Parseo y Generación de Código

13 de septiembre de 2018

Analizadores léxicos
Autómatas finitos
Expresiones regulares

Licenciatura en Informática con Orientación en Desarrollo de Software
Universidad Nacional de Quilmes

Analizadores léxicos

Problemas de análisis léxico

Problemas que uno quisiera resolver programando:

- Implementar herramientas de búsqueda tipo *glob* o `grep`.
  - `*.txt` *(sintaxis tipo Unix)*
  - `(Jorge Luis|J. L.) Borges`
  - `Jorge( )+Luis( )+Borges`
  - `[jJ]orge [lL]uis [bB]orges`
  - `Centro Cultural (General )?San Martín`
  - `[GJX]imena`
  - `[a-z]*@unq.edu.ar`
  - `192.168.[0-9]+.1`

  Usos comunes:
  - Extraer datos de fuentes que no están normalizadas.
  - Buscar y reemplazar en archivos de texto, bases de datos, código fuente, paquetes de red.

Problemas de análisis léxico

Más problemas que uno quisiera resolver programando:

- Implementar analizadores léxicos.
  - `[_a-zA-Z][_a-zA-Z0-9]*`
  - `0x[0-9a-f]+`
  - `//[^\n]+`

  Usos comunes:
  - Componente de un intérprete o compilador.
  - Resaltado de sintaxis.
  - Algunos preprocesadores como cpp trabajan a nivel léxico.
- Especificar o documentar la sintaxis de un lenguaje formal. Por ejemplo, un protocolo:
  - `((READ|WRITE) [a-z]+\n)*`

Un analizador léxico sencillo

Para empezar, veremos cómo implementar manualmente un **analizador léxico** (alias **lexer**, **tokenizer**, **scanner**) para un lenguaje con las siguientes convenciones léxicas.

- Palabras clave: `if`, `else`.
- Símbolos: {, }, =, ==.
- Identificadores: `[a-z]+` (excepto las palabras clave).
- Números: `[0-9]+`
- Se ignoran espacios, tabs y enters.
- Comentarios comienzan con # y terminan al final de la línea.

Un analizador léxico sencillo – en C

Los símbolos terminales o *tokens* son un tipo enumerado:

```
typedef enum {
  T_IF,
  T_ELSE,
  T_LBRACE,          // {
  T_RBRACE,          // }
  T_ASSIGN,          // =
  T_EQUAL,           // ==
  T_ID,
  T_NUM,
  T_EOF,
} Token;
```

Un analizador léxico sencillo – en C

Representación del analizador léxico:

```
#define MAX_BUFFER 1024

typedef struct {
  FILE *archivo;
  int linea;
  int columna;
  char buffer[MAX_BUFFER];
} Tokenizador;

void inicializar(Tokenizador *t, FILE *archivo) {
  t->archivo = archivo;
  t->linea = 1;
  t->columna = 1;
}
```

Un analizador léxico sencillo – en C

```
void comer_comentario(Tokenizador *t) {
  int c = fgetc(t->archivo);
  while (c != EOF && !es_fin_de_linea(c)) {
    t->columna++;
    c = fgetc(t->archivo);
  }
  ungetc(c, t->archivo);
}
```

Un analizador léxico sencillo – en C

```
void comer_blancos(Tokenizador *t) {
  int c = fgetc(t->archivo);
  while (es_blanco(c) || c == '#') {
    if (c == '#') {
      t->columna++;
      comer_comentario();
    } else if (es_fin_de_linea(c)) {
      t->linea++;
      t->columna = 1;
    } else {
      t->columna++;
    }
    c = fgetc(t->archivo);
  }
  ungetc(c, t->archivo);
}
```

Un analizador léxico sencillo – en C

```
Token siguiente_token(Tokenizador *t) {
  comer_blancos(t);
  int c = fgetc(t->archivo);
  if (c == EOF) {
    return T_EOF;
  } else if (c == '{') {
    t->columna++;
    return T_LBRACE;
  } else if (c == '}') {
    t->columna++;
    return T_RBRACE;
  } else if (c == '=') {
    t->columna++;
    c = fgetc(t->archivo);
    if (c == '=') {
      t->columna++;
      return T_EQUAL;
    } else {
      ungetc(c, t->archivo);
      return T_ASSIGN;
    }
```

