

Unidad 0: Números enteros, fracciones y expresiones algebraicas

Los Números, las letras, nuestras herramientas.

Ejercicio 1. Veinte, quince, siete. Identifiquen cada cálculo de la columna de la izquierda con uno de la columna de la derecha que dé el mismo resultado.

- | | |
|-------------------|-----------------|
| ■ $20 - (15 - 7)$ | ■ $20 + 15 + 7$ |
| ■ $20 - (15 + 7)$ | ■ $20 - 15 - 7$ |
| ■ $20 + (15 - 7)$ | ■ $20 - 15 + 7$ |
| ■ $20 + (15 + 7)$ | ■ $20 + 15 - 7$ |

Ejercicio 2. ¿Cuál es? Decidan cuál de los dos números es menor en cada caso:

- | | | | |
|--|--|---------------------------------------|--|
| a) $\frac{13}{7}$ y $\frac{14}{8}$ | b) $\frac{20}{21}$ y $\frac{21}{22}$ | c) $\frac{100}{21}$ y $\frac{50}{11}$ | d) $\frac{100}{21}$ y $\frac{51}{11}$ |
| e) $\frac{13}{7}$ y $\frac{13+10}{7+10}$ | f) $\frac{13}{7}$ y $\frac{13-5}{7-5}$ | g) $\frac{n+1}{n}$ y $\frac{n}{n+1}$ | h) $\frac{13}{7}$ y $\frac{13+n}{7+n}$ |

Ejercicio 3. Equivalentes. Identifiquen cuáles de estas fracciones son equivalentes entre sí.

- | | | | | | |
|---------------------|------------------|------------------------|------------------------|---------------------|----------------------|
| a) $\frac{12}{7}$ | b) $\frac{2}{3}$ | c) $\frac{1}{13}$ | d) $\frac{5}{8}$ | e) $\frac{2}{11}$ | f) $\frac{9}{6}$ |
| g) $\frac{11}{143}$ | h) $\frac{6}{9}$ | i) $\frac{1200}{7000}$ | j) $\frac{1011}{1031}$ | k) $\frac{26}{143}$ | l) $\frac{101}{103}$ |

Los números no siempre vienen en orden. Parte de la tarea es identificar cuál es menor.

Ejercicio 4. Operaciones. Resuelvan las siguientes operaciones:

- | | | |
|--|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ | b) $\frac{4}{5} + \frac{2}{5}$ | c) $\frac{1}{7} + \frac{5}{7}$ |
| d) $\frac{1}{7} + \frac{5}{7} + \frac{3}{7}$ | e) $\frac{5}{4} + \frac{5}{2}$ | f) $\frac{2}{3} + \frac{5}{2}$ |

g) $\frac{2}{7} + \frac{5}{3}$

h) $\frac{2}{3} + \frac{5}{7}$

i) $\frac{2}{7} + \frac{5}{3}$

j) $2 + \frac{1}{7} + \frac{5}{3}$

k) $\frac{1}{4} + \frac{5}{3} + \frac{2}{7}$

l) $\frac{3}{8} - \frac{5}{3} + \frac{3}{4} - 1$

Ejercicio 5. Fracción más entero. Calculen mentalmente sin hacer cuentas auxiliares escribiendo el resultado como una fracción:

a) $\frac{1}{2} + 1$

b) $\frac{3}{7} + 1$

c) $\frac{3}{2} + 2$

d) $\frac{17}{7} + 2$

e) $\frac{17}{7} - 2$

f) $\frac{13}{8} - 1$

g) $\frac{7}{9} + 2$

h) $\frac{6}{9} + 1$

i) $\frac{1200}{7000} + 2$

j) $\frac{6}{9} + 6$

k) $\frac{6}{9} + 9$

l) $\frac{1200}{7000} + 7000$

m) $\frac{101}{103} - 1$

n) $\frac{101}{103} + 1$

ñ) $\frac{101}{103} + 100$

o) $\frac{103}{101} + 9$

Toda fracción distinta de 0 tiene una inversa, es decir, una fracción que multiplicada por ella da por resultado 1. Por ejemplo, el inverso de $\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{2}$ porque $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$. Otro ejemplo: el inverso de 5 es $\frac{1}{5}$, porque $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$. En general, la fracción inversa de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$, porque $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$. Se suele usar la notación a^{-1} para indicar el inverso de a . De manera que $a \cdot a^{-1} = 1$. En el caso de fracciones $\frac{a}{b}$ la inversa $(\frac{a}{b})^{-1}$ será igual a $\frac{b}{a}$ es decir $(\frac{a}{b})^{-1} = \frac{b}{a}$.

