कक्षा 12 भौतिक विज्ञान (Physics)

MP Board + NCERT | अध्याय 2: स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता (Handwritten Master Notes)

1. अध्याय का संक्षिप्त परिचय (Introduction)

स्थिरवैद्युतिकी (Electrostatics) के इस अध्याय में हम अध्ययन करते हैं कि किस प्रकार एक स्थिर विद्युत आवेश अपने चारों ओर **वैद्युत क्षेत्र** उत्पन्न करता है और उस क्षेत्र में किसी अन्य आवेश को लाने में कार्य करना पड़ता है। यह कार्य **वैद्युत स्थितिज ऊर्जा** के रूप में संचित होता है। इसके अतिरिक्त, हम ऊर्जा संचय करने वाले महत्वपूर्ण उपकरण **धारिता (Capacitance)** तथा **संधारित्र (Capacitor)** के सिद्धांतों और उनके अनुप्रयोगों का विस्तार से अध्ययन करेंगे।

2. सभी महत्वपूर्ण परिभाषाएँ (Important Definitions)

- **वैद्युत विभव (Electric Potential, V):** एकांक धनावेश को अनंत से वैद्युत क्षेत्र के किसी बिंदु तक लाने में बाह्य बल द्वारा किए गए कार्य को उस बिंदु पर वैद्युत विभव कहते हैं। $V = W / q_0$। इसका SI मात्रक **वोल्ट (V)** या **J/C** है। यह एक अदिश राशि है।
- **विभवांतर (Potential Difference, ΔV):** वैद्युत क्षेत्र में एकांक धनावेश को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में किए गए कार्य को उन दो बिंदुओं के बीच का विभवांतर कहते हैं। $V_B - V_A = W_{AB} / q_0$।
- **समविभव पृष्ठ (Equipotential Surface):** ऐसा पृष्ठ जिसके प्रत्येक बिंदु पर वैद्युत विभव का मान समान होता है, समविभव पृष्ठ कहलाता है। समविभव पृष्ठ के किन्हीं दो बिंदुओं के बीच आवेश को ले जाने में किया गया कार्य **शून्य** होता है।
- **वैद्युत धारिता (Electric Capacitance, C):** किसी चालक द्वारा आवेश ग्रहण करने की क्षमता को उसकी वैद्युत धारिता कहते हैं। $C = Q / V$। इसका SI मात्रक **फैराड (Farad, F)** है।
- **संधारित्र (Capacitor):** संधारण या संधारित्र वह समायोजन है जिसमें चालक के आकार में वृद्धि किए बिना उसकी धारिता बढ़ाई जा सकती है।
- **परावैद्युत सामर्थ्य (Dielectric Strength):** किसी परावैद्युत पदार्थ द्वारा बिना भंजन के सहन किए जाने वाले अधिकतम वैद्युत क्षेत्र को उसकी परावैद्युत सामर्थ्य कहते हैं।
- **इलेक्ट्रॉन वोल्ट (eV):** वह ऊर्जा जो कोई इलेक्ट्रॉन 1 वोल्ट के विभवांतर द्वारा त्वरित होने पर प्राप्त करता है। $1\ eV = 1.6 \times 10^{-19}\ J$।

3. महत्वपूर्ण सूत्र (Formula Box)

★ बिंदु आवेश एवं द्विध्रुव के कारण विभव

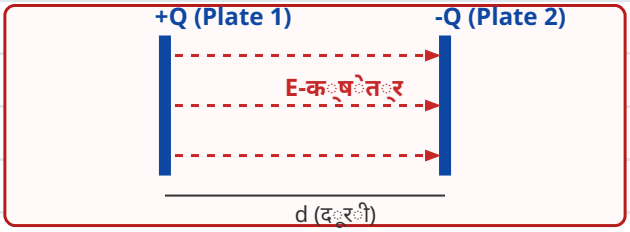
- **बिंदु आवेश के कारण विभव:** $V = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (q / r)$
- **द्विध्रुव की अक्षीय स्थिति पर विभव:** $V = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (p / r^2)$
- **द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति पर विभव:** $V = 0$
- **द्विध्रुव की सामान्य स्थिति (r, θ) पर:** $V = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (p \cos\theta / r^2)$

