Сила и плотность тока

Если в проводнике носители заряда движутся с некоторой средней скоростью $<\vec{u}>$, говорят, что в нем течет ток. Характеристикой тока является его сила I:

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{1}$$

dq – заряд, проходящий за время dt сквозь поверхность, перпендикулярную движению зарядов.

Сила тока зависит от площади сечения проводника. Введем характеристику \vec{j} , зависящую только от зарядов:

$$dI = (\vec{j}; d\vec{S}) \tag{2}$$

$$I = \int_{S} \vec{j} d\vec{S} \tag{3}$$

Эта характеристика называется плотностью тока. Она численно равна заряду, проходящему за единицу времени через поверхность с единичной площадью.

Ток, в котором \vec{j} не меняется со временем называется постоянным. Для него справедливо:

$$I = \frac{q}{t} \tag{4}$$

Возьмем внутри проводника замкнутую поверхность S, изнутри которой вытекает заряд. По закону сохранения заряда скорость убывания заряда равна заряду, пересекающему S в единицу времени:

$$\frac{-dq}{dt} = \oint_{S} \vec{j} d\vec{S} \tag{5}$$

Выразив заряд через его плотность, получим:

$$\oint_{S} \vec{j}d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_{V} \rho dV = -\int_{V} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$
 (6)

По теореме Остроградского-Гаусса:

$$\int_{V} (\vec{\nabla}; \vec{j}) dV = -\int_{V} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \tag{7}$$

Отсюда:

$$(\vec{\nabla}; \vec{j}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{8}$$

Это соотношение называется уравнением непрерывности.

В случае стационарного тока плотность заряда не зависит от времени, поэтому $(\vec{\nabla}; \vec{j}) = 0$.