Guía Ciencias Naturales
FÍSICA
2. Vectores

Tutor: Rodrigo Tellez Mosquera

open green road

puntaje nacional.co

1. Introducción

Como sabemos existen muchos tipos de fenómenos e interacciones que caracterizan el mundo natural en el que vivimos, a estos fenómenos les podemos asociar una magnitud, es decir un valor numérico y también una unidad de medición que caracteriza dicho fenómeno o interacción.

Existen sin embargo algunos fenómenos que no pueden ser caracterizados solo por un valor numérico y sus unidades respectivas de medición; esto nos conlleva a clasificar las magnitudes de las ciencias naturales en dos tipos, por un lado tenemos las magnitudes ***Escalares*** y por otro lado las magnitudes ***Vectoriales***; a continuación explicaremos sus diferencias y la forma de utilizar adecuadamente estas magnitudes.

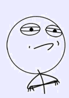
2. Magnitudes Escalares

Las magnitudes son descriptores del fenómeno a estudiar, es decir, estás nos brindan la información necesaria del fenómeno. Las magnitudes escalares son aquellas que se describen por completo mediante una cantidad y alguna unidad de medida (aunque no todos los fenómenos físicos están relacionados con alguna unidad de medición), ejemplos de estas magnitudes son la masa, temperatura, tiempo, cantidad de sustancia, entre otras que analizaremos más adelante.

Las magnitudes escalares al estar completamente descritas por una cantidad cumplen todas las leyes matemáticas asociadas a los números, sin embargo se debe tener cuidado con cada fenómeno; por ejemplo podemos tener valores negativos para describir una temperatura pues en este caso el signo menos solo nos indica que es una temperatura baja, pero si el caso fuese con la masa, una cantidad negativa de masa no tiene significado físico, por lo tanto no se puede considerar la masa con valores negativos.

Es importante tener en cuenta que las magnitudes escalares carecen de dirección, es decir, físicamente no tiene sentido atribuir una dirección a estos fenómenos, por ejemplo si el ambiente se encuentra a $18°C$ está temperatura es una característica de todo el lugar y no se encuentra dirigida a un punto o sector en específico; al igual la masa, si un cuerpo tiene una masa de $20kg$, esta cantidad ocupa todo el volumen del mismo cuerpo y no solo un sector de este.

Desafío 1



Imagina por un momento que contamos la cantidad de pulgas que puede tener un perro, si consideramos esta cantidad como un fenómeno físico el cual está determinado por un valor X que representa el número de pulgas ¿sería esta magnitud escalar?

Respuesta

3. Magnitudes Vectoriales

Pensemos por un momento que escuchamos a una persona decir "el carro se movió 30 metros"; si analizamos la situación con cuidado la magnitud contiene el valor asociado al fenómeno longitud recorrida por el carro, también la unidad de medición pues no es lo mismo tener 30 metros a 30 centímetros; sin embargo esta información no describe por completo el fenómeno, pues podríamos preguntarnos sobre la dirección en la que se movió el carro; es decir que la longitud necesita además de una cantidad y alguna unidad consecuente de medida, un parámetro que describa adecuadamente la dirección de este desplazamiento.

El caso mostrado anteriormente nos ejemplifica una magnitud (longitud) en la que una cantidad y alguna unidad de medición no es suficiente para describirla, necesita también de un parámetro que describa la dirección en la que se orienta el fenómeno; este tipo de magnitudes se conocen como magnitudes ***vectoriales***.

Las magnitudes vectoriales son aquellas que se orientan en alguna dirección del espacio en el que vivimos, por ejemplo la longitud, fuerza, velocidad entre otras. Estas magnitudes son de gran importancia en física, pues describen bastantes fenómenos de vital importancia en nuestro universo, y también determina en algunos casos la forma como analizamos o modelamos diversas situaciones.

A continuación revisaremos con mayor precisión el concepto de ***Vector***, sus relaciones y su comprensión física, pues estos, al contener en su información una dirección no se pueden entender igual que una cantidad escalar.

Las magnitudes escalares y vectoriales componen el total del tipo de magnitudes que describen el mundo natural; la diferencia fundamental entre estas dos es que las segundas (vectoriales) están relacionadas con una orientación de tipo espacial, es decir tienen dirección; las magnitudes escalares no tienen esta característica y es imposible asociarles una dirección.

