

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ № 006
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

- 1** Найдите корень уравнения

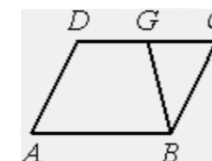
$$(6x - 13)^2 = (6x - 11)^2.$$

Ответ: _____.

- 2** Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: _____.

- 3** Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 132. Точка G — середина стороны CD . Найдите площадь трапеции $ABGD$.



Ответ: _____.

4

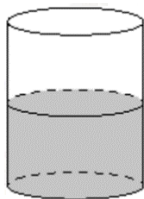
Найдите значение выражения

$$7\sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{8} \cdot \cos \frac{15\pi}{8}.$$

Ответ: _____

5

В цилиндрический сосуд налили 2800 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 13 см. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.



Ответ: _____

6

Прямая $y = -3x - 5$ является касательной к графику функции $y = x^2 + 7x + c$. Найдите c .

Ответ: _____

7

Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 24 \text{ м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3 \text{ м/с}^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ дайте в секундах.

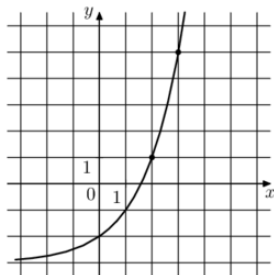
Ответ: _____

8

Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 42 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

Ответ: _____

- 9** На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(6)$.



Ответ: _____

- 10** Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____

- 11** Найдите точку минимума функции

$$y = (x^2 - 17x + 17) \cdot e^{7-x}.$$

Ответ: _____.

Часть 2

- 12** а) Решите уравнение

$$1 + \log_3(x^4 + 25) = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{30x^2 + 12}.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2, 2; 3, 2]$.

- 13** В треугольной пирамиде $SABC$ известны боковые рёбра: $SA = SB = 7$, $SC = 5$. Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы CM треугольника ABC . Эта высота равна 4.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
б) Найдите объём пирамиды $SABC$.

- 14** Решите неравенство

$$1 + \frac{10}{\log_2 x - 5} + \frac{16}{\log_2^2 x - \log_2(32x^{10}) + 30} \geq 0.$$

- 15** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 8% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равна сумма всех выплат?

16 Дана равнобедренная трапеция, в которой $AD = 3BC$, CM — высота трапеции.

а) Докажите, что M делит AD в отношении 2:1.

б) Найдите расстояние от точки C до середины BD , если $AD = 18$,

$$AC = 4\sqrt{13}.$$

17 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$\left| \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$$

выполняется при всех x .

18 На доске написано число 2045 и ещё несколько (не менее двух) натуральных чисел, не превосходящих 5000. Все написанные на доске числа различны. Сумма любых двух из написанных чисел делится на какое-нибудь из остальных.

а) Может ли на доске быть написано ровно 1024 числа?

б) Может ли на доске быть написано ровно пять чисел?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?