de un minuto, este pasaje implicará:
 - a) Reconocer que una expresión algebraica corresponde a una función lineal, aun si esta no viniera dada de la forma $f(x) = mx + b$.
 - b) En caso de estar en otro formato, operar mentalmente para llevarla a la forma $f(x) = mx + b$ o $y = mx + b$.
 - c) Identificar su pendiente y ordenada al origen.
 - d) Esbozar el gráfico de una función lineal en un sistema de eje cartesianos tomando en cuenta las características de la pendiente y la ordenada al origen.
2. Pasar de un gráfico de una recta a su fórmula en no más de un minuto, haciendo las operaciones (en forma inversa a las listadas en el ítem anterior).

Sobre las definiciones

Todas las definiciones que veamos a lo largo de las siguientes unidades y que correspondan a la economía, la física y otras disciplinas diferentes a la matemática son tomadas por su valor didáctico y van a ser eventualmente revisadas y repensadas cuando estudien las disciplinas específicas.

Problema 1. Mesas. Una empresa fabrica mesas, los costos de funcionamiento de la fábrica ascienden a \$25000 por mes y el costo de fabricación de cada mesa es de \$5000 por unidad.

- a) Completen la siguiente tabla, donde q representa la cantidad de mesas a fabricar y $C(q)$ el costo total de fabricación de una cantidad q de mesas por mes.

q	0	1	2	5	7	8	10	13	15
$C(q)$									

- b) ¿Qué puede representar para la fábrica los \$25000 indicados en el enunciado? ¿Y los \$5000?
- c) Escriban una fórmula que represente el Costo total en que incurre la empresa $C(q)$ para fabricar q mesas.

Definición: Función Costo

La función Costo, $C(q)$, da el valor total de producir una cantidad q de algún bien.

Los costos de producción pueden dividirse en:

Costos fijos (Cf), en los que se incurre incluso si no se produce ningún bien (alquiler, seguros, etc.).

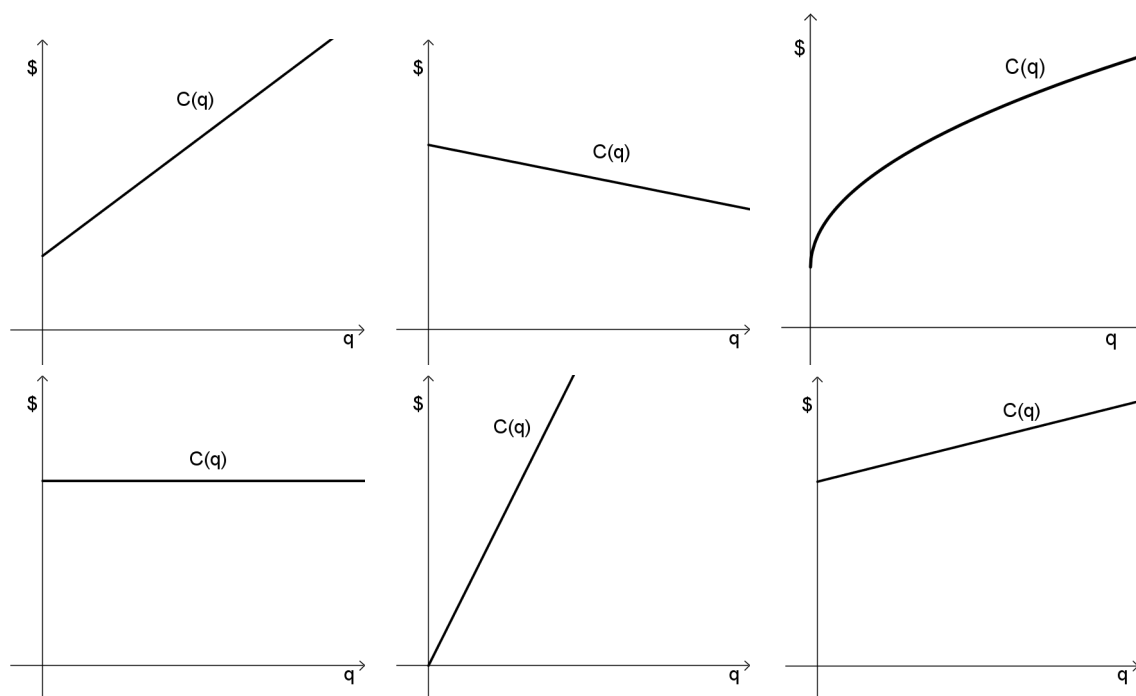
Costos variables (Cv), que dependen de la cantidad de unidades producida.

Problema 2. Costos. Para cada una de las siguientes situaciones, grafiquen en forma esquemática, la función Costo.

- a) Los costos fijos son grandes, pero los costos variables son pequeños.
- b) No tienen costos fijos, pero los costos variables por unidad son grandes.
- c) Los costos fijos son pequeños y los costos variables son más grandes que en el caso a) pero menos que en el caso b).

Describan un ejemplo para cada una de las situaciones anteriores.

Problema 3. Correspondencia. Identifiquen cuáles de las siguientes gráficas pueden corresponder a funciones Costo. En el caso afirmativo describan las características y den algún ejemplo de industria a la que podría corresponder. En el caso negativo escriban un breve texto de por qué no pueden ser funciones de Costo. En ambos casos intercambien lo escrito con sus compañeros y discutan los argumentos expresados por cada uno.

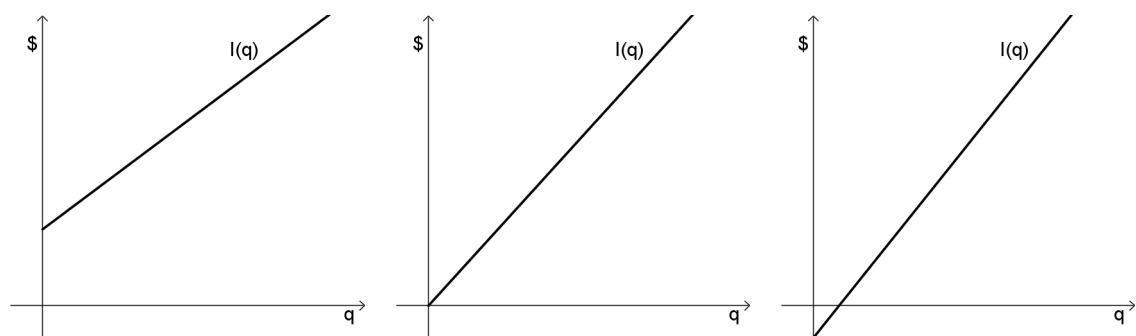


Definición: Función de Ingreso

La función de ingreso, $I(q)$, da la suma total de dinero que recibe una empresa por vender una cantidad q , de algún bien.

