

Práctica 1

Gramáticas independientes del contexto

Ejercicio 1. Definir una gramática en el alfabeto $\Sigma = \{ (,) \}$ que genere el lenguaje L de las cadenas de paréntesis balanceados. Por ejemplo, $((())) \in L$ pero $)() \notin L$.

Ejercicio 2. Si x es un símbolo del alfabeto, notamos $|\alpha|_x$ a la cantidad de apariciones del símbolo x en la palabra α . Definir gramáticas en el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ que generen los siguientes lenguajes:

1. $\{\alpha : \text{existe un símbolo } x \in \Sigma \text{ y palabras } \beta, \gamma \in \Sigma^* \text{ tales que } \alpha = x\beta \text{ y } \alpha = \gamma x\}$ = “palabras que empiezan y terminan con el mismo símbolo”.
2. $\{\alpha : |\alpha| \text{ es par}\}$ = “palabras de longitud par”.
3. $\{\alpha : |\alpha|_0 = 0\}$ = “palabras que no tienen 0s”.
4. $\{\alpha : |\alpha|_0 = 1\}$ = “palabras que tienen exactamente un 0”.
Dar una derivación más a la izquierda para la cadena 1011.
Dar una derivación más a la derecha para la misma cadena.
5. (Difícil). $\{\alpha : |\alpha|_0 = |\alpha|_1\}$ = “palabras que tienen igual cantidad de 0s que de 1s”.
Dar una derivación más a la izquierda para la cadena 001101.
Dar una derivación más a la derecha para la misma cadena.
6. $\{\alpha : \alpha = 0^n 1^m \text{ con } n, m \geq 0\}$ = “0s seguidos de 1s”.
7. $\{\alpha : \alpha = 0^n 1^n \text{ con } n = m\}$ = “0s seguidos de 1s, con igual cantidad de 0s y 1s”.
8. $\{\alpha : \alpha = 0^n 1^m \text{ con } m > n \geq 0\}$ = “0s seguidos de 1s, con más 1s que 0s”.
Dar una derivación más a la izquierda para la cadena 001111.
Dar una derivación más a la derecha para la misma cadena.
9. $\{\alpha : \alpha = 0^n 1^m \text{ con } n \neq m\}$ = “0s seguidos de 1s, con distinta cantidad de 1s que 0s”.

Ejercicio 3. Considerar la gramática dada por el conjunto de símbolos terminales $\{\text{if, then, else, cmd, exp}\}$, el conjunto de símbolos no terminales $N = \{S, E\}$, donde S es el símbolo inicial, y las producciones siguientes:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \text{if } E \text{ then } S \mid \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{cmd} \\ E &\rightarrow \text{exp} \end{aligned}$$

1. Dar dos derivaciones para la cadena **if exp then cmd**.

2. ¿Las dos derivaciones dadas en el ítem 1. son más a la izquierda?
3. ¿Se pueden dar dos derivaciones más a la izquierda para la cadena **if exp then cmd**?
4. Dar dos derivaciones más a la izquierda para la cadena:

if exp then if exp then cmd else cmd

En esta gramática hay cadenas que se pueden derivar usando dos derivaciones más a la izquierda distintas. Cuando pasa esto, se dice que la gramática es *ambigua*. La ambigüedad en la gramática de arriba se conoce como problema del *dangling else*.

Ejercicio 4. Considerar una variante de la gramática del ejercicio anterior, dada por el conjunto de símbolos terminales **{if, then, else, cmd, exp, end}**, el conjunto de símbolos no terminales $N = \{S, E\}$, donde S es el símbolo inicial, y las producciones siguientes:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \text{if } E \text{ then } S \text{ end} \mid \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S \text{ end} \mid \text{cmd} \\ E &\rightarrow \text{exp} \end{aligned}$$

Dar una derivación más a la izquierda para las siguientes cadenas, y justificar en cada caso por qué esa es la única derivación más a la izquierda posible:

1. **if exp then if exp then cmd end else cmd end**
2. **if exp then if exp then cmd else cmd end end**

Ejercicio 5. Considerar la gramática dada por el conjunto de símbolos terminales **{num, +, *}**, el conjunto de símbolos no terminales $N = \{E\}$, donde E es el símbolo inicial, y las siguientes producciones:

$$E \rightarrow \text{num} \mid E + E \mid E * E$$

1. Mostrar que la gramática es ambigua dando dos derivaciones más a la izquierda para la cadena **num + num * num**.
2. Dar una única derivación más a la izquierda para la cadena **num + num * num** en la siguiente variante de la gramática, y justificar que esta es la única derivación más a la izquierda posible:

$$\begin{aligned} E &\rightarrow T \mid T + E \\ T &\rightarrow \text{num} \mid \text{num} * T \end{aligned}$$

Ejercicio 6. Dar una gramática en el siguiente alfabeto:

$$[\quad] \quad , \quad \mathbf{a}$$

que genere el lenguaje de las listas:

$[\]$ $[\mathbf{a}]$ $[\mathbf{a}, \mathbf{a}]$ $[\mathbf{a}, \mathbf{a}, \mathbf{a}]$ $[\mathbf{a}, \mathbf{a}, \mathbf{a}, \mathbf{a}]$ \dots

Ejercicio 7. ¿Qué lenguajes generan las siguientes gramáticas?

1. $\Sigma = \{0, 1\}$, $N = \{S, A\}$, símbolo inicial: S , producciones:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0S0 \mid 0A0 \\ A &\rightarrow 1 \mid 1A \end{aligned}$$

2. $\Sigma = \{0, 1\}$, $N = \{S, A, B\}$, símbolo inicial: S , producciones:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow 0A \mid 1A \\ B &\rightarrow 0A0 \mid 1A1 \end{aligned}$$

3. $\Sigma = \{0, 1\}$, $N = \{S, A\}$, símbolo inicial: S , producciones:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A0A0A \\ A &\rightarrow 0A \mid 1A \mid \epsilon \end{aligned}$$

4. $\Sigma = \{\mathbf{a}, +, *\}$, $N = \{S\}$, símbolo inicial: S , producciones:

$$S \rightarrow \mathbf{a} \mid SS+ \mid SS*$$

Dar una derivación de $\mathbf{a} \mathbf{a} + \mathbf{a} \mathbf{a} + *$.

5. $\Sigma = \{\mathbf{a}, +, *\}$, $N = \{S\}$, símbolo inicial: S , producciones:

$$S \rightarrow \mathbf{a} \mid +SS \mid *SS$$

Dar una derivación de $*\mathbf{a} * \mathbf{a} + \mathbf{a}\mathbf{a}$.