Определение

Будем называть рациональным числом число вида $\frac{m}{n}$, где m — целое, а n — натуральное число.

Сравнение рациональных чисел

Допустим, есть рациональные числа $m = \frac{m_1}{n_1}$ и $n = \frac{m_2}{n_2}$. Между ними можно поставить знак $<$, $>$, $=$. Знак между числами m и n определяется знаком между произведениями $m_1 m_2$ и $n_1 n_2$.

Свойства сравнения рациональных чисел

Сравнение обладает следующим свойством:

$(a = b) \wedge (b = c) \Rightarrow a = c$

$(a < b) \wedge (b < c) \Rightarrow a < c$

Оно называется *транзитивностью отношения порядка*

Операции на множестве рациональных чисел

Сложение:

$a = \frac{m_1}{n_1},\ b = \frac{m_2}{n_2} \Rightarrow a + b = \frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2} = \frac{m_1 n_2 + m_2 n_1}{n_1 n_2} = c$

Сложение обладает свойством *коммутативности:*

$a + b = b + a$

А также свойством *ассоциативности:*

$(a + b) + c = a + (b + c)$

Умножение:

$a = \frac{m_1}{n_1},\ b = \frac{m_2}{n_2} \Rightarrow a \cdot b = \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2} = \frac{m_1 n_2}{n_1 n_2} = c$

Умножение обладает свойством *коммутативности:*

$ab = ba$

А также свойством *ассоциативности:*

$(ab)c = a(bc)$

Число 0

Во множество рациональных чисел введено число 0, обладающее следующим свойством относительно *сложения*:

$\exists 0 :\ (a + 0 = 0 + a = a)$

Число 1

Во множество рациональных чисел введено число 1, обладающее следующим свойством относительно *умножения*:

$\exists 1 : (a \cdot 1 = 1 \cdot a = a)$

Противоположное число

Любому рациональному числу соответствует *противоположное:*
$\forall a\ \exists a' : a' + a = 0,\ a' = -a$

Обратное число

Любому рациональному числу соответствует *обратное:*
$\forall a\ \exists a' = a \cdot a' = a,\ a' = a^{-1}$

Дистрибутивность умножения относительно сложения

Операции сложения и умножения связаны свойством дистрибутивности::

$(a + b)c = ac + bc$