Tecnológico de Costa Rica

Programación Lineal

Ingeniería en Computación
PhD. Francisco Torres-Rojas
II Semestre 2017

Samantha Arburola, Izcar Muñoz, Jonathan Rodríguez

8 de noviembre de 2017

Problema 3.1-6

La empresa Whitt Windows tiene solo tres empleados que hacen dos tipos de ventanas a mano: con marcos de madera y con marcos de aluminio. La ganancia es de \$60 por cada ventana con marco de madera y de \$30 por cada una con marco de aluminio. Doug hace hace marcos de madera y puede terminar 6 al día. Linda hace 4 marcos de aluminio por día. Bog forma y corta el vidrio y puede hacer 48 pies cuadrados al día. Cada ventana con marco de madera usa 6 pies cuadrados de vidrio y cada una de aluminio 8 pies cuadrados.

La compañía desea determinar cuántas ventanas de cada tipo producir al día para maximizar la ganancia total.

	Empleado 1	Empleado 2	Empleado 3	Ganancia
x_1	6	0		60
x_1	0	4		30
			[illegible]	

Variables de Decisión

Marco de madera $= X_1$
Marco de Aluminio $= X_2$

Función Objetivo

Maximizar

$$Z = 60X_1 + 30X_2$$

Restricciones

$$6X_1 + 8X_2 <= 48$$

$$X_1 <= 6$$

$$X_2 <= 4$$

Modelo Completo

Maximizar

$$Z = 60X_1 + 30X_2$$

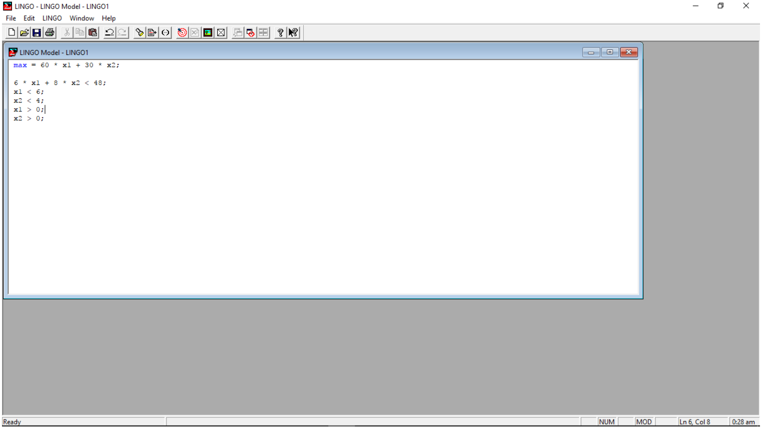
Sujeto a :

$$6X_1 + 8X_2 <= 48$$

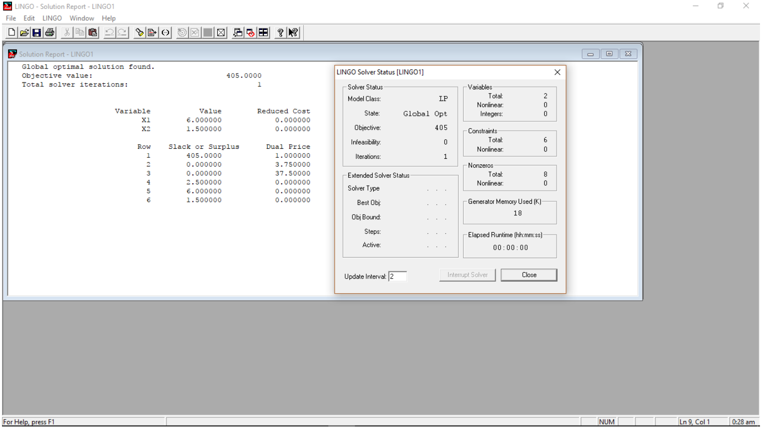
$$X_1 <= 6$$

$$X_2 <= 4$$

Solución LINGO



Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 405{,}0000$$

$$X_1 = 6{,}0000$$

$$X_2 = 1{,}5000$$

Problema 3.1-7

La compañía Word Light produce dos dispositivos para las lámparas (productos 1 y 2) que requieren partes de metal y componentes eléctricas. La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto fabricar para maximizar la ganancia.

Problema 3.1-7

Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricas, por cada unidad del producto 2 se requieren 3 unidades de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricas, la compañía tiene 200 unidades de partes de metal y 300 de componentes eléctricas, cada unidad del producto 1 da una ganancia de $ 1 y cada unidad de producto 2, hasta 60 unidades da una ganancia de $ 2, cualquier exceso de 60 unidades no tiene ganancia por lo que fabricar más de 60 está fuera de consideración.

Variables de Decisión

$$P_1 = producto1$$

$$P_2 = producto2$$

Variables de Decisión

	Metal	Eléctrico	Ganancia
P_1	1	2	1
P_2	3	2	2
			$P_1 + P_2$

Función Objetivo

Maximizar:

$$Z = P_1 + 2P_2$$

Restricciones

$$P_1 + 3P_2 <= 200$$

$$2P_1 + 2P_2 <= 300$$

$$P_2 <= 60$$

Modelo Completo

Maximizar:

$$Z = P_1 + 2P_2$$

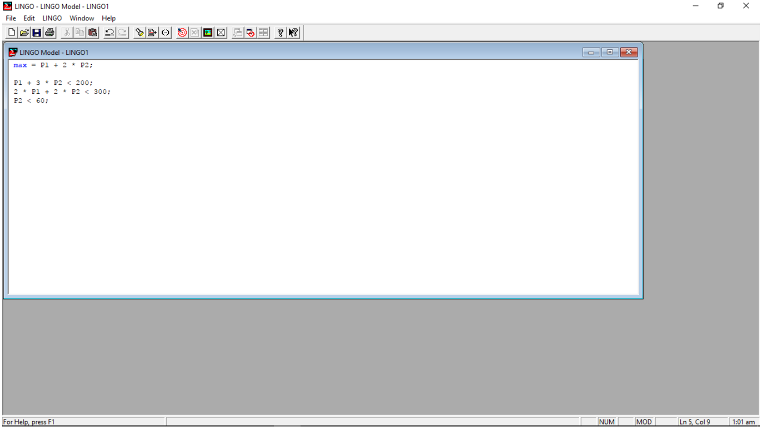
Sujeto a :

$$P1 + 3P2 <= 200$$

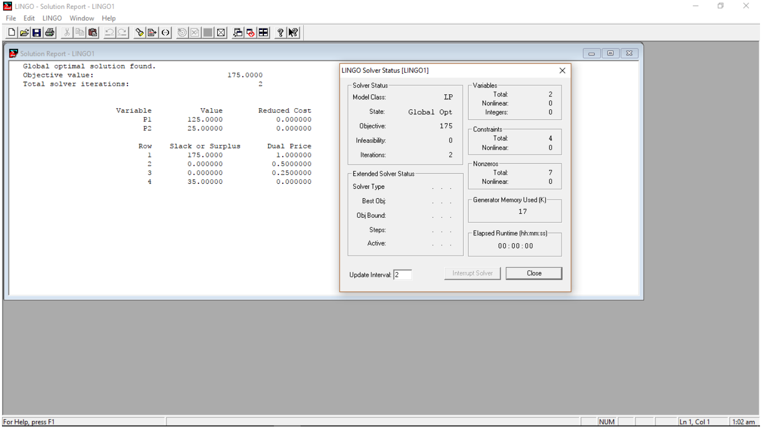
$$2P1 + 2P2 <= 300$$

$$P2 <= 60$$

Solución LINGO



Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 175{,}0000$$

$$P_1 = 125{,}0000$$

$$P_2 = 25{,}0000$$

Problema 3.1-8

La compañía de seguros primos está en proceso de introducir dos nuevas líneas de productos: seguro de riesgo especial e hipotecas. La ganancia esperada es \$5 por el seguro de riesgo especial y \$2 por unidad de hipoteca. La administración debe establecer las cuotas de ventas de las nuevas líneas para maximizar la ganancia total esperada. Los requerimientos de trabajo son los siguientes

