



Revista
EQUILIBRIO ECONÓMICO

Publicación de la Facultad de Economía
de la Universidad Autónoma de Coahuila
ISSN en trámite

DIRECTORIO

Mario Alberto Ochoa Rivera
Rector

Guillermo González Calderón
Secretario General

Francisco M. Osorio Morales
Coordinador General de Estudios de Postgrado e Investigación

Jesús Alfonso Zertuche Herrera
Director de la Facultad de Economía

Coordinador Editorial: Vicente Germán Soto

Comité Editorial: José María González Lara, Arnoldo Hernández Torres, Arnoldo Ochoa Cortés

Asistente Editorial: Patricia Alejandra Ramos Jaime

Diseño: Ana Cecilia Rodríguez Rodríguez

Distribución y Promoción: Cyndel Giselle Benítez Lara, Alejandra Cabral Armendáriz, Gilberto Hernández Cortés, Daniel Omar Pérez Castillo, Ilse Rodríguez Galván, Marlen Sánchez Guerrero

La revista *Equilibrio Económico* fue fundada en 1998. Constituye una publicación semestral de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de Coahuila. Se establece con total autonomía editorial y es regida por los procedimientos, requerimientos, métodos y criterios académicos tradicionales, considerando la revisión de sus artículos en forma anónima por un cuerpo académico experto en la materia. La revista *Equilibrio Económico* se distribuye a universidades, instituciones educativas y de gobierno, centros de investigación y otras organizaciones, así como a suscriptores particulares cuyo interés común es el área de las Ciencias Sociales.

En *Equilibrio Económico* perseguimos la expansión por el interés y el gusto por el conocimiento de la Economía, la Política y la Sociedad. Nuestro objetivo es aportar criterios y enfoques de análisis que contribuyan al examen y revisión de la condición económica, política y social de la región, el país y el mundo. Buscamos interminablemente el estímulo a la publicación académica de artículos, trabajos, ensayos, reportes de investigación y otros documentos de contenido científico.

Las opiniones expresadas en los artículos firmados son exclusivas de los autores y no necesariamente reflejan los puntos de vista de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de Coahuila, ni de la organización de *Equilibrio Económico*.

Invitamos a nuestros lectores a participar activamente mediante el envío de sugerencias, comentarios y propuestas a nuestro correo electrónico,

equilibrioeconomico@mail.uadec.mx

Las normas de publicación que mínimamente debe considerar toda propuesta de publicación pueden consultarse en las últimas páginas de este número.

Índice

ARTÍCULOS

- | | |
|---|---------|
| Continuous Time Models of Interest Rate with Jumps: Testing the Mexican Data (1998-2006) | 123-140 |
|---|---------|

José Antonio Núñez Mora

José Luis de la Cruz

Elizabeth Ortega

-
- | | |
|--|---------|
| Algunos resultados acerca de los oligopolios mixtos | 141-165 |
|--|---------|

Jorge Fernández Ruiz

-
- | | |
|---|---------|
| Orden Espontáneo y Cooperación: Una revisión de las aportaciones de Robert Sugden al estudio de las convenciones | 167-188 |
|---|---------|

Carmelina Ruiz Alarcón

-
- | | |
|--|---------|
| Gobierno, Cambio tecnológico y Difusión tecnológica | 189-216 |
|--|---------|

Salvador Rivas Aceves

Francisco Venegas Martínez

Juan Froilán Martínez Pérez

NOTAS Y COMENTARIOS

- | | |
|--|---------|
| Cómo se restringe la investigación crítica en las universidades | 217-222 |
|--|---------|

Robert Jensen

Continuous Time Models of Interest Rate with Jumps: Testing the Mexican Data (1998-2006)

José Antonio Núñez Mora *

José Luis de la Cruz**

Elizabeth Ortega***

Resumen

Como una extensión del artículo de Núñez, De la Cruz y Ortega (2007), se prueban diferentes modelos paramétricos con saltos, usando la metodología desarrollada por Ait-Sahalia y Peng (2006), basada en la función de transición. Los datos analizados son la tasa de interés Mexicana en el periodo 1998-2006. Los resultados confirman que la mayoría de los modelos no tienen suficiente precisión para describir los datos de México.

Abstract

As an extension of the article by Núñez, De la Cruz and Ortega (2007), different parametric models with jumps are tested with the methodology developed by Ait-Sahalia and Peng (2006), based on the transition function. Data analyzed are the Mexican interest rates in the period 1998-2006. The results confirm that most of interest rate models do not have enough precision in order to describe the Mexican data.

* Director del Doctorado
en Ciencias Financieras
y Doctorado en Ciencias
Administrativas
Tecnológico de Monterrey
Campus Ciudad de
México
janm@itesm.mx

** Profesor Investigador
Tecnológico de Monterrey,
Campus Estado de México
jldg@itesm.mx

*** Tecnológico de
Monterrey, Campus
Ciudad de
México

PALABRAS CLAVE: Nivel de remuneraciones, distribución contrafactual, selección ocupacional, sector formal e informal

CLASIFICACIÓN JEL: J24, J31, J44, O15, O17
Recibido el 13 de febrero de 2009. Revisado y
aceptado el 25 de junio de 2009

Introduction

In this paper we applied the methodology developed in Ait-Sahalia, Fan and Peng (2006) in order to evaluate different models for the Mexican interest rate data (CETES). Núñez, De la Cruz and Ortega (2007) analyzed the models proposed by Ait-Sahalia(1996), which have tried to describe the empirical evolution of the interest rate. Their results allow to affirm that the models of interest rate shown in that paper were unable to describe the data of the Mexican CETES. Nevertheless, in empirical applications could be some misspecification problems of parametric models. To avoid pricing or hedging strategies mistakes, Ait-Sahalia, Fan and Peng (2006) considered directly the divergence measures among the transition density function under the null hypothesis, and that under the alternative model.

Basically, Ait-Sahalia, Fan and Peng (2006), proposed an alternative specification test for the transition density of the process. In their proposal the authors compare *directly* the parametrically and nonparametrically estimated transition densities.

The typical dynamics specified is the jump diffusion process X_t defined on a probability space (Ω, \mathcal{F}, P) with filtration $\{F_t\}$ (Protter, 2005)

$$dX_t = \mu(X_t, \theta)dt + \sigma(X_t, \theta)dW_t + J_t dN_t \quad (1)$$

Where X_t is the state vector and W_t is a standard Brownian motion. $\theta_t \in R^p$ is a finite dimensional parameter to be estimated. The functions $\mu(., \theta)$, $\sigma(., \theta)$, and N , are respectively, the drift, diffusion and pure jump processes. N has stochastic intensity $\lambda(X_t, \theta)$ with jumps of size 1. J_t is

independent of F_{t-} and has probability density $\nu(\cdot, \theta)$ with non empty support interior C .

I.1 About jumps

Many studies (see for example Das 1998, 1999, Andersen and Lund, 1997) have demonstrated that diffusions cannot generate nonnormalities of the interest rate data. In a classical diffusion model,

$$dX_t = \mu(X_t, \theta)dt + \sigma(X_t, \theta)dW_t$$

the information structure generated is $F_t = \sigma(B_s, s \leq t)$, with B_s a Brownian motion and the increments of the random variable are approximately normal if the time interval of observation is small. No surprising events are possible in these stochastic environment, (see Huang, 1985; Johannes, 2004).

In particular, large changes in the Mexican data were observed for long time. Nowadays, the existence of significant movements in the interest rates can be found, but not with the same intensity as in past decades.

Figure 1 shows the changes in CETES 28 days, and it can be observed the presence (frequently) of spikes, here interpreted as jumps. So, it is possible that the inclusion of jumps in the stochastic differential equations can serve to describe in a better way the Mexican data.

literature have been tested to prove if they can describe the Mexican CETES dynamics.

In the financial environment, several derivatives are based or strongly related to the interest rate, and therefore is an important factor in pricing of such financial instruments.

The paper is organized as follows. Section 2 presents an overview of the Methods, developed in Ait-Sahalia, Fan and Peng (2006) and its assumptions. Section 3 presents the application and results from the empirical research. Section 4 presents conclusions.

II. Methods and Assumptions

Definition 1. The transition probability density $p(\Delta, y|x, \theta)$, when it exists, is the conditional density of $X_{t+\Delta} = y$ given $X_t = x$.

Assumption 1. The variance matrix $V(x)$ is positive definite for all x in the domain of the process X .

Assumption 2. The stochastic differential equation (1) has a unique solution. The transition density $p(\Delta, y|x, \theta)$ is continuously differentiable with respect to Δ , twice differentiable with respect to x and y .

Assumption 3. The boundary of the process X is unattainable.

Assumption 4. $\nu(\cdot)$, $\mu(\cdot)$, $\sigma(\cdot)$ and $\lambda(\cdot)$ are infinitely differentiable almost everywhere in the domain of X .

Proposition 1. Under assumption 2, the transition density satisfies the backward and forward Kolmogorov equations given by

$$\frac{\partial}{\partial \Delta} p(\Delta, y|x) = A^B p(\Delta, y|x) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta} p(\Delta, y|x) = A^F p(\Delta, y|x) \quad (3)$$

where the infinitesimal generators A^B and A^F are defined as in Protter(2005).

Using the backward and forward equations, it can be demonstrated that the transition density has the form,

$$p(\Delta, y|x) = \Delta^{-\frac{n}{2}} \exp \left[-\frac{C^{(-1)}(x, y)}{\Delta} \right] \sum_{k=0}^{\infty} C^{(k)}(x, y) \Delta^k + \sum_{k=1}^{\infty} D^{(k)}(x, y) \Delta^k \quad (4)$$

In (4) functions $C^{(k)}(x, y)$ and $D^{(k)}(x, y)$ must be determined.

As showed in Ait-Sahalia (2006) an approximation of order $m > 0$ is obtained

$$p^{(m)}(\Delta, y|x) = \Delta^{-\frac{n}{2}} \exp \left[-\frac{C^{(-1)}(x, y)}{\Delta} \right] \sum_{k=0}^m C^{(k)}(x, y) \Delta^k + \sum_{k=1}^m D^{(k)}(x, y) \Delta^k \quad (5)$$

The term $\Delta^{-\frac{n}{2}} \exp \left[-\frac{C^{(-1)}(x, y)}{\Delta} \right] \sum_{k=0}^m C^{(k)}(x, y) \Delta^k$ captures the behavior of $p(\Delta, y|x)$ at y near x , and the term $\sum_{k=1}^m D^{(k)}(x, y) \Delta^k$ captures the tail behavior of $p(\Delta, y|x)$.

From theorem 1 below, the coefficients $C^{(k)}$ and $D^{(k)}$ can be founded (Ait-Sahalia, 2006).

Theorem 1. The backward equation imposes the following restrictions,

i.
$$C^{(-1)}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\int_x^y \sigma(s)^{-1} ds \right]^2$$

ii.
$$C^{(0)}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(y)} \exp \left[\int_x^y \left(\frac{\mu(s)}{\sigma^2(s)} - \frac{\sigma'(s)}{2\sigma(s)} \right) ds \right]$$

iii.
$$C^{(k+1)}(x, y) = - \left[\int_x^y \sigma^{-1}(s) ds \right]^{-(k+1)} \times$$

$$\int_x^y \left[\exp \left(\int_s^x \left(\frac{\sigma'(u)}{2\sigma(u)} - \frac{\mu(u)}{\sigma^2(u)} \right) du \right) \cdot \sigma^{-1}(s) \cdot \left(\int_s^y \sigma^{-1}(u) du \right)^k \cdot [\lambda(s) - L^B] C^{(k)}(s, y) \right] ds$$

for $k \geq 0$

Where

$$L^B(\mathcal{G}(\cdot, \cdot)) = \sum_{i=1}^n \mu_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{G}(\cdot, \cdot) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij}(x) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \mathcal{G}(\cdot, \cdot)$$

iv.
$$D^{(1)}(x, y) = \lambda(x) v(y - x)$$

v.
$$D^{(k+1)}(x, y) = \frac{1}{1+k} \times$$

$$\left[A^B D^{(k)}(x, y) + \sqrt{2\pi} \lambda(x) \sum_{r=0}^k \frac{M_{2r}^1}{(2r)!} \frac{\partial^{2r}}{\partial w^{2r}} g_{k-r}(x, y, w) \right]_{w=0} \text{ para } k > 0.$$

where

$$g_k(x, y, w) \equiv C^{(k)}(w_B^{-1}(w), y) \cdot \nu(w_B^{-1}(w) - x) \cdot \sigma(w_B^{-1}(w)),$$

$$\text{and } M_{2r}^1 \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) s^{2r} ds \quad y \quad w_B(x, y) = \int_y^x \sigma(s)^{-1} ds$$

Explanation of Theorem 1:

The coefficients in the pure diffusive case, resulting in a system of equations, can be solved with the initial values ($k=0, 1$), i.e. (i) and (ii).

The higher order terms including the effect of the jumps are generated recursively from these initial values. The terms are obtained in the same recursive way as in Yu (2007).

III. Results

The methodology is applied on a set of classical models with jumps, which are showed in Table 1. As we have explained, obtaining a jump model explaining the dynamic of interest rate would be very useful in the financial sector. From a theoretical point of view, description of jumps related to bonds and bond option prices can be found for example in Duffie and Kan (1996), Baz and Das (1996) and Chacko (1997). Das (1999, 1998) has tested models with jumps for interest rates in a very formal way, but with some problems about the possibility of negative rates, a nonsense financial result, but permitted in the statistical point of view. In fact, Das (2001) studied data with a Vasicek model adding jumps.

Among the most important models of interest rates we have:

Vasicek (1977). This model was developed under the assumptions

- (i) The interest rate follows a diffusion process
- (ii) The price of a zero coupon bond depends on the short rate only, and
- (iii) There is transaction costs

One of the most important contributions of this paper is price of zero coupon bond in context of no arbitrage.

CIR. The model of Cox, Ingersoll and Ross (CIR, 1985) is a general equilibrium model, with one factor

$$r(t) = \delta * Y(t)$$

Where $Y(t)$ is a stochastic state variable. Under this model, the price of a bond is a function of r and t , and the price satisfy a partial differential equation, from which we can obtain the market price of risk, and the market risk parameter. The short rate follows a chi-square distribution.

BS .In the model of Brennan and Schwartz (1979) we have two factors. In this model they worked with the short interest rate and the long term interest rate. The dynamics is specified by a system of two stochastic differential equations. The equation which describes the short rate has a mean reversion dynamics, and the long term one is described as a classical diffusion process.

Merton (1973).

The instantaneous short-term interest rate is described by a stochastic differential equation of the form

$$dr(t) = \theta dt + \sigma dW(t)$$

where θ and σ are constants and $W(t)$ is the standard Brownian motion. As already noted by Merton, the normality permits negative values of the interest rate.

Chan (1992). Chan used the generalized method of moments to demonstrate that the dynamic of short term interest rate, permits a high sensitivity in the volatility. The conditional changes in the mean and variance of the interest rate depends on the level of this interest rate.

Dothan (1978). Takes the assumption of Vasicek, about the free of risk elements of the market. Uses microeconomics tools to maximize certain utility under specific preferences and free arbitrage context.

CEV. The dynamics is given by

$$dX_t = (\alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_2 X^2 + \alpha_3 / X)dt + (\beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^{\beta_3})dW_t$$

A particular case from this model is case studied by Cox (1985):

$$dX_t = \alpha_1 X dt + \beta_1 X^\gamma dW_t$$

Table 1 we show the models studied and their respective transition density.

Table 1

Parametric Model	Transition density $p(\Delta, y x)$
Vasicek (1977)	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta_0^2\Delta}} e^{\left\{ \frac{y-x}{\beta_0^2} \left[\frac{1}{2}(y-x) + \alpha_0 + \frac{1}{2}\alpha_1(y+x) \right] - \left(\frac{(\alpha_0 + \alpha_1 y)^2}{2\beta_0^2} + \lambda \right) \Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi\sigma_s}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s} \right)^2}$
CIR -Cox, Ingersoll y Ross- (1985)	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta\beta_1}} \left(\frac{y}{x} \right)^{-\frac{\alpha_0}{\beta_1^2}} e^{\left\{ \frac{-2}{2\beta_1^2\Delta} (\sqrt{y}-\sqrt{x})^2 + (y-x) \left(\frac{\alpha_1}{2\beta_1^2} \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{(\alpha_0 + \alpha_1 y)^2}{2\beta_1^2 y} + \lambda \right) \Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi\sigma_s}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s} \right)^2}$
CIR VR	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta x^3 \beta_1}} \left(\frac{y}{x} \right)^{-\frac{9}{4}} e^{\left\{ \frac{1}{\beta_1^2\Delta} \left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 + \lambda\Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi\sigma_s}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s} \right)^2}$
Brennan & Schwartz (1982)	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta\beta_2 x^2}} \left(\frac{y}{x} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\left\{ \frac{\alpha_0}{3\beta_2^2} \left[\frac{1}{x^3} - \frac{1}{y^3} \right] + \frac{\alpha_1}{2\beta_2^2} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right] - \frac{1}{2\Delta\beta_2^2} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right] - \left(\frac{(\alpha_0 + \alpha_1 y)^2}{2\beta_1^2} + \lambda \right) \Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi\sigma_s}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s} \right)^2}$

Chan (1992)	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}\beta_2 x^{\beta_3-1}} \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{3}{2}\beta_3} e^{\left\{ \frac{x^{\beta_3-1}-y^{\beta_3-1}}{2\beta_2^2(1-\beta_3)\Delta} + \frac{\alpha_0(y^{1-2\beta_3}-x^{1-2\beta_3})}{\beta_2^2(1-2\beta_3)} + \frac{\alpha_1(y^{2\beta_3}-x^{2\beta_3})}{2\beta_2^2\beta_3} \left(\frac{(\alpha_0+\alpha_1)^2}{2\beta_2^2 y^{2\beta_3}} + \lambda \right) \Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s}\right)^2}$
----------------	---

Parametric Model	Transition density $p(\Delta, y x)$
Merton	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}\beta_0} e^{\left\{ -\frac{1}{2\beta_0^2\Delta}(y-x)^2 + \frac{\alpha_0}{\beta_0^2}(y-x) - \left(\frac{\alpha_0^2}{2\beta_0^2} + \lambda \right) \Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s}\right)^2}$
Dothan	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}\beta_1 x} \left(\frac{y}{x}\right)^{-\frac{3}{2}} e^{\left\{ -\frac{1}{2\beta_1^2\Delta}\left(\ln\frac{y}{x}\right)^2 - \lambda\Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s}\right)^2}$
GBM	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}\beta_1 x} \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{\alpha_1}{\beta_1^2}-\frac{3}{2}} e^{\left\{ \frac{1}{2\beta_1^2\Delta}\left(\ln\frac{y}{x}\right)^2 - \left(\frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} + \lambda \right) \Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s}\right)^2}$

CEV	$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}\beta_1 x^\gamma} \left(\frac{y}{x}\right)^{-\frac{3}{2}\gamma} e^{\left\{ \frac{(y^{1-\gamma} - x^{1-\gamma})^2}{2\beta_1^2(1-\gamma)^2\Delta} + \frac{\alpha_1}{2\beta_1^2\gamma}(y^{2\gamma} - x^{2\gamma}) - \left(\frac{\alpha_1^2}{2\beta_1^2 x^{2\gamma-1}} + \lambda\right)\Delta \right\}}$ $+ \frac{\lambda\Delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-x-\mu_s}{\sigma_s}\right)^2}$
-----	---

III.1 About Nonparametric Estimation of the Transition Density

Suppose that the observed process $\{X_i\}$ is sampled at the regular time points $\{i\Delta, i = 1, \dots, n+1\}$. We make the dependence on the transition function and related quantities on Δ implicit by redefining

$$X_i = X_{i\Delta}, i = 1, \dots, n+1$$

which is assumed to be stationary and β -mixing process. Let $p(y|x)$ be the transition density of the series $\{X_i, i = 1, \dots, n+1\}$. A possible estimate of the transition distribution $P(y|x) = P(X_{i+1} < y | X_i = x)$ is given by

$$\hat{P}(y|x) = \frac{1}{nh_1} \sum_{i=1}^n W_n\left(\frac{X_i - x}{h_1}; x\right) I(X_{i+1} < y)$$

where h_1 is the bandwidth, W_n is the effective kernel induced by the local linear fit. We have obtained the following results which we show in the table 2. (Definitions of \hat{E}_M and \hat{V}_M can be found in Ait-Sahalia, Fan and Peng, 2006).