Problema 4. Ingreso. Lean la definición de función de Ingreso.

- ¿Qué aspecto puede tener el gráfico si cada artículo se vende por 1 peso?
- ¿Cómo sería una posible fórmula de $I(q)$, si cada artículo se vende a p pesos?
- Identifiquen cuáles de las siguientes pueden ser funciones de ingreso y cuáles no. Justifiquen las respuestas escribiendo un texto en sus cuadernos. Compartan lo escrito con sus compañeros.



Problema 5. Tornillos. Una empresa fabrica tornillos. Las tablas que siguen especifican los costos totales $C(q)$ y el ingreso $I(q)$ donde la variable q indica la cantidad (en miles) de tornillos producidas.

q	C
37	67
61	107
97	167

a) Determinen el costo de producir 38 tornillos.

b) Calculen el costo fijo.

c) ¿Cuál es el precio de venta por unidad?

q	I
55	110
101	202

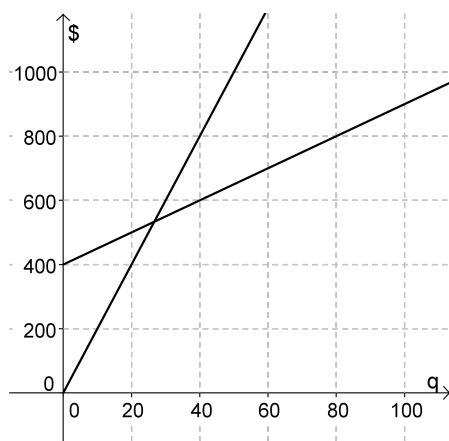
d) ¿A partir de qué cantidad de producción la empresa comienza a tener ganancia?

Definición: Función de Beneficio

La función Beneficio (también conocida con el nombre de Ganancia), $B(q)$, da la cantidad neta de dinero total que recibe una empresa por vender una cantidad q , de algún bien. El valor de $B(q)$ es el resultado de la diferencia entre los ingresos y los costos, está dada por la expresión

$$B(q) = I(q) - C(q)$$

Problema 6. Pajaritos. Una empresa que fabrica de pajaritos de papel tiene funciones de Costo e Ingresos descritos en el siguiente gráfico.



a) Identifiquen cuál es el gráfico de la función de Costo y cuál el de la función de Ingreso.

b) Indiquen cuál es el costo fijo.

c) Indiquen cuál es el valor de venta de un pajarito.

d) Grafiquen la función de beneficio.

e) Hallen las fórmulas de las funciones de Costos, Ingresos y Beneficio de la empresa.

f) Encuentre la cantidad de pajaritos vendidos a partir de la cual la empresa obtiene ganancias.

Problema 7. Pyme. Un empresario pyme produce 2600 productos por mes, donde el costo de fabricar cada producto es de \$100 y los gastos fijos mensuales son de \$100000. El precio de venta de cada producto es de \$150. Se acerca un colega y le ofrece disminuir el costo de fabricar cada producto de \$100 a \$70 a través de una nueva forma de producción; pero es necesario un espacio más amplio y sus gastos fijos mensuales ascenderían a \$200000.

a) Exprese mediante fórmulas las dos funciones de Costo, la de Ingreso y las de Beneficio.

b) Si el empresario quiere continuar produciendo 2600 productos por mes y mantener el precio de venta del producto (\$150), ¿le conviene hacer uso de la nueva forma de producción?

Definición: Función lineal

Una función lineal se puede escribir en forma

$$f(x) = mx + b \quad \text{o} \quad y = mx + b$$

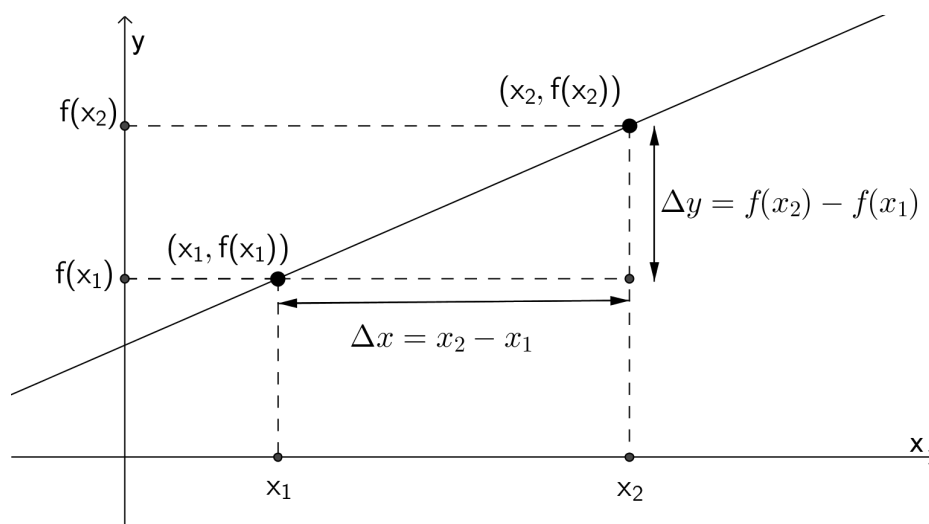
Su gráfica es una recta donde

- m es la pendiente (la razón de cambio de y respecto de x). También suele nombrársela con la letra a , pero puede ser nombrada con cualquier letra, lo que la identifica es que es el coeficiente que multiplica a la variable (en este caso la x).
- b es la ordenada al origen (lugar dónde la gráfica cruza el eje de las y).

A esta forma la llamaremos **ecuación explícita de la recta**.

Definición: Pendiente

$$m = \frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$




Definición: Ordenada al origen

En el gráfico de ejes cartesianos ^a el origen de coordenadas corresponde, en general, al cero de las escalas de ambos ejes. El eje vertical recibe el nombre de eje de ordenadas y el eje horizontal el de eje de abscisas, eje que describe (salvo pocas excepciones) la variación de la variable independiente. La ordenada al origen es el valor que toma la función cuando es evaluada en cero de la variable independiente dando el valor de la coordenada dónde el gráfico corta el eje vertical o de ordenadas.