Un analizador léxico sencillo – en C

```
} else if (es_numerico(c)) {
  int i = 0;
  t->columna++;
  while (es_numerico(c) && i + 1 < MAX_BUFFER) {
    t->buffer[i] = c;
    i++;
    c = fgetc(t->archivo);
    t->columna++;
  }
  t->columna--;
  t->buffer[i] = '\0';
  ungetc(c, t->archivo);
  return T_NUM;
```

Un analizador léxico sencillo – en C

```
} else if (es_alfabetico(c)) {
  int i = 0;
  t->columna++;
  while (es_alfabetico(c) && i + 1 < MAX_BUFFER) {
    t->buffer[i] = c;
    i++;
    c = fgetc(t->archivo);
    t->columna++;
  }
  t->columna--;
  t->buffer[i] = '\0';
  ungetc(c, t->archivo);

  if (!strcmp(t->buffer, "if")) {
    return T_IF;
  } else if (!strcmp(t->buffer, "else")) {
    return T_ELSE;
  } else {
    return T_ID;
  }
```

Un analizador léxico sencillo – en C

```
    } else {
      fprintf(stderr, "Simbolo desconocido "
                      "en linea %u columna %u\n",
                      t->linea, t->columna);
      exit(1);
    }
  }
```

Limitaciones del analizador léxico sencillo

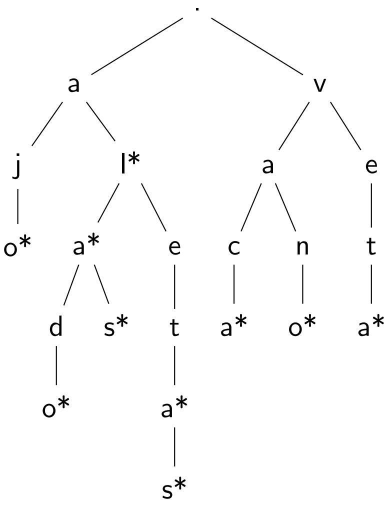
- **Limitación de la longitud de identificadores.** Se puede solucionar haciendo manejo dinámico de memoria. No se hace en el ejemplo anterior por una cuestión didáctica – para no complicar más el código.
- **Entrada/salida.** Leer de a un caracter de la entrada por vez puede llegar a ser muy lento. Un tokenizador realista debería leer la entrada de a fragmentos (p.ej. de a 64Kb). Esto requiere cierto cuidado. *Ver* Sec. 3.2 del libro del Dragón.
- **Estilo cuestionable: "if .. else if .. else if .. else".** No es un gran problema en un analizador léxico[1]. Se puede mejorar el estilo usando un *dispatch* basado en una tabla o diccionario.

[1] Ejercicio: ¿cómo está hecho el analizador léxico de tu lenguaje favorito?

Limitaciones del analizador léxico sencillo

- **Uso de “if .. else if ...” para distinguir palabras clave.**
  Este es un problema algorítmico más importante/interesante.
  Se puede solucionar usando un *trie*.

ajo
al
ala
alado
alas
aleta
aletas
vaca
vano
veta



Limitaciones del analizador léxico sencillo

- **Naturaleza ad hoc.**
  El mayor problema del analizador léxico anterior es que es una solución *ad hoc*.
  - *Ideal utópico de la computación:* el programador describe el problema y la computadora lo resuelve sin que el programador indique cómo. La computadora no hace magia: utiliza técnicas generales de resolución de problemas.
  - *Aproximación al ideal utópico:* programar soluciones generales a algunos problemas particulares.
  - *Aproximación al ideal utópico en este caso:* si el programador especifica la sintaxis léxica se puede generar automáticamente un analizador léxico.