Table 2
Results for the non-parametric model

Number of observation	2,196
\hat{E}_M	28.34
\hat{V}_M	590,613.48
Contidence lever 95%	1.64485
Bandwidth	0.0024
c(alpha)=	28.3397

With a confidence level of 95%, the critical value is 28.33970, i.e., if the statistics M is below this value, we cannot reject the null hypothesis (the model can explain data). Table 3 shows the statistics for the parametric models. Minimum is referred to the minimization used to calculate the parameters of each model.


Table 3

	VASICEK	Brennan & Schwartz	Chan	MERTON
Minimum	3.98576	12,011.73826	12,014.40247	10,332.47595
M statistic	20.83483	62,789.21253	62,803.13917	54,011.16923
Result	Non Rejected	Rejected	Rejected	Rejected

	CIR VR	Dothan	GBM	CEV
Minimum	5,495.03913	1,965.32643	9,052.06187	11,961.09427
M statistic	28,724.33381	10,273.39225	47,318.03374	62,524.48008
Result	Rejected	Rejected	Rejected	Rejected

As we can see in the table, the null has been rejected for each of the models, except for the Vasicek model, i.e., we can find parameters from this model, and therefore CETES data are represented in an acceptable way.

IV. Conclusions

In order to avoid disappointing results in the risk management, contemporaneous global financial uncertainty requires the application of accurate quantitative financial tools. In our previous paper we studied several classical models for interest rates without jumps, and all of them were rejected to describe Mexican CETES. However, in the current paper we have found that Vasicek model with jumps is good enough to represent Mexican data. In that way the Ait-Sahalia, Fan and Peng (2006) methodology allow us confirm our previous results (Núñez, de la Cruz and Ortega, 2007): CETES dynamics cannot be described by some interest rate models. Consequently, the empirical application of the inadequate model has a negative effect over the measuring of relevant financial variables in the Mexican case. The next step in our agenda of researching is the consequences of this finding when we use derivatives based on interest rate .

References

- Ait-Sahalia, Y. (1992): "The Delta and Bootstrap Methods for Nonlinear Kernel Functionals". *Econometrica*.
- Ait-Sahalia, Y. (1996): "Testing Continuous Time Models of the Spot Interest Rate", pp.385-426, *The Review of Financial Studies*, Vol. 9, no. 2.
- Ait-Sahalia, Y. (1999): "Transition for Interest Rate and Other Nonlinear Diffusion", *The Journal of Finance*, Vol. 54, no 4, pp. 1361-1395.
- Ait-Sahalia, Y. (2002): "Maximum Likelihood Estimation of Discretely Sampled Diffusions: A Closed Form Approximation Approach". *Econometrica* 70, no.1, pp 223-262.
- Ait-Sahalia, Y., Fan, Jianqin, Peng (2006): "Nonparametric Transition-Based Test for Jump-Diffusions", working paper.
- Andersen and Lund (1997): "A Three- Factor Model of Short Term Interest Rate" Working Paper.

- Baz, B. and Das, S. (1996):** "Analytical Approximations of the Term Structure for Jump Diffusion Processes: A Numerical Analysis" *Journal of Fixed Income*, 78-86.
- Brennan, M. and Schwatz, S. (1979):** "A Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds", *Journal of Banking and Finance*, Vol. 3, No. 2, pp 25-28.
- Chan, K.C., Karolyi, Andrew (1992):** "An Empirical Comparison of Alternative models of the Short-Term Interest Rate". *Journal of Finance*. Vol. 47.
- Chako (1996):** "Multifactor Interest Rates Dynamics and Their Implications for Bond Pricing" *Journal of Finance*, 47,1209-1227.
- Cox, J.C., Ingersoll, J.E. and Ross, S.A. (1985):** "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, Vol. 53, No. 2, pp 363-384.
- Das, S. (1998):** "Poisson Gaussian Process and the Bond Markets", NBER, Working Paper Series, No.6631.
- Das, S. (1999):** "Mean Rate Shifts and Alternative Models of the Interest Rate: Theory and Evidence".
- Dothan, Uri (1978):** "On the Term Structure of interest Rates". *Journal of Financial Economics*, Vol. 6.
- Floyd, B. Hanson (2006):** "Applied Stochastic Processes and Control for Jump-Diffusions: Modeling, Analysis and Computation". University of Illinois, Chicago.
- Gardiner, C.W. (1985):** "Handbook of Stochastic Methods: for Physics, Chemistry and the Natural Sciences". Springer.
- Floyd, B. Hanson (2006):** "Applied Stochastic Processes and Control for Jump-Diffusions: Modeling, Analysis and Computation". University of Illinois, Chicago.
- Gardiner, C.W. (1985):** "Handbook of Stochastic Methods: for Physics, Chemistry and the Natural Sciences". Springer.

- Huang, Chi-Fy, (1985): "Information Structure and Equilibrium asset Pricing", *Journal of Economic Theory* 35, 33-71
- Hong, Y. (2005): "Nonparametric Specification Testing for Continuous-time models with Applications to term Structure of Interest Rates". *Review of Finanacial Estudios*, 18.
- Jarrow, R. and Turnbuull, S.M. (1995): "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk", *The Journal of Finance*, Vol. 50, No. 1, 5 3-86.
- Jilian, Yu (2005): "Closed Form likelihood Estimation of Jump-Diffusions with an Application to the Realignmetn Risk". *Journal of Finance*, Vol. 58.
- Johannes, M. (2004): "The statistical and economic role of jumps in continuous time interest rate models", *The Journal of finance*, lix, 1, 227-260
- Merton, R.C., (1973): "A dynamic General Equilibrium Model of the Asset Market and its Application to the Pricing of the Capital Structure of the Firm", Working paper, Cambridge.
- Núñez, J.A., De la Cruz, J.L.and Ortega, E. (2007): "Continuous Time Models of Interest Rate: Testing the Mexican Data (1998-2006)", *Economics Bulletin*, Vol. 7, no.11 pp. 1-9.
- Pritsker, Matt (1998): "NonParametric Density Estimation and Tests of Continuous Time Interest Rate Models"
- Protter, Philip (2005): "Stochastic Integration and Differential Equations", Springer.
- Segundo, Alejandro (2002): "Valuación de Deuda con Riesgo", Tesis Doctoral, ITESM, México.
- Vasicek, O. (1977): "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, No. 2, pp. 177-188.
- Schönbucher, P. (2003): "Models, Pricing and Implementation", Wiley editions.

Yu, J. (2007): “Closed-Form Likelihood Approximation and Estimation of Jump diffusions with Application to the Realignment Risk Premium of the Chinese Yuan”, *Journal of Econometrics*, 141, 1245-128.

Algunos resultados acerca de los oligopolios mixtos

Jorge Fernández Ruiz*

Resumen

En este trabajo analizamos varios modelos oligopólicos en que empresas privadas, cuyos dueños tienen como objetivo la maximización de beneficios, coexisten junto con una empresa pública que no tiene tal objetivo. Se comparan las propiedades de este oligopolio mixto con un oligopolio puramente privado bajo diferentes supuestos y formas de competencia.

Abstract

In this paper, we analyze several oligopoly models in which private firms, whose owners have profit maximizing objectives, coexist with a public firm that does not have such objectives. The properties of this mixed oligopoly are compared with those of a pure private oligopoly under different assumptions and forms of competition.

*Profesor-Investigador
de El Colegio de México.
jfernand@colmex.mx

PALABRAS CLAVE: oligopolio mixto, regulación, incentivos empresariales
CLASIFICACIÓN JEL: L13, L15

Recibido el 27 de febrero de 2009. Revisado y aceptado el 13 de mayo de 2009.

Introducción

Una prescripción común para enfrentar los problemas derivados de una industria oligopólica privada es su regulación por parte de una autoridad pública, sin alterar su carácter privado. Sin embargo, existe también una alternativa distinta que ha recibido atención en la literatura económica y que aquí consideramos. Se trata de la propiedad y control de una empresa pública que interactúa con un conjunto de empresas privadas en un oligopolio, creando lo que se conoce como un “oligopolio mixto” y tratando de alcanzar una especie de “regulación desde dentro” de la industria. El propósito de este artículo es analizar los principales resultados que se han obtenido acerca de este tipo de oligopolios.

La estructura del resto del trabajo es la siguiente. La secciones I y II tratan sobre dos modelos pioneros de oligopolio mixto y presentan los resultados tradicionales. La sección III considera qué ocurre cuando el gobierno utiliza dos instrumentos para enfrentar los problemas generados por un oligopolio: la operación de una empresa pública y otra forma adicional de regulación. La sección IV examina el comportamiento del oligopolio mixto cuando las empresas contratan administradores con fines estratégicos. La sección V aborda el impacto de la presencia de una empresa pública en el oligopolio sobre dimensiones distintas a cantidades y precios: la diferenciación de producto y la inversión en reducción de costos.

I. Un modelo básico

Uno de los primeros artículos representativo de esta literatura es el de De Fraja y Delbono (1989)¹, en que se examinan diversas modalidades de competencia entre una empresa pública y varias empresas privadas. Obtienen diversos resultados que posteriormente han servido como marco de referencia en el desarrollo de esta literatura.

¹Otros artículos pioneros son Merrill y Schneider (1966), Beato y Mas-Colell (1984), Sertel (1988) y Cremer et.al.(1989). Este último es tratado en la siguiente sección.

Supongamos que existen $(n+1)$ empresas: la empresa 0, que es una empresa pública, y las restantes n empresas, que son privadas. Denotamos a la producción de la empresa i , $i = 0, 1, \dots, n$, por q_i y a la producción total por

$Q = \sum_{i=0}^n q_i$. Las empresas producen un bien homogéneo con una función de

demanda $p = a - Q$, y tienen una función de costos ² cuadrática $C(q_i) = kq_i^2 / 2$

Es decir, todas las empresas -las n privadas y la pública- tienen la misma función de costos. La diferencia entre las empresas privadas y la pública es su función objetivo.

Cada empresa privada i , $i = 1, \dots, n$, busca maximizar sus beneficios π_i , con

$$\pi_i = pq_i - C(q_i) \quad (1)$$

En cambio, la empresa pública busca maximizar el bienestar social W , con

$$W = \int_0^Q (a - x)dx - \sum_{i=0}^n C(q_i) \quad (2)$$

Este bienestar social también puede ser expresado como la suma de: i) el excedente del consumidor, y ii) los beneficios π_i de todas las empresas, privadas y pública.

Se considera un juego tipo Cournot, en que las empresas eligen simultáneamente las cantidades a producir, cada una persiguiendo su propia

² De Fraja y Delbono (1989) consideran una función de costos más general que incluye costos fijos que, por sencillez, y puesto que no intervienen en el análisis posterior, supondremos son iguales a cero.

función objetivo. Es decir, la empresa 0 elige q_0 para maximizar W , dados los valores q_i de las empresas privadas, y cada empresa privada $i, i = 1, \dots, n$, elige q_i para maximizar π_i tomando como dados los valores de q_0 y del resto de las empresas privadas $j = 1, \dots, n, j \neq i$. De estas maximizaciones resultan las funciones de reacción de las $(n+1)$ empresas que, consideradas simultáneamente, nos permiten obtener el equilibrio del juego. De Fraja y Delbono consideran un equilibrio en que todas las empresas privadas producen la misma cantidad.

En contraste con el juego anterior, De Fraja y Delbono (1989) también consideran un oligopolio en que la función objetivo de todas las empresas (incluyendo la empresa 0) es simplemente su función de beneficios. Esta situación la podemos interpretar como un oligopolio puramente privado. Nuevamente se considera una competencia tipo Cournot en que cada empresa $i, i = 0, \dots, n$, selecciona q_i para maximizar sus beneficios π_i tomando como dadas las cantidades q_j del resto de las empresas $j = 0, \dots, n, j \neq i$. Asimismo, se vuelve a considerar un equilibrio en que todas las empresas -esta vez incluida la empresa 0- producen la misma cantidad.

Después de encontrar el equilibrio de los dos tipos de oligopolio -mixto y privado- De Fraja y Delbono los comparan. Esta comparación arroja los siguientes resultados:

- i) Cuando la empresa pública se convierte en privada, reduce su producción, es decir, la empresa 0 produce más en el oligopolio mixto que en el privado. La intuición de este resultado es clara: el oligopolio privado vende poco y caro, en comparación con los valores socialmente óptimos. Para corregir esta situación, la

empresa pública aumenta su producción, en relación a la que tendría si fuera privada. Más precisamente, la empresa pública aumenta su producción hasta el punto en que el precio se iguala a su costo marginal.

- ii) Cada empresa privada i , $i = 1, \dots, n$, produce menos en el oligopolio mixto que en el privado. Esto es consecuencia del aumento de la producción de la empresa 0.
- iii) La producción total es mayor en el oligopolio mixto que en el privado. Es decir, el aumento en la producción de la empresa 0 es mayor que la reducción conjunta del resto de las empresas. Esto se traduce en que el precio de equilibrio sea menor en el oligopolio mixto que en el privado y en que el Excedente del Consumidor también sea mayor en el primer caso que en el segundo.
- iv) Cada empresa privada i , $i = 1, \dots, n$, obtiene un beneficio menor bajo el oligopolio mixto que bajo el oligopolio privado. Este resultado es razonable dado que tanto el precio de equilibrio como las cantidades producidas por estas empresas son menores en el oligopolio mixto.
- v) Finalmente, el resultado central de la comparación, respecto al bienestar social en ambos tipos de oligopolio, es el siguiente: si el número de empresas privadas, n , es pequeño, entonces el bienestar social es mayor bajo el oligopolio mixto. En cambio, si el número de empresas privadas es grande, el bienestar social es mayor bajo el oligopolio privado. Este resultado es a menudo interpretado en el contexto del análisis de la privatización de una empresa pública en los siguientes términos: la privatización aumentará el bienestar social si hay muchas empresas en el mercado, pero lo reducirá si el número de empresas es reducido.

La intuición del último resultado es que hay dos factores que actúan en dirección opuesta al comparar los dos tipos de oligopolio en términos de bienestar social. Por un lado, el oligopolio mixto favorece a los consumidores porque alcanza una mayor producción y un precio de equilibrio menor. Pero, por otro lado, dada la estructura de costos, esta mayor producción se alcanza de una forma ineficiente, con la empresa pública produciendo más que las privadas, mientras que en el oligopolio privado la producción se distribuye equitativamente entre todas las empresas. Cuando el número de empresas es grande, la distorsión generada por el oligopolio privado, en términos de una reducida producción total, es pequeña, por lo que la transformación de una empresa en pública, con la consiguiente aparición de una ineficiencia en la distribución de la producción, reduce el bienestar social. En cambio, cuando el número de empresas es pequeña, el oligopolio privado genera una producción substancialmente menor al óptimo social, por lo que al transformar a una empresa en pública, la ineficiencia que se genera en la distribución de la producción es más que compensada por las ganancias obtenidas en el excedente del consumidor.³

II. *Un modelo alternativo*

El modelo de la sección anterior está basado en supuestos tradicionales; pero no es desde luego el único razonable. Existen otras posibilidades de modelación que consideran distintos supuestos y nos ayudan a entender otros elementos importantes en los oligopolios mixtos.

³ De Fraja y Delbono (1989) consideran dos escenarios adicionales que aquí no abordamos: cuando la empresa pública puede actuar como un líder tipo Stackelberg y cuando el gobierno nacionaliza toda la industria.

Uno de ellos es el de Cremer *et. al.* (1989). Estos autores también consideran un mercado en que hay un número fijo de empresas que venden un producto homogéneo mediante una competencia tipo Cournot. Su modelo también permite la existencia de dos tipos de empresas: privadas, que buscan maximizar sus beneficios, y públicas, que tratan de maximizar el bienestar social. Sin embargo, existen diferencias con el trabajo de De Fraja y Delbono (1989), tanto en las preguntas que se formulan como en los supuestos utilizados. En primer lugar, se preguntan si, dado un número fijo de empresas en el mercado, conviene que una o más de ellas sea pública. Es decir, no restringen su análisis a la existencia de una sola empresa pública sino que permiten, en principio, la existencia de cualquier número de ellas. Adicionalmente, analizan la alternativa de crear una o más empresas públicas que no reemplacen a las privadas sino que aumenten el número total de empresas en el mercado. Esto les permite comparar las opciones de transformar una empresa privada en pública *versus* crear una nueva empresa pública.