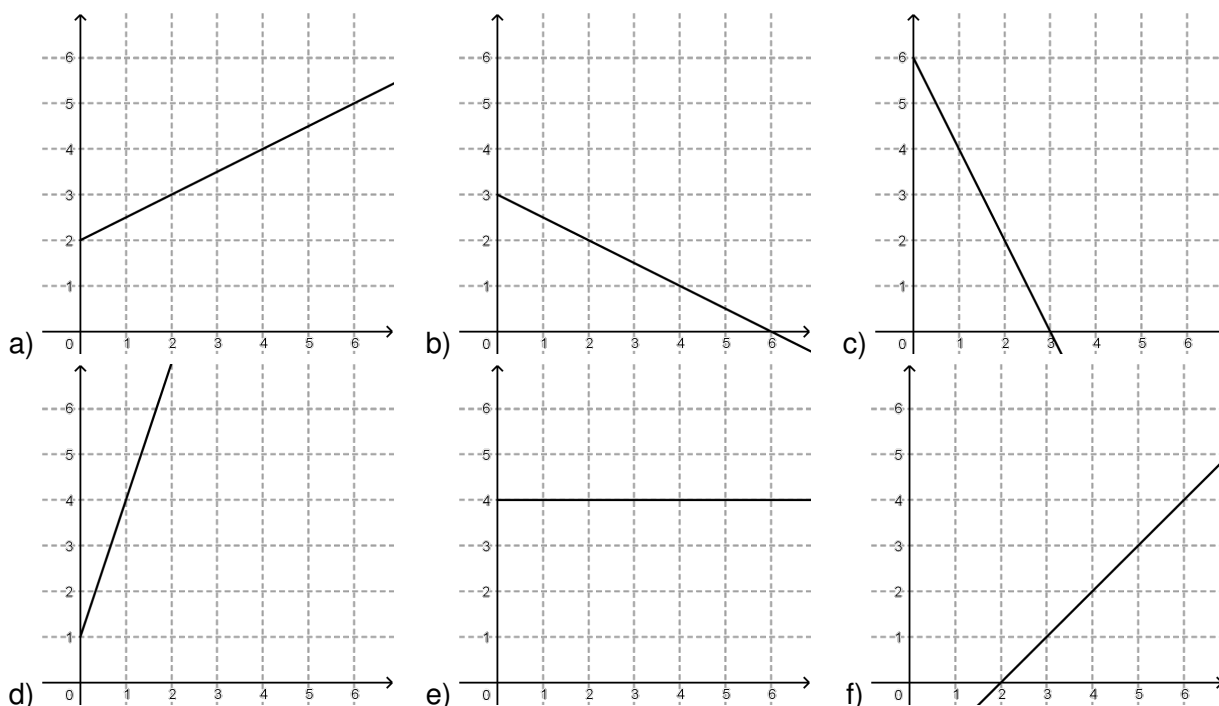
^aLlamados así en honor a René Descartes matemático y filósofo francés (1596-1650) considerado el padre de la geometría analítica la que estudia los gráficos a partir de las fórmulas que refieren a un sistema de coordenadas.

Problema 8. Expresión. Hallen la expresión de la función lineal $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que la recta correspondiente cumpla que:

- a) Su pendiente es 3 y contiene al punto $(-1; 2)$.

- b) Su pendiente es $-\frac{2}{3}$ y contiene al punto $(4; -1)$.
- c) Contiene a los puntos $(3; 2)$ y $(-2; 4)$.
- d) Contiene a los puntos $(-4; 0)$ y $(5; -1)$.
- e) Contiene a los puntos $(3; 2)$ y $(-2; 2)$.
- f) Contiene a los puntos $(4; 2)$ y $(4; 4)$.
- g) Contiene al punto $(20; 15)$.
- h)  Encuentren (deduzcan, calculen) la ecuación de una recta que pasa por los puntos $(50, 10)$ y $(104, 40)$.

Problema 9. Reconocer. Escriban las ecuaciones de las funciones lineales representadas por las siguientes gráficas. Una vez entrenados, no deberían tardar más de un minuto en resolver correctamente un problema de este tipo (un ítem). Generen casos para entrenar a sus compañeros y controlen los tiempos de resolución hasta llegar a bajar sistemáticamente el minuto.



Problema 10. Celulares. Una empresa fabrica celulares. La siguiente tabla revela información sobre las estimaciones de los costos e ingresos de la empresa.

q	500	1000	1500	2000	2500
C(q)	250000	290000	330000	370000	410000
I(q)	102500	205000	307500	410000	512500

- a) ¿Cuáles son los costos fijos de la empresa?
- b) ¿A qué precio venden el celular que fabrican?
- c) ¿Qué beneficio obtienen al vender 2000 celulares?
- d) ¿A partir de cuántos celulares vendidos empiezan a tener ganancia?

Problema 11. Ecuación. Obtengan la ecuación de la recta y representen gráficamente cada uno de los siguientes casos:

- a) Pasa por $(0; 0)$ y por $(3; 5)$.

- b) Interseca al eje y en $y = 5$ y tiene pendiente -1 .
- c) Interseca al eje x en $x = 1$ y tiene pendiente 2 .
- d) Es horizontal y pasa por $(1; -2)$.
- e) Tiene raíz igual a -4 y ordenada al origen 3 .
- f) Corta al eje y en $y = -2$ y pasa por $(1; -3)$.
- g) Es paralela a $y = -\frac{x}{2} + 2$ y pasa por $(3; 4)$.

La siguiente propiedad es de fundamental importancia para poder operar con fórmulas de funciones pudiendo pasar de tablas o puntos del gráfico de una función a sus fórmulas.

Propiedad Tengo un dato y un modelo en mente, entonces tengo una ecuación

Dado un punto que pertenece al gráfico de una función, entonces si reemplazamos las coordenadas de ese punto en la fórmula de la función obtenemos una identidad. E inversamente si reemplazando las coordenadas de un punto en una fórmula obtenemos una identidad entonces ese punto pertenece al gráfico de la función.

Por ejemplo: si el punto $(4, 5)$ pertenece al gráfico de una recta. Entonces $y = 2x - 3$ podría ser la ecuación de esa recta porque si reemplazamos las coordenadas del punto en la ecuación obtenemos $5 = 2 \cdot 4 - 3$, o sea $5 = 5$ que es una identidad.

Problema 12. Un montón de tablas. Identifiquen de las siguientes tablas cuáles representan datos que pueden modelizarse como una función lineal.

Para las tablas que hayan determinado que responden a modelos lineales:

- a) Construyan nuevos pares de datos que conserven la linealidad.
- b) Escriban una ecuación que puede modelizar esos datos.