4. Vectores

Los vectores físicos son magnitudes que tienen una dirección y sentido determinados de tal forma que se pueden relacionar con fenómenos naturales que necesiten una descripción que incluya la dirección en la que sucede el fenómeno. En términos generales podemos representar una magnitud vectorial con una "flecha" o vector como se muestra en la siguiente figura:

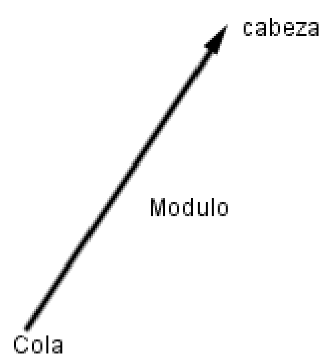


Figura 1: Representación de las partes de un vector.

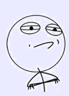
La figura 1 nos muestra las partes de un vector, el punto de origen es donde nace el vector llamado también cola del vector; el punto donde termina el vector es llamado también cabeza del vector y el módulo hace referencia al cuerpo o longitud del vector, cabe resaltar que el módulo debe estar a escala, es decir, entre mayor sea la magnitud del módulo mas largo debe ser el mismo. Observemos en la figura 1 que el vector es representado gráficamente con una flecha, esto es importante pues así estamos describiendo la dirección del vector.

Es necesario tener en cuenta la diferencia entre dirección y sentido, observemos la siguiente figura:

Figura 2: Dirección y sentido de un vector.

La línea de acción representada con color rojo en la figura 2 es la línea imaginaria sobre la que actúa el vector de la figura, esta línea de acción determina la dirección de un vector; las direcciones con las que se relacionan frecuentemente los vectores en física corresponden a los ejes del plano cartesiano, el eje o dirección Y (vertical) y el eje o dirección X (horizontal). La cabeza del vector nos indica en que sentido sobre esa dirección actúa el vector, por ejemplo, podemos tener dos vectores en la misma dirección supongamos el eje vertical del plano, pero que estén en diferente sentido, por ejemplo, un vector orientado hacia arriba y otro vector orientado hacia abajo.

Desafío 2



Como hemos observado podemos tener dos vectores en la misma dirección pero con diferente sentido ¿podemos tener dos vectores en diferente dirección pero con el mismo sentido? Justifica tu respuesta.

Respuesta

Tenemos claro como representar un vector gráficamente, sus partes y su importancia, analizaremos ahora, algunas características importantes de los vectores que tienen gran relevancia en física.

5. Componentes de un vector

En ocasiones los vectores no están sobre una línea de acción correspondiente a uno de los ejes del plano cartesiano, en estas situaciones podemos calcular las "componentes" de un vector, estas componentes son utilizadas frecuentemente en física para describir el comportamiento de un cuerpo con respecto a un eje determinado; son usadas también para facilitar o realizar algunas operaciones entre vectores.

La componente de un vector es la proyección de este mismo sobre un eje en el que no está actuando, como se muestra en la figura 3:

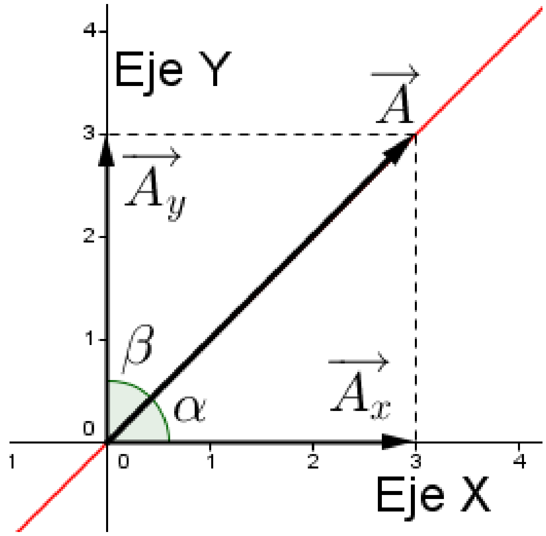


Figura 3: Componentes de un vector con respecto a los ejes del plano cartesiano.