El modelo de Cremer *et. al.* (1989) también difiere del de De Fraja y Delbono (1989) en los supuestos utilizados. En lugar de una función de costos cuadrática, suponen la existencia de rendimientos crecientes a escala que, por sencillez, modelan mediante un costo fijo y costos marginales constantes. Las funciones de costos de todas las empresas son iguales, excepto por lo siguiente: las empresas públicas pagan salarios más altos a sus trabajadores que las empresas privadas. Este hecho, que puede deberse a un poder sindical mayor en las empresas públicas y que es exógeno al modelo, se traduce en costos marginales mayores para las empresas públicas. Sin embargo, este salario extra que se paga a los empleados públicos recibe el tratamiento de una transferencia en el cálculo del bienestar social. Es decir, se supone que un aumento en este salario aumenta los costos de la empresa pública pero no altera -en particular, no reduce- el bienestar social. Su impacto en el modelo se debe a la existencia de otro supuesto: que las

empresas públicas enfrentan una restricción presupuestal que las obliga a tener beneficios no negativos.

Para dar respuesta a las preguntas arriba planteadas, Cremer *et. al.* (1989) analizan primero un duopolio en que coexisten una empresa pública y una privada. Esto les permite encontrar ciertas características del duopolio mixto que se generalizarán para el caso de mercados con más empresas. Sobresale en particular la siguiente propiedad: en equilibrio, la empresa pública produce tanto como su restricción presupuestal se lo permite, es decir, aumenta su producción hasta el punto en que obtiene beneficios de cero. Posteriormente, estos autores encuentran el equilibrio del modelo en el caso de un oligopolio con n empresas, m de las cuales son públicas, y realizan las comparaciones pertinentes para responder a sus preguntas iniciales. Suponiendo que los valores de los parámetros se encuentran en ciertos rasgos razonables, obtienen los siguientes resultados:

Si el salario extra que se paga a los empleados de las empresas públicas es pequeño, entonces es socialmente óptimo tener una -y solamente una- empresa pública en el oligopolio. Conviene contrastar este resultado con el del modelo de De Fraja y Delbono (1989), en que la conveniencia de tener una empresa pública en el oligopolio depende del número de empresas en el mercado.⁴ El resultado de Cremer *et. al.* (1989) implica que si se parte de una situación con más de una empresa pública, la privatización de todas ellas excepto una aumentaría el bienestar social. Por otro lado, esto mismo ocurriría si partiendo de un oligopolio puramente privado se transformara a una y solamente una- de las empresas privadas en pública.

⁴ Nótese que el artículo de De Fraja y Delbono (1989) solamente considera la existencia de cero o una empresa pública. Por lo tanto, los resultados de los dos artículos solamente pueden contrastarse en cuanto a si conviene o no tener una empresa pública y no en lo referente a cuántas de ellas conviene tener.

En contraste, si el salario extra que se paga a los empleados públicos es grande, la alternativa de tener una sola empresa pública no es conveniente. De Fraja y Delbono (1989) obtienen que entonces conviene hacer toda la industria pública; sin embargo, consideran que esto no es factible por lo que concluyen que en este caso es preferible que persista el oligopolio puramente privado.

Respecto a la comparación entre reemplazar a una empresa privada por una pública *versus* crear una nueva empresa pública, encuentran que la primera opción es preferible a la segunda. El hecho de que la creación de una empresa nueva origina costos fijos adicionales juega un papel importante en este resultado, que los autores matizan al hacer notar que su modelo no toma en cuenta las restricciones institucionales y políticas y los costos de esta naturaleza que en la práctica se presentarían.

Finalmente, los autores hacen notar un supuesto importante de su modelo que puede alterar los resultados: ellos suponen costos marginales mayores en las empresas públicas que en las privadas derivados de que los empleados públicos reciben un salario mayor a los de las empresas privadas. Esto significa que el exceso de costo marginal en la empresa pública no disminuye el bienestar social. Si este exceso de costo se debiera a que las empresas públicas son menos eficientes que las privadas, entonces sí reduciría el bienestar social y, por esta vía, haría menos deseable -desde el punto de vista social- la presencia de una empresa pública. Para cierto rango de los valores de los parámetros sería socialmente óptimo conservar el oligopolio privado puro.

III. Oligopolios mixtos y privados cuando existen subsidios

En los modelos anteriores se supuso que la única intervención gubernamental se realizaba a través de la operación de una empresa pública. Algunos artículos también se han ocupado de estudiar qué ocurre cuando el gobierno

recurre a dos instrumentos para enfrentar los problemas de un sector oligopólico: la operación de una empresa pública y otra forma adicional de regulación. White (1996) sigue esta línea de investigación al considerar una situación en que un gobierno utiliza un subsidio a la producción para regular a un oligopolio y estudiar los efectos de la operación de una empresa pública en tales circunstancias. El modelo de White (1996) es similar al de De Fraja y Delbono (1989) -las mismas funciones de costos y de demanda- con la diferencia del uso de un subsidio a la producción. Este subsidio afecta los beneficios de las $(n + 1)$ empresas que participan en el mercado de forma que π_i es ahora:

$$\pi_i = pq_i - C(q_i) + sq_i \quad (3)$$

Para $i = 0, \dots, n$. Nótese que la única diferencia entre (1) y (3) es el término sq_i que representa un subsidio s por unidad producida por la empresa i .

Por otra parte, la función de bienestar social sigue siendo la representada en la ecuación (2), es decir, el monto s del subsidio no aparece en esta función. Se supone que no afecta directamente al bienestar social porque es sólo una transferencia del gobierno a las empresas. Evidentemente, es de esperarse que el subsidio tenga un efecto indirecto sobre el bienestar a través de su influencia sobre las cantidades producidas en equilibrio.

White (1996) considera, al igual que De Fraja y Delbono (1989), dos tipos de oligopolio: uno mixto -en que participa una empresa pública- y otro puramente privado, y añade la intervención gubernamental a través de un subsidio óptimo.

Más precisamente, para cada uno de estos tipos de oligopolio considera el siguiente juego en dos etapas. En la primera etapa el gobierno elige un

subsidio. En la segunda etapa, después de observar el valor del subsidio, las n empresas -incluyendo la empresa 0, que puede ser pública o privada- eligen simultáneamente su nivel de producción.

El juego se resuelve por inducción hacia atrás. Consideremos la segunda etapa del juego en el caso de un oligopolio mixto. Cada empresa privada $i=1,...,n$, elige q_i para maximizar sus beneficios π_i expresados en la ecuación (3), y la empresa pública elige q_0 para maximizar W expresado en (2), siendo que todas las empresas conocen el subsidio s elegido en la primera etapa. Esta segunda etapa coincide con el modelo de la sección 1 de un oligopolio mixto, con el ingrediente adicional del subsidio s .

White (1996) muestra que el equilibrio del (sub)juego de Cournot de esta segunda etapa, en términos del subsidio, tiene las siguientes características:

- i) La cantidad q_i producida por las empresas privadas $i=1,...,n$, aumenta a medida que el subsidio s lo hace, y
- ii) La cantidad q_0 producida por la empresa pública, en contraste, se reduce si el subsidio s aumenta. Esto se debe a la reacción de la empresa pública ante una mayor producción privada.

Es importante recordar, de la sección I, que cuando no hay subsidio, la empresa pública produce una cantidad mayor que las privadas. La existencia de un subsidio reduce la diferencia entre estas cantidades. Al hacer esto, transfiere producción de la empresa pública, que opera a costos marginales mayores, a las empresas privadas, es decir, reduce la ineficiencia derivada de una distribución inequitativa de la producción.

En la primera etapa, el gobierno elige el subsidio s para maximizar el bienestar social. White (1996) muestra que, en consonancia con la explicación de cómo afecta el subsidio al equilibrio en la segunda etapa, el gobierno selecciona en la primera etapa un subsidio estrictamente positivo. Más aún, el valor de este subsidio es tal que induce unos valores de producción que cierran completamente la brecha entre la producción pública y la privada. Es decir, la cantidad q_i que produce la empresa privada i , $i=1, \dots, n$, es igual a la producción q_0 de la empresa pública, eliminando totalmente la ineficiencia derivada de la distribución inequitativa de la producción. White (1996) también muestra que el subsidio óptimo eleva la producción total -con la consiguiente reducción en el precio-, los beneficios privados y el bienestar social, en comparación con una situación sin subsidio.

Posteriormente, White (1996) considera el juego en dos etapas en el caso del oligopolio privado. Nuevamente encuentra que el subsidio óptimo eleva la producción y el bienestar social.

La comparación más relevante, sin embargo, es la de los valores de equilibrio de los dos tipos de oligopolio, el mixto y el privado, cuando en ambos casos se elige en la primera etapa el subsidio óptimo. El resultado de tal comparación es que los valores de equilibrio son idénticos: las producciones de las n empresas y, por lo tanto, la cantidad total producida, los beneficios y el bienestar social son los mismos en el oligopolio mixto y en el privado.

La intuición de este resultado es precisamente que en el caso de un oligopolio mixto el subsidio óptimo logra igualar la producción de la empresa pública y las privadas. En este sentido, hace innecesaria la intervención de la empresa pública. Entonces, suponiendo que se pueden establecer subsidios óptimos y que éstos no producen pérdidas de “peso muerto”, la distinción

entre oligopolio mixto y privado se vuelva irrelevante. Desde luego, en la medida en que se consideren condiciones que se aparten de las condiciones “ideales” de fijación del subsidio, persistirá la diferencia en los resultados de ambos tipos de oligopolio.

White (1996) también argumenta que es posible que sea más sencillo, desde un punto de vista político, hacer uso de subsidios públicos en el caso de un oligopolio mixto que en el de uno privado. Esto lo lleva a hacer la comparación entre los resultados de un oligopolio mixto en el que existen subsidios óptimos, y un oligopolio privado sin subsidios. Encuentra, en consonancia con los resultados anteriores, que el oligopolio mixto genera un bienestar social mayor que el privado bajo estas circunstancias.

IV. *El papel de los administradores*

En esta sección abordamos las modificaciones que causa en el análisis del oligopolio mixto, y su comparación con el privado, la consideración de la delegación de las decisiones empresariales con fines estratégicos.

La idea de que en contextos no competitivos una empresa privada puede encontrar conveniente delegar sus decisiones a administradores que tienen objetivos que no coinciden con la simple maximización de beneficios tiene su origen en los trabajos de Vickers (1985), Fershtman y Judd (1987), y Sklivas (1987). Estos autores muestran que cuando una empresa privada efectúa esta delegación, hace creíble a los ojos de sus competidores que tomará ciertas decisiones que los inducen a comportarse de una manera tal que la empresa resulta beneficiada.

La contratación de administradores con fines estratégicos también ha sido estudiada en el caso de los oligopolios mixtos, destacando los trabajos de Barros (1995) y White (2001). Barros estudia un duopolio mixto en que tanto la empresa pública como la privada son dirigidas por administradores. Su

modelo considera tanto los efectos estratégicos de la delegación como los problemas de agencia que aparecen al interior de la empresa. White, en cambio, se concentra solamente en el aspecto estratégico de la delegación empresarial. A continuación abordamos los aspectos más relevantes de su modelo.

Considera un oligopolio mixto en que existe una empresa pública, interesada en maximizar el bienestar social W , tal como está expresado en la ecuación (2), y n empresas privadas interesadas en maximizar sus beneficios. Una diferencia central con los modelos anteriores es que tanto las empresas privadas como la pública pueden delegar sus decisiones a administradores cuya función objetivo puede diferir de la simple maximización de beneficios. Más precisamente, su función objetivo es una combinación lineal de los beneficios y las ventas de la empresa que dirigen. Esta función objetivo se deriva del contrato que establece cómo serán remunerados por la empresa.

Como parte de su análisis, White (2001) considera el siguiente juego en dos etapas. En la primera, tanto las empresas privadas como la pública establecen los contratos de sus administradores. En la segunda etapa, los administradores eligen las cantidades a producir, utilizando como función objetivo la que se deriva de sus contratos. White (2001) muestra que la delegación empresarial tiene las siguientes consecuencias, en comparación con una situación en que las empresas del oligopolio mixto no delegan sus decisiones (como en la sección I): las cantidades producidas por las empresas privadas aumentan, la producción pública se reduce y la producción total cae. Por lo tanto, el precio aumenta y el excedente del consumidor se reduce. Por otra parte, los beneficios de todas las empresas aumentan. El balance de este efecto negativo sobre los consumidores y positivo sobre las empresas es que el Bienestar Social, W , aumenta.

Posteriormente, White (2001) agrega al juego anterior la posibilidad de que inicialmente las empresas decidan si contratan o no administradores con una función objetivo como la señalada previamente. Encuentran que en equilibrio solamente las empresas privadas contratan administradores con fines estratégicos, mientras que la empresa pública no lo hace.

Finalmente, comparan los resultados del juego anterior con los de un juego en que las empresas de un oligopolio puramente privado pueden contratar administradores, como en Fershtman y Judd (1987), y Sklivas (1987). Es decir, se trata de comparar un oligopolio mixto y un oligopolio privado cuando en ambos casos las empresas tienen la posibilidad de contratar administradores con fines estratégicos. White (2001) encuentra que en estas circunstancias el oligopolio mixto proporciona un mayor bienestar social.

V. *Selección del tipo de producto: diferenciación*

Otra dimensión de las decisiones empresariales que ha recibido atención en la literatura es la selección del tipo de producto que elegirán las empresas en un oligopolio. La presencia de un competidor público también altera, como en el caso en que sólo se seleccionan precios y cantidades, el equilibrio alcanzado. Este fenómeno ha sido analizado, entre otros, por Cremer, Marchand y Thisse (1991) y Matsumura y Matsushima (2004), en cuyos resultados está basada esta sección. Estos dos artículos utilizan el modelo de Hotelling (1929), en donde los consumidores habitan en una ciudad lineal, distribuyéndose uniformemente a lo largo del segmento de línea $[0,1]$. Cada empresa del oligopolio se ubicará en un punto de este segmento. Las empresas producen bienes idénticos que, sin embargo, a los ojos de los consumidores pueden aparecer como distintos porque ellos valoran positivamente la cercanía de las empresas: ante dos bienes idénticos ofrecidos al mismo precio, preferirán el de la empresa más cercana. La interpretación más simple de esta característica del modelo es que se trata efectivamente de la localización física de las empresas y, para adquirir el

producto, el consumidor debe trasladarse a la empresa y pagar un costo de transporte por ello. Pero el modelo admite también otras interpretaciones, como la de que los consumidores tienen distintas preferencias sobre cierta característica de un producto, cuyo valor podemos normalizar entre cero y la unidad. Cada empresa deberá seleccionar una ubicación con respecto a tal característica entre el cero y la unidad, y cada consumidor -ubicado en un punto del segmento de línea- preferirá, *ceteris paribus*, a la empresa que más se acerque a sus preferencias.

Formalmente, un consumidor situado en el punto $x \in [0,1]$ “pagará” un costo de transporte $(x - x_i)^2$ al comprar ⁵ a la empresa i situada en el punto $x_i \in [0,1]$.

Si un consumidor no compra el bien, obtiene una utilidad de cero. Si un consumidor situado en el punto $x \in [0,1]$ compra el bien a una empresa situada en $x_i \in [0,1]$ a un precio p_i , obtiene una utilidad de:

$$U_i = s - p_i - (x - x_i)^2 \quad (4)$$

Siguiendo a Cremer *et. al.* (1991) y Matsumura y Matsushima (2004), supondremos que s es lo suficientemente grande como para que los consumidores siempre opten por comprar el bien, para el rango de precios en que nos moveremos. Esto nos permitirá concentrarnos en las decisiones de selección de ubicación de las empresas y distribución de los consumidores

⁵ En realidad Matsumura y Matsushima hacen una formulación un poco más general, donde el costo de transporte es igual al que hemos definido multiplicado por un parámetro t , que suponemos igual a la unidad e ignoramos en lo sucesivo. Este parámetro es un indicador del grado de diferenciación de producto que perciben los consumidores y en un modelo más general influye en el poder de mercado de las empresas.

entre ellas, restando importancia al efecto de las variaciones de los precios sobre la cantidad demandada que permanecerá constante.

Aquí consideramos el caso más simple de un duopolio, con dos empresas, 0 y 1, ubicadas en los puntos x_0 y x_1 , con $x_0 \leq x_1$.

Un consumidor estará indiferente entre comprar a la empresa 0 y a la empresa 1 si obtiene la misma utilidad de ambas opciones, es decir, si se cumple:

$$s - p_0 - (x - x_0)^2 = s - p_1 - (x - x_1)^2 \quad (5)$$

Por lo que la ubicación x^* de este consumidor será:

$$x^* = \frac{p_1 + x_1^2 - p_0 - x_0^2}{2(x_1 - x_0)} \quad (6)$$

Puesto que los consumidores situados a la izquierda de x^* prefieren a la empresa 0, la demanda de esta empresa será precisamente $x^*(p_0, p_1, x_0, x_1)$ y la demanda de la empresa 1 $1 - x^*(p_0, p_1, x_0, x_1)$ (suponiendo una solución interior en que ambas empresas tienen demanda positiva).

Consideremos el siguiente juego en dos etapas. En la primera etapa las dos empresas deciden en qué puntos del segmento $[0,1]$ localizarse. Conociendo tales localizaciones, en la segunda etapa deciden qué precios fijar.

Antes de analizar el equilibrio del juego anterior, consideremos las decisiones socialmente óptimas en cuanto a la ubicación de las dos empresas y la distribución de la demanda entre ellas. Para ello es necesario suponer

una función de costos para cada empresa. Supongamos, para simplificar, que no existen costos fijos y que la empresa i , $i = 0, 1$, enfrenta costos marginales constantes iguales a c_i . Consideremos de momento el caso $c_0 = c_1 = c$. En estas circunstancias, la decisión socialmente óptima es la que minimiza los costos de transporte de los consumidores. Esto se logra cuando las empresas se ubican en los puntos $x_0 = 1/4$ y $x_1 = 3/4$, y los consumidores acuden a la empresa 0 si se encuentran en la mitad izquierda del segmento $[0; 1]$ y a la empresa 1 en caso contrario.