En los otros casos expliquen por qué no responden a modelos lineales.

i)

x	y
1	1
2	5
3	9
4	13

ii)

t	p
1	27
4	38
7	49
10	60

iii)

x	$f(x)$
370	389
956	908
147	191

iv)

q	$P(q)$
370	388
970	908
8	7
30218	26189

v)

t	$P(t)$
-2	8
2	1
6	-6
10	-13

vi)

t	$P(t)$
6	0
4	4
9	-7

vii)

y	x
1882	1973
1894	1987

viii)

t	u
1930	1994

ix)

x	$g(x)$
0	0
4	4
8	0

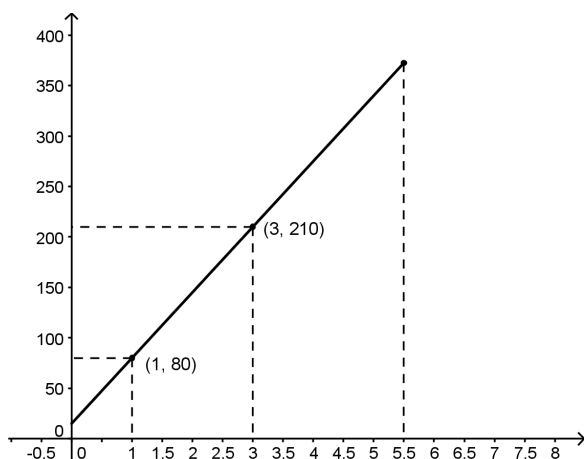
Problema 13. Ruta 2. Un auto sale de una ciudad que está sobre la Ruta Nacional 2, entre Buenos Aires y Mar del Plata. En la siguiente tabla se informa sobre la distancia a la que se encuentra de Buenos Aires en distintos momentos de su viaje. Se supone que el auto viaja siempre a la misma velocidad.

Viajó (en min)	Está a (en Km)
30	95
60	140
120	230

- a) ¿Es cierto que a las tres horas de salir está a 320 km de Buenos Aires?
- b) ¿A qué distancia de Buenos Aires estará a las tres horas y media de haber salido?

- ¿A qué distancia de Buenos Aires se encuentra la ciudad de donde partió?
- Realicen un gráfico que represente la distancia del auto a Buenos Aires a medida que transcurre el tiempo de viaje. Justifiquen.
- ¿A qué velocidad viaja el auto?
- Propongan una fórmula que permita calcular la distancia del auto a Buenos Aires en función del tiempo transcurrido.
- Otro auto parte, al mismo tiempo que el primero, desde otra ciudad que está en la ruta entre Buenos Aires y Mar del Plata, ubicada a 10 km de Buenos Aires. Este auto también viaja siempre a la misma velocidad: 120 km/h. ¿Se van a cruzar estos dos vehículos? En caso afirmativo, ¿en dónde y en qué momento?
- Realicen, en un mismo sistema de ejes, los dos gráficos de manera que cada uno represente la distancia de cada uno de los autos a Buenos Aires en función del tiempo.

Problema 14. Ruta 2 bis. El siguiente gráfico representa la distancia d de un auto a Buenos Aires en función del tiempo t a medida que recorre la Ruta Nacional 2 en dirección hacia Mar del Plata.



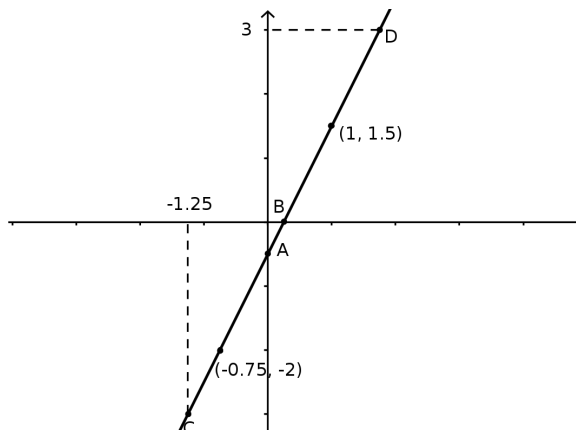
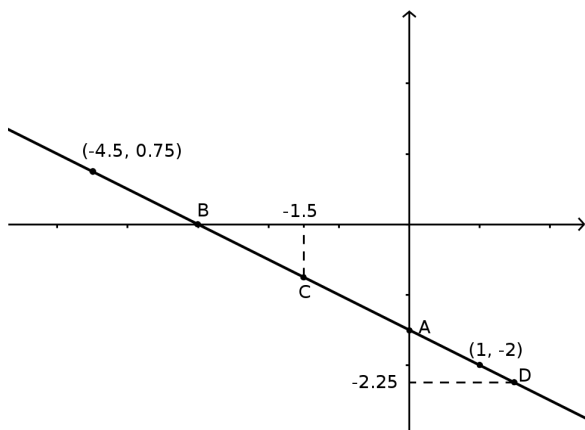
- Armen una tabla de valores que representen distintos momentos del viaje y márkquenlos en el gráfico:

- El momento en que parte.
- Cuando pasaron 2 horas y media de viaje.
- Cuando se encuentra a 300 km de Buenos Aires.
- Cuando pasaron 4 horas de viaje.
- Cuando se encuentra a 230 km de Buenos Aires.
- El momento en que finaliza el viaje. ¿Llega a Mar del Plata?

- Definan una función (armen una fórmula que establezca una relación entre t e d y expresen un dominio) de manera tal que el gráfico anterior represente dicha función.

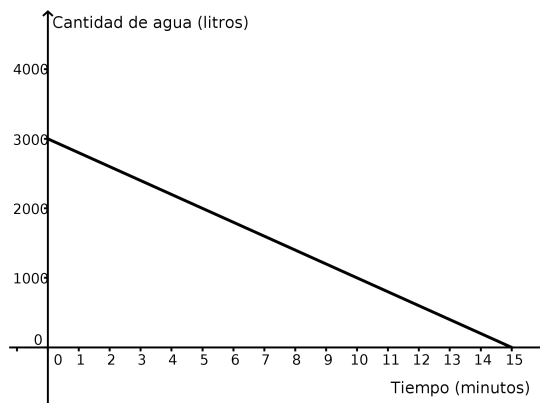
Problema 15. Baja y sube. Los siguientes gráficos representan funciones lineales.

- Armen la fórmula de cada función.
- Den las coordenadas de los puntos A , B , C y D .



Problema 16. Tanque vaciado. El gráfico representa el proceso de vaciado de un tanque de agua.

