1 数学

例题 1.1

（2024 福建月考）函数$f(x)$是定义域为$(-1,1)$上的单调减函数，若$f(x)$图像关于点$(0,1)$对称，则满足$f(x-1)<f(x)<2$的x的取值范围是

解抽象不等式，利用的是两个基本性质：

① 奇偶性

② 单调性

现在函数关于 (0,1) 对称，不是关于原点，也不关于 y 轴对称，肯定不具有奇偶性，需要变形（平移）。下称一个单位即可关于 (0,0) 对称。设新函数为 $g(x)$，则有：

$f(x)=g(x)+1$，则 $g(x-1)+1+g(x)+1<2$。利用 **f**、**f** 在两边把 $g(x)$ 分成两边：

$g(x-1)<-g(x)$，$g(x)$ 又是奇函数，因此 $g(x-1)<g(-x)$；再利用单调减得（取交集）：

$$x\text{的取值范围：}\begin{cases} x-1>-x \\ -1<x<1 \\ -1<x-1<1 \end{cases}$$

例题 1.2

2024 重庆期中 函数 $f(x)$ 偶函数，且 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，$x\in[\frac{1}{2},1]$ 时，不等式 $f(ax+1)\leq f(x-2)$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是

A. [-2,2]　　B. [-2,0]　　C. [0,2]　　D. (-2,2)

按前面所述，**f,f** 分两边，现在已经分两边了，再利用单调性，则实数 a 需要同时满足以下几个条件（取交集）

$$\begin{cases} ax+1\leq x-2 \\ \frac{1}{2}\leq x-2\leq 1 \\ \frac{1}{2}\leq ax+1\leq 1 \end{cases}$$