Предел функции по Гейне

$$\lim_{x \to a} f(x) = b \Leftrightarrow \forall \{x_n\} : x_n \to a, x_n \neq a \Rightarrow f(x_n) \to b$$

Предел функции по Коши

$$\lim_{x \to a} f(x) = b \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 : \ \forall x \in D(f) : 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$$

Предел по Коши в терминах окрестностей

$$\lim_{x \to a} f(x) = b \Leftrightarrow \forall U(b) \cap D(f) \ \exists \dot{U}(a) : f(\dot{U}(a)) \subseteq U(b)$$

Отрицание предела по Гейне

$$\lim_{x \to a} f(x) \neq b \Leftrightarrow \exists \{x_n\} : x_n \to a, x_n \neq a \Rightarrow \neg (f(x_n) \to b)$$

Отрицание предела по Коши

$$\lim_{x \to a} f(x) \neq b \Leftrightarrow \exists \varepsilon > 0 \ \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 : \ \exists x \in D(f) : 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - b| \ge \varepsilon$$

Отрицание предела по Коши в терминах окрестностей

$$\lim_{x \to a} f(x) \neq b \Leftrightarrow \exists U(b) \cap D(f) \ \forall \dot{U}(a) : \neg (f(\dot{U}(a)) \subseteq U(b))$$