- ¿Qué cantidad de agua tenía el tanque cuando empezó a vaciarse?
- ¿Cuánto tardó en vaciarse?
- ¿Cuántos litros por minuto salían del tanque mientras se vaciaba?
- Marquen sobre el gráfico el punto que representa el momento en que el tanque tenía 2000 litros. ¿Cuánto tiempo había transcurrido desde que comenzó a vaciarse?



- Escriban una fórmula que calcule la cantidad de agua que había en el tanque a los x minutos de haber comenzado a vaciarse.

Problema 17. Pequeña y mediana. Una pyme puede producir por mes hasta 250 unidades de producto. Debe pagar \$20000 mensuales entre alquiler y mano de obra, \$2500 de luz y \$2500 de agua y gas. Cada unidad de producto requiere \$100 de materiales. El producto se vende en el mercado a \$200 por unidad.

- Escriban las fórmulas que definen la función Costo y la función Ingreso.
- ¿Le conviene producir a esta empresa con este esquema de costos?

Problema 18. De indicar. Para la función lineal $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -4x + 2$, se pide:

- Indiquen dos puntos de la gráfica de f .
- Indiquen dos puntos que no pertenezcan a su gráfica.
- Hallen los puntos donde la gráfica corta a cada uno de los ejes coordenados.
- ¿Qué relación pueden establecer entre los coeficientes de f y las coordenadas de esos puntos?

Problema 19. Gorgorito. Para una fiesta que está planeando, Joaquín quiere comprar 20 botellas de Gorgorito. Tiene 13 envases guardados de otros eventos. El supermercado chino de la vuelta le cobra \$16 la botella de Gorgorito y \$6 adicionales si no trae envase. El supermercado que está a dos cuadras le cobra \$18 la botella de Gorgorito y \$3 adicionales por envase.

- ¿En qué supermercado le conviene comprar?
- Si le pidió a los amigos que trajeran envases vacíos y piensa que esta iniciativa le reportará unos 4 envases más ¿En qué supermercado le conviene comprar?
- La fiesta parece que será un éxito, ya que recibió más confirmaciones por Facebook de las que pensaba y cree que las 20 botellas no alcanzarán. Si supone que necesitará 32 botellas, ¿a qué súper le conviene ir a comprarlas?
- ¿Qué estrategia le conviene implementar para minimizar costos?
- Si estima que se van a consumir m botellas y los amigos van a contribuir con n envases, ¿Qué estrategia le conviene implementar para cada (m, n) ?

Problema 20. Esmarfón. Tres compañías de telefonía celular ofrecen distintos planes para el nuevo **Mobicón Esmarfón**. Las tres compañías ofrecen un plan de 200 minutos de llamadas, 400 SMS y navegación libre dentro del abono.

La compañía 1: Regala el teléfono y cobra un abono de \$310 por mes.

La compañía 2: Cobra el teléfono \$1000 y un abono mensual de \$220.

La compañía 3: Cobra el teléfono \$500 da tres meses de abono gratuito y a partir del cuarto mes cobra el abono \$270.

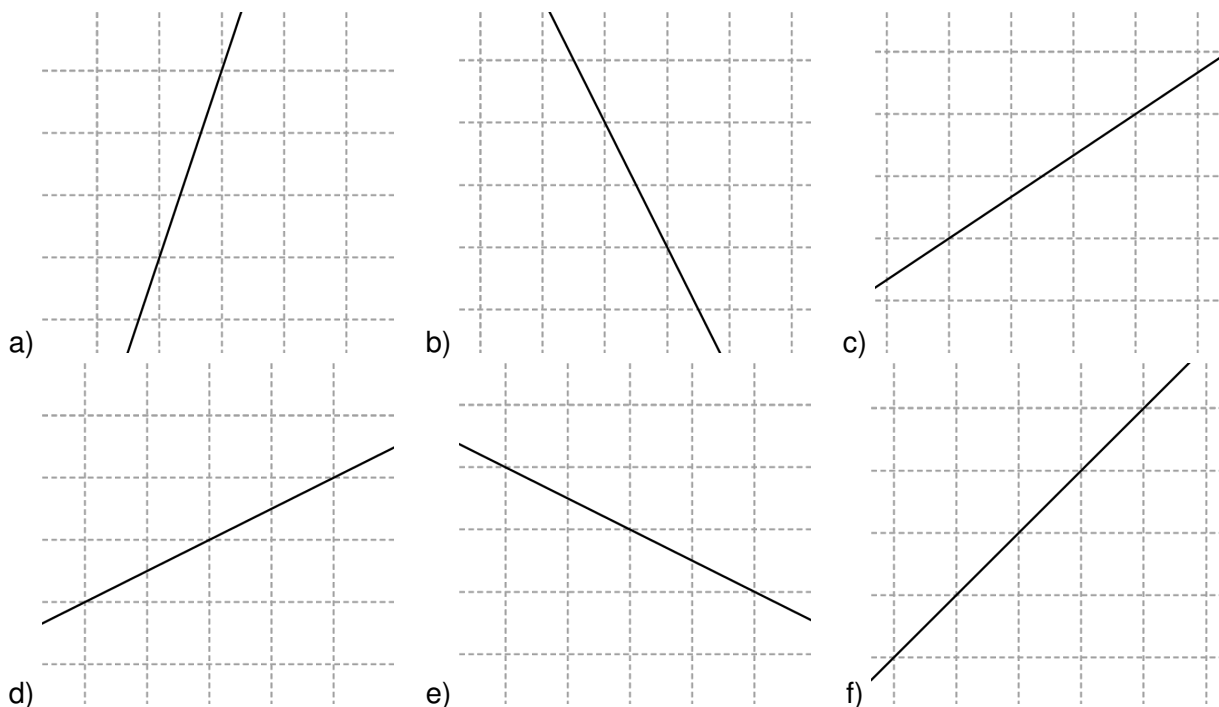
- a) ¿Cuál compañía te conviene elegir si tenés la expectativa de cambiar el aparato en un año? Un año es el plazo mínimo que se contrata el servicio.
- b) ¿Cuál compañía te conviene elegir si tenés la expectativa de cambiar el aparato en dos años y estimás que todas las compañías van a hacer un reajuste en las tarifas de un 25 % al cabo de 12 meses?
- c) ¿Cambia la decisión si la expectativa de reajuste de tarifa es del 15 % al cabo de 12 meses?
- d) ¿Cuál plan creés que elegiría la mayoría de la gente?

Problema 21. Menor precio. La función Costo de una empresa es $C(x) = 20x + 500$

- a) ¿Cuál debe ser el menor precio de venta para que la empresa obtenga ganancias siempre que las ventas superen las 100 unidades?
- b) Escriban las funciones Ingreso y Beneficio para el precio obtenido en el punto anterior.
- c) Expliquen el significado de la ordenada al origen de la función Beneficio.