★ धारिता एवं संधारित्र के सूत्र

- **विलगित गोलीय चालक की धारिता:** $C = 4\pi\varepsilon_0 R$
- **समानांतर पट्टिका संधारित्र की धारिता (वायु/निर्वात):** $C_0 = (\varepsilon_0 A) / d$
- **के-परावैद्युतांक (K) माध्यम की उपस्थिति में:** $C = (K \varepsilon_0 A) / d = K C_0$
- **आंशिक रूप से परावैद्युत पट्टी (मोटाई t) की उपस्थिति में:** $C = (\varepsilon_0 A) / [d - t + (t / K)]$

★ संधारित्रों का संयोजन एवं स्थितिज ऊर्जा

- **श्रेणीक्रम संयोजन (Series):** $1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$
- **समानांतरक्रम संयोजन (Parallel):** $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$
- **आवेशित संधारित्र की संचित ऊर्जा:** $U = (1/2)\, C\, V^2 = (1/2)\, (Q^2 / C) = (1/2)\, Q\, V$
- **ऊर्जा घनत्व (Energy Density, u):** $u = (1/2)\, \varepsilon_0\, E^2$
- **उभयनिष्ठ विभव (Common Potential):** $V_{common} = (C_1V_1 + C_2V_2) / (C_1 + C_2)$
- **ऊर्जा हानि (Loss of Energy):** $\Delta U = [C_1\, C_2 / 2(C_1 + C_2)] \cdot (V_1 - V_2)^2$



चित्र *2.1:* समानांतर पट्टिका संधारित्र की संरचना

4. सभी महत्वपूर्ण बिंदु (Key Points for Concept Clarity)

1. **समविभव पृष्ठ की विशेषताएँ:**
   - समविभव पृष्ठ के प्रत्येक बिंदु पर विभव समान होता है।
   - वैद्युत क्षेत्र रेखाएं सदैव समविभव पृष्ठ के लंबवत (90°) होती हैं।
   - दो समविभव पृष्ठ कभी भी एक-दूसरे को नहीं काटते।
2. **विद्युत विभव एवं वैद्युत क्षेत्र में संबंध:** $E = -(dV / dr)$ (विभव प्रवणता)। वैद्युत क्षेत्र की दिशा में चलने पर विभव का मान घटता है।
3. **चालक के भीतर विभव:** किसी आवेशित खोखले गोलीय चालक के अंदर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है, परंतु विभव पूरे आयतन में नियत (Constant) तथा सतह के विभव के बराबर रहता है ($V = const$)।
4. **संधारित्र में परावैद्युत का प्रभाव:** जब संधारित्र की पट्टियों के बीच परावैद्युत माध्यम (K) भरा जाता है, तो:
   - धारिता K गुना बढ़ जाती है ($C = K\, C_0$)।
   - बैटरियाँ जुड़ी रहने पर विभव नियत रहता है, तथा आवेश $Q = K\, Q_0$ हो जाता है।
   - बैटरी हटाने पर आवेश नियत रहता है, तथा विभवांतर $V = V_0 / K$ घट जाता है।

5 & 6. बोर्ड परीक्षा स्तर के महत्वपूर्ण प्रश्न एवं उत्तर (1 - 30 Marks Distribution)

[अति लघु उत्तरीय प्रश्न - 2 अंक]

प्रश्न 1. समविभव पृष्ठ किसे कहते हैं? इसके दो मुख्य गुण लिखिए। **2 Marks**

उत्तर:

वह पृष्ठ जिसके प्रत्येक बिंदु पर वैद्युत विभव का मान समान रहता है, समविभव पृष्ठ कहलाता है।

गुण: 1. समविभव पृष्ठ पर किसी आवेश को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में किया गया कार्य शून्य होता है।

2. वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ समविभव पृष्ठ के सदैव लंबवत होती हैं।

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिए कि विद्युत द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति पर किसी बिंदु पर विद्युत विभव शून्य होता है। 2 Marks

उत्तर:

