

Forza elettrica

- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

Gettys II
Capitolo 1

Introduzione

Le **interazioni elettromagnetiche** mantengono unite le molecole (che costituiscono liquidi, solidi). Le deformazioni elastiche, gli stress meccanici sono manifestazioni di forze elettrostatiche bilanciate. Nella vita quotidiana, molti fenomeni vanno ricondotti a interazioni elettromagnetiche. Anche la moderna tecnologia sfrutta fenomeni elettromagnetici: luce elettrica, motori elettrici, elettronica, computer, etc.

Sia i fenomeni elettrici, sia quelli magnetici, si ricondono a interazioni elettromagnetiche fra cariche.

Carica elettrica: scoperta tramite lo sfregamento di un bastoncino isolante con un altro isolante (panno). Per sfregamento si acquisiscono cariche elettriche superficiali.

Un corpo carico può attrarre o respingere altri corpi carichi.

**Cariche uguali si respingono;
cariche opposte si attraggono.**

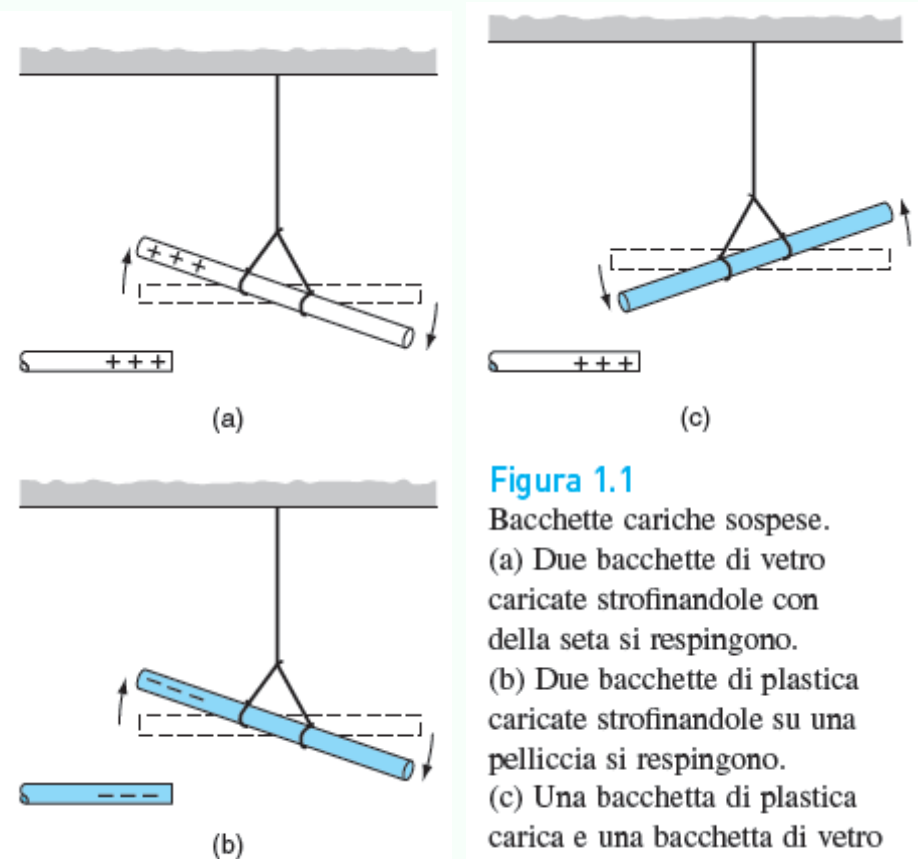


Figura 1.1

Bacchette cariche sospese.

(a) Due bacchette di vetro caricate strofinandole con della seta si respingono.

(b) Due bacchette di plastica caricate strofinandole su una pelliccia si respingono.

(c) Una bacchetta di plastica carica e una bacchetta di vetro carica si attraggono.

Forza elettrica

- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

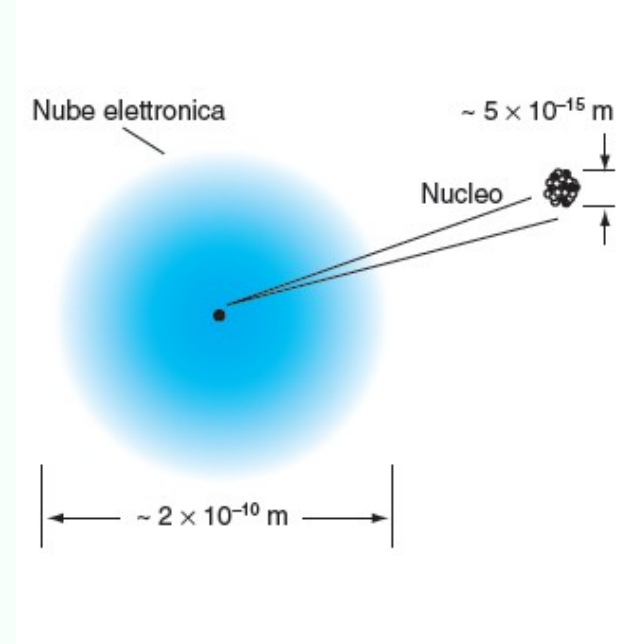
Gettys II
Capitolo 1

La carica elettrica

La carica elettrica si conserva: la carica totale prodotta in qualsiasi processo è nulla.

Gli atomi sono costituiti da **elettroni** (**cariche negative**) orbitanti intorno a un nucleo composto da **protoni** di carica uguale e opposta (**carica positiva**). Strofinando la bacchetta si trasferiscono elettroni: uno dei due corpi avrà elettroni in eccesso, (carico negativamente), l'altro in difetto (positivamente).

Negli isolanti la carica non può fluire, rimane localizzata e si può accumulare.



La carica è quantizzata: c'è una carica elementare.