Cuando las dos empresas son privadas, un resultado conocido (d'Aspremont et al (1979)) es que se ubicarán en los extremos del segmento de línea: $x_0 = 0$ y $x_1 = 1$. Esto se debe a que cuanto más alejadas estén la una de la otra, menos intensa será la competencia en precios entre ellas en la segunda etapa, por lo que podrán cobrar precios mayores. Más precisamente, los precios de equilibrio serán:

$$p_0 = p_1 = c + 1 \quad (7)$$

La mitad izquierda de los consumidores se desplazará al punto $x_0 = 0$ y la otra mitad al punto $x_1 = 1$. Claramente, no se alcanza la ubicación óptima. Las empresas están demasiado alejadas; la diferenciación de producto es excesiva.

Consideremos ahora qué ocurre cuando la empresa 0 es pública y la empresa 1 es privada.

Formalmente, la empresa 1 seguirá teniendo como objetivo la maximización de beneficios. Elegirá p_1 para solucionar el programa:

$$\text{Max } \pi_1 = (p_1 - c_1)(1 - x^*) \quad (8)$$

En cambio, la empresa 0 ahora maximizará el bienestar social:

$$\text{Max } W = s - c - \int_0^{x^*} (x - x_0)^2 dx - \int_{x^*}^1 (x - x_1)^2 dx \quad (9)$$

Podemos proceder por inducción hacia atrás para solucionar este juego. En la segunda etapa, la empresa 0 elige p_0 para maximizar la función W expresada en (9) tomando x_0, x_1 y p_1 como dados. Por su parte, la empresa 1 elige p_1 para maximizar π_1 expresado en (8) dados ciertos valores de x_0, x_1 y p_0 . El resultado de estas dos maximizaciones conduce a:

$$p_0 = p_1 = c + (x_1 - x_0)(2 - x_0 - x_1) \quad (10)$$

que, al substituirse en (6) resulta en:

$$x^* = \frac{x_0 + x_1}{2} \quad (11)$$

Es decir, los consumidores que compran a la empresa 0 son los que se ubican a la izquierda del punto medio entre x_0 y x_1 .

En la primera etapa, las dos empresas eligen sus localizaciones x_0 , x_1 anticipando que en la segunda etapa se elegirán p_0 , p_1 y x^* de acuerdo a las ecuaciones (10) y (11).

Nuevamente, la empresa 0 elegirá x_0 para maximizar W tomando x_1 como dado y la empresa 1 elegirá x_1 para maximizar π_1 tomando x_0 como dado. De estas dos maximizaciones se obtienen sendas funciones de reacción que nos conducen a las localizaciones de equilibrio:

$$x_0 = 1/4, \quad x_1 = 3/4 \quad (12)$$

Dadas estas localizaciones, la distribución de la demanda expresada en (11) se transforma en $x^*=1/2$. Es decir, las localizaciones de las empresas y la distribución de la demanda coinciden con el óptimo social. Por lo tanto, en el caso de un duopolio en que las dos empresas tienen los mismos costos, un duopolio mixto es socialmente preferible a un duopolio privado, pues este último conduce a una diferenciación excesiva.

Cabe enfatizar que el resultado anterior se ha obtenido para el caso de dos empresas con costos iguales, y conviene preguntarse qué ocurre cuando se relajan estos supuestos. Cremer, Marchand y Thisse (1991) muestran que este resultado no se mantiene en general para el caso de más de dos empresas -aunque sí para oligopolios con al menos seis empresas.⁶ Respecto al supuesto de igualdad de costos marginales, Matsumura y Matsushima (2004) muestran que en un duopolio con costos marginales distintos, el resultado se mantiene. Más precisamente, para este caso Matsumura y

⁶ Debido a que el modelo se vuelve muy complejo para más de dos empresas, recurren a soluciones numéricas.

Matsushima muestran que el óptimo social se alcanza cuando las localizaciones de las empresas son:

$$x_0 = 1/4 - (c_0 - c_1), \quad x_1 = 3/4 - (c_0 - c_1) \quad (13)$$

Donde se puede apreciar que las localizaciones mencionadas anteriormente, $x_0 = 1/4$, $x_1 = 3/4$, son un caso particular de éstas, cuando $c_0 = c_1$, y que para el caso $c_1 < c_0$ las empresas se desplazan ambas a la izquierda en la magnitud $(c_0 - c_1)$, lo que favorece la demanda a la empresa 1, para aprovechar sus costos menores.

En consonancia con lo anterior, la distribución óptima de la demanda consiste en que los consumidores a la izquierda de $[1/2 - 2(c_0 - c_1)]$ acuden a la empresa 0 y el resto a la empresa 1. Es decir, la demanda no se distribuye -como antes- equitativamente entre las dos empresas, sino que la empresa 1, con costos menores, recibe una proporción mayor que su rival.

Cuando las dos empresas son privadas, si la diferencia en costos no es demasiado grande, persiste el fenómeno de máxima diferenciación de producto, es decir, que $x_0 = 0$ y $x_1 = 1$ (Ziss, 1993), y la distribución de la demanda es tal que los consumidores a la izquierda de $[1/2 - (c_0 - c_1)/6]$ acuden a la empresa 0 y el resto a la empresa 1. Esto significa que, nuevamente, cuando las dos empresas son privadas, la diferenciación de producto es excesiva y la distribución de la demanda subóptima (demasiados consumidores acuden a la empresa con costos más altos).

En contraste, cuando el duopolio es mixto, Matsumura y Matsushima encuentran que persiste el resultado de que se alcanza el óptimo social, aun

cuando $c_1 < c_0$: las empresas elegirán las localizaciones especificadas en la ecuación (13) y la demanda se distribuirá óptimamente.

Matsumura y Matsushima también extienden el modelo anterior considerando actividades que permiten reducir los costos de las empresas, los que de esta manera se vuelven endógenos. Formalmente, esto lo hacen agregando una etapa inicial al modelo anterior, en que cada empresa i , $i = 0, 1$, elige su costo c_i bajo el supuesto de que puede reducirlo a cambio de una inversión $I(c_i) = \gamma(c - c_i)^2$: en esta primera etapa se pueden gastar recursos para después tener costos marginales menores.

Encuentran -suponiendo que γ no es muy pequeño, para evitar problemas técnicos- que la inversión óptima se traduce en costos marginales socialmente óptimos iguales a $[c - 1/4\gamma]$ para ambas empresas.

A diferencia de lo anterior, cuando las dos empresas son privadas, en equilibrio ambas eligen costos marginales de $[c - 1/6\gamma]$, es decir, mayores a los socialmente óptimos. Por otro lado, cuando la empresa 0 es pública y la empresa 1 es privada, Matsumura y Matsushima muestran que en equilibrio, en comparación con los valores socialmente óptimos, la empresa pública destinará muy pocos recursos a la reducción de costos mientras que la empresa privada invertirá en demasía en tal actividad. Por lo tanto, los costos marginales de la empresa pública serán mayores a los socialmente óptimos, mientras que los de la empresa privada serán menores a tal referente. Es decir, el duopolio mixto no logra alcanzar -como tampoco lo hace el privado- los valores socialmente óptimos de inversión en reducción de costos.

Conviene enfatizar que cuando se endogeneizan los costos, permitiendo invertir en actividades que los reduzcan, ninguno de los dos tipos de duopolio alcanza el óptimo social. En el caso del duopolio privado se presentan dos ineficiencias: excesiva diferenciación de producto e insuficiente inversión en reducción de costos. En el caso del duopolio mixto, insuficiente inversión pública en reducción de costos y excesiva inversión privada en tal reducción. En estas circunstancias, es natural preguntarse si persiste el resultado de que el duopolio mixto genera mayor bienestar social que el privado. Matsumura y Matsushima muestran que la respuesta depende de los valores de los parámetros del modelo. Para valores de γ muy elevados el resultado persistirá. En contraste, para valores no tan grandes de γ las ineficiencias del duopolio mixto superarán a las del privado y éste generará un mayor bienestar social.

VI. *Comentarios finales*

En este trabajo hemos analizado diversos modelos que estudian las propiedades de un oligopolio mixto, en que una empresa pública coexiste con un conjunto de empresas privadas, y que comparan su comportamiento con el de un oligopolio puramente privado.⁷

Después de abordar los modelos tradicionales que analizan bajo qué condiciones una empresa pública puede lograr reducir las distorsiones generadas por un oligopolio y aumentar el bienestar social, se consideran diversos aspectos adicionales que pueden modificar estos resultados. Entre estos aspectos destacan el uso de otras formas de regulación -un ejemplo de los cuales son los subsidios a la producción- la contratación de

⁷ Conviene señalar que este tema también ha sido analizado en revistas mexicanas. Véase por ejemplo Arteaga García *et. al.* (2004 y 2006). Entre los aspectos del oligopolio mixto no tratados en este trabajo sobresale el de la presencia de empresas extranjeras. Véase por ejemplo Fjell y Pal (1996) y Fernández-Ruiz (2009).

administradores con fines estratégicos, y la competencia en dimensiones que van más allá de las cantidades producidas y su efecto en el precio.

Bibliografía

- Arteaga García, J.C., Cárdenas Rodríguez, O.J. y Flores Curiel, D. (2004):** “Privatización: ¿suben o bajan los precios? Duopolio mixto con diferenciación vertical” *Estudios Económicos*, 19: 141-157.
- _____, _____, y _____ (2006): “Subsidios y el papel estratégico de la empresa pública” *Perspectivas. Revista de Análisis de Economía, Comercio y Negocios Internacionales*, 2: 39-49.
- Barros, F. (1995):** “Incentive Schemes as Strategic Variables: An Application to a Mixed Duopoly” *International Journal of Industrial Organization*, 13: 373-386.
- Beato, P. y A. Mas-Colell (1984):** “The Marginal Cost Pricing Rule as a Regulation Mechanism in Mixed Markets”, in M. Marchand, P. Pestieau and H. Tulkens (eds), *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurement*, Amsterdam .
- Cremer, H., Marchand, M. y J.F. Thisse (1989):** “The Public Firm as an Instrument for Regulating an Oligopolistic Market”, *Oxford Economic Papers*, 41: 283-301.
- _____ y _____ (1991): “Mixed oligopoly with differentiated products” *International Journal of Industrial Organization*, 9: 43-53.
- D’Aspremont, C., JJ. Gabszewicz y J.F. Thisse (1979):** “On Hotelling’s ‘Stability in Competition’”, *Econometrica*, 47: 1045-1050
- De Fraja, G. y F. Delbono (1989):** “Alternative Strategies of a Public Enterprise in Oligopoly” *Oxford Economic Papers*, 41: 302-311
- Fernández-Ruiz, J. (2009):** “Managerial Delegation in a Mixed Duopoly with a Foreign Competitor” *Economics Bulletin*, 29, 1, 90-99.
- Fershtman, C. y K. L. Judd (1987):** “Equilibrium Incentives in Oligopoly” *American Economic Review* 77: 927-940.

-
- Fjell, K., y D. Pal (1996): "A Mixed Oligopoly in the Presence of Foreign Private Firms" *Canadian Journal of Economics* 29: 737-743.
- Hotelling, H. (1929): "Stability in Competition", *Economic Journal*, 39: 41-57.
- Matsumura, T. y N. Matsushima (2004): "Endogenous Cost Differentials between Public and Private Enterprises: A Mixed Duopoly Approach", *Economica* 71: 671-688.
- Merril, W.C. y N. Schneider (1966): "Government Firms in Oligopoly Industries: A Short Run Analysis", *Quarterly Journal of Economics*, 80: 400-412.
- Sertel, M.R. (1988): "Regulation by Participation" *Journal of Economics*, 48: 111-134.
- Sklivas, S.D. (1987): "The Strategic Choice of Managerial Incentives" *Rand Journal of Economics*, 18: 452-458.
- Vickers, J. (1985): "Delegation and the theory of the firm" *Economic Journal*, 95: 138-147.
- White, M. (1996): "Mixed oligopoly, privatization and subsidization" *Economics Letters*, 53: 189-195
- (2001): "Managerial Incentives and the Decision to Hire Managers in Markets with Public and Private Firms" *European Journal of Political Economy*, 17: 887-896.
- Ziss (1993): "Entry deterrence, cost advantage and horizontal product differentiation" *Regional Science and Urban Economics*, 23: 523-54

Orden Espontáneo y Cooperación: Una revisión de las aportaciones de Robert Sugden al estudio de las convenciones*

Carmelina Ruiz Alarcón**

Resumen

Con base en teorías evolutivas y en juegos repetidos y jugados de manera anónima en una población, Sugden muestra, inspirado en Hayek, cómo un orden social se genera como orden espontáneo, en el cual la solución a problemas de interacción puede darse mediante la cooperación. El orden espontáneo es un equilibrio evolutivamente estable de un juego con dos o más equilibrios Nash, es una regla auto-confirmada, una convención. La convención es una solución prominente a los problemas de interacción, pero no necesariamente eficiente en sentido de Pareto. Bajo este esquema, se modelan convenciones de propiedad y provisión de bienes públicos.

Abstract

Using evolutionary games and based on Hayek's concept of spontaneous order, Sugden has showed that a social order could be reached without conscious human design, and also as a result of cooperation. In repeated games, played anonymously, two or more stable equilibriums could be reached. A convention is one of this stable equilibriums, it is a self-enforcing rule and a prominent solution to coordination problems. Conventions have the property of prominence and can maintain themselves without there being any formal machinery for enforcing them, even if some of them are inefficient. This paper presents Sugden's division game and public good game.

** Profesora de
asignatura de la Facultad
de Economía, UNAM
carmelinaruiz@yahoo.com.mx

* La autora agradece el apoyo institucional de la UAM y el CONACyT para realizar una visita de estudios a la Universidad de East Anglia, G.B., y al profesor Robert Sugden por su amplia disposición a intercambiar ideas y motivar el estudio del orden social espontáneo para dar un contexto más amplio a la investigación doctoral que actualmente realiza. Asimismo, agradece las útiles sugerencias y observaciones del dictaminador anónimo.

PALABRAS CLAVE: Juegos evolutivos, orden espontáneo, convención, cooperación, propiedad, bienes públicos

CLASIFICACIÓN JEL: C73, A13, H41

Fecha de recibido: 10 de marzo de 2009. **Aceptado y corregido** 17 de junio de 2009

Introducción

El estudio de las convenciones en la ciencia económica ha adquirido mayor importancia en los últimos años. Para ello, ha sido de especial relevancia la adopción de la teoría evolutiva de juegos desarrollada y aplicada originalmente en el ámbito de las ciencias biológicas a partir del trabajo J. Maynard Smith y sus colaboradores (1973, 1976 y 1982). Siguiendo a Peyton Young (1996), quizás lo sorprendente sea que el estudio de las convenciones haya tenido poca atención de los economistas, ya que las convenciones regulan mucho de la vida económica y social, reduciendo costos de transacción al resolver problemas de interacción que tienen múltiples equilibrios. Más aún, sin convenciones bien establecidas como posesión, propiedad o la moneda como medio de cambio, por ejemplo, las operaciones de mercado no serían posibles.

Uno de los economistas pioneros en el estudio de las convenciones es Robert Sugden. Sus primeros resultados, los cuales son estimados como los más importantes por el propio autor, fueron presentados en *The Economics of Rights, Cooperation and Welfare* (1986), en el que se apoya en desarrollos incipientes de la teoría de juegos evolutiva, cuyo refinamiento en las técnicas de análisis matemático ha progresado enormemente. En 2004 aparece una segunda edición de esta obra y el autor decide respetar la versión original y sólo comentar los resultados a la luz del actual refinamiento matemático. Esto parece una decisión acertada, pues el aporte fundamental de esta obra es, en mi opinión, destacar que el orden social se genera como un orden espontáneo —siguiendo a Hayek (1960, 1979)—, en el cual la solución de problemas de interacción pueden darse mediante cooperación, y mostrar a la teoría de juegos evolutivos como una

herramienta para modelar la conducta de los individuos como *actualmente* se presenta y no como *idealmente* se concibe para cumplir con axiomas de racionalidad. La racionalidad única y las soluciones únicas en la vida social corresponden, en palabras del autor, a un acto de fe.

El presente trabajo está organizado de la siguiente manera: primero se hace una revisión de la agenda de la teoría de juegos para ubicar en ella a la teoría evolutiva; en el segundo apartado se presentan los supuestos y conceptos básicos de los que parte el autor en el estudio de las convenciones para exponer en los siguientes apartados la modelación de las convenciones de propiedad y provisión de bienes públicos. Finalmente, se presentan las conclusiones.

1. El programa de la teoría de juegos clásico: Problemas fundamentales

La teoría de juegos clásica, particularmente la versión desarrollada hasta finales de la década de los ochenta, está construida sobre los supuestos de racionalidad perfecta y conocimiento común. El objetivo de la teoría es proponer soluciones para juegos. El juego se presenta como un objeto matemático, siendo el más simple el juego normal, definido en términos de jugadores, estrategias y utilidades. En la forma extensiva, los jugadores toman decisiones en puntos de un árbol, en tanto que conjuntos de información describen estados de conocimiento de los jugadores cuando toman decisiones. Algunas formulaciones de juegos permiten moverse entre estados de naturaleza, con o sin probabilidades objetivas o subjetivas asociadas. Para un juego específico, una solución es una combinación de estrategias, una por cada jugador. Un concepto de solución es una regla que aplica a todos los juegos de una clase general y que, para cada uno de esos juegos, toma una o más combinaciones de estrategias como la solución o soluciones.

El criterio para distinguir conceptos de solución aceptables de aquellos no aceptables no está claramente definido y desarrollar ese criterio es parte del programa clásico de teoría de juegos. Existe una aceptación general de que, en orden de ser aceptable, un concepto de solución debe ser compatible con el supuesto de que los jugadores son racionales y que su racionalidad es un asunto de conocimiento común entre ellos. Existe también la presunción de que si un concepto de solución ha de ser útil debe, en un juego típico, rechazar una proporción importante de posibles combinaciones de estrategias.¹

La desilusión con el programa clásico tiene su origen en dos problemas. El primero está dado por la selección del equilibrio. Muchos juegos que los economistas usan como modelos del mundo real tienen varios equilibrios Nash, y los supuestos de racionalidad y de conocimiento común no pueden resolver qué equilibrio se actualizará. Lo anterior se verifica particularmente en juegos repetidos, respecto de los cuales el Teorema de tradición oral (*Folk Theorem*) nos indica que debemos esperar un número extremadamente grande de equilibrios alternativos entre los cuales debemos escoger. El segundo problema, objeto del programa de refinamiento, consiste en encontrar un modelo coherente de lo que un jugador racional haría si estuviera en un punto del árbol de juego que de hecho no sería un punto alcanzado por un jugador racional. Es de advertir que la sola idea de identificar lo que un jugador haría en una contingencia que ocurriría sólo si no fuera racional tiene fuertes problemas conceptuales. El programa de refinamiento está lejos de resolver esos problemas fundamentales, generando sólo soluciones *ad hoc* soportadas por apelaciones casuales a la intuición.