मानो निरक्षीय बिंदु P की +q तथा -q आवेशों से दूरियाँ समान ($r' = \sqrt{(r^2 + l^2)}$) हैं।

+q आवेश के कारण विभव: $V_1 = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (q / r')$

-q आवेश के कारण विभव: $V_2 = - (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (q / r')$

कुल विभव: $V = V_1 + V_2 = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot [(q / r') - (q / r')] = 0$। (इति सिद्धम)

प्रश्न 3. संधारित्र की धारिता को प्रभावित करने वाले कौन-कौन से कारक हैं? 2 Marks

उत्तर:

सूत्र $C = (K \varepsilon_0 A) / d$ के अनुसार संधारित्र की धारिता निम्नलिखित कारकों पर निर्भर करती है: 1. **पट्टिकाओं का क्षेत्रफल (A):** धारिता क्षेत्रफल के समानुपाती होती है ($C \propto A$)।

2. **पट्टिकाओं के बीच की दूरी (d):** धारिता दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है ($C \propto 1/d$)।

3. **माध्यम का परावैद्युतांक (K):** परावैद्युत माध्यम रखने पर धारिता K गुना बढ़ जाती है ($C \propto K$)।

प्रश्न 4. 1 फैराड (1 Farad) धारिता को परिभाषित कीजिए। क्या 1 F धारिता का चालक व्यावहारिक रूप से संभव है? 2 Marks

उत्तर:

यदि किसी चालक को 1 कूलॉम आवेश देने पर उसके विभव में 1 वोल्ट की वृद्धि हो, तो उस चालक की धारिता 1 फैराड होती है।

व्यावहारिक रूप: नहीं, 1 F बहुत बड़ा मात्रक है। 1 F धारिता के गोलीय चालक की त्रिज्या पृथ्वी की त्रिज्या से भी बहुत अधिक (लगभग 9×10^9 m) होगी, जो व्यावहारिक रूप से संभव नहीं है।

प्रश्न 5. विभव प्रवणता से आप क्या समझते हैं? इसका मात्रक तथा सूत्र लिखिए। 2 Marks

उत्तर:

वैद्युत क्षेत्र की दिशा में दूरी के साथ विभव परिवर्तन की दर को **विभव प्रवणता** कहते हैं।

सूत्र: विभव प्रवणता $= - (dV / dr)$

मात्रक: वोल्ट/मीटर (V/m) या न्यूटन/कूलॉम (N/C)। यह एक सदिश राशि है।

प्रश्न 6. इलेक्ट्रॉन वोल्ट (eV) क्या है? इसका मान जूल में व्यक्त कीजिए। 2 Marks

उत्तर:

इलेक्ट्रॉन वोल्ट ऊर्जा का एक बहुत छोटा मात्रक है। 1 eV वह कार्य/ऊर्जा है जो एक इलेक्ट्रॉन 1 वोल्ट विभवांतर से त्वरित होने पर प्राप्त करता है।

$1\ eV = e \times 1\ V = 1.6 \times 10^{-19}\ C \times 1\ V = 1.6 \times 10^{-19}\ J$।

[लघु उत्तरीय प्रश्न - 3 अंक]

प्रश्न 7. किसी बिंदु आवेश Q के कारण r दूरी पर स्थित बिंदु पर विद्युत विभव का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। **3 Marks**

उत्तर:

माना बिंदु O पर +Q आवेश स्थित है। इससे r दूरी पर बिंदु P है जहाँ विभव ज्ञात करना है।

माना P की दिशा में O से x दूरी पर एक परीक्षण आवेश q_0 रखा है।

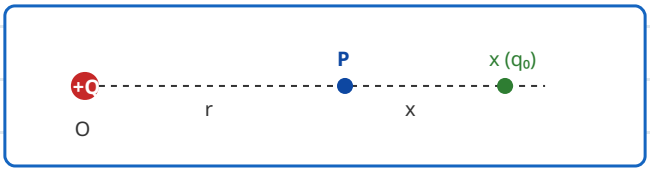
कूलॉम के नियम से, बल $F = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (Q\, q_0 / x^2)$