Problema 3.1-8

•	Horas-hombre por unidad		Horas-hombre
Depto.	Riesgo Especial	Hipoteca	Disponibles
Suscripciones	3	2	2400
Administración	0	1	800
Reclamaciones	2	0	1200

Variables de Decisión

$$X_1 = seguroderiesgoespecial$$

$$X_2 = hipoteca$$

Función Objetivo

Maximizar:

$$Z = 5X_1 + 2X_2$$

Restricciones

$$3X_1 + 2X_2 <= 2400$$

$$X_2 <= 800$$

$$2X_1 <= 1200$$

$$X_1, X_2 > 0$$

Modelo Completo

Maximizar:

$$Z = 5X_1 + 2X_2$$

Sujeto a :

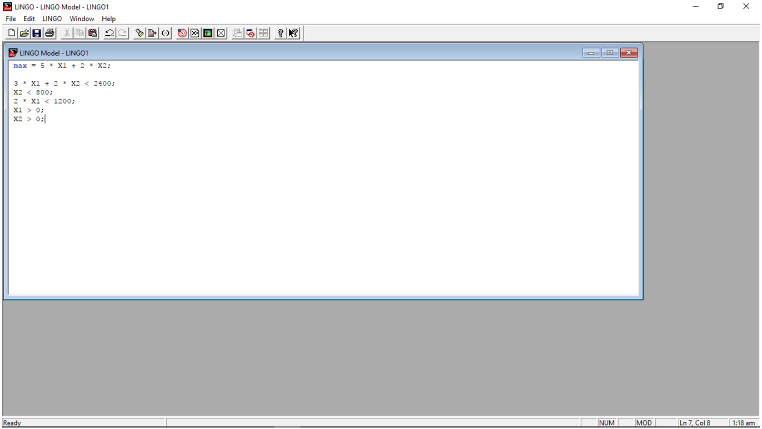
$$3X_1 + 2X_2 <= 2400$$

$$X_2 <= 800$$

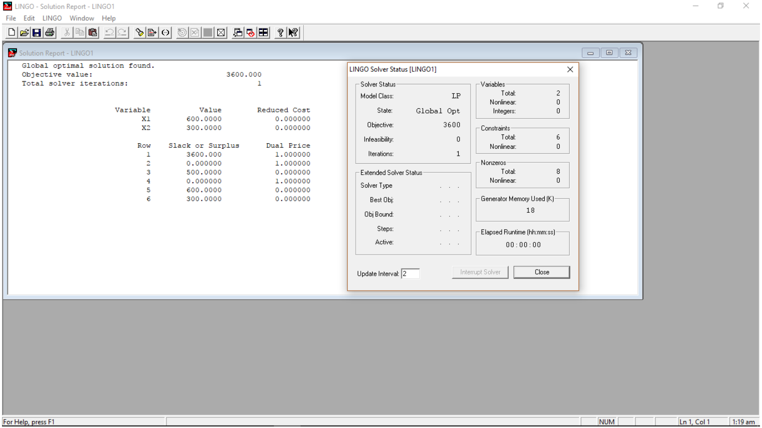
$$2X_1 <= 1200$$

$$X_1, X_2 > 0$$

Solución LINGO



Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 3600,0000$$

$$X_1 = 600,0000$$

$$X_2 = 300,0000$$

Problema 3.1-9

Weenies and Buns es una planta procesadora de alimentos que fabrica hotdogs y pan para hotdogs. Muelen su propia harina para el pan a una tasa máxima de 200 libras por semana. Cada pan requiere 0.1 libras. Tiene un contrato con Pigland Inc, que especifica la entrega de 800 libras de producto de puerco cada lunes.

Problema 3.1-9

Cada hotdog requiere 0.25 libras de producto de puerco. Se cuenta con suficiente cantidad del resto de los ingredientes de ambos productos. Por último, la mano de obra consiste en 5 empleados de tiempo completo (40 horas por semana). Cada hotdog requiere 3 minutos de mano de obra y cada pan requiere 2 minutos de mano de obra. Cada hotdog proporciona una ganancia de $0.20 y cada pan de $0.10. Weenies and Buns desea saber cuántos hotdogs y cuántos panes deben producir cada semana para lograr la ganancia más alta posible.

Variables de Decisión

$$P = cantidaddepanesparahotdog$$

$$H = cantidaddehotdog$$

Función Objetivo

Maximizar:

$$Z = 0{,}2H + 0{,}1P$$

Restricciones

$$0{,}1P <= 200$$

$$0{,}25H <= 800$$

$$2P+3H <= 1200, yqueestamosenminutos, porlotantoson5empleadosquetra$$

Modelo Completo

Maximizar:

$$Z = 0{,}2H + 0{,}1P$$

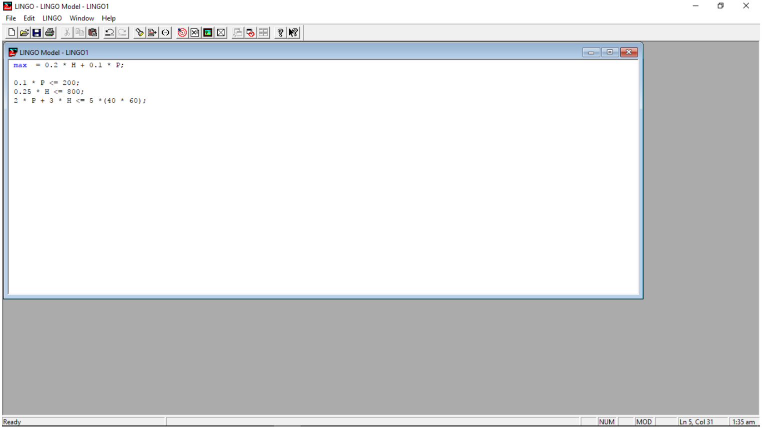
sujeto a:

$$0{,}1P <= 200$$

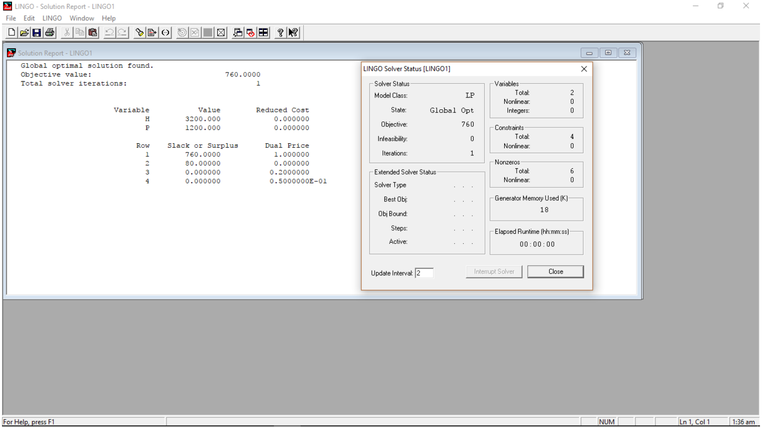
$$0{,}25H <= 800$$

$2P+3H <= 1200, yqueestamosenminutos, porlotantoson5empleadosquetra$

Solución LINGO



Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 760{,}0000$$

$$H = 3200{,}0000$$

$$P = 1200{,}0000$$

Problema 3.2-3

Hoy es un día de suerte. Acaba de ganar un premio de \$10.000. Dedicara \$4.000 a impuestos y diversiones, pero ha decidido invertir los otros \$6.000.