Problemas adicionales

Problema 1. Pendientes. Calculen las pendientes de las rectas representadas por las siguientes gráficas. Supongan que el lado del cuadrado de la grilla mide una unidad. Recalculen las pendientes si el lado del cuadrado de la grilla mide 477 unidades. Recalculen las pendientes si los cuadrados de la grilla no están a escala y el lado vertical mide 2 unidades y el lado horizontal mide 3 unidades.



Problema 2. (🧩) Patricia. Patricia trabaja como vendedora en una empresa de telefonía celular XX y cobra un sueldo básico de \$1000 más un 20 % de comisión por ventas realizadas en el mes. Una amiga le consigue un trabajo similar en otra empresa de telefonía celular YY en la que ella trabaja, pero allí cobran un sueldo básico de \$800 más una comisión de del 22 % por ventas realizadas. Patricia quiere saber cuánto debe vender mensualmente para cobrar lo mismo en ambas empresas. Para ello pedimos

- Definan dos funciones f y g que indiquen el sueldo de Patricia en cada una de las empresas. ¿Qué representa las variables en estas funciones?
- Representen gráficamente ambas funciones.
- ¿Con qué nivel de precisión pueden dar la respuesta usando el gráfico?
- Hallen la respuesta trabajando analíticamente. ¿Qué método usaron?
- ¿Con qué nivel de precisión pueden dar la respuesta usando las ecuaciones?

Problema 3. Dos puntos. Dados los puntos de coordenadas $(3, 2)$ y $(4, 5)$.

- Escriban ecuaciones de dos rectas distintas que pasen por el punto de coordenadas $(3, 2)$
- Escriban ecuaciones de dos rectas distintas que pasen por el punto de coordenadas $(4, 5)$
- Describan en un breve texto cómo hallaron estas rectas.
- Escriban una ecuación de una recta que pase por estos dos puntos a la vez. ¿Cómo la hallaron?

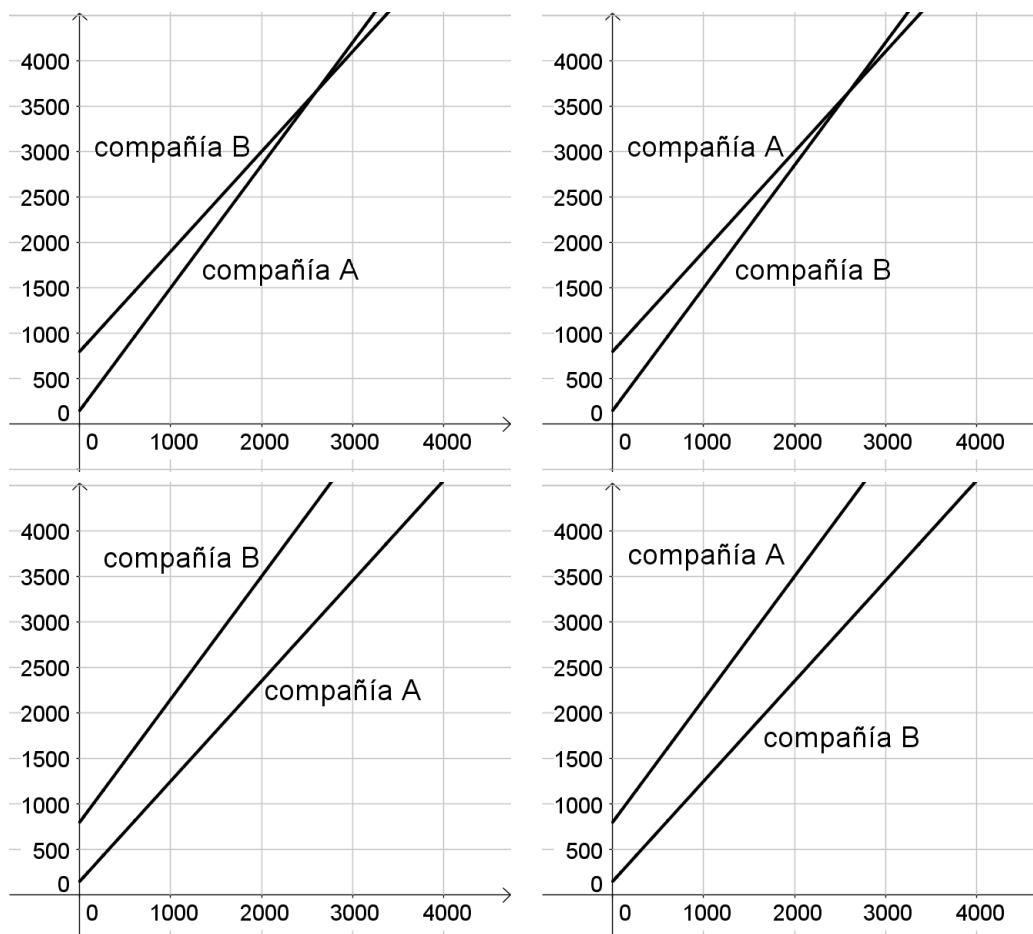
Problema 4. Un punto. Dado el punto de coordenadas $(3, 2)$.

- Escriban las ecuaciones de tres rectas de distintas pendientes que pasen por este punto.
- Escriban las ecuaciones de cuatro rectas de distintas ordenadas al origen que pasen por este punto.
- ¿Cómo hallaron las rectas de los ítems anteriores? Escriban un breve texto explicando las estrategias que pusieron en juego para hallar las ecuaciones.
- Escriban las ecuaciones de diez rectas distintas que pasen por el punto de coordenadas $(3, 2)$.
- Escriban las ecuaciones de cien rectas distintas que pasen por el punto de coordenadas $(3, 2)$.
- Escriban las ecuaciones de mil rectas distintas que pasen por el punto de coordenadas $(3, 2)$.

Problema 5. Roberto. Roberto está por hacer un viaje y está averiguando para alquilar un auto. Averiguó en dos compañías:

- La compañía A le cobra \$800 fijos y \$1,10 por kilómetro recorrido.
- La compañía B le cobra \$150 fijos y \$1,35 por cada kilómetro recorrido.

- Si estima que va a recorrer 1000 Km, ¿qué compañía le conviene contratar? ¿Y si recorriera 5000 Km?
- Armen una fórmula correspondiente a la compañía A y otra correspondiente a la compañía B, que represente el costo del alquiler en función de los kilómetros recorridos. ¿A partir de qué kilometraje le conviene cada compañía?
- ¿Cuáles de estos gráficos sirven para representar la situación?