Protone $e^+ = 1.60207 \times 10^{-19} \text{ C} \rightarrow \text{Coulomb (SI)}$

Elettrone $e^- = -1.60207 \times 10^{-19} \text{ C}$

Raggio medio orbita (atomo di H) $r_H \approx 0.5 \times 10^{-10} \text{ m}$

$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Atomi neutri; molecole formate da atomi.

La carica complessiva è nulla, ma le cariche sono distribuite non uniformemente \Rightarrow dipolo.

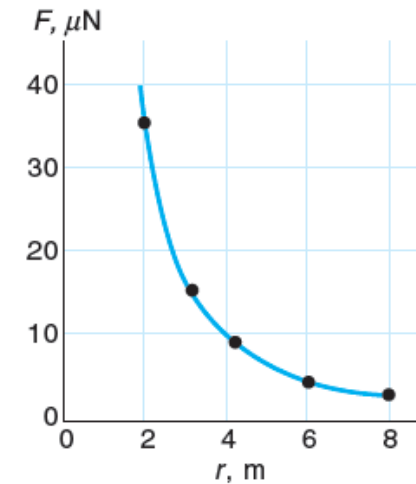
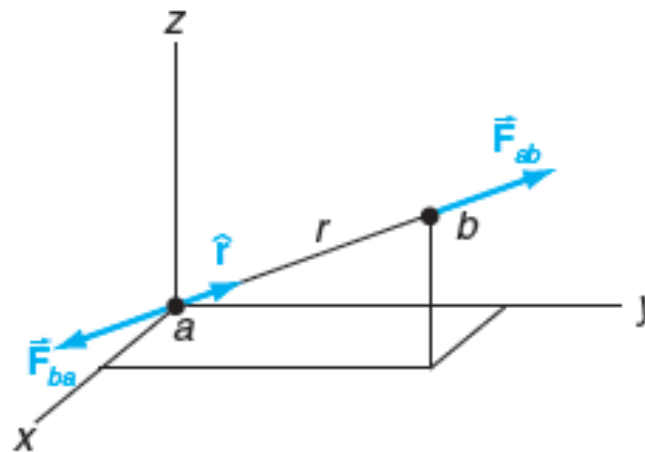
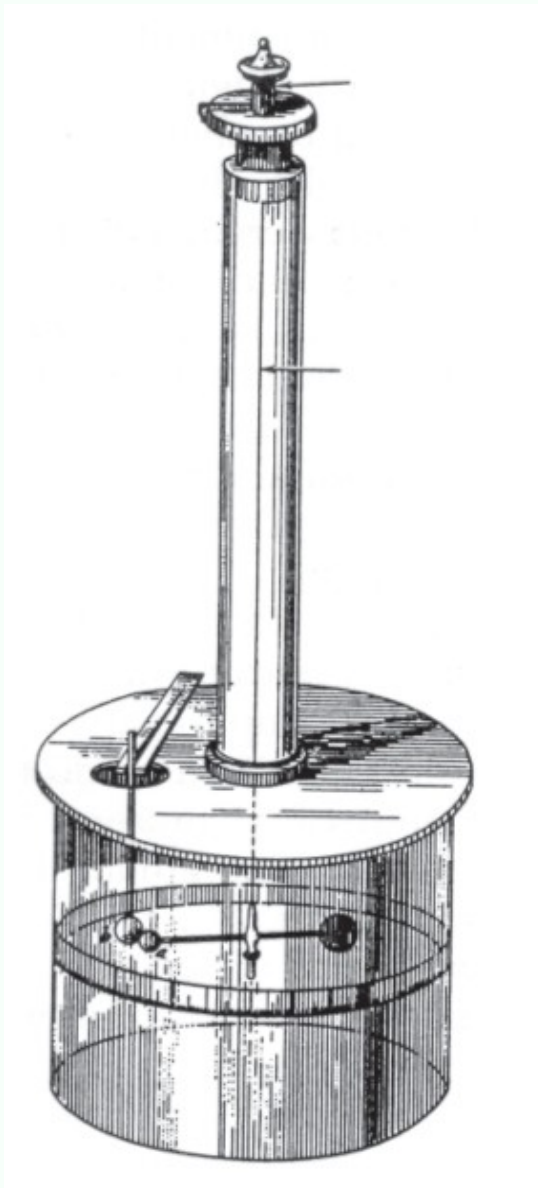
- Materiali:
- 1) **conduttori** (le cariche sono libere di muoversi);
 - 2) **isolanti** (le cariche non si muovono liberamente, legate);
 - 3) **semiconduttori** (le cariche sono libere di muoversi ma ve ne sono poche).

Forza elettrica

- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

Gettys II
Capitolo 1.4

Bilancia di torsione di Coulomb



$$\vec{F}_{ab} = k_e \frac{Q_a Q_b}{r^2} \hat{r}_{ab}$$

$$\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

Costante dielettrica del vuoto: $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2 / Nm^2$