Ejercicio 6. Inverso multiplicativo. Calculen el inverso multiplicativo de los siguientes números racionales:

a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$

b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$

c) $\left(\frac{17}{3}\right)^{-3}$

d) $\left(\frac{1}{25}\right)^{-2}$

Ejercicio 7. ¿Ser o no ser? Decidan cuáles de las siguientes notaciones representan el mismo número:

a) $\frac{1}{\frac{2}{5}}$

b) $\frac{1}{\frac{1}{\frac{2}{5}}}$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$

d) $\frac{5}{2}$

e) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}$

f) $-\left(\frac{2}{5}\right)^1$

La mitad de 40 es $40 : 2 = 20$. Pero también es $40 \cdot \frac{1}{2} = 20$. Calcular 40 dividido 2 es lo mismo que multiplicar 40 por el inverso de 2. En general: dividir una fracción por otra es multiplicar la primera por la inversa de la segunda:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejercicio 8. Resuelvan.

a) $\frac{3}{4} - \left(\frac{5}{3} + \frac{4}{5}\right)$ b) $4 - \left(\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{3}{6}\right)\right)$ c) $\left(\left(\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} + 2\right)\right) - \frac{2}{5}\right)$
d) $1 - \left(\left(\frac{5}{12} - \frac{12}{5}\right) - \left(-\frac{1}{30}\right)\right)$ e) $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$ f) $\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} + 2\right) - \frac{2}{5}$

Ejercicio 9. Número con decimales. Sumen los siguientes números para obtener un número decimal.

a) $31 \quad \frac{7}{10} \quad \frac{31}{10000} \quad 0,06$ b) $\frac{4}{50} \quad 1,1 \quad \frac{7021}{10000} \quad 1,01$

Ejercicio 10. Lograr la igualdad. Deduzcan el número x que permite lograr la igualdad, en cada caso:

a) $\frac{3}{x} = \frac{4}{8}$ b) $\frac{x}{15} = \frac{4}{10}$ c) $\frac{3}{16} = \frac{15}{x}$ d) $\frac{4}{5} = \frac{x}{4}$ e) $\frac{x}{7} = \frac{36}{35}$
f) $\frac{24}{2} = \frac{x}{3}$ g) $\frac{x}{3} = \frac{24}{2}$ h) $\frac{2}{24} = \frac{3}{x}$ i) $\frac{5}{60} = \frac{3}{x}$ j) $\frac{84}{7} = \frac{3}{x}$
k) $\frac{1}{x} = \frac{8}{7}$ l) $\frac{x}{24} = \frac{x}{7}$ m) $\frac{x}{31} = \frac{x}{31}$ n) $\frac{24}{x} = \frac{7}{x}$ ñ) $\frac{24}{2} = \frac{x^2}{3}$

Ejercicio 11. Ecuaciones. Resuelvan las siguientes ecuaciones:

a) $x + \frac{3}{4} = \frac{5}{2}$ b) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = \frac{7}{2}$ c) $x - \frac{3}{2} = 1$
d) $4x + \frac{2}{5} = 6$ e) $\frac{7}{6}x - 4 = -3$ f) $-\frac{1}{5}x + \frac{1}{2} = 2$
g) $\frac{4}{5}x - \frac{9}{2}x = 8$ h) $4 - \frac{1}{3} = \frac{2}{5}x$ i) $\frac{x}{4} + \frac{1}{5} = \frac{2}{3}x$

Ejercicio 12. Expresiones equivalentes. Hallen una expresión equivalente a cada una de las siguientes, pero sin paréntesis:

a) $(2 + 5 + 4)(m + 2)$ b) $(4 + 2)(x + 3 + y + 5)$
c) $(2x - 3y)(5m - 7n)$ d) $(a + 2 + x)(9 - m)$

Ejercicio 13. Evaluando expresiones. Evalúen las siguientes expresiones en los valores de las variables que se indican.

a) $\frac{x - \frac{2}{3}}{x}$; en $x = \frac{1}{2}$ b) $3x^2 - 2y^3$; en $x = 2$; $y = -1$
c) $-16t^2 + 64t + 128$; en $t = 3$ d) $a^2 - b^2$; en $a = -b$
e) $(p + q)^2$; en $p = 2$; $q = 5$ f) $p^2 + q^2$; en $p = 2$; $q = 5$
g) $\frac{0,5z + 0,1w}{t}$; en $z = 10$; $w = -100$; $t = -10$ h) πr^2 ; en $r = \frac{5}{\sqrt{\pi}}$

i) $\frac{(B+b)h}{2}$; en $B = 5$; $b = \frac{2}{3}$; $h = 0,5$

j) $d - (c - (c - d))$; en $c = \frac{17}{13}$; $d = \frac{53}{19}$

k) $(1/4)(x+3)^2 - 1$; en $x = -4$

l) $T + \frac{1}{T} + \frac{1}{T^2}$; en $T = \frac{1}{3}$

Ejercicio 14. ¿Equivalentes? Decidan si las siguientes fórmulas son equivalentes en donde se encuentran definidas. Justifiquen.