¹ En este orden de ideas, el autor se refiere a las soluciones únicas como el Santo Grial. En sus palabras: "The Holy Grail is a solution concept which, for every game, picks out one and only one combination of strategies as the solution" (Sugden, 2001:115). En su opinión, Harsanyi y Selten (1988) se acercaron a este objetivo.

En ese contexto, la teoría de juegos evolutiva fue bien recibida porque ofrece una forma de escapar de esos dos problemas. Al introducir un proceso dinámico a la teoría de juegos, resulta racional la existencia de múltiples equilibrios y, al especificar ese proceso dinámico, es posible atacar el problema de la selección de equilibrios mediante nuevas formas, entre ellas, desarrollando definiciones de estabilidad —por las que se excluyen equilibrios inestables— y medidas de las zonas de atracción de los diferentes equilibrios, con las que se muestra qué equilibrio será mayormente observado. La teoría evolutiva de juegos no requiere la racionalidad en creencias de los individuos, y al relajar el supuesto de ideal racional, está en capacidad de retomar el camino que abandonó el programa de refinamiento.

El cambio hacia las teorías evolutivas en la teoría de juegos es uno mayor para la economía. En palabras del profesor Sugden:

The assumption of individual rationality has usually been interpreted as the most fundamental assumption of economics; to give it up is surely a huge step to take. That biology should be taken as the natural science on which to model economics is itself a major break with tradition. From the neoclassical revolution onwards, theoretical economics have taken *physics*, with its aim to explaining everything in terms of a few simple mathematical principles, as their inspiration. Biology is a much messier discipline; it deals with evolutionary processes that are path-dependent, subject to historical contingencies, and in many respects inherently unpredictable. (Sugden, 2001: 113)

Si bien, al formular su teoría del origen y establecimiento de las convenciones sociales, Sugden se apoya en el desarrollo hasta la primera mitad de los ochenta de la teoría de juegos evolutiva, ubica en el centro de su investigación el concepto de prominencia de Schelling (1960), quien al analizar el problema de selección de equilibrios mostró que, para jugadores

humanos reales, la selección de equilibrios depende de conceptos prominentes (*salience*) que permiten la convergencia de las expectativas de los individuos en un equilibrio particular o punto focal. Tales equilibrios constituyen lo que Hayek llamó *orden espontáneo* (Sugden 1989, 1993).

El objetivo de Sugden en *The Economics of Rights, Cooperation and Welfare* es explicar cómo las reglas que regulan las acciones humanas (convenciones) pueden evolucionar sin un diseño humano consciente, y pueden mantenerse sin ningún aparato formal que obligue a su observancia, estableciendo un vínculo entre esas reglas y la racionalidad, por una parte, y la moralidad por otra. No siempre el orden espontáneo así generado será benéfico, ni siempre habrá razones para preservarlo.

1.1 Convenciones en juegos de coordinación. Definiciones básicas

Un juego es una situación en la que un número de individuos o jugadores interactúan y en el que el resultado para cada uno depende no sólo de lo que éste elige, sino de lo que eligen los otros. Cada jugador puede elegir entre un conjunto de estrategias y a cada combinación posible de estrategias se le asigna claramente un resultado. La lista de posibles estrategias y resultados de combinaciones de estrategias se conoce como forma del juego o simplemente como un juego (G). Básicamente, un juego tiene un resultado simétrico si provee las mismas posibilidades para los jugadores.

Las estrategias no tienen valor en sí mismas, son medios, en tanto que los resultados son fines. El valor de un resultado para un individuo se mide mediante un índice de utilidad. La utilidad de un resultado constituye una medida de cuán deseado es éste por el individuo. Para los propósitos de la teoría de juegos, no importa por qué se desea un resultado, en particular, sostiene Sugden (2004:15), no es necesario equiparar utilidad con interés propio.

La explicación del surgimiento de convenciones a partir de la interacción de los individuos, tales como cumplimiento de promesas, propiedad, ayuda mutua o reciprocidad, que se encuentran en un amplio número de culturas y sociedades, se apoyan en modelos simples de juegos de interacción humana. Tales juegos tienen dos propiedades importantes: 1) se juegan de forma imparcial –justa– por ventajas pequeñas y, 2) se juegan de manera repetida. De estas propiedades resulta la hipótesis central de estos juegos: los jugadores pueden aprender por experiencia, esto es, los individuos tienden a adoptar aquellas estrategias que han probado ser más exitosas a lo largo de una secuencia de juegos. La intensidad de las preferencias se expresa en términos de preferencias sobre secuencias de resultados. En este aspecto, lo que importa es que los números que asignan el valor de utilidad de los resultados de un juego representen las preferencias de los jugadores sobre las secuencias de resultados.

En el modelo, siguiendo a Sugden (2004), se asume que el éxito de una estrategia sobre una secuencia de juegos se mide por la suma de utilidades generadas por los juegos que constituyen la secuencia. Este supuesto excluye la posibilidad de que un individuo se preocupe por el orden en el cual los resultados son experimentados. Fundamentalmente, este supuesto, que no se adopta como axioma de racionalidad sino como una simplificación de conductas plausibles en ciertos tipos de juegos, plantea que los resultados pueden ser evaluados independientemente unos de otros, y que se puede observar cuánto desea un jugador un resultado posible sin inquirir qué juego está siendo jugado en una secuencia, o qué resultados ocurrieron en juegos previos o pueden estar por ocurrir en futuros juegos. Asimismo, se adoptan como supuestos que un juego se realiza de manera repetida dentro de una comunidad en la que los individuos se encuentran por parejas de forma aleatoria, enfrentan la misma matriz de resultados y juegan de manera anónima.

En el esquema de juegos repetidos, un equilibrio estable se define como un estado en el que, dadas las estrategias de los demás jugadores, cada estrategia individual propia resulta mejor, o al menos tan buena, como cualquier otra que el jugador pudo haber adoptado. Los individuos experimentan ocasionalmente con otras estrategias, pero si estos experimentos nunca conducen a un cambio en los patrones de conducta, se está ante un equilibrio estable.

Una estrategia se define en términos generales como una lista o vector de probabilidades (p_1, \dots, p_{m-1}) , donde para cualquier i , p_i es la probabilidad de que el individuo relevante juegue la estrategia S_i en un juego aleatorio, que pertenece al conjunto $\{S_1, \dots, S_m\}$. Entonces, la utilidad esperada $E(I, J)$ se define como aquella derivada del juego por cualquier individuo en el cual éste juega la estrategia I y su oponente, la estrategia J . Se dice que I es la mejor respuesta para J si, para toda estrategia K del jugador, $E(I, J) \geq E(K, J)$, esto es, si ninguna estrategia es más exitosa que I contra jugadores que adoptan la estrategia J . Por tanto, si se tiene que la estrategia I presenta la siguiente propiedad:

$$\text{Para toda estrategia } J \text{ (pura o mixta), } E(I, I) \geq E(J, I) \quad (1)$$

entonces I es la mejor respuesta para sí misma, representa un equilibrio Nash. Si esta condición se observa en un juego simétrico, entonces, en una comunidad donde todos los individuos juegan la estrategia I , ningún individuo puede obtener ganancias cambiando a una diferente estrategia.

No obstante, esta condición sugiere que I no es la única mejor respuesta, toda vez que admite $E(I, I) = E(J, I)$. Entonces, puede ocurrir que una pequeña parte de la población juegue J en lugar de I , y exista una probabilidad pequeña de que se encuentre con otro jugador que haya adoptado J . Esta circunstancia se modela como una invasión y el cambio de estrategia se

presenta en la teoría con la posibilidad de cometer errores. Si los jugadores que se desvían obtienen un éxito menor que el resto de la población en el largo plazo, esto es, si el valor relativo de $E(I,J)$ es mayor que el de $E(J,J)$, se dice que la estrategia I es una no invadible ya que J no prosperará en la población. Así pues, si además de la propiedad (1) se observa la siguiente condición:

$$\begin{aligned} &\text{Para toda estrategia } J \text{ (pura o mixta) con } J \neq I, \\ &\text{si } E(I,I) = E(J,I), \text{ entonces } E(I,J) > E(J,J) \end{aligned} \quad (2)$$

la estrategia I no es invadible.

La teoría de juegos evolutiva inició con trabajos en el ámbito de la biología. En él, se denominó a la estrategia que cumple con las condiciones (1) y (2) como “estrategia evolutivamente estable” (EES), que ha sido nombrada en el ámbito de las ciencias sociales como “estrategia colectivamente estable” (Axelrod, 1981) o simplemente como equilibrio estable (Selten, 1980).

Un equilibrio estable puede definirse como una regla que se auto-confirma. Pero no todas las reglas que se auto-confirman son convenciones. En términos de Sugden (2004: 33), una regla que se auto-confirma puede ser considerada convención sí y solo si es posible concebir alguna otra regla diferente, que puede también auto-confirmarse, en el escenario en que una de ellas se ha establecido. En otras palabras, una convención es un equilibrio estable de un juego que tiene dos o más equilibrios estables. La concepción moderna de convención fue introducida por David Lewis (1969: 58), de la forma siguiente.

Una regularidad R en la conducta de los miembros de una población P cuando existen agentes en una situación recurrente S es una convención sí y

solo si es verdad que, y es conocimiento común en P que, en cualquier instancia de S entre los miembros de P ,

- 1) todos actúan conforme a R ;
- 2) todos esperan que cualquier otro actúe conforme a R ;
- 3) todos prefieren actuar conforme a R bajo la condición de que otros también lo hagan, en tanto que R es un problema de coordinación y la conformidad uniforme con R es un equilibrio de coordinación en S .

La propuesta de Sugden (2004) elimina como requisito que cada individuo desee que cada otro individuo siga la convención. No todas las convenciones establecidas en la sociedad son igualmente deseadas o vistas como benéficas por todos. La convención que reconoce la propiedad al primero que ejerce la posesión puede no ser deseada por quienes arriban después a un territorio, pero reconocen que aunque no les favorezca en una circunstancia, es mejor tener una convención que resuelva conflictos a no tenerla. Algunas convenciones pueden no actuar a favor del bien general, ni ser eficientes y, sin embargo, mantenerse. Lo anterior sugiere ignorar la lección del dilema del prisionero: aún cuando todos se encuentren mejor si todos siguen la regla que cuando ninguno la observa, seguir la regla no es necesariamente racional para ningún individuo. En caso contrario, si puede ser racional seguir una convención, sostener que todo juego tiene una solución única racional debe ser falso. Este es un argumento al que Sugden regresa una y otra vez, ya que el aspecto esencial de una convención es que es una de las varias posibles soluciones de un juego.

II. Propiedad

La propiedad se modela en un juego de división cuya idea básica es la siguiente: dos individuos entran en disputa por un recurso divisible. Si llegan a un arreglo de cómo dividirlo entre ellos se tendrá un saldo pacífico; si no hay un acuerdo, pelearán con resultados dramáticos para ambos.

La estructura formal del juego define a dos jugadores. Una estrategia es reclamar una proporción c del recurso, tal que $0 \leq c \leq 1$. Si los reclamos son compatibles, esto es, sumados son menores o iguales a 1, cada jugador toma exactamente lo que reclamó y gana una unidad de utilidad por cada unidad de recurso que toma. Si los reclamos son incompatibles, cada jugador pierde una unidad de utilidad esperada, representando el costo neto de pelear. Se asume que este juego se desarrolla de manera anónima y que los jugadores no reconocen asimetrías. Las estrategias pueden ser puras o mixtas y se considera que una estrategia contiene todos los reclamos a los que se asigna una probabilidad diferente de cero. Dos reclamos son complementarios si suman exactamente uno.

Considérense dos estrategias I y J , tales que J es la mejor respuesta para I . El resultado central es el siguiente: para cada reclamo contenido en J existe un reclamo complementario contenido en I . Sugden (2004) le llama el resultado complementario y muestra que se sostiene a partir del siguiente desarrollo.

Suponga que I no contiene reclamos en cierto rango, sea entre 0.2 y 0.4, y que un jugador, yo, se que I es la estrategia de mi oponente. Si se que el oponente no hará un reclamo entre 0.2 y 0.4, entonces, si voy a reclamar más de 0.6, claramente puedo reclamar al menos 0.8, ya que en este rango no hay nada que perder reclamando más que menos. De esta forma, cuando se juega contra una determinada estrategia I , los únicos reclamos que pueden resultar exitosos son aquellos que son complementarios de los reclamos contenidos en I .

Una implicación de este resultado es que la única estrategia pura que puede ser un equilibrio es $c = 0.5$. Es un equilibrio estable en tanto c es la única mejor respuesta para sí misma.

Es posible construir una estrategia mixta que constituya un equilibrio para cualesquiera dos reclamos complementarios c y $1 - c$, con $c < 0.5$. Sea la estrategia de reclamar c con probabilidad p y $1 - c$ con probabilidad $1 - p$. En contra de un oponente que juega esta estrategia, los únicos reclamos sensibles de presentar son c y $1 - c$. La utilidad esperada de reclamar c es c , y de reclamar $1 - c$ es $p(1 - c) - (1 - p)$. Estas utilidades esperadas serán iguales si $p = (1 + c)/(2 - c)$. Si c cae en el rango de $0 \leq c < 0.5$, p cae en el rango de $0.5 \leq p < 1$. Entonces, debe existir alguna probabilidad p que haga ambos reclamos igualmente exitosos, donde I constituye una mejor respuesta para sí misma, es decir, un equilibrio.

Dado que las únicas estrategias que son mejores respuestas para I son c y $1 - c$, la prueba de estabilidad de I solo requiere considerar cuándo puede ser invadida por alguna probabilidad mixta de los reclamos c y $1 - c$. Sea J una estrategia que usa una probabilidad mixta de los dos diferentes reclamos de los contenidos en I . J puede ser una mejor respuesta para I , pero I es una mejor respuesta que J , entonces J no puede invadir I . En una comunidad donde invariablemente se juega c y $1 - c$, si la proporción de jugadores que reclama c aumenta por encima de su equilibrio, $1 - c$ se convertirá en el mejor reclamo, y viceversa. Las desviaciones se auto-corrigien.

El juego de división tiene una familia de equilibrios estables, cada uno involucrando un par de diferentes reclamos complementarios c y $1 - c$ combinados en una probabilidad mixta particular, donde un equilibrio está dado para cada valor de c en el rango $0 \leq c \leq 0.5$. Un extremo es el equilibrio en el cual $c = 0.5$. Éste representa una regla auto-confirmada, una convención de igual división. En una comunidad en la cual esta convención es reconocida, todos saben qué esperar: la mitad del recurso en disputa. Las disputas se resolverán siempre sin pelea.

Otra posibilidad de equilibrio es $c = 0$. En este equilibrio se reclama 0 y 1 con probabilidad 0.5, las peleas serán comunes, una por cada cuatro juegos, y nadie gana nada por participar en el juego: la utilidad esperada de hacer cualquiera de los dos reclamos es cero. Una comunidad en este tipo de equilibrio se aproxima al estado de naturaleza Hobbesiano. Tal estado de cosas, una vez alcanzado tiende a perpetuarse. Todos lo preferirán si todos pueden reclamar la mitad del recurso, pero cuando nadie lo hace, cualquier individuo que lo intente solo se pondrá en peor situación.

Puede introducirse una asimetría en el juego, si se etiqueta a los jugadores: “A” y “B”. La clase de estrategias: “Si A, reclama c ; si B, reclama $1 - c$ ”, donde c toma valores en un rango de $0 \leq c \leq 1$. Para cualquier valor de c en este rango, ésta será la única estrategia de equilibrio estable. Detengámonos en este resultado.

Cualquier estrategia en un juego asimétrico puede descomponerse en la estrategia de A y la estrategia de B; un equilibrio consiste en una estrategia de A y una estrategia de B, cada una de las cuales es la mejor respuesta para la otra. Usando el resultado complementario, una estrategia A no puede ser una mejor respuesta a una estrategia B a menos que, para cada reclamo c contenido en la estrategia de A, exista un reclamo complementario $1 - c$ contenido en la estrategia de B, y viceversa. Entonces, si una estrategia A y una estrategia B son mejores respuestas una de otra, la estrategia de A deberá contener sólo algún conjunto de reclamos c_1, c_2, \dots y la estrategia B debe contener los reclamos complementarios $1 - c_1, 1 - c_2, \dots$

Sea I una estrategia de equilibrio en el juego asimétrico que contiene al menos dos pares de reclamos complementarios $(c_1, 1 - c_1)$ y $(c_2, 1 - c_2)$. Dado este supuesto, I es una mejor respuesta para sí misma. Esto implica que los reclamos de los jugadores A, c_1 y c_2 , son igualmente exitosos contra los

reclamos de los jugadores B, que se conoce siguen la estrategia I . Entonces, una estrategia J : “Si A, reclama c_1 con probabilidad 1, si B reclama $1 - c_1$ con probabilidad 1” será tan exitosa como I contra un oponente que juegue I . Pero J será la única mejor respuesta para sí misma, y mejor que I como respuesta a J . Entonces I puede ser invadida por J , quedando I como un equilibrio inestable y confirmándose que el único equilibrio estable está basado en un solo par de reclamos complementarios.

Sugden (2004) concluye que, probado que los jugadores reconocen cierta asimetría, jugar repetidamente el juego de división puede conducir a la evolución de alguna convención de asignación particular de proporciones de un recurso a cada jugador. La convención que evoluciona puede asignar la totalidad del recurso a un jugador, puede prescribir la igualdad de división, o una división no equitativa particular. Cualquiera que sea la convención, puede interpretarse como una regla de propiedad *de facto*.

