CINEMATICA

VELOCITÀ

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_t}{t_f - t_i}$$

$$\lim_{t_2 \to t_1} \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \{ t_1 = t \} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} =$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$ (velocità istantanea)

ACCELERAZIONE

$$\langle \vec{a}(t) \rangle = \vec{a}_m(t) = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

v cambia in modulo o in direzione $\Rightarrow a \neq 0$

LEGGE ORARIA DEL MOTO

$$a_x = \frac{v_x(t) - v_{x_0}}{t - 0} \Rightarrow v_x(t) = v_{x_0} + a_x \cdot t$$

$\Rightarrow$ {la velocità dipende linearmente dal tempo}

Siccome $v_x(t) = \frac{d}{dt} x(t)$ e $v_x(t) = v_{x_0} + a_x \cdot t$

otteniamo:

$$\frac{d}{dt} x(t) = v_{x_0} + a_x \cdot t \Rightarrow$$

{affinché dx/dt dia l'equazione $\frac{d}{dt} x(t) = v_{x_0} + a_x \cdot t$

la dipendenza dal tempo deve essere della forma:

$$x(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2,$$

infatti la derivata di $x(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 = C_1 + 2C_2 t$}

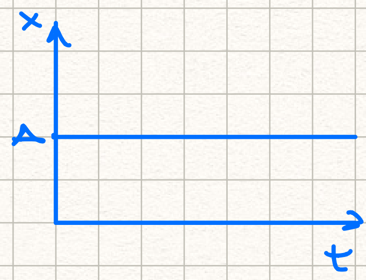
$\Rightarrow v_{x_0} + a_x t = C_1 + 2C_2 t$

{ con $C_1 = v_{x_0}$ e $C_2 = \frac{1}{2} a_x$ }

$$\Rightarrow x(t) = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t \quad \square$$

CASI PARTICOLARI

1) Stato di quiete:



$x(t) = A$

$$v_m = \frac{x(t+\Delta t) + x(t)}{\Delta t} = 0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0 \qquad a = \frac{dv}{dt} = 0$$

2) Velocità costante: $x(t) = A + Bt = x_0 + v_{x_0} t$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{dx}{dt} = v_0 \qquad a = \frac{dv}{dt} = 0$$

3) Accelerazione costante: $x(t) = A + Bt + Ct^2 =$

$$x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a t^2$$

$v = B + 2C \rightarrow$ cambia linearmente nel tempo

$a = 2C \rightarrow$ costante

$$\Rightarrow \quad v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at \qquad a = \frac{dv}{dt}$$