- d) Si finalmente Roberto eligió la compañía A y cuando terminó el viaje el costo del alquiler fue de \$3355,30, ¿cuántos kilómetros recorrió?

Problema 6. Juan. La empresa A ofrece un salario básico de \$10,000 mensuales y la posibilidad de trabajar hasta un máximo de 22 horas extra por mes a razón de \$200 la hora. Juan busca trabajo pero preferiría un empleo en el que no tenga que hacer tantas horas extra.

- a) ¿Cuál es el sueldo máximo que puede obtenerse trabajando en A?
b) Si la empresa B paga \$210 la hora extra, ¿cuánto debería ofrecer de sueldo básico para que con 10 horas extra por mes obtenga la máxima remuneración de A?

Problema 7. Megs. La siguiente tabla muestra la duración (en minutos) y el tamaño (en megabytes) de 6 canciones en archivos con formato mp3 descargados de internet por un programa que baja y reproduce música.

Duración (min)	4,52	4,37	4,09	4,12	6,38
Tamaño (Mb)	4,11	3,97	3,72	3,75	5,80

- a) Expliquen si el programa tiene un comportamiento lineal.
b) Si la novena sinfonía de Beethoven dura aproximadamente 72 minutos ¿qué tamaño ocupa en megabytes?

Problema 8. Don Rogelio. Don Rogelio tiene una gotera en su casa. Para evitar que se haga un charco en el piso coloca un tacho cilíndrico. Don Rogelio es muy estudioso de los fenómenos físicos y decide registrar el nivel de agua a medida que pasa el tiempo. Para eso va anotando los datos en una tabla, pero lamentablemente algunos datos fueron borrados de manera accidental por otra gotera, que surgió de modo imprevisto, cayendo sobre la mesa donde Don Rogelio dejó el papel con las anotaciones.

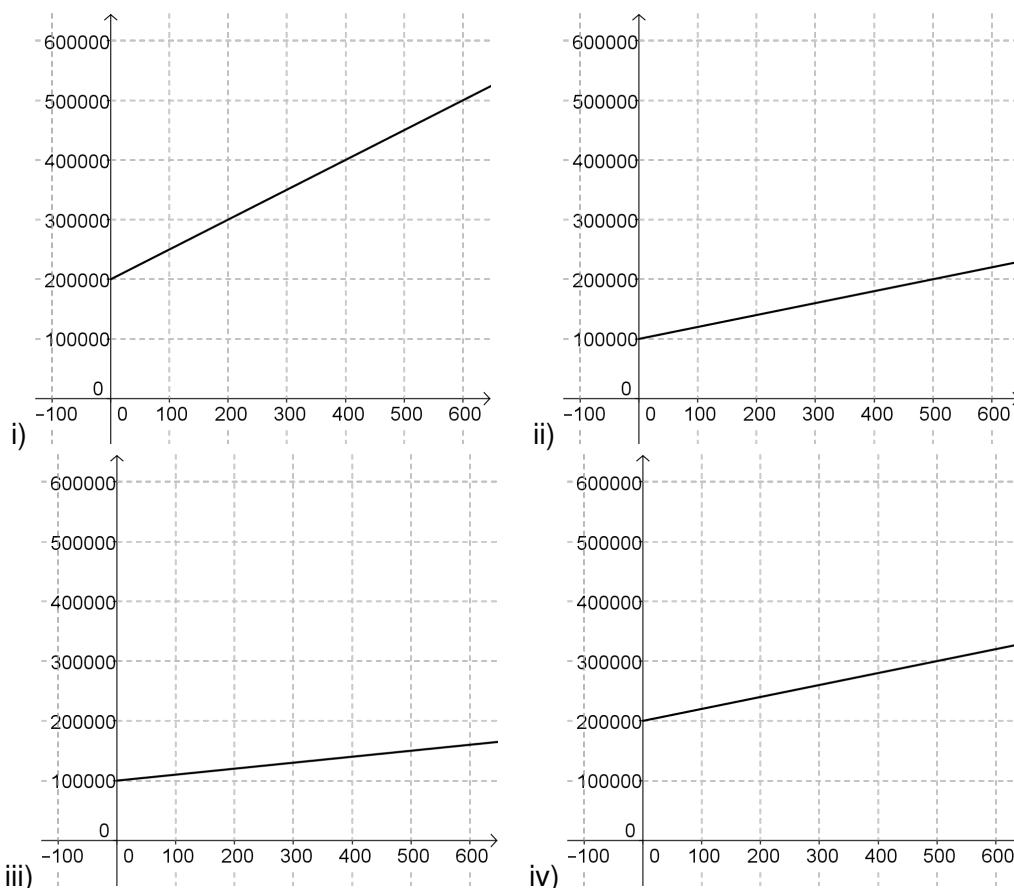
t	Nivel
30	20
40	
46	60
	90

- a) Completen los datos de la tabla sabiendo que el goteo es constante.
b) Como Don Rogelio ya sabe que tiene la gotera por otras lluvias anteriores, enciende el cronómetro apenas comienza a llover. ¿Había agua en el bidón cuando Don Rogelio encendió el cronómetro? Si la respuesta es afirmativa, indiquen cuánta agua había. Si la respuesta es negativa, expliquen lo que ocurrió.
c) Escriban la fórmula que indique el nivel de agua en función del tiempo, y grafíquenla en un sistema de ejes cartesianos.
d) El nivel de otro tacho cilíndrico que recibe agua de otra gotera en función del tiempo está dada por la siguiente fórmula $n = \frac{5}{3}t + 14$. Determinen si en algún momento ambos tachos tienen el mismo nivel de agua.

Problema 9. Sillas y Sillones. Establezcan correspondencias entre los siguientes enunciados y gráficos. Identifiquen el enunciado y el gráfico que no tienen correspondientes, e inventen gráfico y enunciado para ellos.

Una empresa que fabrica:

- a) Los sillones BKF tiene un costo fijo de \$100000 y un costo variable de \$200.
b) La silla Hill tiene un costo fijo de \$200000 y un costo variable de \$100.
c) La silla Jacobsen tiene un costo fijo de \$100000 y un costo variable de \$100.
d) Los sillones Manolete tiene un costo fijo de \$200000 y un costo variable de \$200.



Problema 10. Martillos. Para poner en funcionamiento una empresa que fabrica martillos se hace una inversión inicial de \$200000, el costo de fabricar cada martillo es de \$50 y el precio de venta de cada martillo es de \$120.