II.1 Provisión de bienes públicos y el principio de cooperación

La provisión de bienes públicos se modela bajo el esquema siguiente: existen n jugadores, $n \geq 2$, que tienen como factibles dos estrategias: cooperar o desertar de aportar para la provisión de un bien público. Si r es el número de jugadores que cooperan, entonces si $r = 0$, nadie obtiene nada. Si $r > 0$, todo aquel que deserta obtiene v , y todo aquel que aporta obtiene $v - c_r$, donde v expresa el beneficio que se deriva del bien público y c_r el costo de oportunidad en que incurre cada voluntario de distraer recursos de proyectos propios cuando r cooperan. Se asume que $v > c_n$, de forma tal que el resultado cuando todos cooperan es preferido al resultado cuando todos desertan, y que $c_1 > 2c_2 > \dots > nc_n > 0$, por lo que entre mayor sea el número de voluntarios, más eficiente es la provisión. Asimismo, se define un número m que representa el tamaño del grupo más pequeño de jugadores que se pueden beneficiar del arreglo de cooperación mutua en el caso de

que el resto de los jugadores deserten. Si $v > c_1$, $m = 1$, de otra forma m es tal que $c_{m-1} > v > c_m$.

Si $m = n$, ello implica que nadie puede, de manera realista, pretender ser un “parásito”, porque en ese caso si se sabe que un jugador desertará con seguridad, no estará en el interés de los otros cooperar. Si $m < n$ es factible para un jugador desertar y esperar que los demás cooperen.

En el juego extendido de dos personas, $n = 2$ y $m = 1$, jugado repetida y anónimamente en una población, en cada juego se seleccionan n jugadores en forma aleatoria, se asume cierta asimetría en los roles de los participantes, de forma tal que se distingue entre el jugador tipo A y el tipo B. Se asume también que el número de jugadores A es constante e igual a q , donde $m \leq q \leq n$, por lo que se incluye el caso límite en el que todos los jugadores son del tipo A. Finalmente, después de cada etapa jugada existe una probabilidad $1 - \pi$ de que el juego termine.

La estrategia “deserta en cada etapa del juego cualquiera sea tu rol en el juego, A o B”, será un equilibrio estable probado que $c_1 > v$.

Una estrategia de reciprocidad, R, es una tal que establece: “Si eres un jugador B, deserta en cada etapa, si eres un jugador A, coopera probado que todos los jugadores tipo A mantienen buena reputación. También coopera si perdiste buena reputación. En otro caso, deserta.” R será un equilibrio estable probado que π se aproxima lo suficiente a uno, esto es, que la probabilidad de que el juego termine es pequeña.

Asumamos que se está en la etapa i del juego, y que la probabilidad de cometer errores es tan pequeña, que puede ser ignorada. El jugador B sabe

que al menos un jugador A cooperará en esa etapa, por lo que su mejor respuesta es desertar.

Supongamos ahora que sólo hay un jugador tipo A, $q = 1$, que sabe que cualquier estrategia que elija, los demás desertarán. Dado el supuesto $q \geq m$, es evidente que $m = 1$, o bien, que $v > c_1$. Entonces, la mejor respuesta en la etapa i del juego es cooperar.

Si existe más de un jugador tipo A, los casos posibles son cuatro:

- a. El jugador y todos los jugadores tipo A gozan de buena reputación.
- b. El jugador no tiene buena reputación pero todos los demás jugadores tipo A, sí.
- c. El jugador no goza de buena reputación pero al menos otro de los demás jugadores A, tampoco.
- d. El jugador tiene buena reputación, pero al menos uno de los jugadores A, no.

En el caso 1, el jugador A y los demás cooperarán en la etapa i , y replicarán en las etapas subsecuentes, cualquiera que haya sido el movimiento último.

Cooperar será la mejor estrategia dado $\pi > \max \left[\frac{c_q}{v}, \frac{c_q}{c_1 - c_q} \right]$, cuando π está

suficientemente cerca de uno.

En el caso 2, los demás jugadores A elegirán desertar en la etapa i , y después replicarán el movimiento del jugador. Si el juego tiene escasa probabilidad de concluir, cooperar será la mejor respuesta si

$$\pi = c_1 - v/c_1 - q.$$

En el caso 3, si A elegirá cooperar en el periodo $i + 1$, para recuperar su reputación, cooperará en i dado $\pi = c_s / (c_1 - c_q)$, con s igual al número de jugadores A que no tiene buena reputación y π muy cerca de uno.

En el caso 4, el jugador sabe que el otro jugador A deberá cooperar para recuperar su reputación, que el primer jugador A no perderá cualquiera sea la estrategia que elija, por lo que desertar es la mejor respuesta para él. Entonces, tenemos R es una mejor respuesta para sí misma, es un equilibrio.

Cuando se provee un bien que beneficia a todos, incluyendo a quienes no contribuyen a él, el esquema de cooperación es difícil de sostener en la medida en que el número de la población es muy grande y si el único interés involucrado es el propio. Se trataría de un equilibrio frágil o inestable.

Esa condición de fragilidad cambia cuando al interés propio se suma algún sentido de obligación moral, *commitment* en términos de Sen (1977). Sugden explica la adopción de cierta moralidad a partir de la disposición en la conducta de las personas a evitar resentimientos en su contra, así como de la reciprocidad basada en la idea de que “si yo te beneficio a ti, tengo el derecho de demandar que me beneficies en contrapartida”.

El principio de cooperación propuesto por el autor establece lo siguiente:

“Sea R cualquier estrategia que puede ser elegida en un juego que es realizado repetidamente en una comunidad. Sea esta una estrategia tal que si cualquier individuo sigue R, está en el interés de sus oponentes hacerlo también. Entonces, cada individuo tiene una obligación moral de seguir R, probado que los demás hacen lo mismo”. (Sugden, 2004: 177)

La intuición moral detrás de este principio es que, en un caso determinado, tengo un reclamo legítimo contra ti. Por ello, la moral en torno a las convenciones es una de cooperación y derechos: si todos en mi comunidad siguen R, estoy obligado a seguirla, y esta obligación nace de mi relación con los demás. Estoy obligado a beneficiarlos porque ellos me benefician. Mi obligación es con personas específicas.

Esto es muy distinto de la suerte de obligación impuesta por una moral maximizadora del bienestar social o “maximizadora de la felicidad del mundo”, cuyas obligaciones no son dirigidas a nadie en particular.

La cooperación se abre paso en las comunidades, se arraiga en ellas y este principio las explica como equilibrio estable, una convención con cierto peso moral.

III. Conclusiones

El análisis de las convenciones como un orden espontáneo, a partir de juegos repetidos muestra que si las personas pueden coordinar su conducta, sin comunicarse entre ellos, están haciendo uso, consciente o inconscientemente, de algún conjunto de ideas que tienen en común a partir de la experiencia, o bien, en términos de P. Young (1993, 1998), de la acumulación de precedentes.

Ese conjunto de ideas dan lugar a nociones de prominencia. Las convenciones constituyen puntos focales para la coordinación en procesos de interacción sociales. En este sentido, el ideal racional pero completamente desprovisto de experiencia de los jugadores de la teoría clásica de juegos, se encontrarían sin datos suficientes para determinar qué hacer.

Como contrapunto, las convenciones no se entenderían si se usa como punto de partida la teoría de juegos clásica, con individuos perfectamente

racionales en interacciones únicas. Relajar los requerimientos de racionalidad, dar espacio a la acumulación de experiencia en juegos repetidos hacen de la teoría de juegos evolucionista una herramienta fructífera para modelar las convenciones como reglas auto-confirmadas. No obstante, no toda regla auto-confirmada es una convención. Lo es, aquella que se establece probado que existen otras reglas auto-confirmadas. Una convención es un equilibrio estable de un juego que tiene más de dos equilibrios estables. Esto permite, igualmente, mostrar la transición de una convención a otra.

Una implicación importante de este proceso es que las convenciones que pueden ser evolutivamente estables no necesariamente son eficientes en sentido de Pareto. Si las convenciones fueran resultado de una elección basada en la deliberación colectiva, éste no sería un resultado posible, pero en esta perspectiva, las convenciones no se eligen, evolucionan. Por ello, resulta de particular importancia cómo empiezan a evolucionar, ya que una vez que este proceso ha comenzado, esto es, que una mayoría significativa sigue una convención en lugar de alguna otra, el proceso de auto-reforzamiento ha comenzado y se establecerán aquellas convenciones que con mayor rapidez “echen raíces” en un espacio social libre. Serán más exitosas, aquellas convenciones que sean susceptibles de constituir referentes por analogía, o bien, que exploten las asimetrías implícitas en un juego.

Finalmente, una referencia al contenido implícito de moralidad de las convenciones. Una vez que las convenciones se han establecido, las personas pueden empezar a creer que deben actuar en ciertas formas que mantienen estos patrones. Entonces, las convenciones se convierten en normas. Siguiendo a Hume, Sugden (2000) propone que el mecanismo mediante el cual opera esta transformación es el deseo humano de obtener la aprobación de los otros, algo natural en animales sociales. Dentro de este deseo se

encuentra también el evitar el resentimiento de los otros. Si se está en disposición de aceptar esta idea, se estaría de acuerdo también con Hayek, en que los regímenes económicos y sociales deben ser juzgados dentro de los propios sistemas, y no por observadores imparciales que pretendidamente se ubican fuera de ellos. La teoría de las convenciones, entonces, abre caminos a la crítica a la teoría ortodoxa de bienestar, como brevemente se apuntó en el apartado precedente.

El estudio de las convenciones también abre diversos caminos para reencauzar el estudio de la economía de las relaciones “entre cosas” a las relaciones entre personas, a la economía como la ciencia de la interacción humana para el intercambio y la producción, y con ello dar otra dimensión al problema distributivo, por ejemplo. Esta es una línea de investigación que forma parte de la agenda de destacados teóricos como Ken Binmore (1994/1998) y Peyton Young (1998), quienes reconocen la aportación del profesor Robert Sugden, y que está abierta a todos los estudiosos de la economía 📖

Bibliografía

- Axelrod, R. (1981):** “The emergence of cooperation among egoists”, *American Political Science Review*, 75, 306 - 318.
- Binmore, Ken (1994 & 1998):** *Game Theory and the Social Contract Vol I: Playing Fair* y *Vol. II: Just Playing*, MIT Press, Cambridge MA.
- Harsanyi, J. & R. Selten (1988)** *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*, MIT Press, Cambridge MA.
- Hayek, Friedrich (1960)** *The Constitution of Liberty*, Routledge and Kegan Paul, Londres.
- _____ (1979) *Law, Legislation and Liberty*, Routledge and Kegan Paul, Londres
- Lewis, D. K. (1969):** *Convention. A Philosophical Study*, Harvard University Press, Cambridge.

- Maynard Smith, J. (1982) *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Maynard Smith, J. & G. Parker (1976): "The logic of asymmetric contests", *Animal Behavior*, 24, 159 - 175.
- Maynard Smith, J. & G. R. Price (1973): "The logic of animal conflicts", *Nature*, 246, 15 - 18.
- Shelling, Thomas (1960) *The Strategy of Conflict*, Harvard University Press, Cambridge MA.
- Selten, Reinhard (1980): "A note on evolutionarily stable strategies in asymmetric animal conflicts", *Journal of Theoretical Biology*, 84, 93 - 101.
- Sen, Amartya (1977): "Rational fools: a critique of the behavioral foundations of economic theory", *Philosophy and Public Affairs*, 6, 317 - 344.
- Sugden, Robert (1989): "Spontaneous Order", *Journal of Economic Perspectives*, 3 (4), 85 - 97.
- _____ (1993): "Normative judgements and spontaneous order: The contractarian element in Hayek's thought", *Constitutional Political Economy*, 4 (3), 393 - 424.
- _____ (1995): "The coexistence of conventions", *Journal of Economic Behavior and Organization*, 28, 241 - 256.
- _____ (2000): "The motivating power of expectations" en Julian Nida Rüemeling y Wolfgang Spohn, *Rationality, Rules and Structure*, Kluwer Academia Publishers, Holanda.
- _____ (2001): "The evolutionary turn in game theory", *Journal of Economic Methodology*, 8 (1), 113 - 130.
- _____ (2004) *The Economics of Rights, Cooperation and Welfare*, 2a edición, Palgrave Macmillan, G.B; primera edición, 1986, Blackwell Publishers.
- Young, Peyton (1993): "The evolution of conventions", *Econometrica*, 61 (1), 57 - 84.

- _____ (1996): "The economics of convention", *Journal of Economic Perspectives*, 10 (2), 105 - 122.
- _____ (1998) *Individual Strategy and Social Structure*, Princeton University Press, New Jersey.

Gobierno, cambio tecnológico y difusión tecnológica

Salvador Rivas Aceves*

Francisco Venegas Martínez**

Juan Froilán Martínez Pérez***

Resumen

En el presente trabajo se analiza la participación del gobierno como promotor del cambio tecnológico. Se examinan los efectos de dicha participación en la productividad marginal de los factores mediante la generación de nuevas tecnologías y el incremento en el capital humano. En un modelo de crecimiento endógeno se determina la tasa de crecimiento económico de equilibrio y se obtiene el nivel óptimo de gasto del gobierno que maximiza el bienestar de los agentes. Asimismo, se evalúan los impactos en el bienestar económico por shocks en precios, salarios y gasto público. Por último, se analizan los efectos de la difusión tecnológica sobre el capital humano y el crecimiento económico.

Abstract

This paper analyzes the government involvement as a promoter of technological change. The effects of this behavior on the marginal productivity of the factors, either by generating new technologies or increasing human capital, are examined. In a model of endogenous growth, the rate of economic growth in equilibrium, and the optimal government spending that maximizes economic welfare are determined. Also, the impacts on economic welfare from shocks in prices, wages, and government spending are assessed. Finally, the impact on human capital and growth from technological diffusion are analyzed.

* UAM-Azcapotzalco,
Departamento de
Economía
rivas.salvador@gmail
.com

** IPN, Escuela
Superior de
Economía
fvenegas@ipn.mx

***UAM-
Azcapotzalco,
Departamento de
Economía
mpjjster@gmail.com

PALABRAS CLAVE: crecimiento endógeno, gasto de gobierno, cambio tecnológico, capital humano, difusión tecnológica, salarios

CLASIFICACIÓN JEL: O33, O38, J24, J3

Recibido el 11 de abril de 2009. Revisado y aceptado el 20 de agosto de 2009

Introducción

Uno de los principales factores que influyen en el crecimiento económico es el cambio tecnológico. Este cambio usualmente se presenta como el resultado de las actividades realizadas por las empresas en investigación y desarrollo. Sin embargo, en muchas ocasiones, sobre todo en los países desarrollados, existe otro agente que contribuye en las actividades antes mencionadas; el gobierno, el cual destina recursos a la investigación con el propósito de contribuir al desarrollo tecnológico, generando así mejores condiciones estructurales, económicas y sociales, que se pueden traducir en crecimiento y desarrollo social de largo plazo. En este sentido, la participación del gobierno puede verse como un subsidio a la innovación a través de programas que fomentan las actividades de investigación y desarrollo en las empresas, o bien como un gasto directo en generación tecnológica a través de organismos públicos, como en el caso de la “National Aeronautics and Space Administration” (NASA) en los Estados Unidos de Norteamérica.

Muchos gobiernos utilizan una proporción considerable del gasto gubernamental en investigación y desarrollo tecnológico, como complemento a la inversión del sector privado, para generar un cambio en las condiciones tecnológicas al interior de la economía. En el siguiente cuadro se presenta el nivel de gasto, como porcentaje del Producto Interno Bruto (PIB) en investigación y desarrollo tecnológico que destinan algunos países desarrollados.

Cuadro 1
Gasto en investigación y desarrollo como porcentaje del PIB

Año	Dinamarca	Alemania	Francia	Austria	Finlandia	Suecia	USA	Japón
1996	1.84	2.19	2.27	1.59	2.52	3.45	2.53	2.81
1997	1.92	2.24	2.19	1.69	2.70	3.47	2.56	2.87
1998	2.04	2.27	2.14	1.77	2.86	3.55	2.61	3.00
1999	2.18	2.40	2.16	1.88	3.16	3.57	2.65	3.02
2000	2.24	2.45	2.15	1.91	3.34	3.86	2.73	3.04
2001	2.39	2.46	2.20	2.04	3.30	4.18	2.74	3.12
2002	2.51	2.49	2.23	2.12	3.36	3.91	2.64	3.17
2003	2.58	2.52	2.17	2.23	3.43	3.86	2.67	3.20
2004	2.48	2.49	2.15	2.22	3.45	3.62	2.67	3.25
2005	2.45	2.48	2.13	2.41	3.48	3.80	2.65	3.29
2006	2.43	2.51	2.12	2.45	3.45	3.73	2.70	3.34
Promedio	2.28	2.41	2.17	2.03	3.19	3.73	2.65	3.10

Fuente: Eurostat 2008, indicadores GERD (Gross Expenditure in Research and Development)

El cuadro 1 muestra que en países como Suecia y Finlandia se destinan montos considerables de recursos en actividades de investigación y desarrollo tecnológico. Suecia en el 2006 destinó el 3.73 por ciento de su PIB, lo que equivale a 11.81 billones de dólares de acuerdo con cifras de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE 2008). Por su parte, Finlandia destinó 5.9 billones de dólares, es decir, el 3.45 por ciento de su PIB. De los montos de inversión, destinados a la investigación y desarrollo tecnológico, una parte es financiada directamente por el gobierno. El siguiente cuadro muestra la tendencia de los países avanzados en la participación del gobierno en dicho gasto en investigación y desarrollo.