Autómatas finitos

Autómatas finitos determinísticos

Un **autómata finito determinístico** (AFD) es una 5-upla $D = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$, donde:

- Q es un conjunto finito, el **conjunto de estados**.
- Σ es un conjunto finito de símbolos, el **alfabeto**.
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es una función, la **función de transición**.
- $q_0 \in Q$ es un estado, el **estado inicial**.
- $Q_F \subseteq Q$ es un conjunto de estados, los **estados finales**.

Autómatas finitos determinísticos

La función de transición se extiende a palabras, definiendo una relación ternaria $\to_D \subseteq Q \times \Sigma^\star \times Q$ que relaciona una tripla (q_1, α, q_2) si se llega del estado q_1 al estado q_2 consumiendo la cadena α. Se escribe $q_1 \xrightarrow{\alpha}_D q_2$ si la tripla (q_1, α, q_2) está relacionada. Más precisamente:

$$
\begin{array}{rl}
q \xrightarrow{\epsilon}_D q & \text{para todo estado } q \in Q \\
q \xrightarrow{a\alpha}_D q'' & \text{si y sólo si existe } q' \in Q \text{ tal que} \\
 & q' = \delta(q, a), \qquad q' \xrightarrow{\alpha}_D q''
\end{array}
$$

Es decir:

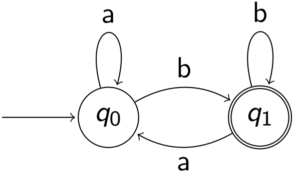
$$q_0 \xrightarrow{a_1 a_2 \ldots a_n}_D q_n$$

si y sólo si existen $q_1, \ldots, q_{n-1}$ tales que

$$q_0 \xrightarrow{a_1}_D q_1 \xrightarrow{a_2}_D q_2 \ldots \xrightarrow{a_n}_D q_n$$

Autómatas finitos determinísticos

Ejemplo.



$$D = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1\})$$

δ	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_0	q_1

$$q_0 \xrightarrow{abbabba}_D \; ?$$

Autómatas finitos determinísticos

Un AFD $D = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$ **acepta** una cadena $\alpha \in \Sigma^\star$ si $q_0 \xrightarrow{\alpha}_D q'$ donde $q' \in Q_F$ es algún estado final.

El **lenguaje aceptado** por D es el conjunto de cadenas que acepta:

$$L(D) = \{\alpha \in \Sigma^\star \mid q_0 \xrightarrow{\alpha}_D q', \qquad \text{donde } q' \in Q_F\}$$

Autómatas finitos determinísticos

Ejercicio. Definir un AFD en el alfabeto $\{a, b\}$ que acepte el lenguaje de las cadenas terminadas en abb.

Autómatas finitos determinísticos

Algoritmo: simulación de un AFD.

Entrada: un AFD $D = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$
una cadena $\alpha \in \Sigma^\star$
Salida: un booleano indicando si $\alpha \in L(D)$

```
q := q0
foreach x in α
  q := δ(q, x)
end
return q ∈ QF
```

- ¿Cuánta memoria auxiliar necesita?
- ¿Cuánto tarda en decidir si una cadena α está en $L(D)$?

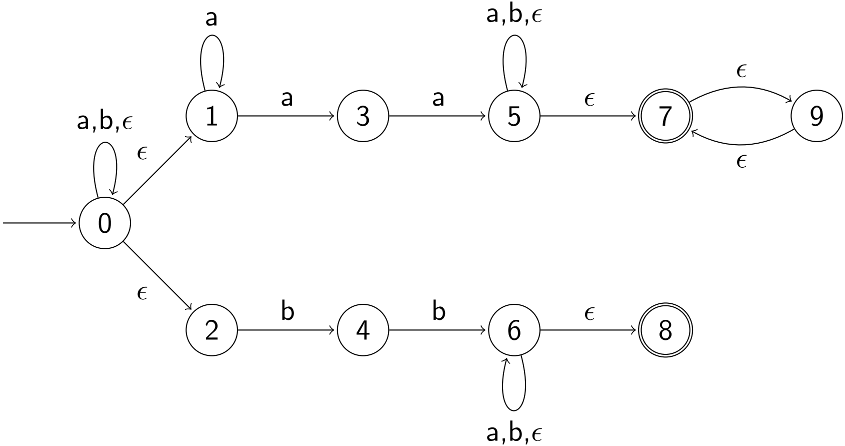
Autómatas finitos no determinísticos

Un **autómata finito no determinístico** (AFN) es una 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$, donde:

