

Proyecto Final de Matemáticas Discretas

Fractales Aplicados a la criptografía

Grupo: K-ON

David Ricardo Dager
Manuel Arturo Ramírez
Ciro Iván García

Presentado a: Andres Villaveces Niño
Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería de Sistemas e Industrial

June 11, 2014

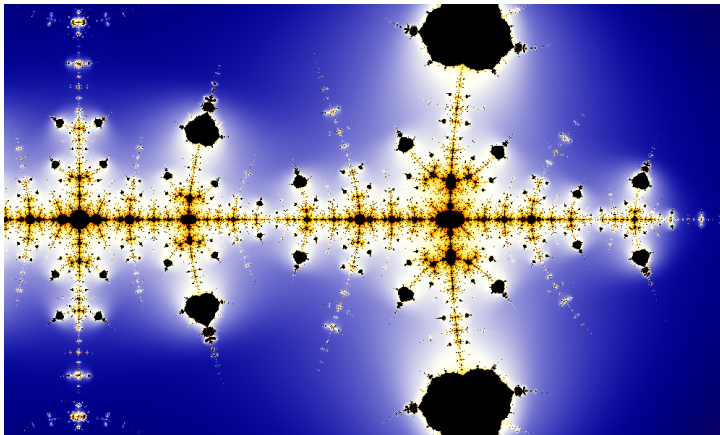
“Un fractal es la representación gráfica del caos” (Gutierrez y Hott).

Características a resaltar:

- Comportamiento caótico.
- Autosimilares.
- Representación algorítmica “simple”.

- Análisis no convencional.
- Ligado fuertemente a condiciones iniciales.
- Efecto mariposa es una propiedad intrínseca del caos.
- Trayectorias cuasi periódicas.
- Atractores extraños.

Conjetura de Collatz :



Transformación de Baker

Versión general: Sea N un conjunto $N=\{0,1,2,\dots,n-1\}$ de números enteros y sea λ un conjunto de enteros, $\lambda=\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$, que satisface las siguientes propiedades:

- $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k = n$.
- $\lambda_i \mid n \ \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}$

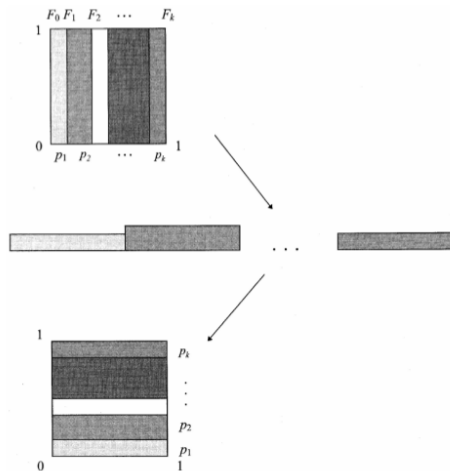
Definimos la transformación discreta de Baker $T_{N,\lambda} : N \times N \longrightarrow N \times N$ de la siguiente manera:

$$T_{N,\lambda}(x, y) = [q_i(x - \sigma_i) + y \bmod q_i, \frac{1}{q_i}(y - y \bmod q_i) + \sigma_i] \quad (1)$$

De donde $\sigma_1 := 0$ y $\sigma_i := \lambda_1 + \dots + \lambda_{i-1}$ para $2 \leq i < k$, $q_i := \frac{n}{\lambda_i}$ y $(x, y) \in [\sigma_i, \sigma_i + \lambda_i) \times N$.

Transformación de Baker

Tomado de Jiri:



Transformación de Baker II

Sea N en conjunto $N=\{0,1,2,..,n-1\}$ de números enteros y sea λ un conjunto de enteros, $\lambda=\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_k\}$, que satisface las siguientes propiedades:

- $\lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_k = n$.
- $\lambda_i \mid n \quad \forall i \in \{1,2,...,k\}$

Definimos la transformación discreta de Baker $B_{N,\lambda} : N \times N \mapsto N \times N$ de la siguiente manera:

$$B_{N,\lambda}(x, y) = (n - \sigma_i - \lfloor \frac{n - (x + 1)}{q_i} \rfloor - 1, \frac{y - \sigma_i}{q_i} + [n - (x + 1)] \bmod q_i) \quad (2)$$

De donde $\sigma_1 := 0$ y $\sigma_i := \lambda_1 + ... + \lambda_{i-1}$ para $1 \leq i < k$, $q_i := \frac{n}{\lambda_i}$
 $y (x,y) \in N \times [\sigma_i, \sigma_i + \lambda_i)$.

Gracias.