

Ток смещения

Ротор \vec{H} равен плотности макроскопических токов:

$$[\vec{\nabla}; \vec{H}] = \vec{j} \quad (1)$$

Вектор \vec{j} связан с плотностью сторонних зарядов уравнением непрерывности:

$$(\vec{\nabla}; \vec{j}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2)$$

Представим заряжающийся конденсатор. Рассмотрим одну из его пластин: по проводнику, соединенному с ней течет ток I , который прекращается после зарядки конденсатора. Выберем поверхность S_1 , пересекающую провод, и другую поверхность S_2 – между обкладками конденсатора. По теореме Стокса:

$$\oint_{l_1} \vec{H} d\vec{l} = \int_{S_1} \vec{j} d\vec{S} = I \quad (3)$$

$$\oint_{l_2} \vec{H} d\vec{l} = \int_{S_2} \vec{j} d\vec{S} = 0 \quad (4)$$

Поверхность S_2 не охватывает токов, поэтому циркуляция \vec{H} по контуру, ограничивающему эту поверхность, равна нулю. Этого не может быть, т.к. напряженность поля между обкладками точно не равна нулю.

Следовательно, в случае изменяющегося во времени магнитного поля, теорема о циркуляции H не работает.

Несоответствие также выражается в том, что если взять дивергенцию от левой и правой части уравнения $[\vec{\nabla}; \vec{H}] = \vec{j}$, слева всегда будет 0, а справа – необязательно. Это противоречит уравнению непрерывности.

Максвелл ввел в правую часть уравнения $[\vec{\nabla}; \vec{H}] = \vec{j}$ дополнительное слагаемое $\vec{j}_{\text{смещ}}$:

$$[\vec{\nabla}; \vec{H}] = \vec{j} + \vec{j}_{\text{смещ}} = \vec{j}_{\text{полн}} \quad (5)$$

Это слагаемое называется током смещения и имеет размерность плотности тока. Если $(\vec{\nabla}; \vec{j}_{\text{смещ}}) = -(\vec{\nabla}; \vec{j})$, то мы действительно получим тождество, взяв дивергенцию от обеих частей уравнения (5):

$$0 = (\vec{\nabla}; [\vec{\nabla}; \vec{H}]) = -(\vec{\nabla}; \vec{j}) + (\vec{\nabla}; \vec{j}) = 0 \quad (6)$$

Из уравнения непрерывности:

$$(\vec{\nabla}; \vec{j}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (7)$$

По теореме о потоке вектора \vec{D} :

$$(\vec{\nabla}; \vec{D}) = \rho \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}; \vec{D}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = (\vec{\nabla}; \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \quad (10)$$

$$(\vec{\nabla}; j_{\text{смещ}}) = (\vec{\nabla}; \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \quad (11)$$

Окончательное выражение для $\vec{j}_{\text{смещ}}$:

$$\vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (12)$$