- Q es un conjunto finito, el **conjunto de estados**.
- Σ es un conjunto finito de símbolos, el **alfabeto**.
- Para cada estado $q \in Q$ y cada símbolo $x \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$, la expresión $\delta(q, x)$ denota un conjunto de estados.
  Más precisamente, $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \to \mathcal{P}(Q)$ es la **función de transición no determinística**.
- $q_0 \in Q$ es un estado, el **estado inicial**.
- $Q_F \subseteq Q$ es un conjunto de estados, los **estados finales**.

La función de transición no determinística δ se extiende a palabras.
Pero veamos primero un ejemplo.

Autómatas finitos no determinísticos



Todavía no definimos formalmente aceptación para AFNs, pero podemos preguntarnos:

- ¿Este AFN acepta la cadena *abbab*?
- ¿Qué lenguaje acepta?

Autómatas finitos no determinísticos

Dado un AFN $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$, se define la relación binaria $\stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}_N \subseteq Q \times Q$ de tal manera que un par de estados (q_1, q_2) está relacionado si se puede llegar de q_1 a q_2 usando solamente transiciones etiquetadas con ϵ. Más precisamente:

$$
\begin{array}{rl}
q \stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}_N q & \text{para todo estado } q \in Q \\
q \stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}_N q'' & \text{si existe un estado } q' \in Q \text{ tal que} \\
 & q' \in \delta(q, \epsilon), \qquad q' \stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}_N q''
\end{array}
$$

La **clausura-**ϵ de un estado q es el conjunto de estados alcanzables por medio de transiciones ϵ:

$$\mathrm{cl}_\epsilon(q) = \{q' \in Q \mid q \stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}_N q'\}$$

La clausura-ϵ de un conjunto de estados $\{q_1, \ldots, q_n\} \subseteq Q$ se define como la unión de sus respectivas clausuras:

$$\mathrm{cl}_\epsilon(\{q_1, \ldots, q_n\}) = \bigcup_{i=1}^{n} \mathrm{cl}_\epsilon(q_i)$$

Autómatas finitos no determinísticos

Algoritmo: cómputo de la clausura-ϵ.

Entrada: un AFN $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$
un conjunto de estados $A \subseteq Q$
Salida: el conjunto de estados $C = \mathrm{cl}_\epsilon(A)$

C := A
while existe un estado $q \in C$ tal que $\delta(q, \epsilon) \not\subseteq C$
    C := $C \cup \delta(q, \epsilon)$
end
return C

Autómatas finitos no determinísticos

Algoritmo: cómputo de la clausura-ϵ.

Variante más concreta/explícita.

Entrada: un AFN $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$
un conjunto de estados $A \subseteq Q$
Salida: el conjunto de estados $C = \text{cl}_\epsilon(A)$

```
pila := []
C := ∅
meter todos los estados de A en pila
while pila ≠ []
    q := pila.pop()
    foreach q' ∈ δ(q, ε)
        if q' ∉ C
            C := C ∪ {q'}
            pila.push(q')
        end
    end
end
return C
```

Autómatas finitos no determinísticos

La función de transición no determinística δ se extiende a palabras, definiendo una relación ternaria $\to_N$: $Q \times \Sigma^\star \times Q$ de tal manera que una tripla (q_1, α, q_2) está relacionada si se puede llegar del estado q_1 al estado q_2 consumiendo la cadena α. Se escribe $q_1 \xrightarrow{\alpha}_N q_2$ si la tripla (q_1, α, q_2) está relacionada. Más precisamente:

$$
\begin{array}{rl}
q \xrightarrow{\epsilon}_N q' & \text{si } q \overset{\epsilon}{\Rightarrow}_N q' \\
q \xrightarrow{a\alpha}_N q''' & \text{si existen } q', q'' \in Q \text{ tales que} \\
& q \overset{\epsilon}{\Rightarrow}_N q', \quad q'' \in \delta(q', a), \quad q'' \xrightarrow{\alpha}_N q'''
\end{array}
$$

Autómatas finitos no determinísticos

Un AFN $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$ **acepta** una cadena $\alpha \in \Sigma^\star$ si $q_0 \xrightarrow{\alpha}_N q'$ donde $q' \in Q_F$ es algún estado final.