La figura 3 nos muestra un vector $\overrightarrow{A}$ actuando sobre una línea representada en color rojo que no corresponde a los ejes del plano cartesiano, en esta situación podemos descomponer o hallar las proyecciones del vector en los dos ejes, estas proyecciones son representadas en la figura 3 como otros vectores actuando bien sea en el eje Y $\left(\overrightarrow{A_y}\right)$ o en el eje X $\left(\overrightarrow{A_x}\right)$.

En la figura 3 podemos observar que el vector $\overrightarrow{A}$ guarda una inclinación con respecto a las componentes, esta inclinación se representa con un ángulo correspondiente, por ejemplo la inclinación con respecto al eje X corresponde en la figura al ángulo α y β representa la inclinación con respecto al eje Y; estas características geométricas entre el vector $\overrightarrow{A}$ y sus componentes nos permite relacionar mediante expresiones trigonométricas cada término; La tabla 1 nos resume las formas mas comunes de relacionar estas magnitudes, veamos:

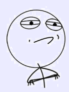
Tabla 1. *Expresiones para relacionar un vector con sus componentes.*

Magnitud	**En función**	α	β
$\overrightarrow{A}$	$\overrightarrow{A_x}$	$\dfrac{\overrightarrow{A_x}}{cos\alpha}$	$\dfrac{\overrightarrow{A_x}}{sen\beta}$
$\overrightarrow{A}$	$\overrightarrow{A_y}$	$\dfrac{\overrightarrow{A_y}}{sen\alpha}$	$\dfrac{\overrightarrow{A_y}}{cos\beta}$
$\overrightarrow{A_x}$	$\overrightarrow{A}$	$\overrightarrow{A} \cdot cos\alpha$	$\overrightarrow{A} \cdot sen\beta$
$\overrightarrow{A_y}$	$\overrightarrow{A}$	$\overrightarrow{A} \cdot sen\alpha$	$\overrightarrow{A} \cdot cos\beta$

Fuente de la tabla: diseñada por el autor.

La tabla 1 nos muestra la magnitud que podemos calcular en la primera columna (Magnitud), en función de cuales términos podemos escribir esta magnitud en la segunda columna (En función) y la expresión que debemos usar dependiendo del ángulo que hemos escogido para calcular estos términos (tercera y cuarta columna). Cabe aclarar que en esta tabla solo hemos relacionado las expresiones mas comunes, sin embargo cualquier análisis trigonométrico que concuerde con la situación planteada es valido. También podemos relacionar el vector $\overrightarrow{A}$ en términos del teorema de Pitágoras de la forma $\overrightarrow{A} = \sqrt{\left(\overrightarrow{A_x}\right)^2 + \left(\overrightarrow{A_y}\right)^2}$, puesto que esta distribución en el plano cartesiano cuando las componentes y el vector se ubican desde el origen del plano cumple la forma de un triangulo rectángulo.

Desafío 3



Si tenemos un vector $\overrightarrow{B}$ que guarda un ángulo recto con respecto al eje X del plano cartesiano, usando el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas de la tabla 1 ¿qué resultado obtendríamos?

Respuesta

Como se ha explicado los vectores son magnitudes con dirección y por lo tanto sentido. Estas características de los vectores conlleva a revisar las operaciones fundamentales, en este caso producto (multiplicación) y adición (suma) de vectores, empezaremos por el producto, pues de las operaciones mencionadas es la mas sencilla, posteriormente analizaremos la adición, puesto que esta tiene varios aspectos por observar.

6. Producto

Analizaremos primero el producto de un vector por un escalar y posteriormente mostraremos algunas características de la multiplicación entre vectores.

6.1. Producto por escalar

Al momento de multiplicar un vector por una cantidad escalar, la operación se realiza entre la cantidad escalar y la magnitud del vector, por lo tanto la multiplicación entre estos dos términos se realiza como una multiplicación entre dos números comunes, sin embargo hay que tener cuidado con el significado que tiene el resultado. A partir de algunos ejemplos mostraremos la forma de realizar y entender el resultado de esta operación.