परीक्षण आवेश को dx सूक्ष्म दूरी विस्थापित करने में किया गया कार्य: $dW = - F\, dx$

अनंत (∞) से r दूरी तक लाने में किया गया कुल कार्य:

$$W = \int_{\infty}^{r} - (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (Q\, q_0 / x^2)\, dx = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot Q\, q_0 \, [\, 1/x \,]_{\infty}^{r} = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (Q\, q_0 / r)$$

अतः विभव की परिभाषा से, $V = W / q_0 = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (Q / r)$। (इति सिद्धम)



चित्र 2.2: बिंदु आवेश के कारण विभव का परिकलन

प्रश्न 8. संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन की तुल्य धारिता का सूत्र स्थापित कीजिए। **3 Marks**

उत्तर:

माना तीन संधारित्र जिनकी धारिताएँ क्रमशः C_1, C_2, C_3 हैं, श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। श्रेणीक्रम में प्रत्येक संधारित्र पर आवेश Q समान रहता है, परंतु विभवांतर V_1, V_2, V_3 भिन्न होता है।

कुल विभवांतर: $V = V_1 + V_2 + V_3$

हम जानते हैं $V_1 = Q / C_1$, $V_2 = Q / C_2$, $V_3 = Q / C_3$

मान रखने पर: $V = Q\, (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)$

यदि तुल्य धारिता C हो, तो $V = Q / C$

अतः: $1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$।

प्रश्न 9. सिद्ध कीजिए कि एक आवेशित संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा $U = (1/2)\, C\, V^2$ होती है। **3 Marks**

उत्तर:

माना संधारित्र को Q आवेश देने की प्रक्रिया में किसी क्षण उस पर आवेश q तथा विभव v है, जहाँ $v = q / C$।

संधारित्र को अनंत सूक्ष्म आवेश dq देने में किया गया कार्य:

$$dW = v\, dq = (q / C)\, dq$$

कुल Q आवेश देने में किया गया कार्य:

$$W = \int_0^Q (q / C)\, dq = (1 / C)\, [\, q^2 / 2 \,]_0^Q = Q^2 / (2C)$$

चूँकि $Q = CV$, अतः संचित स्थितिज ऊर्जा:

$$U = W = (1/2)\, (C^2V^2 / C) = (1/2)\, C\, V^2$$

[दीर्घ उत्तरीय प्रश्न - 4 & 5 अंक]

प्रश्न 10. समानांतर पट्टिका संधारित्र की धारिता के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए, जब पट्टियों के बीच आंशिक रूप से 't' मोटाई की परावैद्युत पट्टी रखी हो। **5 Marks**

उत्तर:

संरचना: माना एक समानांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं का क्षेत्रफल A तथा उनके बीच की दूरी d है। इनके बीच 't' मोटाई तथा K परावैद्युतांक की एक पट्टी रखी है ($t < d$)।

पट्टियों के बीच वायु क्षेत्र की मोटाई = $(d - t)$

परावैद्युत माध्यम की मोटाई = t

वैद्युत क्षेत्र:

1. वायु में वैद्युत क्षेत्र: $E_0 = \sigma / \varepsilon_0 = Q / (A\,\varepsilon_0)$
2. परावैद्युत में वैद्युत क्षेत्र: $E = \sigma / (K\,\varepsilon_0) = Q / (K\,A\,\varepsilon_0)$

कुल विभवांतर (V):

$$V = E_0\,(d - t) + E \cdot t$$

$$V = [\,Q / (A\,\varepsilon_0)\,]\,(d - t) + [\,Q / (K\,A\,\varepsilon_0)\,]\,t$$

$$V = [\,Q / (A\,\varepsilon_0)\,]\,[\,(d - t) + (t / K)\,]$$

धारिता (C):

$$C = Q / V = (\varepsilon_0\,A) / [\,(d - t) + (t / K)\,]$$

विशेष स्थितियाँ:

- यदि परावैद्युत पूरे स्थान में भरा हो ($t = d$): $C = (K\,\varepsilon_0\,A) / d$
- यदि पट्टियों के बीच धातु की पट्टी हो ($K = \infty$): $C = (\varepsilon_0\,A) / (d - t)$