El **lenguaje aceptado** por N es el conjunto de cadenas que acepta:

$$L(N) = \{\alpha \in \Sigma^\star \mid q_0 \xrightarrow{\alpha}_N q', \qquad \text{donde } q' \in Q_F\}$$

Ejemplo.

- En el AFN de antes, determinar el conjunto de estados q' tales que:

$$q_0 \xrightarrow{abb}_N q'$$

Autómatas finitos no determinísticos

Algoritmo: simulación de un AFN.

Entrada: `un AFN` $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$
`una cadena` $\alpha \in \Sigma^\star$
Salida: `un booleano indicando si` $\alpha \in L(N)$

S `:=` $\mathrm{cl}_\epsilon(q_0)$
foreach x `in` α
  S `:=` $\mathrm{cl}_\epsilon(\bigcup_{q \in S} \delta(q, x))$
end
return $S \cap Q_F \neq \emptyset$

Equivalencia entre AFDs y AFNs

- Dado un AFD D, es inmediato construir un AFN que acepte el mismo lenguaje que D.
- Dado un AFN N, ¿se puede construir un AFD que acepte el mismo lenguaje que D?

Equivalencia entre AFDs y AFNs

- Dado un AFD D, es inmediato construir un AFN que acepte el mismo lenguaje que D.
- Dado un AFN N, ¿se puede construir un AFD que acepte el mismo lenguaje que D? ¡Sí!

Equivalencia entre AFDs y AFNs

Construcción de subconjuntos.

Si $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_F)$ es un AFN, podemos construir el siguiente AFD $D = (\mathcal{P}(Q), \Sigma, \Delta, \mathrm{cl}_\epsilon(q_0), S_F)$:

- Un estado de D es un **conjunto** $S \subseteq Q$.
  (S es subconjunto de los estados de N).
- El alfabeto es el mismo.
- La función de transición

  $$\Delta : \mathcal{P}(Q) \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$$

  está dada por:

  $$\Delta(S, x) = \mathrm{cl}_\epsilon(\cup_{q \in S} \delta(q, x))$$

- El estado inicial es el conjunto $\mathrm{cl}_\epsilon(q_0)$.
- Un conjunto de estados del AFN es un estado final para el AFD si contiene algún estado final:

  $$S_F = \{S \subseteq Q \mid S \cap Q_F \neq \emptyset\}$$

Equivalencia entre AFDs y AFNs

Teorema. Si N es un AFN y D es el AFD que resulta de la construcción de subconjuntos de N, entonces N y D aceptan el mismo lenguaje.

Demostración. No vamos a probarlo rigurosamente, pero la observación esencial es la siguiente propiedad técnica[2]:

$$\begin{array}{cl} \mathrm{cl}_\epsilon(q_0) \xrightarrow{\alpha}_D S & \text{en el AFD construido} \\ \text{si y sólo si} & \\ S = \{q' \in Q \mid q_0 \xrightarrow{\alpha}_N q'\} & \text{en el AFN original} \end{array}$$

Por lo tanto dada una cadena cualquiera α:

$$\begin{array}{lll} \text{El AFD } D \text{ acepta } \alpha & \text{si y sólo si} & \mathrm{cl}_\epsilon(q_0) \xrightarrow{\alpha}_D S \in S_F \\ & \text{si y sólo si} & q_0 \xrightarrow{\alpha}_N q \text{ para algún } q \in Q_F \\ & \text{si y sólo si} & \text{el AFN } N \text{ acepta } \alpha. \end{array}$$