Ejemplo 1
Sea A un escalar igual a 3, y $\overrightarrow{B}$ una cantidad vectorial de magnitud 4 metros, realizar $A \cdot \overrightarrow{B}$.
Como explicamos anteriormente, la multiplicación de un vector por un escalar se realiza de la misma manera en que multiplicamos dos números reales; veamos:

$$A \cdot \overrightarrow{B} = 3 \cdot 4m = 12m$$

Obtenemos entonces un vector que llamaremos $\overrightarrow{R}$ igual a 12 metros, resultado de la operación $A \cdot \overrightarrow{B}$; gráficamente el resultado de esta operación nos representa un vector de mayor longitud en comparación con el vector inicial $\left(\overrightarrow{B}\right)$, como se muestra a continuación:

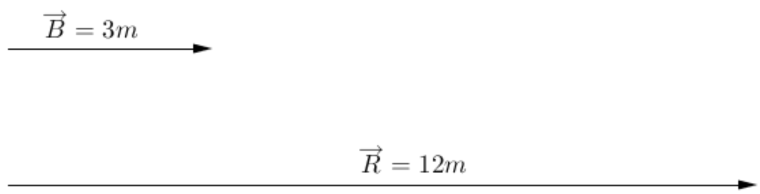


Figura 4: Arriba: vector $\overrightarrow{B}$. Abajo: vector $\overrightarrow{R}$ resultado de la operación $A \cdot \overrightarrow{B}$ con $A = 3$.

La figura 4 nos muestra como el vector $\overrightarrow{B}$ al ser multiplicado con el escalar $A = 3$ aumenta su longitud, lo cual es de gran importancia, puesto que el resultado obtenido numéricamente, representa un cambio en la longitud del vector gráficamente.

Ejemplo 2
Sea A un escalar igual a -4, y $\overrightarrow{B}$ una cantidad vectorial de magnitud 2 metros, realizar $A \cdot \overrightarrow{B}$.
Como ya sabemos, multiplicamos el escalar por el valor del modulo del vector, igual que en el ejemplo anterior, veamos:

$$A \cdot \overrightarrow{B} = (-4) \cdot (2m) = -8m$$

Obtenemos entonces un vector que llamaremos $\overrightarrow{R}$ igual a -8 metros, resultado de la operación $A \cdot \overrightarrow{B}$; gráficamente el resultado de esta operación nos representa un vector de mayor longitud en comparación con el vector inicial $\left(\overrightarrow{B}\right)$; pero a diferencia del ejemplo anterior, en este caso no solo cambia la longitud del vector $\overrightarrow{B}$, también cambia el sentido en el que se orienta el vector, esto como consecuencia del signo negativo en el escalar A. La siguiente figura nos muestra este resultado:

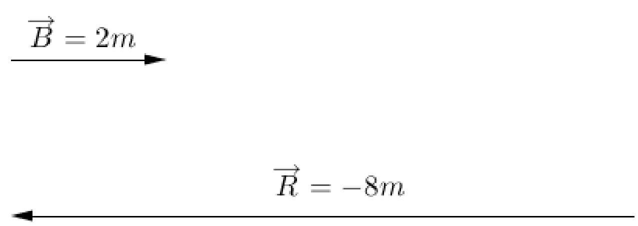


Figura 5: Arriba vector $\overrightarrow{B}$. Abajo vector $\overrightarrow{R}$ resultado de la operación $A \cdot \overrightarrow{B}$ con $A = -4$.

La figura 5 nos muestra el cambio tanto en la orientación como en en la longitud del vector $\overrightarrow{B}$ al ser multiplicado con el escalar $A = -4$, lo cual es de gran importancia, puesto que el resultado obtenido numéricamente, representa un cambio en el modulo y sentido del vector gráficamente.

Podemos concluir entonces que:

El producto entre un vector y un escalar, de manera general, como resultado ofrece otro vector. Si el escalar es una cantidad negativa, la orientación del vector cambia de sentido.

Desafío 4

Observemos en los ejemplos dados que el modulo del vector resultante siempre fue mayor al modulo del vector inicial; sin embargo en la conclusión no se afirma que la multiplicación por escalar siempre aumenta el modulo del vector multiplicado. ¿Por que no se afirma esta condición en la conclusión?¿Cuál sería el resultado de multiplicar un vector por el escalar cero (0)?