Cuadro 2
Gasto en investigación y desarrollo por fuente de recursos
porcentaje financiado por el gobierno

Año	Dinamarca	Alemania	Francia	Austria	Finlandia	Suecia	USA	Japón
1996	35.7	38.1	41.5	43.2	31.2	26.4	33.2	18.7
1997	36.1	35.9	38.8	41.0	30.9	25.8	31.5	18.2
1998	33.8	34.8	37.3	37.8	30.0	24.9	30.1	19.3
1999	31.2	32.1	36.9	38.9	29.2	24.5	28.4	19.6
2000	32.5	31.4	38.7	38.0	26.2	21.3	25.8	19.6
2001	28.2	31.4	36.9	38.3	25.5	22.4	27.5	18.6
2002	27.6	31.6	38.8	33.6	26.1	23.5	30.3	18.2
2003	27.1	31.2	39.0	34.4	25.7	23.5	30.4	17.7
2004	27.4	30.5	37.0	32.6	26.3	23.5	31.4	17.3
2005	27.6	28.4	38.2	36.5	25.7	24.6	32.5	17.9
2006	28.3	29.5	39.0	36.6	25.1	26.2	31.7	18.3
Promedio	30.5	32.3	38.4	37.4	27.4	24.2	30.3	18.5

Fuente: Eurostat 2008, indicadores GERD (Gross Expenditure in Research and Development)

Observe que en Suecia el 26.2 por ciento del monto total de inversión en investigación y desarrollo tecnológico fue financiado por el gobierno, mientras que el 25.1 por ciento fue financiado por el gobierno finlandés. Lo anterior equivale a 3.07 y 1.5 billones de dólares destinados por Suecia y Finlandia, respectivamente, a dicho rubro. En términos generales, se observa que la participación del gobierno está entre el 30 por ciento y 40 por ciento para las economías del cuadro 2, a excepción de Japón en donde dicha proporción es menor. El PIB de Japón, en 2006, fue de 4,077.8 billones de dólares y el gobierno destinó 24.93 billones de dólares en investigación y desarrollo tecnológico en ese año. Claramente se observa que para las economías avanzadas es una actividad relevante destinar recursos a la generación de tecnología.

Se observa también que existen países en donde la participación del gobierno en este rubro es mucho mayor, ya que el sector privado destina

muy pocos recursos a dichas actividades, tal y como lo muestra el siguiente cuadro:

Cuadro 3
Gasto en investigación y desarrollo

Año	Bulgaria		Chipre		Polonia		Portugal	
	*	**	*	**	*	**	*	**
1996	0.52	35.1	0.18	75.2	0.65	57.8	0.57	66.9
1997	0.51	67.8	0.20	74.6	0.65	61.7	0.59	68.2
1998	0.57	69.7	0.22	68.5	0.67	59.0	0.65	69.1
1999	0.57	69.7	0.23	66.5	0.69	58.5	0.71	69.7
2000	0.52	69.2	0.24	61.6	0.64	66.5	0.76	64.8
2001	0.47	66.2	0.25	60.1	0.56	64.8	0.80	61.0
2002	0.49	69.8	0.30	64.1	0.54	61.9	0.76	60.5
2003	0.50	66.9	0.35	67.0	0.56	62.7	0.74	60.1
2004	0.50	65.8	0.37	68.3	0.57	61.7	0.77	57.5
2005	0.49	67.2	0.40	69.4	0.56	57.7	0.81	55.2
2006	0.48	68.5	0.42	68.8	0.55	57.5	0.85	54.3
Promedio	0.51	65.08	0.29	67.65	0.60	60.89	0.73	62.48
* Proporción del PIB ** Porcentaje Financiado por el Gobierno								

Fuente: Eurostat 2008, indicadores GERD (Gross Expenditure in Research and Development)

El cuadro 3 destaca que, para el grupo de países en cuestión, el porcentaje de financiamiento proveniente del gobierno oscila entre el 50 por ciento y el 75 por ciento, lo cual muestra que la sustitución del sector público en las actividades de investigación y desarrollo de las empresas.

Asimismo, en lo que se refiere al capital humano, la inversión en conocimiento resulta ser primordial para poder aplicar las nuevas tecnologías, como se muestra a continuación:

Cuadro 4
Inversión en conocimiento como porcentaje del PIB

Año	Dinamarca	Alemania	Francia	Finlandia	Suecia	USA	Japón
1997	3.8	3.5	3.9	5.2	5.6	5.6	4.1
1998	4.5	3.6	3.9	5.3	5.8	5.9	4.4
1999	4.7	3.7	4.1	5.5	6.2	6.1	4.5
2000	4.7	3.8	4.1	5.7	6.5	6.3	4.6
2001	5.1	3.8	4.2	5.8	6.9	6.5	4.8
2002	5.3	3.8	4.1	5.9	6.7	6.4	4.9
2003	5.1	3.9	4.3	5.9	6.4	6.5	5.1
2004	5.4	3.9	4.3	6.3	6.6	6.6	5.3
Promedio	4.8	3.8	4.1	5.7	6.3	6.2	4.7

Fuente: Statistical Profile by Country OCDE 2008.

Como se puede apreciar en el cuadro 4, el porcentaje del PIB destinado a la inversión en conocimiento es mayor que el porcentaje del PIB destinado a la investigación y desarrollo.

Infortunadamente, hasta ahora, se encuentran en la literatura especializada muy pocas investigaciones que puedan proporcionar una explicación coherente del papel que desempeña el gobierno en la generación del cambio tecnológico. La gran mayoría de los análisis teóricos existentes suponen que el cambio tecnológico sólo se puede dar de manera exclusiva por las empresas a través de actividades de investigación y desarrollo. En este respecto, el progreso tecnológico y su efecto sobre el crecimiento fueron estudiados, por primera vez, por Harrod (1939) mediante la introducción de una función de producción con producto marginal del capital constante. Otro desarrollo pionero que introduce al conocimiento como causa del cambio tecnológico fue elaborado por Arrow (1962) a través de la idea del *learning-*

by-doing. Por otro lado, las primeras aportaciones del crecimiento endógeno con cambio tecnológico se deben a Romer (1986) y Lucas (1988), en donde se concibe el cambio tecnológico como un proceso que explica las modificaciones en las condiciones de producción de las firmas en función de cambios cualitativos o cuantitativos de los insumos, tales como el stock de conocimiento, el capital humano o el trabajo calificado. De manera adicional, Romer (1990) muestra que con un solo sector con cambio tecnológico de tipo endógeno, la tasa de cambio tecnológico es sensible a la tasa de interés. Al respecto, el subsidio a la acumulación del capital físico tiene un efecto muy pobre sobre la investigación.

Una vez que el cambio tecnológico ha ocurrido al interior de una economía, el proceso de difusión tecnológica hacia otra economía menos avanzada, tecnológicamente hablando, fue estudiado por primera vez por Nelson y Phelps (1966). Ellos muestran que la tasa de rendimiento de la educación en el capital humano es mayor cuando se da un progreso tecnológico importante al interior de la economía. En particular, el capital humano puede ser mayor si el nivel tecnológico es dinámico. Por su parte, Rivera-Batiz y Romer (1991) encuentran que una economía desarrollada cuando actúa como locomotora, vía el progreso tecnológico, puede incrementar la tasa de crecimiento económico del resto del mundo. Por último, Barro y Sala-i-Martin (1997) argumentan que la tasa de crecimiento económico mundial está determinada por los descubrimientos tecnológicos realizados por las economías líderes. En estos estudios, el cambio tecnológico proviene de la empresa.

En cuanto a la participación del gobierno en actividades que promueven el crecimiento, distintas a la promoción del cambio tecnológico, se encuentran en la literatura un sinnúmero de investigaciones, entre las que destacan, por ejemplo, Turnovsky (1993) quien muestra que el crecimiento es mayor si el riesgo asociado a la política monetaria es acompañado por una inflación pequeña. Por su parte, Benavie, Grinols y Turnovsky (1996) estudian el papel

de los costos de ajuste en un modelo de crecimiento de tres etapas. La primera sin gobierno, la segunda con un gobierno que persigue un presupuesto equilibrado y, por último, con gobierno que escoge sus tasas impositivas y el nivel de gasto de manera independiente. En el trabajo de Benavie, Grinols y Turnovsky, la inversión por parte de las firmas está determinada por la q de Tobin, la cual depende de la política fiscal. En ausencia de gobierno las variaciones en la productividad reducen el crecimiento. En este caso, cuando se considera al gobierno, un incremento en el impuesto al ingreso reduce el crecimiento y un incremento en el gasto de gobierno no tiene efecto sobre el crecimiento. Asimismo, Chartterjee, Sakoulis y Turnovsky (2002) analizan el proceso de desarrollo asistido por transferencias públicas de capital que estimulan la acumulación de capital privado y el crecimiento. La inversión pública en infraestructura es financiada por el gasto de gobierno. Se concluye que las transferencias sujetas al sector público generan una mayor dinámica de crecimiento sólo si los impuestos y el nivel de gasto gubernamental son óptimos. En este caso, el efecto sobre la tasa de crecimiento de largo plazo depende del tamaño de la infraestructura de la economía.

Por último, Easterly *et al.* (1994) encuentran que a través de un modelo de adopción tecnológica en donde hay acumulación de capital humano y progreso tecnológico, los subsidios a la acumulación de capital humano y a la adopción de nuevas tecnologías incrementan la tasa de crecimiento económico. De manera similar, Ludvigson (1996) muestra que el progreso tecnológico sólo se da a través de un aumento en la productividad laboral. Concluye que la inversión, el consumo y el producto responden positivamente ante cortes en el financiamiento gubernamental por medio de impuestos al ingreso. El impacto del gasto gubernamental depende de la forma en la cual dicho gasto es financiado, ya sea a través de impuestos o déficit financiero, en cuyo caso la participación del gobierno sólo está en función de la política económica.

En lo que se refiere al gasto del gobierno como un argumento de la función de producción, Barro (1990), Barro y Sala-i-Martin (1992), Futagami-Morita-Shibata (1993), Glomm y Ravikumar (1994), Cazzavillan (1996) y Turnovsky (1996) analizan el impacto que éste tiene sobre la capacidad productiva de la economía. Por último, Gokan (2007) encuentra que si los bienes públicos incrementan la productividad del capital privado en una economía con crecimiento endógeno, entonces la tasa de crecimiento aumenta cuando aumenta el gasto.

La presente investigación, a través de un modelo de crecimiento endógeno, examina el efecto que tiene la participación del gobierno como promotor del cambio tecnológico a través del gasto gubernamental para mejorar las condiciones de producción, lo que se traduce en un aumento en la productividad marginal de los factores; lo anterior, a través de la generación de nuevas tecnologías y al aumento del capital humano. Asimismo, se mide el impacto sobre el bienestar económico por shocks en precios, salarios y gasto aplicado tanto al desarrollo tecnológico como a la capacitación laboral y se examina el efecto sobre la tasa de crecimiento de la difusión tecnológica hacia economías menos avanzadas.

La organización del presente trabajo es de la siguiente forma. En la sección 2 se establece la estructura básica de la economía. Posteriormente, en la sección 3 se introduce el papel del gobierno como agente promotor del cambio tecnológico a través de las actividades ya mencionadas. En la sección 4 se analizan los efectos sobre el bienestar económico de un shock en el gasto público y se determina el nivel óptimo de gasto que maximiza el bienestar. A través la sección 5 se estudia el efecto de la difusión tecnológica sobre el crecimiento hacia economías menos avanzadas. Por último, en la sección 6 se presentan las conclusiones y limitaciones del modelo propuesto y se establece la agenda pendiente de investigación.

1. *La Economía inicial*

Considere una economía en la que los agentes económicos tienen vida infinita. Los agentes poseen dotaciones iniciales y preferencias idénticas y tienen acceso a la misma tecnología para producir un mismo bien de carácter perecedero. La economía se supone cerrada, por lo que no existen relaciones de intercambio con otras economías. Los consumidores buscan la máxima satisfacción posible entre combinaciones de consumo y ocio. De esta forma, el valor presente de la utilidad total de los individuos está dada por:

$$U = \int_0^{\infty} u(c, l) e^{-\rho t} dt \quad (1)$$

en donde c es el consumo *per capita*, l es el ocio *per capita* y ρ es la tasa subjetiva de descuento. Este último parámetro mide qué tan ansioso está un individuo por el consumo presente. Para simplificar la notación se omitirán los subíndices t , que indican dependencia del tiempo, en las variables. De esta manera, el lector deberá tener presente que se trata de variables que dependen del tiempo en todo momento. Se propone la siguiente función de utilidad (satisfacción o felicidad) del consumidor representativo es del tipo:

$$u = \beta \ln c + \delta \ln l \quad (2)$$

en donde β y δ son parámetros positivos con $\beta + \delta = 1$, estos parámetros ponderan la satisfacción que proporcionan el consumo y el ocio. Esta especificación presenta utilidades marginales positivas pero decrecientes tanto para el consumo como para el ocio. Suponga también, que el individuo representativo es propietario de la empresa en la cual se produce el bien genérico de consumo.

Suponga también que todos los agentes enfrentan las mismas condiciones de producción representadas por:

$$f(k; \eta) = Ak\eta \quad (3)$$

en donde $A > 0$ es el producto marginal del capital y expresa el nivel tecnológico existente en la economía, k es el capital físico utilizado en el proceso de producción y η es el número de horas que un individuo calificado destina al trabajo. Al normalizar a la unidad el total de horas biológicamente disponibles por un ser humano, se tiene que:

$$1 = l + \eta \quad (4)$$

Equivalentemente,

$$1 - l = \eta \quad (4')$$

Por lo tanto, el productor tiene como insumos al capital físico necesario para la producción del bien y las horas que el trabajador proporciona, utilizadas en el manejo del capital físico. En consecuencia, el individuo es dueño de la empresa y al mismo tiempo destina horas de trabajo en ella. Es importante señalar que el modelo “ Ak ”, utilizado por Harrod (1939) y por Rebelo (1991), proviene de la función de producción Cobb-Douglas, es decir, $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ y dado que los rendimientos a escala son constantes se puede obtener el producto en términos *per capita* al dividir toda la expresión entre L , obteniendo así dicho modelo. Esta simplificación permite analizar los efectos del lado del capital dejando constante la parte del trabajo, sin embargo no significa que sólo se tenga como insumo al capital físico. La función de producción representada por (3) sigue esta misma lógica, y de manera adicional supone que es necesario una cantidad de trabajo capaz de manejar el capital físico de manera más eficiente, es decir, con un nivel de

habilidad mayor. Debido a que el individuo asume los roles de consumidor y productor al mismo tiempo, la restricción presupuestal del consumidor se puede expresar como:

$$k_0 = \int_0^{\infty} pc e^{-(A\eta)t} dt + \int_0^{\infty} w\eta e^{-(A\eta)t} dt \quad (5)$$

en donde p es el precio del bien de consumo y w es el salario que se paga al trabajador. El problema de optimización resultante está determinado por (1), (4') y (5), del cual resultan las siguientes condiciones de primer orden (véase el Apéndice A):

$$\frac{\beta}{pc} = \lambda \quad (6)$$

$$\frac{-\delta}{wl} = \lambda \quad (7)$$

$$\dot{k} = Ak\eta - pc - w\eta \quad (8)$$

$$A\eta\lambda = -\dot{\lambda} + \rho\lambda \quad (9)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ke^{-(A\eta)t} = 0 \quad (10)$$

El equilibrio macroeconómico compuesto por los niveles de consumo, ocio, trabajo, capital, producto y la tasa de crecimiento de la economía son, respectivamente:

$$c = \frac{\beta(k_0\rho - w)}{p} \quad (11)$$

$$l = \frac{\delta(k_0\rho - w)}{w} \quad (12)$$

$$\eta = 1 - \frac{\delta(k_0 \rho - w)}{w} \quad (13)$$

$$k = k_0 \quad (14)$$

$$y = A k_0 \left(1 - \frac{\delta(k_0 \rho - w)}{w} \right) \quad (15)$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = A\eta - \rho \equiv \psi \quad (16)$$

en donde k_0 es el capital inicial. Se puede observar que el consumo depende de las preferencias de los individuos, del capital inicial con que cuenta el aparato productivo, del precio del bien de consumo y del salario. Por lo tanto, un aumento en el precio del bien disminuye el nivel de consumo, mientras que un mayor capital inicial o un aumento en la ansiedad por el consumo presente, incrementa el nivel de consumo. Por otra parte, el nivel del ocio depende de manera inversa del salario, y de manera directa del capital inicial y de las preferencias de los individuos. Un incremento en el salario disminuye el ocio y, por lo tanto, aumentan la cantidad de trabajo, al aumentar la cantidad de trabajo también lo hace el nivel de producto. Por último, la tasa de crecimiento balanceado de la economía depende del nivel tecnológico existente, de la cantidad de horas de trabajo involucradas en el proceso de producción y de las preferencias de los individuos. Si se cumple que $A\eta > \rho$, entonces se tendrá crecimiento; en caso contrario habrá decrecimiento. La ecuación (16) muestra que una economía con un coeficiente tecnológico mayor crece más rápido, por lo tanto, un gasto o inversión destinada al incremento de dicho coeficiente es primordial para el crecimiento de una economía. A continuación, se analiza el efecto sobre el crecimiento cuando el gobierno destina recursos para lograr este objetivo.

II. *El gobierno y el cambio tecnológico*

Suponga ahora que el gobierno participa en la actividad económica a través de la generación de nuevas tecnologías y de la capacitación de la mano de obra necesaria para manejar dichas tecnologías. Para ello, ejerce un gasto público destinado hacia cada una de estas actividades. Tanto la generación tecnológica como la capacitación del trabajo pueden llevarse a cabo al interior de empresas paraestatales, en cuyo caso una vez creado el cambio tecnológico se le transfiere al sector empresarial. O bien, se puede pensar en el sector empresarial de tal forma que el gasto toma el papel de un programa de incentivos al mejoramiento productivo vía el desarrollo tecnológico. Bajo cualquier alternativa, el gasto de gobierno incrementa el nivel tecnológico existente y modifica las condiciones de producción de la siguiente forma:

$$y = A g_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k \quad (17)$$

en donde $g_a > 1$ es el gasto de gobierno destinado a la generación de nueva tecnología, $g_n > 1$ es el gasto de gobierno utilizado para la capacitación del trabajo en el uso de la nueva tecnología y γ es el parámetro que mide el impacto de ambos tipos de gasto público sobre el producto.

