## A slow manifold of your dynamical system

A. J. Roberts, University of Adelaide http://orcid.org/0000-0001-8930-1552

6:48am, June 2, 2023

Generally, the lowest order, most important, terms are near the end of each expression.

## Specified dynamical system

$$\begin{split} \dot{u}_1 &= \sigma(u_2 w_s - u_1 w_s) + u_2 - u_1 \\ \dot{u}_2 &= \sigma u_1 w_\rho - \varepsilon u_3 u_1 - u_2 + u_1 \\ \dot{u}_3 &= -\sigma u_3 w_\beta + \varepsilon u_2 u_1 - u_3 \\ \end{split}$$
 off echo;

## Time dependent slow manifold parametrisation

$$\begin{array}{l} u_1 = \sigma^2 \varepsilon^2 (-1/8 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star w_\rho^{\ 2} \, s_1^3 - 1/8 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho^{\ 2} \, s_1^3 + \\ 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\beta \, w_\beta \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\beta \, w_\rho \, s_1^3 + \\ 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\rho \, s_1^3 + \\ 1/4 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\rho \, s_1^3 - \\ 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + \\ \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\beta \, w_\rho \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + \\ \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\rho \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + \\ \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\rho \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + \\ \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\rho \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + \\ 1/4 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\rho \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star w_\beta \, w_\rho \, s_1^3 + \\ 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star w_\rho \, w_\beta \, s_1^3 + \\ 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^$$

```
1/4 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star w_\rho \, w_\rho \, s_1^3 + 7/4 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\rho \, s_1^3 - 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-1t} \star w_\rho \, w_s \, s_1^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_s \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \, w_\phi \, s_2^3 + 1/2 \mathrm{e
      1/8e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{s} s_{1}^{3} + 1/2e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{s} w_{\rho} s_{1}^{3} + 1/4e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{s} w_{s} s_{1}^{3} + 1/4e^{-2t} \star w_{s} w_{s} s_{1}^{3} + 1/4e^{-2t} \star w_{s} w_{s} s_{1}^{3} + 1/4e^{-2t} \star w_{s} w_{s} s_{1}^{3} + 1/4e^{
      1/12e^{-1t} \star w_{\beta} e^{-2t} \star w_{\rho} s_1^3 + 1/12e^{-1t} \star w_{\rho} e^{-2t} \star w_{\rho} s_1^3 - 1/32e^{-2t} \star w_{\rho}^2 s_1^3) + 1/12e^{-1t} \star w_{\rho} e^{-2t} \star w_{\rho}^2 s_1^3 + 1/12e^{-1t} \star w_{\rho}^2 s_1^2 + 1/12e^{-1t} \star w_{\rho}
   1/2e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\beta} \ s_{1}^{3} - 1/2e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\rho} \ s_{1}^{3} - 1/2e^{-2t}\star e^{-2t}\star w_{\rho} \ s_{1}^{3} -
      1/2e^{-1t}\star w_{\beta} s_1^3 - 1/2e^{-1t}\star w_{\rho} s_1^3 - 5/8e^{-2t}\star w_{\rho} s_1^3 - 1/4e^{-2t}\star w_s^3 s_1^3 - 1/4e^{-2t}\star w_s^
   1/2\sigma e^{-2t} \star \tilde{w}_{\rho} s_1 + 1/4\varepsilon^2 s_1^3 + O(\varepsilon^2, \sigma^2) + s_1
   u_2 = \sigma^2 \varepsilon^2 (-1/8e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_\rho^2 s_1^3 + 1/8e^{-2t} \star e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_\rho^2 s_1^3 - 1/8e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_\rho^2 s_1^3 - 1/8e^{-2t} \star w_\rho^2 s_1^3 + 1/8e^{-2t} \star w_\rho^2 s_1^2 + 1/8e^{-2t} \star w_\rho^2 s_1^3 + 1/8e^{-2t} \star w_\rho^2 s_1^2 + 1/8e^{-2t} \star w_\rho^
   1/2e^{-1t}\star e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\beta} w_{\beta} s_{1}^{3} - 1/2e^{-1t}\star e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\beta} w_{\rho} s_{1}^{3} - 1/2e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\beta} w_{\rho} s_{1}^{3} - 1/2e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\beta} w_{\rho} s_{1}^{3} - 1/2e^{-2t}\star w_{\beta} w_{\rho} s_{1}^{3} - 1/2e^{-2t}
   1/2e^{-1t} \star e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{\beta} s_{1}^{3} - 1/2e^{-1t} \star e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{3} -
   1/4e^{-2t} \star e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{3} - 1/2e^{-2t} \star e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{3} +