Al oír las nuevas, dos amigos le han ofrecido una oportunidad de convertirse en socio en dos empresas distintas, cada una planeada por cada uno de ellos. En ambos casos, la inversión incluye dedicar parte de su tiempo el siguiente verano y dinero en efectivo. Para ser un socio completo en el caso del primer amigo debe invertir \$ 5000 y 400 horas, y su ganancia estimada (sin tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo) seria \$ 450.

Problema 3.1-9

Las cifras correspondientes para el segundo caso son \$ 4000 y 500 horas, con una ganancia estima de \$ 4500. Sin embargo, ambos amigos son flexibles y le permitirían participar con cualquier fracción de participación que quiera. Si elige una participación parcial, todas las cifras dadas para sociedad completa (inversión de dinero y tiempo, y la ganancia) se pueden multiplicar por esta fracción. Como de todas formas usted busca un trabajo de verano interesante (máximo 600 horas), a decidido participar en una o ambas empresas en alguna combinación que maximice su ganancia total estimada. Usted debe resolver el problema de encontrar la mejor combinación.

Variables de Decisión

$$P_1 = participaciónAmigo1$$

$$P_2 = participaciónAmigo2$$

	Inversión	Horas	Ganacia
Amigo 1	5000	400	4500
Amigo 2	4000	500	4500
Disponibilidad	6000	600	•

Función Objetivo

Maximizar

$$Z = 4500P_1 + 4500P_2$$

Restricciones

$$5000P_1 + 4000P_2 <= 6000 inversi\acute{o}ntotal$$

$$400P_1 + 5000P_2 <= 600 horasdisponible$$

$$P_1, P_2 > 0$$

Modelo Completo

Maximizar

$$Z = 4500P_1 + 4500P_2$$

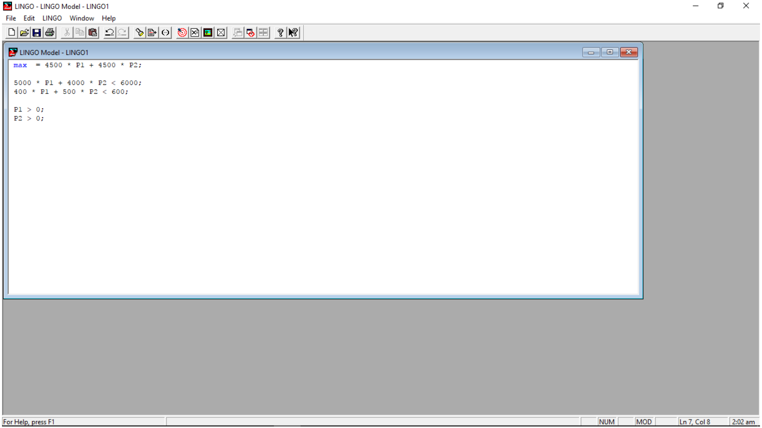
Sujeto a:

$$5000P_1 + 4000P_2 <= 6000 inversi\acute{o}ntotal$$

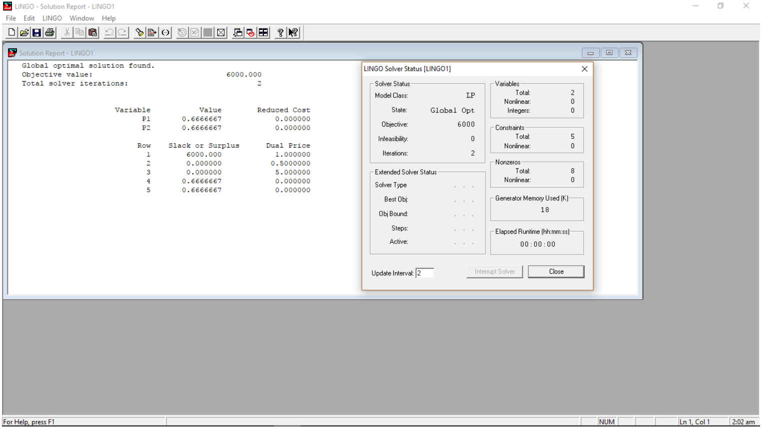
$$400P_1 + 5000P_2 <= 600 horasdisponible$$

$$P_1, P_2 > 0$$

Solución LINGO



Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 6000{,}0000$$

$$P_1 = 0{,}6666667$$

$$P_2 = 0{,}6666667$$

Problema 3.4-7

La carne con papas es el plato favorito de Ralph Edmund. Por eso decidió hacer dieta continua de sólo estos dos alimentos (más algunos líquidos y suplementos de vitaminas) en todas las comidas. Ralph sabe que ésa no es la dieta más sana y quiere asegurarse de que toma cantidades adecuadas de los dos alimentos para satisfacer los requerimientos nutricionales. Cuenta con la siguiente información.

Problema 3.4-7

Ingrediente	Gramos por porción		Requerimientos diarios
	Res	Papa	
Carboidratos	5	15	¿= 50
Proteínas	20	5	¿= 40
Grasa	15	2	¡= 60
Costo Por Porción	$14	$2	•

Ralph requiere determinar el número de porciones diarias (pueden ser fraccionarias) de res y papas que cumplirían con estos requerimientos a un costo mínimo.

Variables de Decisión

$$x_1 = Gramos por porción de Res$$

$$x_2 = Gramos por porción de Papa$$

Función Objetivo

Minimizar

$$Z = 4x_1 + 2x_2$$

Restricciones

$$5x_1 + 15x_2 >= 50$$

$$20x_1 + 5x_2 >= 40$$

$$15x_1 + 2x_2 <= 60$$

$$x_1, x_2 >= 0$$

Modelo Completo

Minimizar

$$Z = 4x_1 + 2x_2$$

Sujeto a :