1 Coulomb: due cariche di un Coulomb a un metro di distanza esercitano una forza di $\sim 9 \cdot 10^9$ N

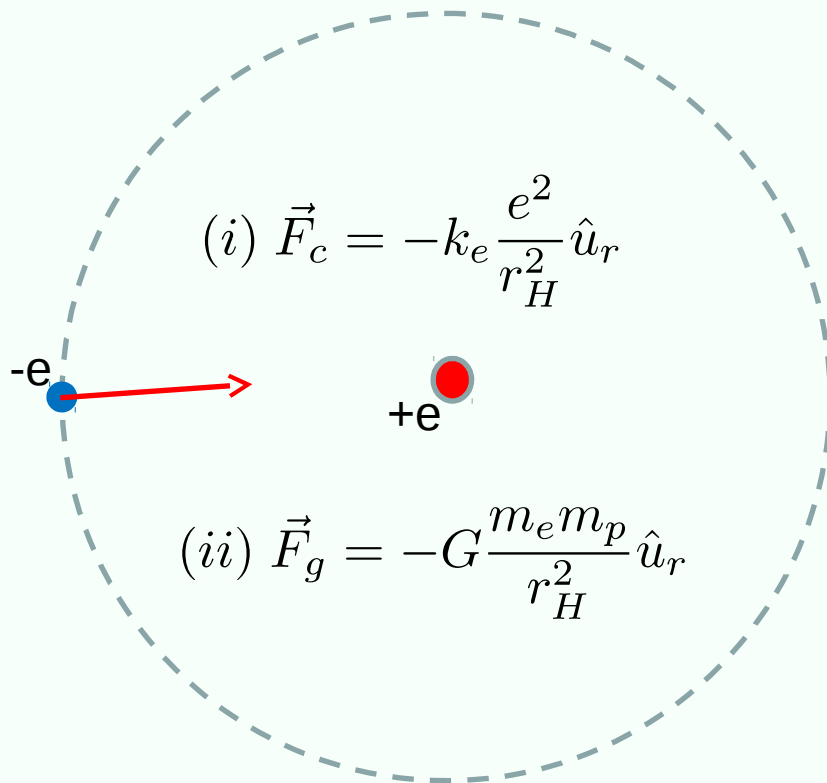
Modello planetario dell'atomo di idrogeno

Protone: $e^+ = 1.60207 \times 10^{-19} C$, Elettrone: $e^- = -1.60207 \times 10^{-19} C$
 $m_p = 1.67 \times 10^{-27} kg$ $m_e = 9.109 \times 10^{-31} kg$

$$G = 6.7 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$$

$$k_e = 8.99 \times 10^9 Nm^2/C^2$$

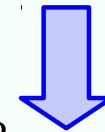
Rutherford 1912



$$r_H \simeq 0.5 \times 10^{-10} m$$

$$(i) \left\{ |\vec{F}_c| = k_e \frac{e^2}{r_H^2} \approx 8.2 \times 10^{-8} N \right.$$

$$(ii) \left\{ |\vec{F}_g| = G \frac{m_e m_p}{r_H^2} \approx 3.6 \times 10^{-47} N \right.$$



$$F_c = k_e \frac{e^2}{r_H^2} \simeq m_e \frac{v^2}{r_H} = m_e \omega^2 r_H$$

$$\omega^2 \simeq k_e \frac{e^2}{m_e r_H^3} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 2\pi \sqrt{\frac{m_e r_H^3}{k_e e^2}}$$

Forza elettrica

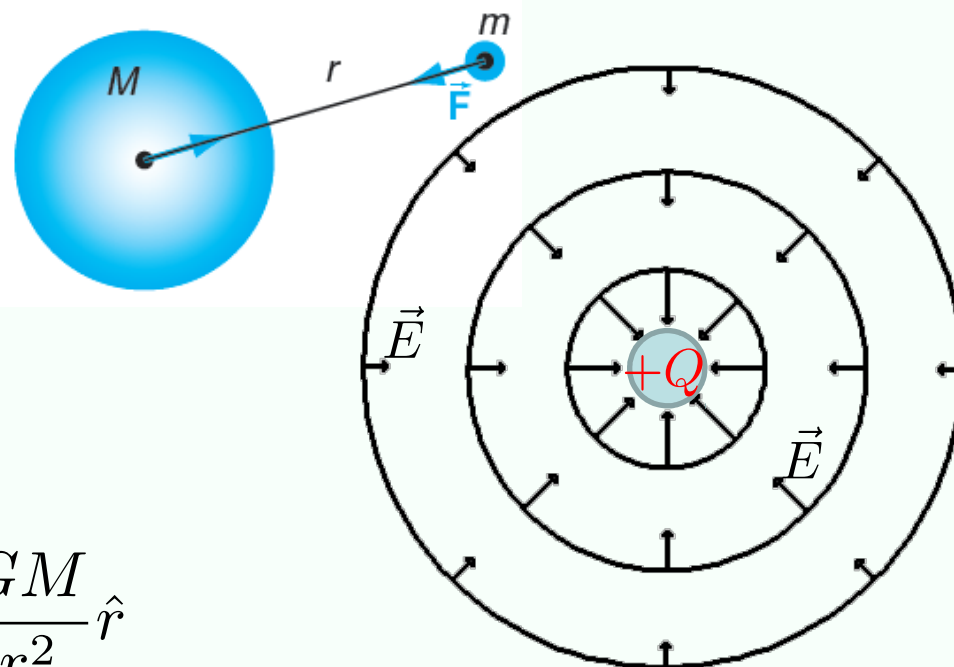
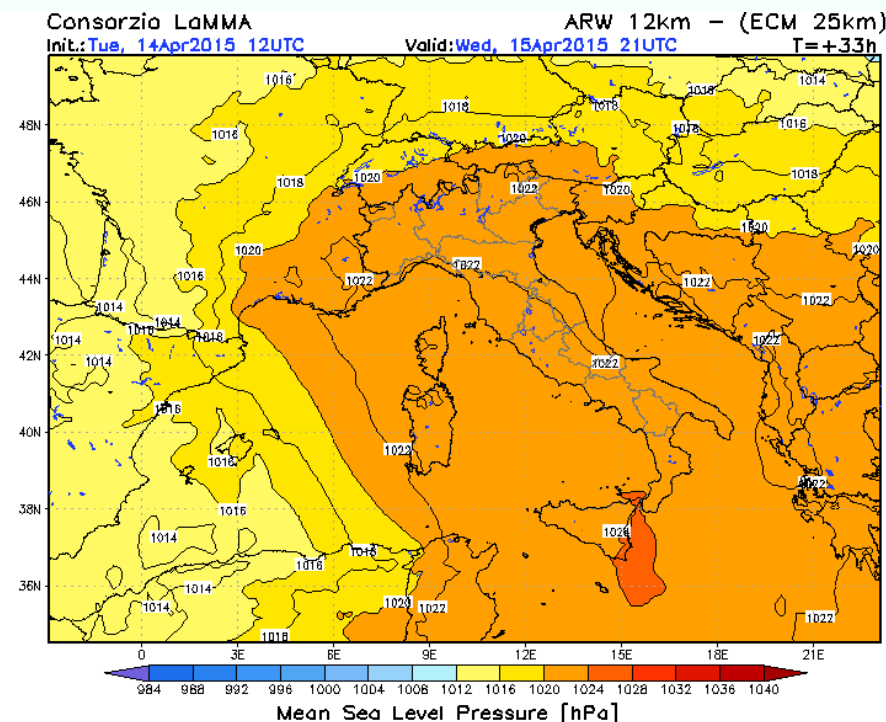
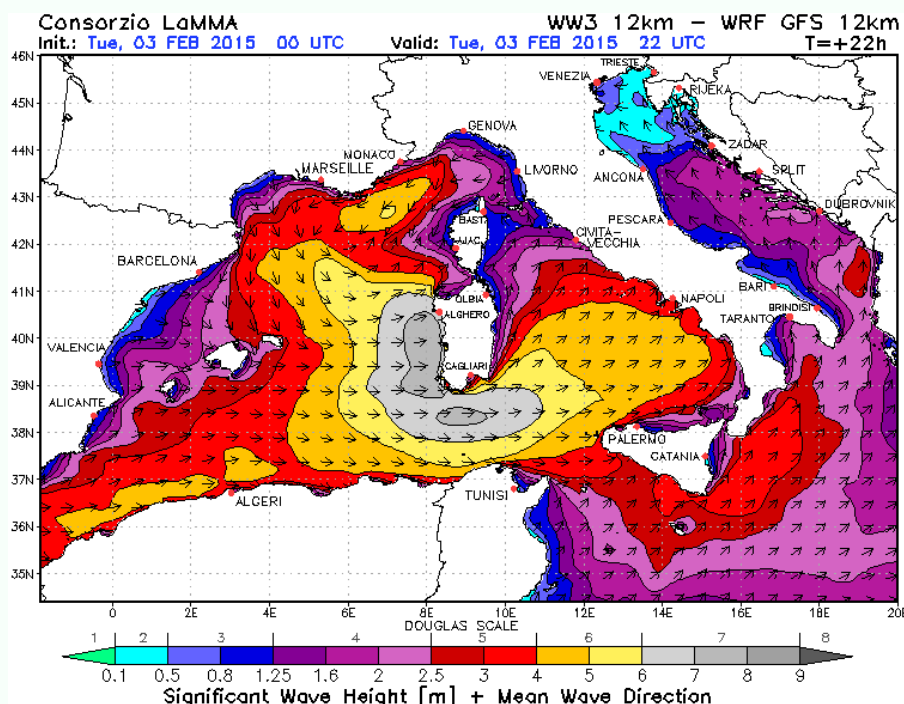
- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

