

## Определение

Если каждому натуральному числу  $n$  поставить в соответствие по определенному правилу некоторое вещественное или комплексное число  $x_n$ , то множество занумерованных чисел  $\{x_n, x_{n+1}, x_{n+2} \dots\}$  будет называться *числовой последовательностью* и обозначаться  $\{x_n\}$

## Введение арифметических операций

Последовательности можно складывать, вычитать, умножать, делить:

$$\{x_n\} + \{y_n\} = \{z_n\} : z_n = x_n + y_n$$

$$\{x_n\} - \{y_n\} = \{z_n\} : z_n = x_n - y_n$$

$$\{x_n\} \cdot \{y_n\} = \{z_n\} : z_n = x_n \cdot y_n$$

$$\{x_n\} / \{y_n\} = \{z_n\} : z_n = x_n / y_n, y_n \neq 0$$

## Ограниченность

Поскольку любая числовая последовательность является числовым множеством, определение ограниченности для последовательностей [такое же](#).

## Монотонность

Последовательность  $\{x_n\}$  монотонно *возрастает*, если

$$x_{n+1} > x_n \quad \forall n$$

Последовательность  $\{x_n\}$  монотонно *убывает*, если

$$x_{n+1} < x_n \quad \forall n$$

Последовательность  $\{x_n\}$  *невозрастает*, если

$$x_{n+1} \leq x_n \quad \forall n$$

Последовательность  $\{x_n\}$  *неубывает*, если

$$x_{n+1} \geq x_n \quad \forall n$$

Говорят, что если последовательность монотонно *возрастает/убывает*, то она **монотонная**.

## Бесконечно большая последовательность

Числовая последовательность  $\{x_n\}$  называется *бесконечно большой*, если

$$\forall A > 0 \exists N : \forall n > N \quad x_n > A$$

## Бесконечно малая последовательность

Числовая последовательность  $\{x_n\}$  называется *бесконечно малой*, если

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n > N \quad x_n < \varepsilon$$

## Сходящаяся последовательность

Последовательность *сходится*, если существует такое число  $a$ , что последовательность  $\{x_n - a\}$  является бесконечно малой, т.е.  $\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n > N |x_n - a| < \varepsilon$

Говорят, что последовательность сходится к  $a$  или имеет предел:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{x_n\} = a$

## Расходящаяся последовательность

Последовательность *расходится*, если у нее есть бесконечный предел, либо если она не имеет предела.