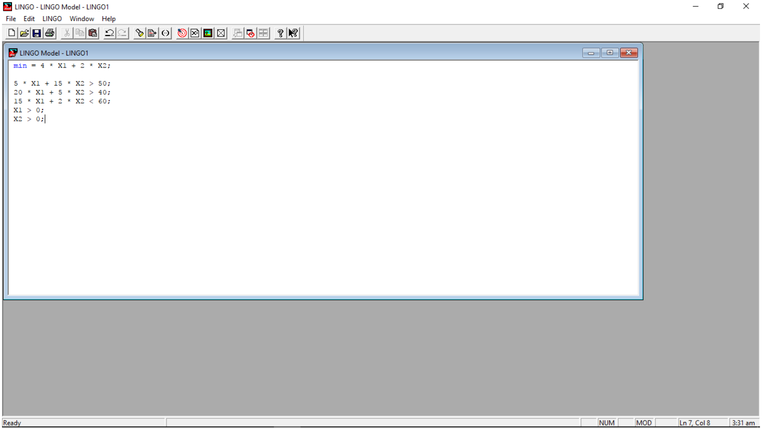
$$5x_1 + 15x_2 >= 50$$

$$20x_1 + 5x_2 >= 40$$

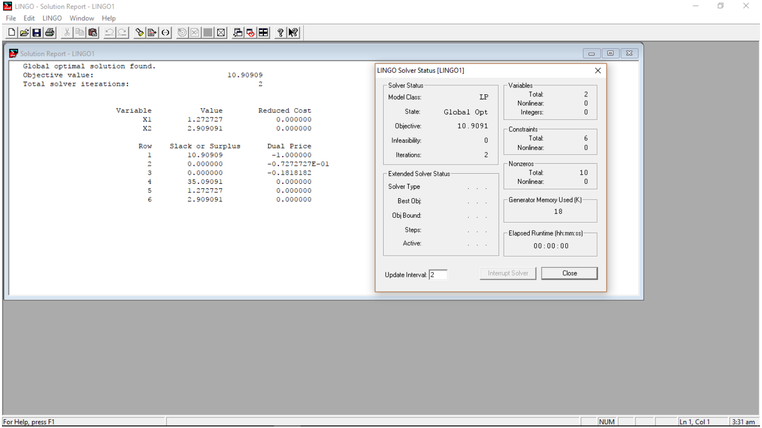
$$15x_1 + 2x_2 <= 60$$

$$x_1, >= 0$$

Solución LINGO



Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 10{,}90909$$

$$X_1 = 1{,}2727$$

$$X_2 = 2{,}909091$$

Problema 3.4-8

Web Mercantile vende muchos productos para el hogar mediante un catálogo en línea. La compañía necesita un gran espacio para almacenar los productos. En la actualidad planea rentar espacio para los siguientes 5 meses. Se sabe cuánto espacio necesitará cada mes, pero como el mismo varía mucho, puede ser más económico rentar sólo la cantidad de necesaria cada mes con contratos mensuales.

Problema 3.4-7

Por otro lado, el costo adicional de rentar espacio para meses adicionales es menor que para el primero, y puede ser menos costoso rentar el espacio máximo lo 5 meses. Otra opción es el enfoque intermedio de cambiar la cantidad total de espacio rentado (con un nuevo contrato y/o terminación del anterior) al menos una vez pero no cada mes.

Problema 3.4-8

El espacio requerido si los costos de arrendamiento son los siguientes:

Mes	Espacio Requerido	Periodo	Costo por ft^2 arrendado
1	30000	1	\$65
2	20000	2	\$100
3	40000	3	\$135
4	10000	4	\$160
5	50000	5	\$190

El objetivo es minimizar el costo total de arrendamiento para cumplir con los requerimientos.

Análisis

Debemos pensar en los .meses que vamos a arrendar, podemos arrendar el espacio máximo por los cinco meses, esto permite inferir que debemos alquilar al menos el espacio indicado en la tabla del problema. Además tenemos que considerar o clasificar los meses que afectan cada uno de los contratos.

Variables de Decisión

A_1 = Espacio a arrendar el primer mes por el periodo de 1 mes
A_2 = Espacio a arrendar el primer mes por el periodo de 2 meses
A_3 = Espacio a arrendar el primer mes por el periodo de 3 meses
A_4 = Espacio a arrendar el primer mes por el periodo de 4 meses
A_5 = Espacio a arrendar el primer mes por el periodo de 5 meses
B_1 = Espacio a arrendar el segundo mes por el periodo de 1 mes
B_2 = Espacio a arrendar el segundo mes por el periodo de 2 meses
B_3 = Espacio a arrendar el segundo mes por el periodo de 3 meses
B_4 = Espacio a arrendar el segundo mes por el periodo de 4 meses
B_5 = No tiene sentido, no se puede
C_1 = Espacio a arrendar el tercer mes por el periodo de 1 mes
C_2 = Espacio a arrendar el tercer mes por el periodo de 2 meses
C_3 = Espacio a arrendar el tercer mes por el periodo de 3 meses
C_4 y C5 = No tiene sentido, no se puede.
D_1 = nes
D_2 = Espacio a arrendar el cuarto mes por el periodo de 2 meses

Función Objetivo

Minimizar

$$Z = 65A_1 + 100A_2 + 135A_3 + 160A_4 + 190A_5 + 65B_1 + 100B_2 + 135B_3 + 160B_4 +$$

Restricciones

$$MES1 : A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 >= 30{,}000$$

$$MES2 : A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 >= 20{,}000$$

$$MES3 : A_3 + A_4 + A_5 + B_2 + B_3 + B_4 + C_1 + C_2 + C_3 >= 40{,}000$$

$$MES4 : A_4 + A_5 + B_3 + B_4 + C_2 + C_3 + D_1 + D_2 >= 10{,}000$$

$$MES5 : A_5 + B_4 + C_3 + D_2 + E_1 = 50{,}000$$

Modelo Completo

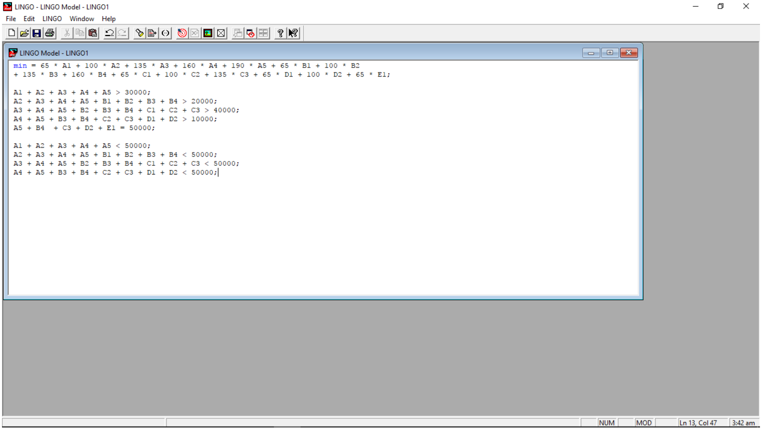
Minimizar

$Z = 65A_1{+}100A_2{+}135A_3{+}160A_4{+}190A_5{+}65B_1{+}100B_2{+}135B_3{+}160B_4{+}$

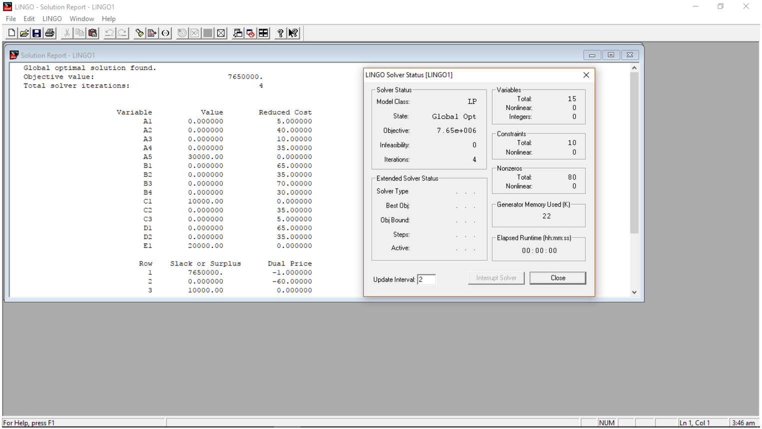
Sujeto a :