Gettys II
Capitolo 1.5-1.6

Il concetto di campo

Qualunque grandezza (scalare o vettoriale) che si può associare alla posizione, può essere definita come campo.

Esempi: pressione atmosferica,
velocità delle onde, campo gravitazionale



$$\vec{g}(x, y, z) = \frac{\vec{F}_g}{m} = -\frac{GM}{r^2} \hat{r}$$

Mettendo una carica q_0 di prova in un punto dello spazio, se so quanto è il campo in quel punto, trovo la forza che agisce sulla carica di prova. $\vec{E}(x, y, z) = \vec{F}_c(x, y, z)/q_0$

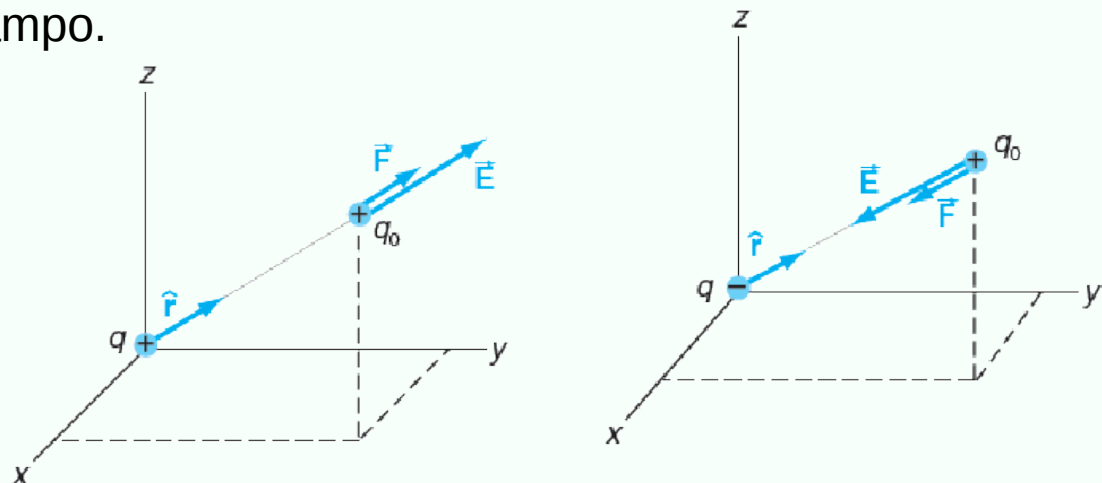
Il campo elettrico è **vettoriale**. $\vec{E}(x, y, z) = \vec{F}_c(x, y, z)/q_0 \iff \vec{F} = q_0 \vec{E}$

Unità di misura (SI): N/C o (V/m)

Il campo elettrico non dipende dalla carica di prova ma **è una proprietà dello spazio** (dovuta alla presenza di altre cariche)

Per una carica puntiforme: $\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$

Il campo è sempre **radiale**, ed è **uscente** se carica è positiva, **entrante** se negativa
q si dice anche «sorgente» del campo.



