

Теорема

Если $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$ и с некоторого номера N выполняется неравенство $x_n < y_n < z_n$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$

Доказательство

Пусть N_1 — номер, начиная с которого выполняется неравенство $x_n < y_n < z_n$. Тогда для этого номера выполняется $x_n - a < y_n - a < z_n - a$, т.е. $|y_n - a| \leq \max(|x_n - a|, |z_n - a|)$. По определению предела, для любого $\varepsilon > 0$ существуют номера N_2 и N_3 , такие, что для всех $n_2 > N_2$ и $n_3 > N_3$ $|x_n - a| < \varepsilon$ и $|z_n - a| < \varepsilon$ соответственно, а для всех $n > \max(N_1, N_2, N_3)$ выполняется $|y_n - a| < \varepsilon$.