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 >= 30{,}000$$
$$A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 >= 20{,}000$$
$$A_3 + A_4 + A_5 + B_2 + B_3 + B_4 + C_1 + C_2 + C_3 >= 40{,}000$$
$$A_4 + A_5 + B_3 + B_4 + C_2 + C_3 + D_1 + D_2 >= 10{,}000$$
$$A_5 + B_4 + C_3 + D_2 + E_1 = 50{,}000$$

Solución LINGO



Solución LINGO



Variable	Value	Reduced Cost
A1	0.000000	5.000000
A2	0.000000	40.00000
A3	0.000000	10.00000
A4	0.000000	35.00000
A5	30000.00	0.000000
B1	0.000000	65.00000
B2	0.000000	35.00000
B3	0.000000	70.00000
B4	0.000000	30.00000
C1	10000.00	0.000000
C2	0.000000	35.00000
C3	0.000000	5.000000
D1	0.000000	65.00000
D2	0.000000	35.00000
E1	20000.00	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	7650000.	-1.000000
2	0.000000	-60.00000
3	10000.00	0.000000

Solución Final

$$Z = 7650000$$
$$A_1 = 0{,}0000$$
$$A_2 = 0{,}0000$$
$$A_3 = 0{,}0000$$
$$A_4 = 0{,}0000$$
$$A_5 = 30000{,}00$$
$$B_1 = 0{,}0000$$
$$B_2 = 0{,}0000$$
$$B_3 = 0{,}0000$$
$$B_4 = 0{,}0000$$
$$C_2 = 0{,}0000$$

Problema 3.4-14

Oxbridge University tiene una computadora grande para uso de académicos, estudiantes de doctorado y ayudantes de investigación. Durante las horas hábiles debe haber un trabajador para operador y dar mantenimiento a la computadora y realizar algunos servicios de programación. Beryl Ingram, director del centro de cómputo, coordina la operación.

Problema 3.4-14

Al principio del semestre de otoño , Beryl se enfrenta al problema de asignar horas de trabajo distintas a sus operadores. Debido a que éstos son estudiantes de la universidad, están disponibles para el trabajo solo un número limitado de horas al dia, como se muestra en la tabla.

•	•	Máximo de horas disponibles				
Operador	Salarios	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.
K.C.	\$10.00/hora	6	0	6	0	6
D.H.	\$10.10/hora	0	6	0	6	0
H.B.	\$9.90/hora	4	8	4	0	4
S.C.	\$9.80/hora	5	5	5	0	5
K.S.	\$10.80/hora	3	0	3	8	0
N.K.	\$11.30/hora	0	0	0	6	2

Problema 3.4-14

Hay seis operadores (cuatro de licenciatura y dos de posgrado). Todos tienen salarios diferentes según su experiencia con computadoras y su aptitud para programar. La tabla muestra estos salarios junto con el número máximo de horas al día que cada uno puede trabajar.

Se garantiza a cada operador un número mínimo de horas de trabajo a la semana que lo mantendrán con un conocimiento adecuado de la operación. Este nivel se estableció de modo arbitrario en 8 horas por semana para licenciatura (K.C., D.H., H.B. y S.C.) y 7 horas por semana para posgrado (K.S. y N.K.).

Problema 3.4-14

El centro de computo debe abrir de 8 am a 10 pm de lunes a viernes con un operador de guardia en este horario. Sábados y domingos, otras personas lo operan. Debido al presupuesto reducido, Beryl tiene que minimizar el costo. Ella quiere determinar el número de horas que debe asignar a cada operador cada día.

Análisis

Se requiere minimizar el costo de las horas de cada operador en cada día. Para ello, podemos ver como una "matriz" X_{ij}, donde i es cada operador, y j es el día de la semana (i = KC, DH, HB, SC, KS, NK; j = lu, ma, mi, ju, vi). Z = costo (salario * tiempo max disponible por trabajador * horas asignadas)

Variables de Decisión

$$x_{11} = Horasasignadasaloperador K Cellunes$$

$$x_{12} = Horasasignadasaloperador K Celmartes$$

$$x_{13} = Horasasignadasaloperador K Celmi\acute{e}rcoles$$

$$x_{14} = Horasasignadasaloperador K Celjueves$$

$$x_{15} = Horasasignadasaloperador K Celviernes$$

Variables de Decisión

Lo mismo para el operador 2 DH

$$x_{21} = HorasasignadasaloperadorDHellunes$$
$$x_{22} = HorasasignadasaloperadorDHelmartes$$
$$x_{23} = HorasasignadasaloperadorDHelmi\acute{e}rcoles$$
$$x_{24} = HorasasignadasaloperadorDHeljueves$$
$$x_{25} = HorasasignadasaloperadorDHelviernes$$

...

$$Lomismoparaeloperador6NK$$
$$X_{61} = HorasasignadasaloperadorNKellunes$$
$$X_{62} = HorasasignadasaloperadorNKelmartes$$

Función Objetivo

Minimizar

$$Z = 10{,}00(x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15})$$

$$+10{,}10(x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25})$$

$$+9{,}90(X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35})$$

$$+9{,}80(X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45})$$

$$+10{,}80(X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55})$$

$$+11{,}30(X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65}$$

Restricciones

/* Restricciones de mínimo número de horas a la semana K.C., D.H., H.B. y S.C. = 8, K.S. y N.K. = 7. */

$$x_11 + x_{12} + x_13 + x_14 + x_15 >= 8$$

$$x_21 + x_{22} + x_23 + x_24 + x_25 >= 8$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} >= 8$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} >= 8$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} >= 7$$

$$X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} >= 7$$

Restricciones

/* El centro de cómputo abre de 8 am hasta 10 pm (14 horas), donde siempre hay un operador, esto para toda la semana*/

$$Lunes => x_{11} + x_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61} = 14$$

$$Martes => x_{12} + x_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62} = 14$$

$$Miercoles => x_{13} + x_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} + X_{63} = 14$$

$$Jueves => x_{14} + x_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} + X_{64} = 14$$

$$Viernes => x_{15} + x_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} + X_{65} = 14$$

Restricciones

/* Horas disponibles por día, para cada trabajador*/

Operador 1

$$x_{11} <= 6$$
$$x_{12} = 0$$
$$x_{13} <= 6$$
$$x_{14} = 0$$
$$x_{15} <= 6$$

Operador 2

$$x_{21} = 0$$
$$x_{22} <= 6$$

Restricciones

Operador 3

$$X_{31} <= 4$$
$$X_{32} <= 8$$
$$X_{33} <= 4$$
$$X_{34} = 0$$
$$X_{35} <= 4$$

Operador 4

$$X_{41} <= 5$$
$$X_{42} <= 5$$
$$X_{43} <= 5$$

Restricciones

Operador 5

$$X_{51} <= 3$$
$$X_{52} = 0$$
$$X_{53} = 0$$
$$X_{54} <= 8$$
$$X_{55} = 0$$

Operador 6

$$X_{61} = 0$$
$$X_{62} = 0$$
$$X_{63} = 0$$

Modelo Completo

Minimizar

$$
\begin{aligned}
Z = 10{,}00(x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15})\\
+10{,}10(x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25})\\
+9{,}90(X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35})\\
+9{,}80(X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45})\\
+10{,}80(X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55})\\
+11{,}30(X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65})
\end{aligned}
$$