Respuesta

6.2. Producto entre vectores

El producto entre vectores, comprende operaciones matemáticas de gran complejidad y que no son de gran importancia para nuestro curso, sin embargo es preciso conocer los posibles resultados del producto entre vectores, pues estos tienen gran importancia en la física.

El producto vectorial tiene dos resultados posibles, estos resultados son:

Numérico: Cuando dos vectores se encuentran en la misma linea de acción, la multiplicación de estos dos vectores es un valor numérico, es decir un número, o bien una cantidad. Esta operación es utilizada en física, por ejemplo, para calcular fenómenos como el trabajo realizado por una fuerza.

Vectorial: Cuando dos vectores se encuentran en lineas de acción diferentes, la multiplicación de estos vectores da como resultado otro vector, generalmente, perpendicular al plano en el que se encuentran las lineas de acción de los vectores multiplicados; este es el caso, por ejemplo, cuando calculamos el momento de torsión generado por una fuerza.

Los conceptos mencionados como trabajo y momento de torsión se explicarán en detalle, mas adelante, no obstante es importante tener claro que, independiente del proceso matemático que comprueba los anteriores resultados, la multiplicación entre vectores tiene dos posibilidades, bien sea un resultado numérico o uno vectorial.

Desafío 5

Observemos que se ha definido los resultados de la multiplicación de vectores para dos vectores ¿Se pueden multiplicar mas de dos vectores sin afectar lo anteriormente dicho? Explica tu respuesta.

Respuesta

Continuaremos con los conceptos correspondientes a suma o adición de vectores, más adelante, por el momento resuelve los siguientes problemas planteados.

✍ *Ejercicios*

1. Considerando Tiempo, Temperatura, Fuerza, Energía, Longitud y Desplazamiento. ¿Cuáles de estos fenómenos son vectoriales y cuáles escalares?

   Respuesta: Vectoriales: Longitud, Fuerza, Desplazamiento. Escalares: Tiempo, Temperatura, Energía

2. Dado el vector $\overrightarrow{A}$ de longitud 3 metros, con un ángulo de inclinación igual a 45° ¿Cuál es el valor de las componentes $\overrightarrow{A_x}$ y $\overrightarrow{A_y}$?

Respuesta: $\overrightarrow{A_x} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$; $\overrightarrow{A_y} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

3. Sean las componentes de un vector $\overrightarrow{A_x}$ y $\overrightarrow{A_y}$ 5 y 12 metros respectivamente ¿Cuál es la magnitud del vector $\overrightarrow{A}$ formado por estas componentes?

   Respuesta: 13 metros.

Desafíos resueltos

✓ Desafío 1:
Considerando todas las características que brinda la situación, la cantidad de pulgas X que tiene el perro efectivamente sería una magnitud escalar, pues estamos contando solo la cantidad de pulgas en el perro independiente de si estas se encuentran solo en un sector o parte del cuerpo del perro. Es de notar que por ejemplo este fenómeno se describiría adecuadamente mediante un valor numérico pues no tendríamos asociada alguna unidad de medición para esta cantidad.
Volver

✓ Desafío 2:
Si tenemos dos vectores actuando en diferentes direcciones no podemos comparar el sentido de estos, por ejemplo, imaginemos un vector en dirección horizontal y otro vector en dirección vertical, no podríamos comparar sus sentidos pues el vector en dirección vertical solo puede tener dos sentidos, hacia el norte (arriba) o hacia el sur (abajo) y el vector en la dirección horizontal solo puede tener sentido oeste (izquierda) u este (derecha); observemos que los sentidos no son comparables, por lo tanto no pueden ser iguales.
Volver

✓ Desafío 3:
Primero observemos la siguiente figura que nos aclara gráficamente la situación planteada:

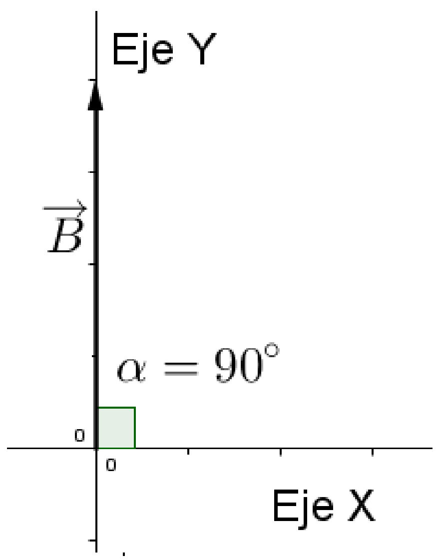


Figura 6: Vector $\overrightarrow{B}$ que guarda un ángulo de 90° respecto al eje X.