---

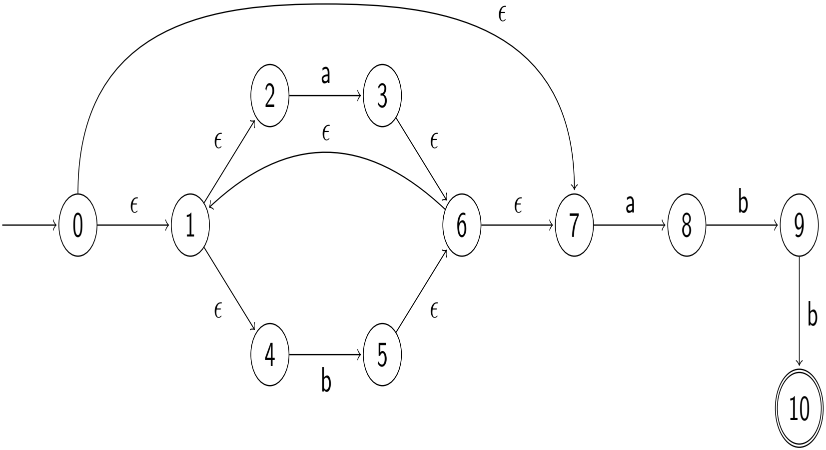
[2] Se puede ver demostrando algo un poco más general:

$$\mathrm{cl}_\epsilon(S) \xrightarrow{\alpha}_D S' \qquad \iff \qquad S' = \{q' \in Q \mid \exists q \in S.\ q \xrightarrow{\alpha}_N q'\}$$

Por inducción en la longitud de la cadena α.

Equivalencia entre AFDs y AFNs

Ejercicio. Construir un AFD que acepte el mismo lenguaje que el siguiente AFN en el alfabeto $\{a, b\}$.



Equivalencia entre AFDs y AFNs

- Si un AFN tiene n estados, ¿cuántos estados tiene el AFD que resulta de la construcción de subconjuntos?
- **Observación:** no es necesario incluir todos estos subconjuntos de estados en la construcción del AFD, basta con incluir los subconjuntos de estados **alcanzables**.

Expresiones regulares

Operaciones entre lenguajes

Si Σ es un alfabeto y $L, L' \subseteq \Sigma^\star$ son lenguajes, definimos las siguientes operaciones:

- **Concatenación.** $L \cdot L' = \{\alpha\beta \mid \alpha \in L,\ \beta \in L'\}$.
- **Unión.** $L \cup L' = \{\alpha \mid \alpha \in L \ \vee \ \alpha \in L'\}$.
  (Es la unión de conjuntos).
- **Concatenación de un lenguaje consigo mismo.**

$$\begin{array}{rcl} L^0 & = & \{\epsilon\} \\ L^{n+1} & = & L \cdot L^n \end{array}$$

- **Clausura de Kleene.** $L^\star = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$
  Es decir, $\alpha \in L^\star$ si existe $n \geq 0$ y existen palabras $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ tales que $\alpha = \alpha_1 \ldots \alpha_n$ y $\alpha_i \in L$ para cada i.
  Notar que $\epsilon \in L^\star$ siempre.
- **Clausura positiva.** $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$
  Es decir, $\alpha \in L^+$ si existe $n \geq 1$ y existen palabras $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ tales que $\alpha = \alpha_1 \ldots \alpha_n$ y $\alpha_i \in L$ para cada i.
  Notar que $\epsilon \in L^+$ si y solamente si $\epsilon \in L$.