Modelo Completo

Sujeto a :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} >= 8$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} >= 8$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} >= 8$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} >= 8$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} >= 7$$

$$X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} >= 7$$

$$x_{11} + x_{2}1 + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61} = 14$$

$$x_{12} + x_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62} = 14$$

$$x_{13} + x_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} + X_{63} = 14$$

$$x_{14} + x_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} + X_{64} = 14$$

$$x_{15} + x_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} + X_{65} = 14$$

Modelo Completo

$$x_{11} <= 6$$
$$x_{12} = 0$$
$$x_{13} <= 6$$
$$x_{14} = 0$$
$$x_{15} <= 6$$
$$x_{21} = 0$$
$$x_{22} <= 6$$
$$x_{23} = 0$$
$$x_{24} <= 6$$

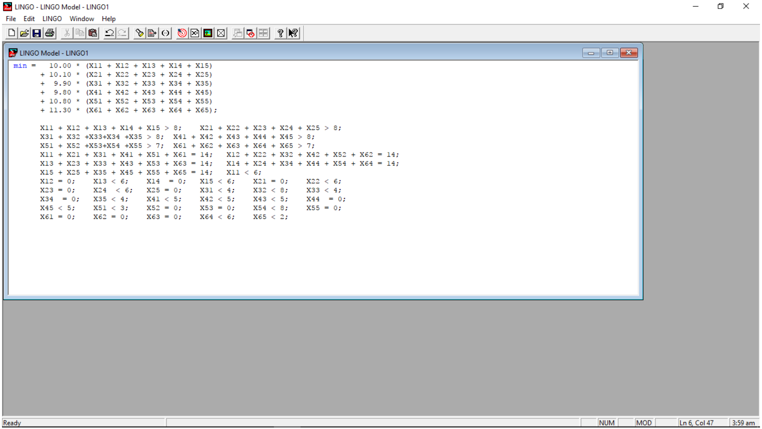
Modelo Completo

$$
\begin{aligned}
X_{31} &<= 4 \\
X_{32} &<= 8 \\
X_{33} &<= 4 \\
X_{34} &= 0 \\
X_{35} &<= 4 \\
X_{41} &<= 5 \\
X_{42} &<= 5 \\
X_{43} &<= 5 \\
X_{44} &= 0 \\
X_{45} &<= 5
\end{aligned}
$$

Modelo Completo

$$X_{51} <= 3$$
$$X_{52} = 0$$
$$X_{53} = 0$$
$$X_{54} <= 8$$
$$X_{55} = 0$$
$$X_{61} = 0$$
$$X_{62} = 0$$
$$X_{63} = 0$$
$$X_{64} <= 6$$
$$X_{65} <= 2$$

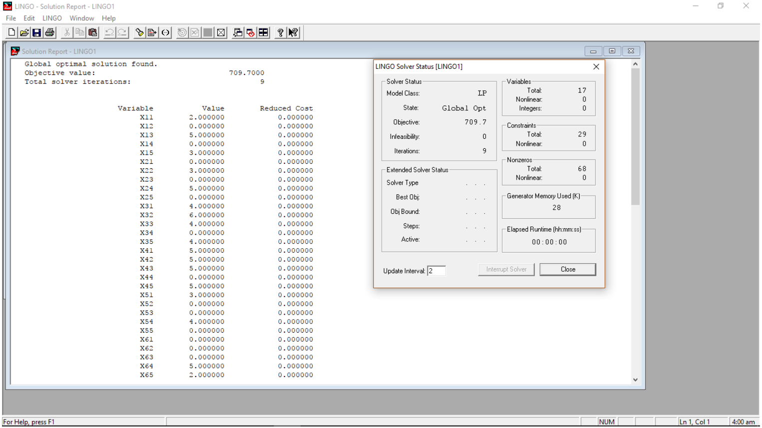
Solución LINGO



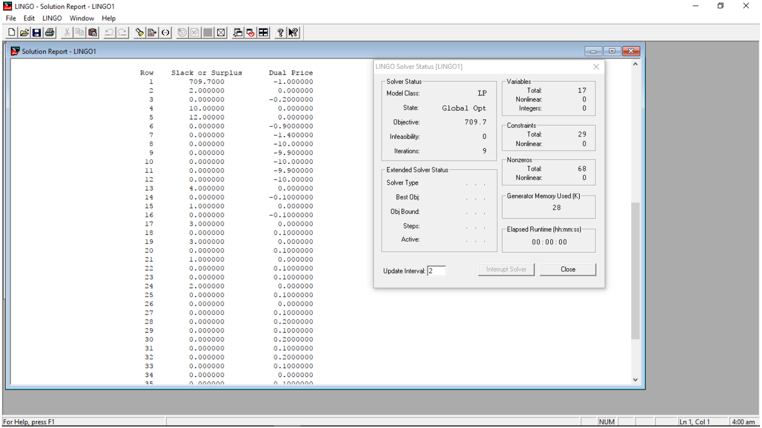

```
min =   10.00 * (X11 + X12 + X13 + X14 + X15)
      + 10.10 * (X21 + X22 + X23 + X24 + X25)
      +  9.90 * (X31 + X32 + X33 + X34 + X35)
      +  9.80 * (X41 + X42 + X43 + X44 + X45)
      + 10.80 * (X51 + X52 + X53 + X54 + X55)
      + 11.30 * (X61 + X62 + X63 + X64 + X65);

      X11 + X12 + X13 + X14 + X15 > 8;    X21 + X22 + X23 + X24 + X25 > 8;
      X31 + X32 +X33+X34 +X35 > 8;  X41 + X42 + X43 + X44 + X45 > 8;
      X51 + X52 +X53+X54 +X55 > 7;  X61 + X62 + X63 + X64 + X65 > 7;
      X11 + X21 + X31 + X41 + X51 + X61 = 14;   X12 + X22 + X32 + X42 + X52 + X62 = 14;
      X13 + X23 + X33 + X43 + X53 + X63 = 14;   X14 + X24 + X34 + X44 + X54 + X64 = 14;
      X15 + X25 + X35 + X45 + X55 + X65 = 14;   X11 < 6;
      X12 = 0;    X13 < 6;    X14  = 0;   X15 < 6;    X21 = 0;    X22 < 6;
      X23 = 0;    X24  < 6;   X25 = 0;    X31 < 4;    X32 < 8;    X33 < 4;
      X34  = 0;   X35 < 4;    X41 < 5;    X42 < 5;    X43 < 5;    X44  = 0;
      X45 < 5;    X51 < 3;    X52 = 0;    X53 = 0;    X54 < 8;    X55 = 0;
      X61 = 0;    X62 = 0;    X63 = 0;    X64 < 6;    X65 < 2;
```