7. सभी महत्वपूर्ण संख्यात्मक प्रश्न (Numericals with Solutions)

प्रश्न 11. 9 μF धारिता वाले तीन संधारित्रों को (i) श्रेणीक्रम (ii) समानांतरक्रम में जोड़ा गया है। प्रत्येक स्थिति में तुल्य धारिता ज्ञात कीजिए। **Numerical**

हल:

दिया है: $C_1 = C_2 = C_3 = 9\,\mu F$

(i) श्रेणीक्रम में:

$1/C_{eq} = 1/9 + 1/9 + 1/9 = 3/9 = 1/3 \Rightarrow$ **C_{eq} = 3 μF**

(ii) समानांतरक्रम में:

$C_{eq} = 9 + 9 + 9 =$ **27 μF**।

प्रश्न 12. 12 pF का एक संधारित्र 50 V की बैटरी से जुड़ा है। संधारित्र में कितनी स्थिरवैद्युत ऊर्जा संचित होगी? Numerical

हल:

दिया है: $C = 12\ pF = 12 \times 10^{-12}\ F$, $V = 50\ V$

सूत्र: $U = (1/2)\ C\ V^2$

$U = (1/2) \times (12 \times 10^{-12}\ F) \times (50)^2$

$U = 6 \times 10^{-12} \times 2500 = 15000 \times 10^{-12}\ J =$ **1.5×10^{-8} J**।

प्रश्न 13. 20 cm त्रिज्या के एक गोलीय चालक को 10 μC का आवेश दिया जाता है। चालक के पृष्ठ पर तथा केंद्र पर वैद्युत विभव ज्ञात कीजिए। Numerical

हल:

दिया है: $R = 20\ cm = 0.2\ m$, $Q = 10\ \mu C = 10 \times 10^{-6}\ C$

(i) पृष्ठ पर विभव: $V = (1 / 4\pi\varepsilon_0) \cdot (Q / R)$

$V = (9 \times 10^9) \times (10 \times 10^{-6} / 0.2) = 4.5 \times 10^5\ Volt$

(ii) केंद्र पर विभव: आवेशित खोखले गोलीय चालक के अंदर प्रत्येक बिंदु (केंद्र सहित) पर विभव पृष्ठ के विभव के समान होता है।

अतः केंद्र पर विभव = **4.5×10^5 Volt**।

प्रश्न 14. 600 pF के एक संधारित्र को 200 V के सप्लाय से आवेशित किया जाता है। फिर इसे सप्लाय से अलग करके एक अनावेशित 600 pF के संधारित्र के साथ जोड़ा जाता है। इस प्रक्रिया में कितनी ऊर्जा की हानि होगी? Numerical

हल:

दिया है: $C_1 = 600\ pF$, $V_1 = 200\ V$, $C_2 = 600\ pF$, $V_2 = 0\ V$

ऊर्जा हानि का सूत्र: $\Delta U = [\ C_1\ C_2 / 2(C_1 + C_2)\ ] \cdot (V_1 - V_2)^2$

$\Delta U = [\ (600 \times 10^{-12} \times 600 \times 10^{-12}) / (2 \times 1200 \times 10^{-12})\ ] \times (200 - 0)^2$

$\Delta U = (150 \times 10^{-12}) \times 40000 =$ **6×10^{-6} J**।

8. सभी आवश्यक उदाहरण (Selected Essential Examples)

उदाहरण A: पृथ्वी को 6400 km त्रिज्या का गोलीय चालक मानकर उसकी धारिता ज्ञात कीजिए।

हल: $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6\ m$

$C = 4\pi\varepsilon_0\ R = (6.4 \times 10^6) / (9 \times 10^9) = 0.711 \times 10^{-3}\ F = 711\ \mu F$।

10. महत्वपूर्ण तथ्य, ट्रिक्स और याद रखने योग्य बिंदु (Exam Hacks)