   1/2e^{-2t} \star e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2e^{-2t} \star e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2e^{-2t} \star w_{\rho} w_{s}^{3} + 1/2e^{-2t} \star w_{\rho}^{3} + 1/2e^{-2t} \star w_{
   e^{-1t} \star e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{\rho} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-1t} \star e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{-2t} \star w_{\beta} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2 e^{-t} \star e^{
e^{-1t} \star e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{3} - 1/2e^{-1t} \star e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{s} s_{1}^{3} - 1/2e^{-1t} \star w_{\rho} w_{s}^{3} + 1/2e^{-1t} \star w_{\rho} w_{s}^{3} + 1/2e^{-1t} \star w_{\rho} w_{s}^{3} + 1/2e^{-1t} \star w_{\rho}^{3} + 1/2e^{-1t} \star w
   e^{-2t} \star e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_1^{\frac{1}{3}} - 1/2e^{-2t} \star e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_s s_1^{\frac{1}{3}} - 1/2e^{-2t} \star w_{\rho} w_s s_1^{\frac{1}{3}} - 1/2e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho} w_s s_1^{\frac{1}{3}} - 1/2e^{-2t} \star w_{\rho} 
      1/4e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\beta} e^{-2t}\star w_{\rho} s_1^3 + 1/2e^{-1t}\star e^{-1t}\star w_{\beta} w_{\beta} s_1^3 +
   1/2e^{-1t}\star e^{-1t}\star w_{\beta} w_{\rho} s_1^3 - 1/4e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\beta} w_{\rho} s_1^3 - 1/4e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\beta} w_{\rho} s_1^5 - 1/4e^{-2t}\star w_{\beta} w_{\rho} s_1^5 - 1/4e^
      1/4e^{-1t}\star e^{-2t}\star w_{\rho} e^{-2t}\star w_{\rho} s_1^3 + 1/2e^{-1t}\star e^{-1t}\star w_{\rho} w_{\beta} s_1^3 +
      1/2\mathrm{e}^{-1t}\star\mathrm{e}^{-1t}\star w_{\rho} w_{\rho} s_{\frac{1}{4}}^{3} - 1/4\mathrm{e}^{-1t}\star\mathrm{e}^{-2t}\star w_{\rho} w_{\rho} s_{\frac{1}{4}}^{3} - 1/4\mathrm{e}^{-2t}\star\mathrm{e}^{-2t}\star w_{\rho} w_{\beta} s_{\frac{1}{4}}^{3} +
   1/4 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho}^{r} w_{\rho}^{r} s_{1}^{\frac{1}{3}} - 3/2 e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho}^{r} w_{\rho}^{r} s_{1}^{\frac{1}{3}} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho}^{r} w_{s}^{r} s_{1}^{\frac{3}{3}} +
   1/8e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{\rho}^{r} w_{s}^{r} s_{1}^{\frac{1}{3}} - 1/2e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{s}^{r} w_{\rho}^{r} s_{1}^{\frac{1}{3}} - 1/4e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_{s}^{r} w_{s}^{r} s_{1}^{\frac{1}{3}} +
   \frac{1}{1/12}e^{-1t}\star w_{\beta}e^{-2t}\star w_{\rho}s_1^3 + \frac{1}{1/12}e^{-1t}\star w_{\rho}e^{-2t}\star w_{\rho}s_1^3 - \frac{1}{32}e^{-2t}\star w_{\rho}^2s_1^3 + 
   \sigma^{2}(-1/2e^{-2t}\star e^{-2t}\star w_{\rho}w_{\rho}s_{1}-1/2e^{-2t}\star e^{-2t}\star w_{\rho}w_{s}s_{1})+
   \sigma \varepsilon^2 (1/2 e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_\beta \ s_1^3 + 1/2 e^{-1t} \star e^{-2t} \star w_\rho \ s_1^3 + 1/2 e^{-2t} \star e^{-2t} \star w_\rho \ s_1^3 -
      1/2e^{-1t} \star w_{\beta} s_1^3 - 1/2e^{-1t} \star w_{\rho} s_1^3 + 3/8e^{-2t} \star w_{\rho} s_1^3 + 1/4e^{-2t} \star w_s s_1^3) +
   1/2\sigma e^{-2t}\star w_{\rho} s_1 - 1/4\varepsilon^2 s_1^3 + O(\varepsilon^2, \sigma^2) + s_1
\sigma^{2}\varepsilon(-1/4\mathrm{e}^{-2t}\star\mathrm{e}^{-1t}\star w_{\rho}^{2}s_{1}^{2}+\mathrm{e}^{-1t}\star\mathrm{e}^{-1t}\star w_{\beta}\,w_{\beta}\,s_{1}^{2}+\mathrm{e}^{-1t}\star\mathrm{e}^{-1t}\star w_{\beta}\,w_{\rho}\,s_{1}^{2}+
e^{-1t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\beta} s_{1}^{2} + e^{-1t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} + 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{\rho} s_{1}^{2} - 1/2 e^{-2t} 
e^{-2t} \star e^{-1t} \star w_{\rho} w_{s} s_{1}^{2} + \sigma \varepsilon (-e^{-1t} \star w_{\beta} s_{1}^{2} - e^{-1t} \star w_{\rho} s_{1}^{2}) + \varepsilon s_{1}^{2} + O(\varepsilon^{2}, \sigma^{2})
```

## Result slow manifold DEs

$$\begin{split} \dot{s}_1 &= \sigma^2 \varepsilon^2 (-1/4 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\beta \ s_1^3 w_\rho + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\beta \ s_1^3 w_s - \\ 1/4 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \ s_1^3 w_\rho + 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \ s_1^3 w_s - 1/4 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \ s_1^3 w_\rho + \\ 1/2 \mathrm{e}^{-2t} \star \mathrm{e}^{-2t} \star w_\rho \ s_1^3 w_s - 1/2 \mathrm{e}^{-1t} \star w_\beta \ s_1^3 w_\beta - 1/12 \mathrm{e}^{-1t} \star w_\beta \ s_1^3 w_\rho - \end{split}$$