A centre manifold of your dynamical system

A. J. Roberts, University of Adelaide
http://orcid.org/0000-0001-8930-1552

5:46am, August 5, 2023

Generally, the lowest order, most important, terms are near the end of each expression.

off echo;

Specified dynamical system

$\dot{x}_1 = c^{-1}\sigma w_1 + c^{-1}\varepsilon^4 x_1^2 y_1^3 \gamma + c^{-1}\varepsilon^2(-y_1^3\gamma + y_1^3) - c^{-1}\varepsilon x_1^2 + 3c^{-2}\varepsilon^4 x_1^3 y_1^2 \gamma + c^{-2}\varepsilon^2(-3x_1 y_1^2 \gamma + 3x_1 y_1^2) + 3c^{-3}\varepsilon^4 x_1^4 y_1 \gamma + c^{-3}\varepsilon^2(-3x_1^2 y_1 \gamma + 3x_1^2 y_1) + c^{-4}\varepsilon^4 x_1^5 \gamma + c^{-4}\varepsilon^2(-x_1^3 \gamma + x_1^3)$

$\dot{y}_1 = -y_1 + c^{-1}\sigma w_2 - c^{-1}\varepsilon x_1 y_1 - c^{-2}\sigma w_1 - c^{-2}\varepsilon^4 x_1^2 y_1^3 \gamma + c^{-2}\varepsilon^2(y_1^3 \gamma - y_1^3) - 3c^{-3}\varepsilon^4 x_1^3 y_1^2 \gamma + c^{-3}\varepsilon^2(3x_1 y_1^2 \gamma - 3x_1 y_1^2) - 3c^{-4}\varepsilon^4 x_1^4 y_1 \gamma + c^{-4}\varepsilon^2(3x_1^2 y_1 \gamma - 3x_1^2 y_1) - c^{-5}\varepsilon^4 x_1^5 \gamma + c^{-5}\varepsilon^2(x_1^3 \gamma - x_1^3)$

off echo;

Time dependent centre manifold coordinates

$y_1 = -c^{-2}X_1\sigma\varepsilon e^{-1t}\star e^{-1t}\star w_2 + c^{-3}X_1\sigma\varepsilon e^{-1t}\star e^{-1t}\star w_1 + O(\varepsilon^2, \sigma^2) + c^{-1}\sigma e^{-1t}\star w_2 - c^{-2}\sigma e^{-1t}\star w_1$

$x_1 = X_1 + O(\varepsilon^2, \sigma^2)$

Result centre manifold DEs

$\dot{X}_1 = c^{-4}X_1^3\varepsilon^2(-\gamma+1) - c^{-1}X_1^2\varepsilon + c^{-4}X_1^2\sigma\varepsilon^2(-3w_2\gamma+3w_2) +$
$c^{-5}X_1^2\sigma\varepsilon^2(3w_1\gamma - 3w_1) + c^{-4}X_1\sigma^2\varepsilon^2(-3\mathrm{e}^{-1t}\star w_2\,w_2\gamma + 3\mathrm{e}^{-1t}\star w_2\,w_2) +$
$c^{-5}X_1\sigma^2\varepsilon^2(-3\mathrm{e}^{-1t}\star w_2\,w_1\gamma + 3\mathrm{e}^{-1t}\star w_2\,w_1 + 3\mathrm{e}^{-1t}\star w_1\,w_2\gamma - 3\mathrm{e}^{-1t}\star w_1\,w_2) +$
$c^{-6}X_1\sigma^2\varepsilon^2(3\mathrm{e}^{-1t}\star w_1\,w_1\gamma - 3\mathrm{e}^{-1t}\star w_1\,w_1) + O(\varepsilon^3,\sigma^3) + c^{-1}\sigma w_1$