Forza elettrica

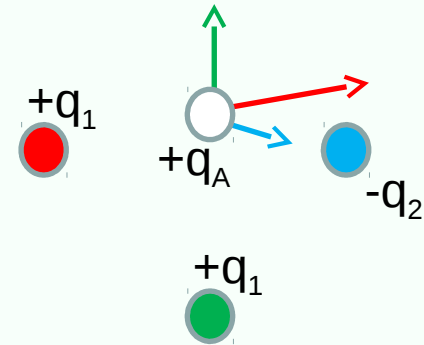
- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

Gettys II
Capitolo 1.4

La forza elettrica agente su q in presenza di q_1, q_2, q_3 , etc. può essere calcolata come somma vettoriale delle forze elettriche esercitate carica per carica (cioè *l'interazione fra due cariche è indipendente dalla presenza di altre cariche circostanti*).

La forza risultante su ciascuna particella carica è uguale alla somma vettoriale delle forze dovuta a tutte le altre particelle.

$$\vec{F}_c = \sum_i k_e \frac{q_i q_A}{r_i^2} \hat{r}_i = q_A k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = q_A \vec{E}_A$$



Una distribuzione di cariche genera una configurazione di ***campi elettrici*** nello spazio.

Il campo in ogni punto è dato dalla ***sovrapposizione lineare*** dei campi generati da ciascuna carica (la carica q_A non esercita forza su se stessa)

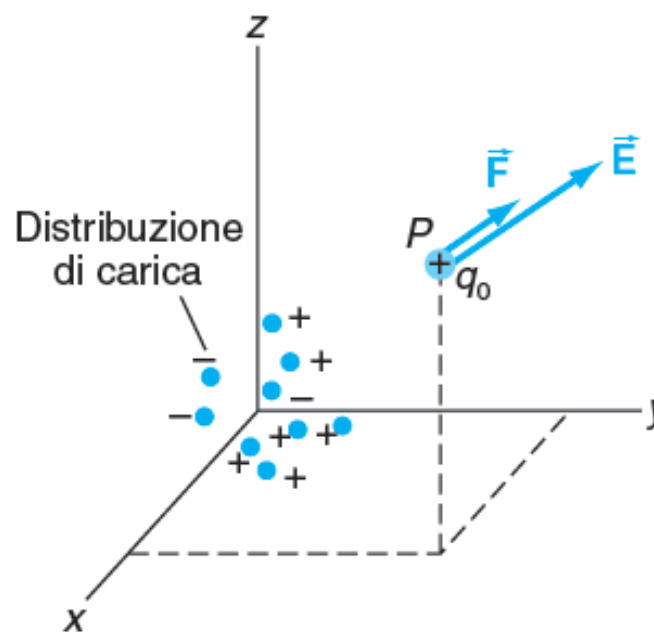
Analogia alla forza gravitazionale...

Il concetto di campo: principio di sovrapposizione

Il campo in un punto è la **somma vettoriale** dei campi generati in quel punto dalle diverse cariche.

Il campo elettrico \vec{E} generato da una distribuzione di carica in un punto P è definito come rapporto tra la forza elettrica \vec{F} esercitata dalla distribuzione su una particella di prova posta in P , e la carica q_0 della particella di prova: $\vec{E} = \vec{F}/q_0$.

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

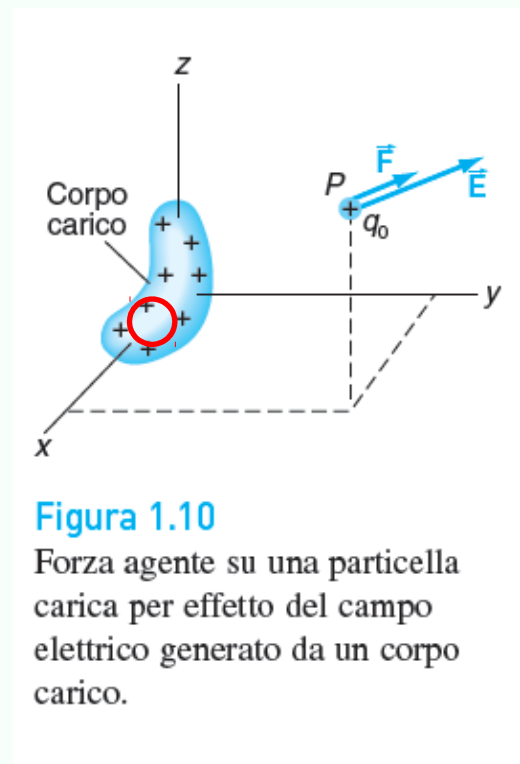


Distribuzione continua di cariche

Si sommano vettorialmente i contributi degli elementi infinitesimi.

$$\Delta \vec{E}_i = k_e \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad \vec{E} \simeq k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

$$\vec{E}_p = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$



Difficile da calcolare, a meno che non ci sia una distribuzione uniforme di carica e il corpo abbia semplici geometrie.