Observemos que la componente en X del vector seria cero, entonces el teorema de Pitágoras nos muestra que:

$$\overrightarrow{B} = \sqrt{\left(\overrightarrow{B_x}\right)^2 + \left(\overrightarrow{B_y}\right)^2} = \sqrt{(0)^2 + \left(\overrightarrow{B_y}\right)^2} = \sqrt{\left(\overrightarrow{B_y}\right)^2} = \overrightarrow{B_y}$$

Es decir que la magnitud del vector $\overrightarrow{B}$ es igual a su componente en y (B_y), resultado que concuerda con la razón trigonométrica:

$$\overrightarrow{B} = \frac{\overrightarrow{B_y}}{sen90°} = \frac{B_y}{1} = \overrightarrow{B_y}$$

Por lo tanto el vector $\overrightarrow{B}$ no tiene componente en el eje X.
Volver

✓ Desafío 4:
No podemos afirmar que la longitud o el modulo del vector resultante de la multiplicación entre un vector y un escalar siempre aumenta, pensemos en el vector $\overrightarrow{A} = 4m$ y en el escalar $B = 0,5$, si realizamos la operación $B \cdot \overrightarrow{A}$ obtendríamos como resultado un vector $\overrightarrow{R} = 2m$, es decir su longitud disminuyó en comparación con el vector inicial. Por lo tanto no se puede afirmar que el resultado de la multiplicación entre un vector y un escalar da como resultado un vector con una longitud mayor a la del vector original. Contemplemos ahora el caso de un escalar $C = 0$ y realicemos la operación $C \cdot \overrightarrow{A}$, con $\overrightarrow{A} = 4m$, obtendríamos:

$$\overrightarrow{R} = C \cdot \overrightarrow{A} = 0 \cdot 4m = 0m$$

En este caso el vector resultante es igual a cero metros ($0m$), esto significa que el vector se anula y su resultado gráficamente se representa con un punto.
Volver

✓ Desafío 5:
Para solucionar este desafío pensemos primero en tres números A, B y C; como la multiplicación con números es asociativa, no importa el orden en que resolvemos los productos, obtendremos el mismo resultado.
Ahora pensemos en tres vectores $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ y $\overrightarrow{C}$ que se encuentran en la misma línea de acción, si resolvemos primero el producto $\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B}$ obtendremos un valor númerico y este al ser multiplicado por $\overrightarrow{C}$, como ya sabemos, tendrá como resultado un vector, quiere decir que cuando los vectores se encuentran en la misma línea de acción y son más de dos, la multiplicación vectorial no es asociativa y no obtenemos un valor númerico, entonces para este caso, si es necesario restringir la operación a solo dos vectores en la misma línea de acción.
Por último, pensemos en tres vectores $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ y $\overrightarrow{C}$ pero a diferencia del caso anterior, supongamos que estos se encuentran en diferentes líneas de acción; si realizamos el producto $\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B}$ obtendremos otro vector supongamos $\overrightarrow{R}$ y este vector multiplicado con $\overrightarrow{C}$, nos daría como resultado otro vector si sus líneas de acción son diferentes o un valor númerico si sus líneas de acción llegasen a coincidir, por lo tanto el producto vectorial cuando los vectores no se encuentran en la misma línea de acción es asociativo y se puede realizar para una cantidad de vectores mayor a dos.
Volver

Bibliografía

[1] FÍSICA GENERAL CON EXPERIMENTOS SENCILLOS, *Tercera edición*, Editorial Harla (1983).
Beatriz Alvarenga, Antonio Máximo

[2] FÍSICA DÉCIMO GRADO, Editorial Mc Graw Hill(1992).
Paul E. Tippens.