- 💡 **ट्रिक 1 (विभव तथा क्षेत्र):** जहाँ विद्युत क्षेत्र $E = 0$ होता है (जैसे आवेशित चालक के अंदर), वहाँ विभव शून्य होना आवश्यक नहीं है; विभव नियत (Constant) रहता है।
- 💡 **ट्रिक 2 (बैटरी कनेक्शन नियम):**
  - यदि परावैद्युत डालते समय **बैटरी जुड़ी है** ⇒ $V = const$, $C \uparrow$, $Q \uparrow$, $U \uparrow$।
  - यदि **बैटरी हटा दी गई है** ⇒ $Q = const$, $C \uparrow$, $V \downarrow$, $U \downarrow$।
- 💡 **शून्य विभव बिंदु:** दो सजातीय आवेशों के बीच विभव कभी शून्य नहीं होता। दो विजातीय (+q तथा -q) आवेशों को जोड़ने वाली रेखा पर दो बिंदुओं (एक बीच में और एक बाहर) पर विभव शून्य हो सकता है।

11. Quick Revision Notes (अंतिम मिनट पुनरीक्षण)

भौतिक राशि	सूत्र (Formula)	SI मात्रक	प्रकृति (Nature)
विद्युत विभव (V)	W / q_0	Volt (J/C)	अदिश (Scalar)
विभव प्रवणता	$- dV/dr$	V/m	सदिश (Vector)
गोलीय चालक की धारिता	$4\pi\varepsilon_0 R$	Farad (F)	अदिश (Scalar)
समानांतर पट्टी संधारित्र	$K \varepsilon_0 A / d$	Farad (F)	अदिश (Scalar)
ऊर्जा घनत्व (u)	$(1/2) \varepsilon_0 E^2$	J/m^3	अदिश (Scalar)

12. पिछले वर्षों में बार-बार पूछे गए प्रश्न (PYQs) एवं बोर्ड परीक्षा उत्तर

PYQ 1 (MP Board 2023, 2019): "किसी समविभव पृष्ठ के किन्हीं दो बिंदुओं के बीच 2 μC आवेश को ले जाने में कितना कार्य करना पड़ेगा?" **1 Mark**

उत्तर:
चूँकि समविभव पृष्ठ के प्रत्येक बिंदु पर विभव समान होता है ($\Delta V = 0$), अतः कार्य $W = q \cdot \Delta V = 0\ J$ (शून्य कार्य)।

PYQ 2 (MP Board 2022, 2020): "समानांतर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच दूरी आधी कर दी जाए और परावैद्युतांक 4 का माध्यम भर दिया जाए तो धारिता पर क्या प्रभाव पड़ेगा?" **3 Marks**

उत्तर:
प्रारंभिक धारिता $C_0 = (\varepsilon_0 A) / d$
नई दूरी $d' = d / 2$, परावैद्युतांक $K = 4$
नई धारिता $C' = (K \varepsilon_0 A) / d' = (4 \cdot \varepsilon_0 A) / (d / 2) = 8 \cdot [(\varepsilon_0 A) / d] = 8 C_0$
अतः नई धारिता प्रारंभिक धारिता की **8 गुना** हो जाएगी।

PYQ 3 (MP Board 2024, 2018): "दो आवेशित चालकों को आपस में जोड़ने पर ऊर्जा की हानि का सूत्र लिखिए तथा सिद्ध कीजिए कि ऊर्जा की सदैव हानि होती है।" **4 Marks**

उत्तर:
जब दो पृथक्कृत आवेशित चालकों (धारिताएँ C_1, C_2 तथा विभव V_1, V_2) को चालक तार से जोड़ा जाता है, तो उच्च विभव से निम्न विभव की ओर आवेश का पुनर्वितरण होता है।

ऊर्जा हानि का व्यंजक:

$$\Delta U = U_{\text{प्रारंभिक}} - U_{\text{अंतिम}} = [C_1 C_2 / 2(C_1 + C_2)] \cdot (V_1 - V_2)^2$$

निष्कर्ष: चूँकि C_1 तथा C_2 धनात्मक हैं और $(V_1 - V_2)^2$ सदैव धनात्मक होता है, इसलिए $\Delta U > 0$ होगा। यह ऊर्जा हानि तार में ऊष्मा एवं प्रकाश के रूप में प्रस्फुटित होती है।