Densità di carica volumetrica: $\rho = Q/V$

$$\vec{E} = k_e \int \int \int \frac{\rho(\vec{r})}{r^2} \hat{r} dV$$

Densità di carica superficiale: $\sigma = Q/S$

$$\vec{E} = k_e \int \int \frac{\sigma(\vec{r})}{r^2} \hat{r} dA$$

Densità di carica lineare: $\lambda = Q/L$

$$\vec{E} = k_e \int \frac{\lambda(\vec{r})}{r^2} \hat{r} dl$$

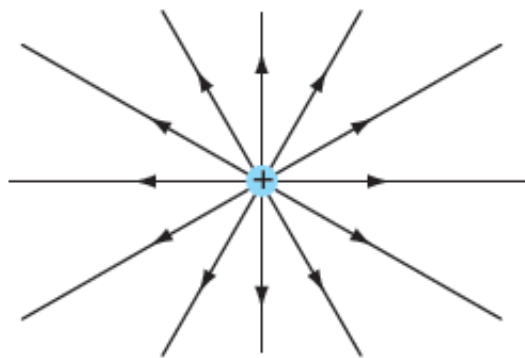
Forza elettrica

- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

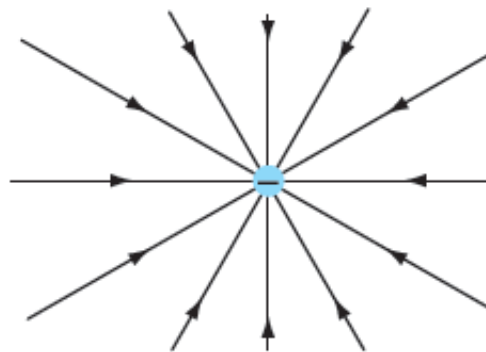
Gettys II
Capitolo 1.7

Un campo rappresentabile da linee continue: **linee di campo** (o **di forza**).

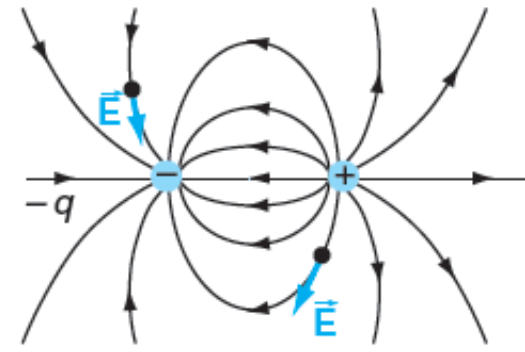
- in ogni punto la direzione del campo è **tangente alle linee di campo**;
- il numero di linee per unità di superficie che attraversano una superficie perpendicolare è proporzionale all'intensità del campo;
- il verso è **uscente dalle cariche positive** e **entrante in quelle negative**;
- due linee di forza non si incontrano mai.



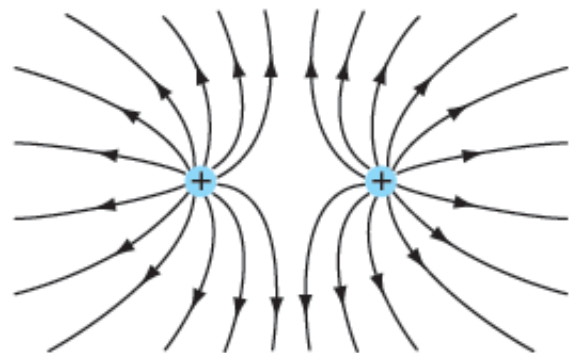
(a)



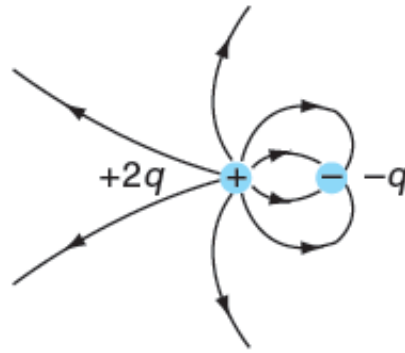
(b)



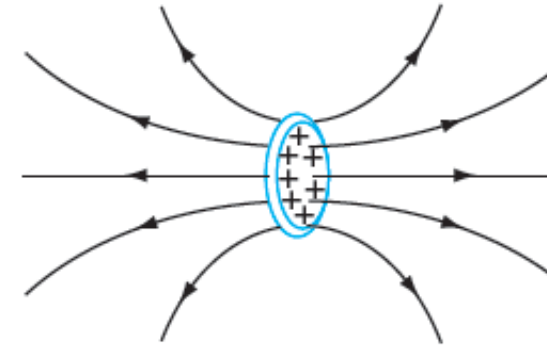
(c)



(d)



(e)



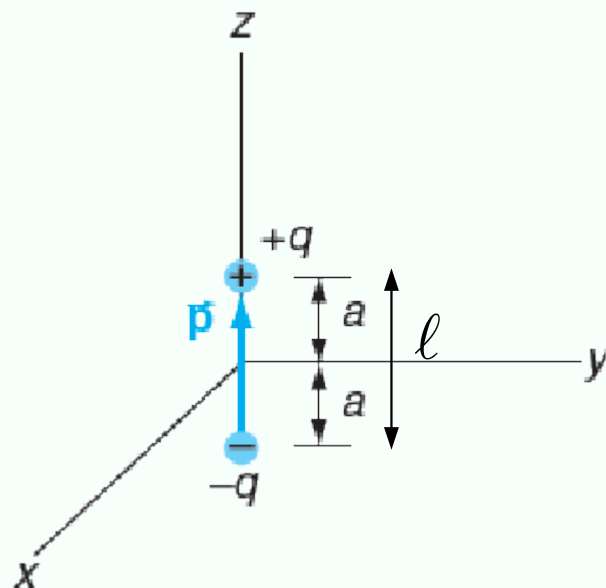
(f)

Forza elettrica

- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

Gettys II
Capitolo 1.6

Il dipolo elettrico



È costituito da **due cariche puntiformi** di valore assoluto q , **uguali e di segno opposto** poste a distanza fissata $l = 2a$ molto piccola rispetto alle altre distanze in gioco.

$$+q \rightarrow (0, 0, a) \quad -q \rightarrow (0, 0, -a)$$

Momento di dipolo: $\vec{p} = p\hat{p} = ql\hat{k} = 2qa\hat{k}$

direzione: congiungente

verso: da carica $-$ a carica $+$

modulo: $p = ql$

Se ci si trova ad $R \gg a \Rightarrow \vec{E} \approx k_e \frac{p}{R^3} [3(\hat{r} \cdot \hat{p})\hat{r} - \hat{p}]$

$$\hat{p} = \frac{\vec{p}}{p} \quad k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Il campo elettrico decade **più velocemente** che nel caso della carica puntiforme.