Solución LINGO

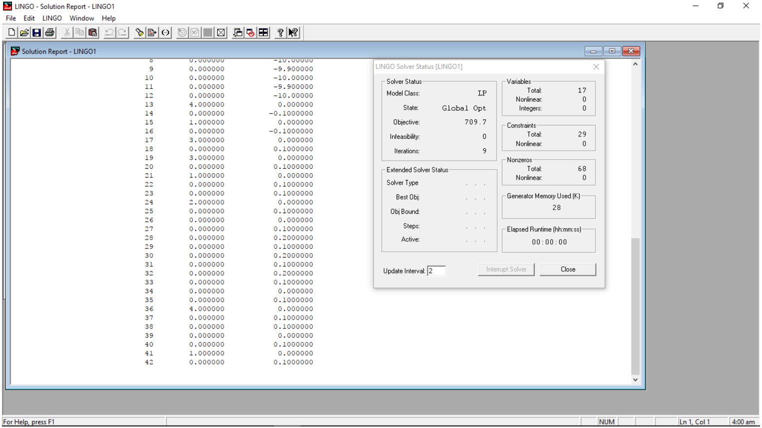


Solución LINGO



Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	709.7000	-1.000000
2	2.000000	0.000000
3	0.000000	-0.2000000
4	10.00000	0.000000
5	12.00000	0.000000
6	0.000000	-0.9000000
7	0.000000	-1.400000
8	0.000000	-10.00000
9	0.000000	-9.900000
10	0.000000	-10.00000
11	0.000000	-9.900000
12	0.000000	-10.00000
13	4.000000	0.000000
14	0.000000	-0.1000000
15	1.000000	0.000000
16	0.000000	-0.1000000
17	3.000000	0.000000
18	0.000000	0.1000000
19	3.000000	0.000000
20	0.000000	0.1000000
21	1.000000	0.000000
22	0.000000	0.1000000
23	0.000000	0.1000000
24	2.000000	0.000000
25	0.000000	0.1000000
26	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.1000000
28	0.000000	0.2000000
29	0.000000	0.1000000
30	0.000000	0.2000000
31	0.000000	0.1000000
32	0.000000	0.2000000
33	0.000000	0.1000000
34	0.000000	0.000000
35	0.000000	0.1000000

Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 709{,}7000$$
$$X_{11} = 2$$
$$X_{12} = 0$$
$$X_{13} = 5$$
$$X_{14} = 0$$
$$X_{15} = 3$$
$$X_{21} = 0$$
$$X_{22} = 3$$
$$X_{23} = 0$$
$$X_{24} = 5$$

Solución Final

$$X_{25} = 0$$
$$X_{31} = 4$$
$$X_{32} = 6$$
$$X_{33} = 4$$
$$X_{34} = 0$$
$$X_{35} = 4$$
$$X_{41} = 5$$
$$X_{42} = 5$$
$$X_{43} = 5$$

Solución Final

$$X_{44} = 0$$
$$X_{45} = 5$$
$$X_{51} = 3$$
$$X_{52} = 0$$
$$X_{53} = 0$$
$$X_{53} = 4$$
$$X_{54} = 0$$
$$X_{55} = 0$$
$$X_{61} = 0$$

Solución Final

$$X_{62} = 0$$

$$X_{63} = 0$$

$$X_{64} = 5$$

$$X_{65} = 2$$

Problema 3.4-15

Joyce y Marvin tienen una guardería.
Ellos intentan decidir qué dar a los niños de almuerzo. Desean mantener costos bajos, pero también deben cumplir los requerimientos nutritivos para niños. Ya decidieron darles sándwiches de mantequilla de maní y mermelada y alguna combinación de galletas, leche y jugo de naranja.El contenido nutritivo de cada alimento y su costo se presenta en la siguiente tabla:

Problema 3.4-15

Alimento	Grasa	Total	Vit.C(mg)	Proteínas	Costo($)
Pan	10	70	0	3	5
Mantequilla de maní	75	100	0	4	4
Galleta	20	60	0	1	8
Mermelada	0	50	3	0	7
Leche	70	150	2	8	15
Jugo	0	100	120	1	35

Problema 3.4-15

Los requerimientos nutritivos son los siguientes. Cada niño debe recibir de 400 a 600 calorías. No más de 30 % de las calorías totales debe venir en grasas. Cada niño debe consumir al menos 60 mg de vitamina C y 12 g de proteína. Todavía más, por razones prácticas, cada niño necesita justo 2 rebanadas de pan (para un sandwich), al menos el doble de mantequilla de maní que de mermelada y al menos una taza de líquido (leche y/o jugo de naranja). Joyce y Marvin desean seleccionar las opciones de alimento para cada niño que minimice el costo mientras cumple con los requerimientos establecidos.

Análisis

Se requiere cubrir los requerimientos de la forma más barata posible. Como en el problema de la dieta visto en clases.

Variables de Decisión

$$x_1 = Rebanadasdepan$$

$$x_2 = Cucharadasdemantequillasdeman\acute{\imath}$$

$$X_3 = Cucharadasdefresademermelada$$

$$X_4 = UnidadesdeGalletasintegrales$$

$$X_5 = Tazasdeleche$$

$$X_6 = Tazasdejugo$$

Función Objetivo

Minimizar

$$Z = 5x_1 + 4x_2 + 7X_3 + 8X_4 + 15X_5 + 36X_6$$

Restricciones

Calorías mínimas:

$$70x_1 + 100x_2 + 50x_3 + 60x_4 + 150x_5 + 100x_6 >= 400$$

Calorías máximas:

$$70x_1 + 100x_2 + 50x_3 + 60x_4 + 150x_5 + 100x_6 <= 600$$

Grasa:

$$-11x_1 + 45x_2 - 15x_3 + 2x_4 + 25x_5 - 30x_6 <= 0$$

Vitamina C:

$$3x_3 + 2x_5 + 120x_6 >= 60$$

Restricciones

Proteínas:

$$3x_1 + 4x_2 + x_4 + 8x_5 + x_6 >= 12$$

Pan:

$$x_1 = 2$$

Doble mantequilla de maní que mermelada:

$$x_2 - 2x_3 >= 0$$

Líquidos:

$$x_5 + x_6 >= 1$$

Triviales

Modelo Completo

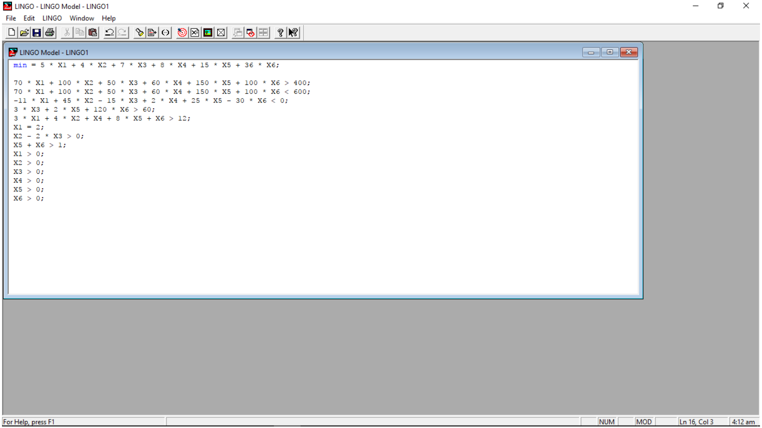
Minimizar

$$Z = 5X_1 + 4X_2 + 7X_3 + 8X_4 + 15X_5 + 36X_6$$

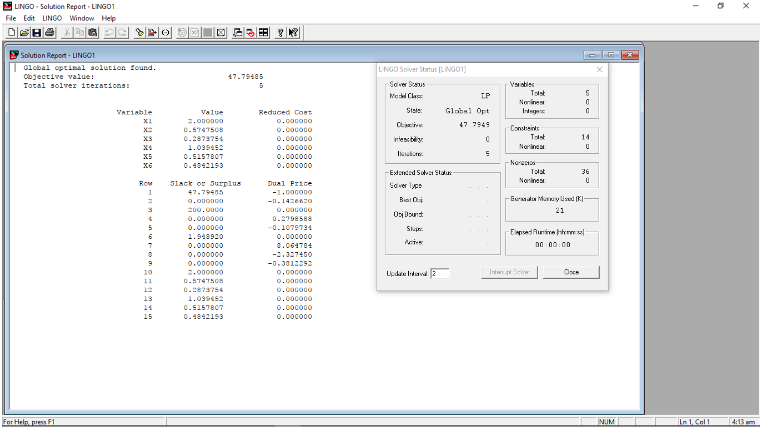
Sujeto a :