a) $(a-b)^2$ y $a^2 - b^2$

b) $a^3 - a^2$ y $a^2(a-1)$

c) $\frac{-c+b}{-c}$ y $\frac{b}{c}$

d) $\frac{a-b}{c \cdot a}$ y $\frac{1}{c} - \frac{b}{c \cdot a}$

e) $(a+b)^3$ y $a^3 + b^3$

f) $(x-2)^3$ y $x^3 - 8$

g) $(x-1) \cdot (x+2)$ y $x^2 + x - 2$

h) $4x + 8$ y $4 \cdot (x+4)$

i) $\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1}$ y $\frac{x+x^2+1}{(x+1)x}$

j) $\frac{3}{x^2-4} - \frac{x}{x+2} + 1$ y $\frac{2x-1}{x^2-4}$

Ejercicio 15. Reduciendo. Reduzcan las siguientes expresiones algebraicas:

a) $5a(x-y) + 5a(y-x)$

b) $2m(z+p) - 2m(z-p)$

c) $3y - 3(y-2)$

Ejercicio 16. Resuelvan las siguientes ecuaciones por dos caminos distintos:

a) $2(x+4) = 8+6$

b) $3(x-6) = 3 \cdot 7$

c) $3(x+2) = x(3+5)$

a) Usando la propiedad distributiva.

b) Sin usarla.

Ejercicio 17. Cuentas. Realicen las siguientes cuentas para los distintos valores de a :

Si $a = 2$	Si $a = 5$	Si $a = -2$	Si $a = \frac{2}{3}$
$a + a =$	$a + a =$	$a + a =$	$a + a =$
$a \cdot a =$	$a \cdot a =$	$a \cdot a =$	$a \cdot a =$
$a - a =$	$a - a =$	$a - a =$	$a - a =$
$a : a =$	$a : a =$	$a : a =$	$a : a =$
$a^2 =$	$a^2 =$	$a^2 =$	$a^2 =$
$2a =$	$2a =$	$2a =$	$2a =$

Ejercicio 18. ¿Ser o no ser? 2. Decidan si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas para cualquier valor de a . Justifiquen.

■ $a + a = a^2$

■ $a \cdot a = a^2$

■ $a : a = 1$

■ $a + a = 2a$

■ $a \cdot a = 2a$

■ $a + a^2 = a^3$

■ $a - a = 0$

■ $a : a = 0$

■ $a \cdot a^2 = a^3$

Ejercicio 19.

a) **¿Qué valores?** ¿Qué valores pueden tomar a y b para que sea $a \cdot b = 0$?

b) Resuelvan las siguientes ecuaciones:

(i) $(x + \frac{3}{2})(x - 4) = 0$

(ii) $(x + 5)(x + \frac{2}{7})(x - \frac{8}{3}) = 0$

(iii) $(x - 2)(x^2 + 1) = 0$

(iv) $x^5 - x^3 = 0$

(v) $3x^2 = 2x^2$

(vi) $\frac{1}{x} - \frac{4}{x^2} = 0$

(vii) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+6} = 1$

(viii) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 0$

Ejercicio 20. Todos los valores. Encuentren todos los valores de w, z, x e y que cumplen con las igualdades.

a) $3w - w = 2w$

b) $y - 3y = 2y$

c) $3x - 1 = 2x$

d) $1 - 3z = -2$

e) $x - 3x = -2x$

f) $5 - 3y = 2$

Ejercicio 21.

a) Expliquen por qué $a^3 \cdot a^5 = a^8$.

b) Expliquen por qué $a^7/a^3 = a^4$.

c) Calculen las siguientes potencias:

(i) $a^3 \cdot a^5 \cdot a \cdot a^6$

(iv) $a^{10}/(a^2 \cdot a^4)$

(ii) $(a^{15}/a^6)/a^4$

(v) $(a^5/a) \cdot (a^3/a^2) \cdot (a^9/a^7)$

(iii) $a^{15}/(a^6/a^4)$

(vi) $a^{x+y} \cdot a^{y-z} \cdot a^2$

Ejercicio 22. Resuelvan las siguientes ecuaciones aplicando las propiedades de la potencia:

a) $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4 = (3^3)^3$

b) $x^{11}/x^4 = 5^2 \cdot 5^5$

c) $3 \cdot x^7/x^3 = 3 \cdot 2 \cdot 2^3$

Ejercicio 23. Desarrollen:

a) $(a + b)^2$

b) $(a - b)^2$

c) $(a + 3b)^2$

d) $(2ab + 7ac)^2$

e) $(2m - 3n^2)^2$

f) $(5a - b^2)(b^2 + 5a)$