Si può fare il conto del campo elettrico in due casi semplici:

1) **sull'asse del dipolo (z)**

$$\begin{aligned} |\vec{E}| &= k_e \frac{q}{(z-a)^2} + k_e \frac{-q}{(z+a)^2} \\ &= k_e q \left(\frac{1}{z^2 - 2az + a^2} - \frac{1}{z^2 + 2az + a^2} \right) \end{aligned}$$

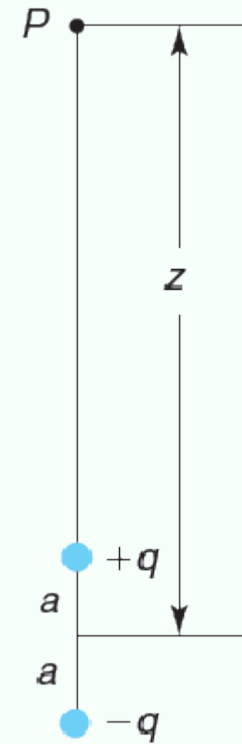
Se ci si trova a $z \gg a$ ($\Rightarrow a^2 \ll 2az \ll z^2$)

$$\frac{1}{z^2 - 2az + a^2} \approx \frac{1}{z^2} \frac{1}{1 - \frac{2a}{z}} \approx \frac{1}{z^2} \left(1 + \frac{2a}{z} \right)$$

$$\frac{1}{z^2 + 2az + a^2} \approx \frac{1}{z^2} \left(1 - \frac{2a}{z} \right)$$

Il campo elettrico decade **più velocemente** che nel caso della carica puntiforme.

$$\Rightarrow \boxed{E \approx} k_e \frac{q}{z^2} \left[1 + \frac{2a}{z} - \left(1 - \frac{2a}{z} \right) \right] = k_e \frac{4qa}{z^3} = \boxed{k_e \frac{2p}{z^3}}$$

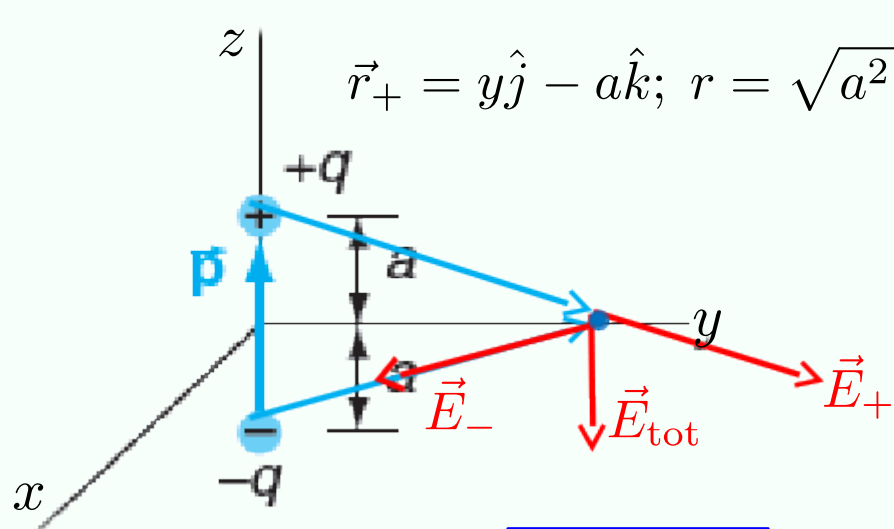
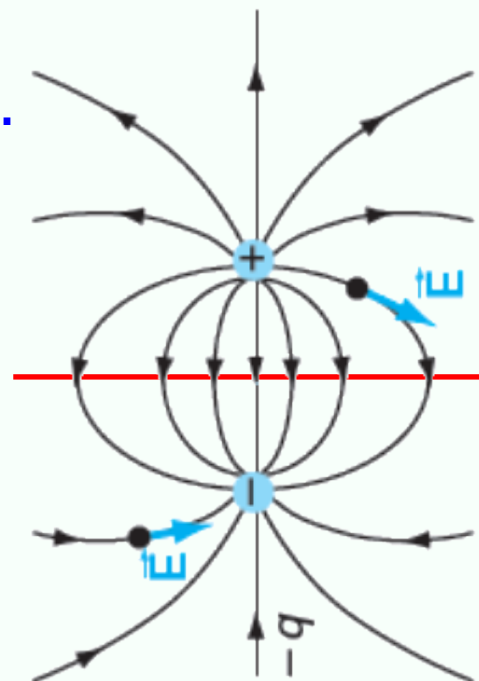


Si può fare il conto del campo elettrico in due casi semplici:

2) **nel piano equatoriale xy passante per il centro del dipolo.**

$$\vec{E}_+ = k_e \frac{q}{r_+^2} \hat{r}_+ = k_e \frac{q}{r_-^3} \vec{r}_+ ; \quad \vec{E}_- = -k_e \frac{q}{r_-^2} \hat{r}_- = -k_e \frac{q}{r_-^3} \vec{r}_-$$

$$\vec{r}_+ = y\hat{j} - a\hat{k}; \quad r = \sqrt{a^2 + y^2}; \quad \hat{r}_+ = \frac{y\hat{j} - a\hat{k}}{r}$$



$$\boxed{\vec{E}} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \boxed{-k_e \frac{2aq}{r^3} \hat{k}}$$

Il campo è diretto lungo l'asse z

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_+ = k_e \frac{q}{r^2} \frac{y\hat{j} - a\hat{k}}{r} = k_e \frac{q}{r^3} (y\hat{j} - a\hat{k}) \\ \vec{E}_- = k_e \frac{-q}{r^2} \frac{y\hat{j} + a\hat{k}}{r} = k_e \frac{q}{r^3} (-y\hat{j} - a\hat{k}) \end{array} \right.$$