- Escriban las fórmulas de las funciones de Costo y de Ingreso de la empresa.
- Grafiquen ambas funciones en un mismo sistema de coordenadas.
- ¿Para qué valores de q la empresa obtiene ganancias? Justifiquen la respuesta.

Problema 11. Trabajo con la factura de la distribuidora de energía eléctrica

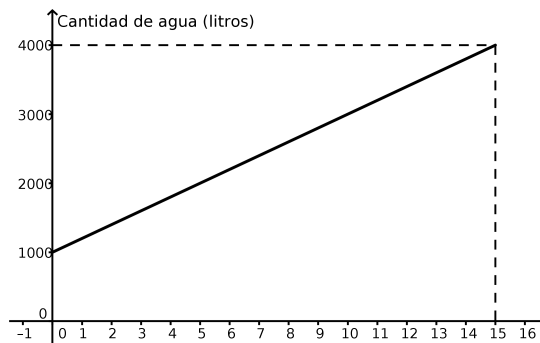
Saquen una fotocopia de una factura de la distribuidora de energía eléctrica que tengan en su casa, deben adjuntarla con el trabajo. En ella identifiquen: el total de impuestos; cargo fijo; costo por cada kw; consumo del período, cargo variable sin descuento. Queremos saber el monto de dinero que deben pagar en función de los kw consumidos, para esto respondan:

- ¿Qué modelo utilizan? Argumenten.
- ¿Necesitan realizar algún tipo de supuesto adicional? Justifiquen.
- Hallen una función que modelice el problema inicial suponiendo que no se realizan los descuentos por la ley del gobierno.
- Calculen el descuento en % de la ley del gobierno.
- Hallen una función que modelice el problema inicial incluyendo los descuentos por la ley del gobierno.
- Utilicen la fórmula del ítem anterior para calcular cuánto pagaría una familia que consumió 1000 kw , sin descuento del gobierno.
- Respondan la misma pregunta del ítem anterior para una familia que consumió 1000 kw , con descuento del gobierno.

- h) Comprueben que con la fórmula con descuento del gobierno obtienen el importe a pagar que dice su factura.

Problema 12. Se abrió la canilla. El gráfico representa el proceso de llenado de un tanque de agua a partir del momento en que se abrió una canilla.

- a) ¿Qué cantidad de agua tenía el tanque cuando se abrió la canilla y empezó a llenarse?
- b) ¿Cuántos litros por minuto entraron al tanque mientras se llenaba?
- c) Marquen sobre el gráfico el punto que representa el momento en que el tanque tenía 1500 litros. ¿Cuánto tiempo había transcurrido desde que comenzó a llenarse?



- d) Escriban una fórmula que calcule la cantidad de agua que había en el tanque a los x minutos de haber comenzado a llenarse.

Problema 13. Cosa Seria. El contador de la empresa *Cosa Seria S. A.* le envía un mail al director en el que le dice: Después de muchos estudios, análisis y proyecciones, he determinado que las siguientes fórmulas representan a las funciones de Costo y de Ingreso que tiene la empresa por fabricar cada unidad que vende:

$$f(x) = 70x \quad g(x) = 45x + 1050$$

Sin embargo, el contador no le aclaró al director cuál es la función de Costo y cuál es la función de Ingreso.

- a) Determinen cuál es la función de Costo y cuál es la función de Ingreso.
- b) Determinen cuántas unidades debe vender la empresa para obtener ganancias.
- c) Expliquen cuál es el costo fijo y cuál es el costo variable, y qué significado tienen.

Problema 14. Zapatero. Un zapatero paga mensualmente \$ 4000 por el alquiler del local; \$ 1500 por energía eléctrica, gas y agua y \$ 500 por otros gastos fijos. Cada par de zapatos lleva \$ 250 de materiales y no puede fabricar más de 50 pares por mes. Puede vender los zapatos a \$ 750 el par.

- a) Escriban las fórmulas que definan la función de Costo y la función de Ingreso.
- b) ¿Cuántos pares tendrá que vender al mes para obtener ganancia?
- c) Si produce y vende 20 pares mensuales ¿obtiene alguna ganancia?

Problema 15. Severino. Severino oficia de copiloto de Simón en una carrera en la ruta, para cuestiones de control debe tomar los tiempos en los que pasan por determinados mojones que identifican el kilometraje de la ruta. En un tramo en el que se tiene certeza de que el auto avanzó a velocidad constante, Severino ha anotado lo que figura en la siguiente tabla:

$t(h : m)$	km
10 : 32	67
10 : 52	107
11 : 20	183
11 : 48	219

- a) Severino tomó vió mal uno de los mojones. ¿Cuál fue el mojon correcto que debió haber anotado?
- b) A qué velocidad iba el auto en el tramo mencionado.
- c) Escribí una fórmula que describa la posición del auto en función del tiempo para cada instante. Usala para determinar en qué instante el auto pasó por kilómetro 11.

Problema 16. Taxistas. La Asociación de Taxistas del Conurbano Bonaerense (AsTaCoBo) decide competir por el mercado de pasajeros con la compañía digital UBER. Para ello propone cobrar los viajes en taxi \$15 la bajada de bandera y \$12 el kilómetro recorrido. Al enterarse de esto, los directivos de UBER lanzan al mercado la siguiente promoción: *Viajá hasta 20 km por tan solo \$219.*

- a) ¿Cuál es la función que representa el costo de viajar en taxi?
- b) ¿Cuántos kilómetros son necesarios viajar para que convenga tomar taxi?
- c) Realicen un gráfico que represente la situación planteada.

Problema 17. Planes Ilimitados. Telecom tiene una nueva oferta a los usuarios residenciales, los Nuevos Planes Ilimitados. Una tarifa plana de \$195 por mes con llamadas ilimitadas para telefonos fijos Locales. Por otro lado les informa que el Abono de Servicio Básico Telefónico aumentará a partir del 1ro de mayo a \$46 por mes, pero omite mencionar el valor del minuto de comunicación Local.

- a) Suponiendo que sólo mantienen 3 horas de llamadas locales por mes, ¿para qué valores de tarifa del minuto de llamada local les conviene el Plan Ilimitado?
- b) Si el minuto de llamada Local cuesta 10 centavos y sólo usan el teléfono para hablar con la vecina de la otra cuadra, hasta cuántos minutos mensuales de llamadas todavía es conveniente el plan con el abono de \$46?
- c) Dibujen gráficos que representen ambas tarifas y las ecuaciones suponiendo que sólo se tienen llamadas locales.