Operaciones entre lenguajes

Ejemplo. Si el alfabeto es $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ y tenemos los lenguajes:

$$L_1 = \{aa, bb\} \qquad\qquad L_2 = \{ccc, d\}$$

Entonces:

$$\begin{array}{rcl} L_1 \cdot L_2 & = & \{aaccc, aad, bbccc, bbd\} \\ L_1 \cup L_2 & = & \{aa, bb, ccc, d\} \\ (L_1)^2 & = & \{aaaa, aabb, bbaa, bbbb\} \\ (L_2)^\star & = & \{\epsilon, ccc, d, cccccc, cccd, dccc, dd, ccccccccc, \ldots\} \end{array}$$

Expresiones regulares

Dado un alfabeto Σ, las **expresiones regulares** en el alfabeto Σ son expresiones (es decir, *árboles*) que se construyen inductivamente con las siguientes reglas:

- El símbolo $\emptyset$ es una expresión regular.
- El símbolo ϵ es una expresión regular.
- Cualquier símbolo $x \in \Sigma$ es una expresión regular.
- Si R y S son expresiones regulares, $R \cdot S$ es una expresión regular. Se abrevia RS.
- Si R y S son expresiones regulares, $R \mid S$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, $R^\star$ es una expresión regular.

Expresiones regulares

Cada expresión regular R **denota** un lenguaje. Inductivamente:

- $L(\emptyset) = \emptyset$
- $L(\epsilon) = \{\epsilon\}$
- Si $x \in \Sigma$, entonces $L(x) = \{x\}$.
- $L(R \cdot S) = L(R) \cdot L(S)$
- $L(R \mid S) = L(R) \cup L(S)$
- $L(R^\star) = L(R)^\star$

Expresiones regulares

Convenciones:

- El operador de mayor precedencia es la clausura ($\star$), seguido por la concatenación ($\cdot$), seguido por la unión ($\mid$).
- **Ejemplo:**

$$aba^\star \mid bab^\star = ((ab)(a^\star)) \mid ((ba)(b^\star))$$

- Las expresiones regulares:

$$R \mid (S \mid T) \qquad\qquad (R \mid S) \mid T$$

  son distintas, pero generalmente se pueden identificar.
- Las expresiones regulares:

$$R \cdot (S \cdot T) \qquad\qquad (R \cdot S) \cdot T$$

  son distintas, pero generalmente se pueden identificar.

Expresiones regulares

Ejercicio. Describir el lenguaje generado por la siguiente gramática en el alfabeto $\{a, b, c, d, e, f\}$ usando una expresión regular:

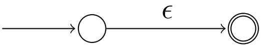
$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & A \mid C \\ A & \rightarrow & abA \mid B \\ B & \rightarrow & cB \mid dB \mid \epsilon \\ C & \rightarrow & Ce \mid f \end{array}$$

Construcción de Thompson

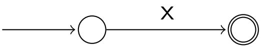
Dada una expresión regular R, se puede construir un AFN $N(R)$ que acepta el lenguaje denotado por R. Inductivamente, se puede construir un autómata que tiene un único estado final:

- Construcción de $N(\emptyset)$:

- Construcción de $N(\epsilon)$:

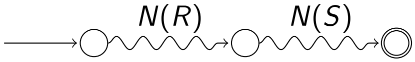


- Construcción de $N(x)$ si $x \in \Sigma$:

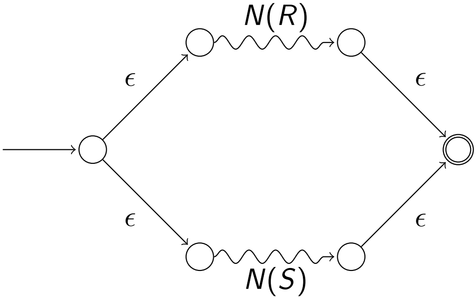


Construcción de Thompson

- Construcción de $N(RS)$:

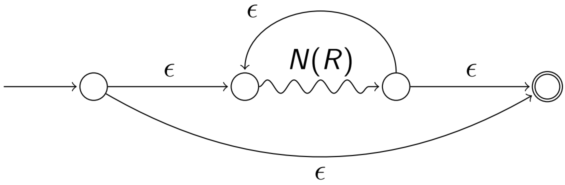


- Construcción de $N(R \mid S)$:



Construcción de Thompson

- Construcción de $N(R^{\star})$:



Construcción de Thompson

Ejercicio. Usando la construcción de Thompson, construir un AFN que acepte el lenguaje denotado por:

$$0^{\star}1^{\star} \mid 1^{\star}0^{\star}$$