Per simmetria, tutti i punti a distanza $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ dall'origine hanno lo stesso campo

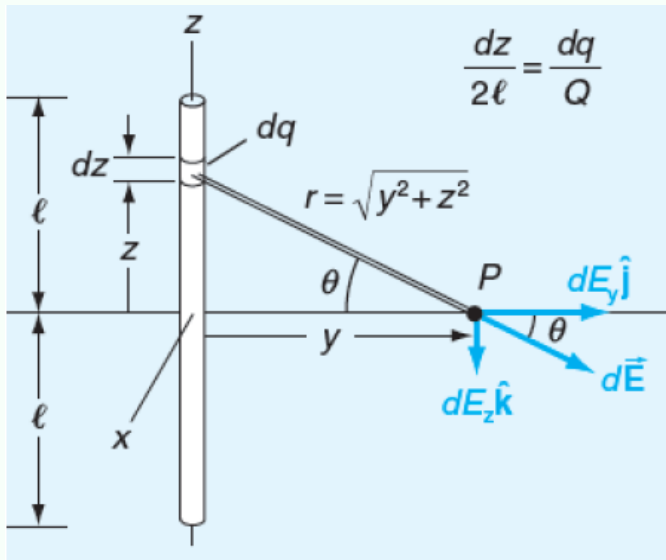
$$y \gg a \Rightarrow r = \sqrt{y^2 + a^2} \approx \sqrt{y^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} \approx -k_e \frac{2aq}{R^3} \hat{k} = k_e \frac{(-\vec{p})}{R^3}$$

Forza elettrica

- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

Gettys II
Esempio 1.9

Per un filo infinito carico, si può trovare il campo in un **piano perpendicolare al filo**



$$\lambda = Q/l \Rightarrow dq = \lambda dz$$

$$d\vec{E} = dE_y \hat{j} + dE_z \hat{k} = dE \cos \theta \hat{j} - dE \sin \theta \hat{k}$$

$$dE = k_e \frac{\lambda}{y^2 + z^2} dz; \cos \theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}}; \sin \theta = \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{-l}^l k_e \frac{\lambda}{y^2 + z^2} dz \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} =$$

$$= k_e \lambda y \int_{-l}^l \frac{dz}{(y^2 + z^2)^{3/2}} = k_e \lambda y \frac{z}{y^2 (y^2 + z^2)^{1/2}} \Big|_{-l}^l = \frac{2k_e \lambda}{y} \frac{l}{\sqrt{y^2 + l^2}}$$

A distanza R **lontano dall'origine**, supponendo che $l \rightarrow +\infty$ si ha:

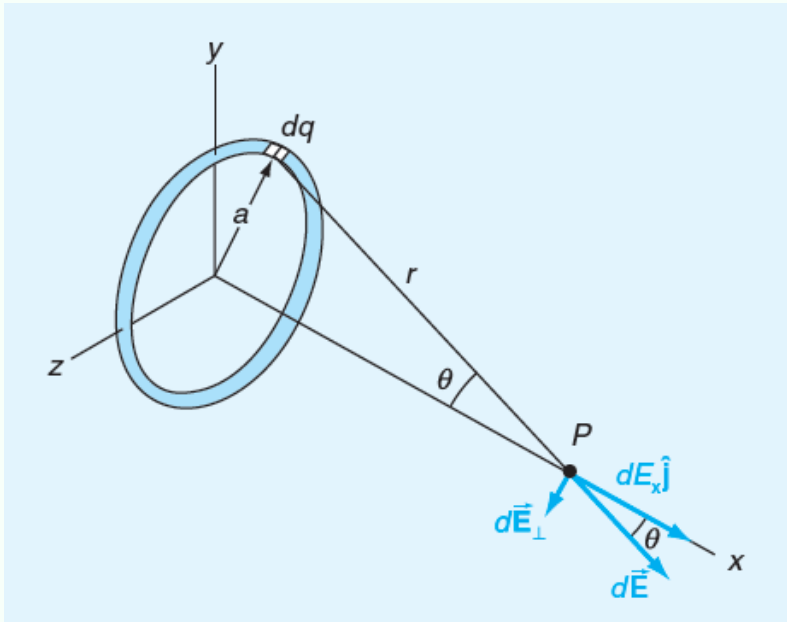
$$l \gg R \Rightarrow \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}} \rightarrow 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E \approx} \frac{2k_e \lambda}{R} \frac{l}{\sqrt{R^2 + l^2}} \rightarrow \boxed{\frac{2k_e \lambda}{R}}$$

Forza elettrica

- *La carica elettrica*
 - *forza di Coulomb*
- *Il campo elettrico*
 - *principio di sovrapposizione*
 - *linee di campo*
- *Distribuzioni di carica e campo generato*
 - *dipolo elettrico*
 - *filo infinito carico (facoltativo)*
 - *anello circolare carico (facoltativo)*

Gettys II
Esempio 1.10

Anello circolare di raggio a e carica Q , centrato nell'origine e nel piano yz



Ogni carica infinitesima dq genera un campo elettrico $d\vec{E}$, con due componenti:

dE_x nella direzione dell'asse x ;

dE_{\perp} perpendicolare ad esso.

Per ragioni di simmetria $\int d\vec{E}_{\perp} = 0$

Il campo è quindi **diretto lungo x** :

$$E_x = \int dE_x = \int dE \cos \theta = k_e \int \frac{dq}{r^2} \cos \theta = k_e \frac{\cos \theta}{r^2} \int dq = k_e \frac{Q \cos \theta}{r^2}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}; \quad r^2 = x^2 + a^2$$

$$\Rightarrow \boxed{E_x = k_e \frac{Q x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}}$$