$$70x_1 + 100x_2 + 50x_3 + 60x_4 + 150x_5 + 100x_6 >= 400$$
$$70x_1 + 100x_2 + 50x_3 + 60x_4 + 150x_5 + 100x_6 <= 600$$
$$-11x_1 + 45x_2 - 15x_3 + 2x_4 + 25x_5 - 30x_6 <= 0$$
$$3x_3 + 2x_5 + 120x_6 >= 60$$
$$3x_1 + 4x_2 + x_4 + 8x_5 + x_6 >= 12$$
$$x1 = 2$$
$$x_2 - 2x_3 >= 0$$

Solución LINGO



Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 47,79485$$

$$X_1 = 2,0000$$

$$X_2 = 0,5747508$$

$$X_3 = 0,2873754$$

$$X_4 = 1,039452$$

$$X_5 = 0,5157807$$

$$X_6 = 0,4842193$$

Problema 3.6-5

Maureen Laird es directora de inversiones de Alva Electric Co., empresa importante en el medio oeste. La compañía ha programado la construcción de nuevas plantas hidroeléctricas a 5, 10, y 20 años, para satisfacer las necesidades de la creciente población en la región servida por la empresa. Para cubrir por lo menos los costos de construcción, Maureen tiene que invertir parte del dinero de la empresa para cubrir estas necesidades futuras de liquidez. Maureen Sólo puede comprar tres tipos de activos financieros, cada uno cuesta \$ 1 millón por unidad.

Problema 3.6-5

Unidades fraccionarias pueden ser comprados. Los activos que produzcan ingresos de 5, 10 y 20 años a partir de ahora, y que los ingresos se necesitan para cubrir al menos el flujo de efectivo mínimo las necesidades de estos años. (Cualquier excedente de ingresos por encima del mínimo obligación de que cada período de tiempo se aprovechará para aumentar el pago de dividendos a los accionistas en lugar de guardarlo para ayudar a cumplir con el requisito mínimo de liquidez en el próximo período de tiempo.)La siguiente tabla muestra los ingresos generados por cada unidad de cada activo y el mínimo de ingresos necesarios para cada uno de los periodos futuros cuando una nueva central hidroeléctrica se construirá.

Problema 3.6-5

	Ingresos por acción			Flujo de efectivo
Año	Acción 1	Acción 2	Acción 3	requerido
5	\$2 millones	\$1 millón	\$0.5 millones	\$400 millones
10	\$0.5 milones	\$0.5 millones	\$ 1 millón	\$100 millones
20	0	.5 millones	\$2 millones	\$300 millones

Problema 3.6-5

Maureen desea determinar la mezcla de inversiones en estas acciones que cubrirá los requerimientos de efectivo y que minimizará la cantidad total invertida.

Análisis

Se quiere determinar la mezcla de inversiones para las acciones, que cumplan con los requerimientos y que minimice la cantidad total invertida, que sea el óptimo. Es decir, que me diga la cantidad que debo invertir en el activo 1, cuánto debo invertir en el activo 2 y cuánto debo invertir en el activo 3.

Variables de Decisión

$$X_1 = Lacantidaddeinversi\acute{o}nparaelactivo1$$

$$X_2 = Lacantidaddeinversi\acute{o}nparaelactivo2$$

$$X_3 = Lacantidaddeinversi\acute{o}nparaelactivo3$$

Función Objetivo

Minimizar

$$Z = X_1 + X_2 + X_3$$

Restricciones

$$2X_1 + 2X_2 + 0{,}5X_3 >= 400$$

$$0{,}5X_1 + 0{,}5X_2 + X_3 >= 100$$

$$1{,}5X_1 + 3X_3 >= 300$$

$$X_1, X_2, X_3 >= 0$$

Modelo Completo

Minimizar:

$$Z = X_1 + X_2 + X_3$$

Sujeto a :

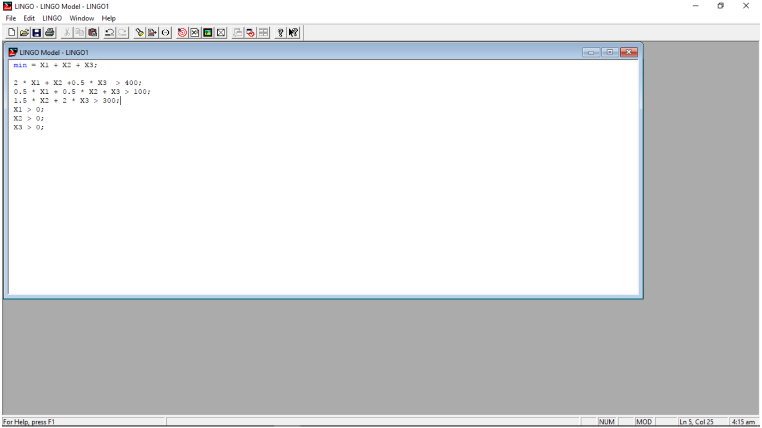
$$2X_1 + X_2 + 0{,}5X_3 >= 400$$

$$0{,}5X_1 + 0{,}5X_2 + X_3 >= 100$$

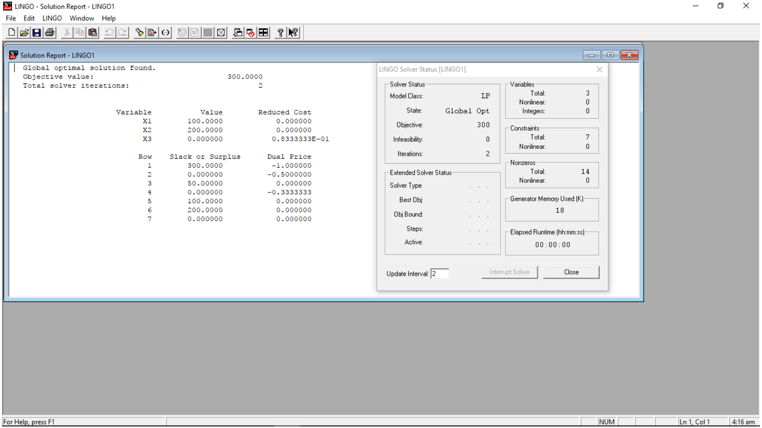
$$1{,}5X_2 + 2X_3 >= 300$$

$$X_1, X_2, X_3 >= 0$$

Solución LINGO



Solución LINGO



Solución Final

$$Z = 300{,}0000$$

$$X_1 = 100{,}0000$$

$$X_2 = 200{,}0000$$

$$X_3 = 0{,}0000$$