La condición de que ambos gastos sean mayores a la unidad implica que tanto el destinado a la generación de nueva tecnología como el aplicado a la capacitación del trabajo en el uso de la misma tienen que ser los suficientes

como para aumentar el nivel tecnológico existente y el nivel de capacidad del trabajo, de tal forma que se cumpla con:

$$Ag_a > A \quad \text{y} \quad \eta g_n > \eta \quad (18)$$

Como el gobierno no realiza ninguna otra actividad económica, es decir, no produce, no consume, ni genera satisfacción a los consumidores, entonces la restricción presupuestal del gobierno toma la forma:

$$G = g_a + g_n \quad (19)$$

en donde G es el gasto total que realiza el gobierno. Con la introducción del gobierno vía la generación tecnológica y la capacitación del trabajo, la restricción presupuestal del consumidor representativo dueño de la empresa se modifica, por lo que ahora se tiene:

$$k_0 = \int_0^{\infty} pc \, e^{-(Ag_a^{\gamma} \eta g_n^{1-\gamma})t} dt + \int_0^{\infty} w\eta \, e^{-(Ag_a^{\gamma} \eta g_n^{1-\gamma})t} dt \quad (20)$$

Asimismo, con las nuevas condiciones de producción, los niveles de equilibrio de la tasa de interés y del salario son:

$$\frac{\partial y}{\partial k} = Ag_a^{\gamma} \eta g_n^{1-\gamma} = r \quad (21)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = Ag_a^{\gamma} g_n^{1-\gamma} k = w \quad (22)$$

En consecuencia, el nuevo problema de optimización ahora está determinado por (1), (4') y (20), y sus condiciones de primer orden son:

$$\frac{\beta}{pc} = \lambda \quad (23)$$

$$\frac{-\delta}{wl} = \lambda \quad (24)$$

$$\dot{k} = Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k - pc - w\eta \quad (25)$$

$$Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} \lambda = -\dot{\lambda} + \rho \lambda \quad (26)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k e^{-\left(Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma}\right)t} = 0 \quad (27)$$

El nuevo equilibrio macroeconómico compuesto por los niveles de consumo, ocio, trabajo, capital, producto y la tasa de crecimiento de la economía está dado por:

$$c = \frac{\beta \left(k_0 \rho - Ag_a^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0 \right)}{p} \quad (28)$$

$$l = \frac{\delta \left(k_0 \rho - Ag_a^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0 \right)}{Ag_a^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0} \quad (29)$$

$$\eta = 1 - \frac{\delta \left(k_0 \rho - Ag_a^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0 \right)}{Ag_a^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0} \quad (30)$$

$$k = k_0, \quad (31)$$

$$y = Ak_0 \left(1 - \frac{\delta \left(k_0 \rho - Ag_a^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0 \right)}{Ag_a^\gamma g_n^{1-\gamma} k_0} \right) \quad (32)$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{c} = \frac{\dot{c}}{c} = Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho \equiv \varphi \quad (33)$$

A partir de la relación establecida en (22), se deduce que aumentos en el gasto de gobierno destinado tanto a la generación de nueva tecnología como a la capacitación del trabajo en el uso de la misma, incrementa el nivel de

salario y, en consecuencia, cae el ocio, lo que se traduce en un aumento de las horas trabajadas, lo que finalmente conduce a un mayor nivel de producto. Por otra parte, se mantiene la relación inversa entre el precio del bien y el consumo, por lo que, aumentos en los precios disminuyen el consumo. La tasa de crecimiento balanceado de la economía es mayor ya que $\varphi > \psi$, es decir:

$$(Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho) > (A\eta - \rho) \quad (34)$$

Es importante recordar que se tiene crecimiento siempre que $A\eta > \rho$. Por lo tanto, la participación del gobierno en la generación de un cambio tecnológico a través del gasto de gobierno en la generación de nueva tecnología y en la capacitación del trabajo en el uso de la misma, tiene un efecto positivo. Lo anterior, se debe a que la inclusión del gobierno genera un incremento en el nivel tecnológico existente, un aumento de la productividad de los factores, un aumento en el salario y una tasa de crecimiento mayor.

III. Nivel óptimo de gasto y el bienestar económico

A través de la función de utilidad indirecta, W , se evalúa el impacto sobre el bienestar económico debido a cambios en los niveles de gasto ya mencionados. Dicha función se obtiene al sustituir las trayectorias óptimas de consumo y ocio en la función de utilidad total descontada, dada en (1), por lo tanto:

$$W = \int_0^\infty \beta \ln \left[\frac{\beta(k_0 \rho - w)}{p} \right] e^{(Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho)t} e^{-\rho t} dt + \int_0^\infty \delta \ln \left[\frac{\delta(k_0 \rho - w)}{w} \right] e^{(Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho)t} e^{-\rho t} dt \quad (35)$$

Al sustituir (22) en (35) y tomar en cuenta que los gastos de óptimo del gobierno destinado a la promoción del cambio tecnológico, g_a y g_n , son constantes (véase el Apéndice B), se tiene que:

$$\begin{aligned}
 W = & \beta \ln \left[\frac{\beta (k_0 \rho - A g_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k_0)}{\rho p} \right] + \frac{\beta (A g_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho)}{\rho^2} \\
 & + \delta \ln \left[\frac{\delta (k_0 \rho - A g_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k_0)}{A g_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k_0} \right] + \frac{\delta (A g_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} - \rho)}{\rho^2}.
 \end{aligned} \tag{36}$$

En consecuencia, el bienestar económico depende de las preferencias, de los parámetros que miden la satisfacción obtenida por el consumo y el ocio, del capital inicial, del trabajo, del nivel tecnológico existente, de los precios y del gasto de gobierno destinado a la generación de un cambio tecnológico y a la capacitación del trabajo. Por lo tanto, aumentos en el nivel gasto de gobierno destinado a la generación de nuevas tecnologías, g_a , incrementa el bienestar económico de los hogares, ya que:

$$\frac{\partial W}{\partial g_a} = \frac{\gamma r}{g_a \rho^2} - \frac{\gamma}{g_a} (\beta - 2\delta) > 0 \tag{37}$$

Dado que el gasto de gobierno dirigido a la generación de tecnología tiene un impacto positivo, entonces el nivel óptimo de gasto de gobierno, tal que maximiza el bienestar económico de los hogares, el cual se obtiene al resolver $\partial W / \partial g_a = 0$, que se debe destinar para dicha actividad está dado por:

$$g_a = \left[\frac{(\beta - 2\delta) \rho^2}{A g_n^{1-\gamma} \eta} \right]^{\frac{1}{\gamma}} \tag{38}$$

Por su parte, aumentos en el nivel de gasto utilizado en la capacitación del trabajo para el manejo de la nueva tecnología también incrementan el bienestar económico, como lo muestra la siguiente relación:

$$\frac{\partial W}{\partial g_n} = (1-\gamma) \left[\frac{A g_a^\gamma \eta}{g_n^\gamma \rho^2} \right] - \frac{1-\gamma}{g_n} (\beta - 2\delta) > 0 \quad (39)$$

Dado que el gasto de gobierno utilizado en la capacitación del trabajo tiene un impacto positivo, entonces el nivel óptimo de gasto de gobierno que se debe destinar para dicha actividad, el cual maximiza el bienestar económico de los hogares, se obtiene al resolver $\partial W / \partial g_n = 0$, esto es:

$$g_n = \left[\frac{(\beta - 2\delta) \rho^2}{A g_a^\gamma \eta} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (40)$$

Por otro lado, aumentos en el precio del bien de consumo generan una caída en el bienestar económico, como lo muestra la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial W}{\partial p} = -\frac{\beta}{p} < 0 \quad (41)$$

Por último, de (37) y (39) se deduce que un aumento en el salario mejora las condiciones de vida de los agentes, ya que aumenta el bienestar económico. Lo anterior resulta evidente toda vez que el nivel de salario, el cual está en función de g_a y de g_n , depende de manera positiva de ambos tipos de gasto, como se determinó en la ecuación (22). Por lo tanto, el gasto de gobierno destinado a la capacitación del trabajo en el manejo de una nueva tecnología tiene efectos directos sobre el nivel de empleo de la economía.

IV. La difusión tecnológica

Del análisis previo se desprende que una economía tiene un nivel tecnológico mayor cuando el gobierno destina recursos para generar un cambio tecnológico. En específico, tanto el gasto de gobierno en la generación de nuevas tecnologías, como en la capacitación laboral para el manejo de la misma, conducen un aumento en el nivel tecnológico. En este apartado se analizan los efectos, sobre la tasa de crecimiento, de la difusión tecnológica en una economía menos avanzada. Para ello, de las condiciones establecidas en (18), se sabe que, cuando no existe cambio tecnológico y que cuando dicho cambio está determinado por el gobierno, el nivel tecnológico de una economía es, respectivamente:

$$A \quad \text{y} \quad Ag_a^\gamma. \quad (42)$$

De esta forma, se define como la economía líder (m) aquella cuyo nivel tecnológico es Ag_a^γ , mientras la economía seguidora (n) tiene un nivel tecnológico igual a A . Para medir los efectos de la difusión tecnológica bajo estas condiciones se utiliza el modelo propuesto por Nelson y Phelps (1966), el cual establece que

$$\frac{\dot{A}_n}{A_n} = \eta g_n \left[\frac{A_m - A_n}{A_n} \right] \quad (43)$$

en donde $(A_m - A_n)/A_n$ mide la brecha tecnológica existente entre ambas economías. Por otro lado, al utilizar el modelo propuesto por Banks (1994), se tiene que:

$$\frac{\dot{A}_n}{A_n} = \eta g_n + \eta \mu \left[\frac{A_m}{A_n} - 1 \right] \quad (44)$$

en donde μ mide la proporción utilizada de trabajo de la economía seguidora. Observe que, a partir de (44), si μ es pequeña, se sigue que

$$\frac{\dot{A}_n}{A_n} \approx \eta g_n, \quad A_n = A$$

lo cual conduce a $A_n(t) = Be^{\eta g_n t}$, donde B es una constante. De esta forma la velocidad de difusión en capacitación laboral hacia la economía seguidora depende de la magnitud de g_n , es decir, depende del gasto que la economía seguidora destina al capital humano. En consecuencia, el cambio tecnológico llevado a cabo por la economía líder sólo puede tener un efecto positivo sobre la tasa de crecimiento de la economía seguidora sí, y sólo sí, está última realiza la inversión necesaria para absorberla. Lo anterior significa que una economía, que no se caracteriza por realizar innovación tecnológica, tiene mayores posibilidades de crecimiento cuando es capaz de absorber, aprender a usar e imitar los avances tecnológicos generados por una economía líder.

Por lo tanto, ya sea porque se quiere realizar actividades relacionadas con la generación de un cambio tecnológico, o bien porque se desea aprovechar uno realizado por otra economía, el gobierno debe destinar los recursos suficientes para poder lograr un incremento en la tasa de crecimiento económico vía el cambio tecnológico.

V. Conclusiones

En un modelo de crecimiento endógeno con agentes que tiene vida infinita, la participación del gobierno en las actividades económicas a través de la generación del cambio tecnológico y la capacitación del trabajo en el uso de nueva tecnología, por medio del gasto gubernamental, tiene efectos

positivos en el nivel de consumo, trabajo y producto *per capita*, así como en la tasa de crecimiento económico. Además el nivel de consumo depende inversamente del nivel de precios, mientras que el nivel de ocio tiene la misma relación con respecto al salario. Por lo tanto, aumentos en los precios y en el salario disminuyen, respectivamente, los niveles de consumo y ocio.

El impacto sobre el bienestar económico de los hogares por un aumento en el nivel de gasto, tanto en el desarrollo de nueva tecnología como en la capacitación del trabajo para el manejo de la misma, es positivo. Por otra parte, un aumento en el nivel de precios de los bienes de consumo tiene un impacto negativo sobre el bienestar económico. En consecuencia, políticas gubernamentales destinadas a la generación de nueva tecnología y a la capacitación del trabajo, vía el gasto público, son deseables en economías emergentes. Lo anterior, con el objetivo de alcanzar mayores tasas de crecimiento económico que se traduzcan en mayores niveles de calidad de vida para sus habitantes, tal y como sucede en países desarrollados.

Dentro de las principales limitaciones que caracterizan este tipo de análisis se pueden enlistar las siguientes: suponer que el gobierno sólo interviene en la generación de nueva tecnología y en la capacitación del trabajo es poco real, ya que existen muchas otras más actividades que realiza este agente económico, por lo que ampliar el papel del gobierno resulta necesario. Análogamente, suponer que la economía es cerrada elimina los posibles efectos que pueda tener el comercio internacional sobre el crecimiento. Finalmente, modelar las variables de manera determinista limita los efectos de las mismas, en específico se omite el tratamiento de la volatilidad inherente a la tasa de interés y a los precios. En consecuencia, futuros desarrollos teóricos deberán extender el análisis a una economía estocástica y abierta, incorporar otras variables financieras relevantes y establecer actividades económicas gubernamentales más amplias. 🏠

Bibliografía

- Arrow, K. (1962): "The Economic Implications of Learning by Doing", Review of Economic Studies, Vol. 29, No. 3, pp. 155-173.
- Banks, R.B. (1994): Growth and Diffusion Phenomena, Springer, Berlin.
- Barro, R. (1990): "Government Expending in a Simple Model of Endogenous Growth", Journal of Political Economy, Vol. 98, No. 5, pp. S103-S125.
- Barro, R. y Sala-i-Martin, X. (1992): "Public Finance in Models of Economic Growth", Review of Economic Studies, Vol. 59, pp. 654-661.
- _____ (1997): "Technological Diffusion, Convergence, and Growth" Journal of Economic Growth, Vol. 2, pp.1-27.
- Benavie, A., E. Grinols, S. Turnovsky (1996): "Adjustment Costs and Investment in a Stochastic Endogenous Growth Model", Journal of Monetary Economics, Vol.38, pp. 77-100.
- Cazzavillan, G. (1996): "Public Spending, Endogenous Growth and Endogenous Fluctuations", Journal of Economic Theory, Vol. 71, pp. 394-415.
- Chatterjee, S., G. Sakoulis, S. Turnovsky (2002): "Unilateral Capital Transfers, Public Investment and Economic Growth", European Economic Review, Vol. 47, pp. 1077-1103.
- Easterly, W., R. King, R. Levine, S. Rebelo (1994): "Policy, Technology Adoption and Growth, Economic Growth and the Structure of Long-Term Development: Proceedings of the IEA Conference", Varenna Italy, pp. 75-89.
- Eurostat (2008): Indicadores GERD (Gross Expenditure in Research And Development). <http://epp.eurostat.ec.europa.eu> (4 de mayo 2008).
- Futagami, Koichi, Morita, Yuichi, y Akihisa Shibata (1993): "Dynamic Analysis of a Endogenous Growth Model with Public Capital", The Scandinavian Journal of Economics, Vol. 95, No.4, pp. 607-625.

- Glomm, G. y B. Ravikumar (1994):** “Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model”, *Journal of Economics Dynamics and Control*, Vol. 18, pp. 1173-1187.
- Gokan, Y. (2007):** “Infrastructure, Alternative Government Finance and Stochastic Endogenous Growth”, *Journal of economic Dynamics and Control*, doi:10.1016/j.jedc.2007.01.029.
- Harrod, R. (1939):** “An Essay in Dynamic Theory” *The Economic Journal*, Vol. 49, No. 193, pp. 14-33.
- Ludvigson, S. (1996):** “The Macroeconomic Effects of Government Debt in a Stochastic Growth Model”, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 38, pp. 25-45.
- Nelson, R. y E. Phelps (1966):** “Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth”, *The American Economic Review*, Vol. 56, No. 1/2, pp. 69-75.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2008):** OECD Statistical Profile by Country. <http://www.oecd.org> (4 de mayo 2008).
- Rebelo, Sergio (1991):** “Long Run Policy Analysis and Long Run Growth” *The Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 3, pp. 500 - 521.
- Rivera-Batiz L. y P. Romer (1991):** “Economic Integration and Endogenous Growth”, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, No. 2, pp. 531-555.
- Romer, P. (1986):** “Increasing Returns and Long-Run Growth”, *The Journal of Political Economy*, Vol. 94, No. 5, pp. 1002-1037.
- Romer, P. (1990):** “Endogenous Technological Change”, *The Journal of Political Economy*, Vol. 98, No. 5, Part 2: The Problem of Development: A Conference of the Institute for the Study of Free Enterprise System, pp. S71-S102.
- Turnovsky, S. (1993):** “Macroeconomic Policies, Growth, and Welfare in a Stochastic Economy”, *International Economic Review*, Vol. 34, No. 4, pp. 953-981.

Turnovsky, S. (1996): "Optimal Tax, Debt, and Expenditure Policies in a Growing Economy" Journal of Public Economics, Vol. 60, pp. 21-44.

Apéndice A

El problema de optimización resultante (1), (4') y (5), y las condiciones de optimalidad dadas por las ecuaciones (6)-(10), son el resultado de resolver el siguiente Hamiltoniano y sus condiciones de primer orden:

$$H = \beta \ln c + \delta \ln l + \lambda \left[(Ak\eta) - w\eta - pc \right] \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial l} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{k}, \quad -\frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{\lambda} - \lambda \rho \quad (\text{A.2})$$

Al sustituir (6), (7) y (9) en (8) y resolver se encuentra el equilibrio macroeconómico dado por las ecuaciones (11)-(16). Análogamente, del problema de optimización determinado por (1), (4') y (20) resultan las condiciones de optimalidad caracterizadas en las ecuaciones (23)-(27), que se obtienen al resolver el siguiente Hamiltoniano y sus condiciones de primer orden:

$$H = \beta \ln c + \delta \ln l + \lambda \left[(Ag_a^\gamma \eta g_n^{1-\gamma} k) - w\eta - pc \right] \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial l} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{k}, \quad -\frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{\lambda} - \lambda \rho \quad (\text{A.4})$$

Después de sustituir (23), (24) y (26) en (25) y resolver se encuentra el equilibrio macroeconómico dado por las ecuaciones (28)-(33).

Apéndice B

En este apéndice se muestra que el gasto óptimo del gobierno para impulsar el cambio tecnológico es constante. Con el fin de hacer más sencilla la tarea algebraica, se hacen algunas simplificaciones del problema original.

La misma conclusión se obtiene para el caso de g_a y g_n . Considere un consumidor racional que desea resolver:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar} \quad \int_0^{\infty} \ln(c_t) e^{-\rho t} dt \\ &\text{sujeto a:} \quad k_t = r_t k_t - (1 + \tau) c_t, \end{aligned}$$

donde τ es un impuesto *ad valorem* y el acervo inicial de capital, k_0 , es dado. Observe que la restricción presupuestal se puede reescribir como:

$$k_0 = \int_0^{\infty} (1 + \tau) c_t e^{-AR_t} dt,$$

donde $R_t = \int_0^t r_s ds$. En este caso se debe cumplir la condición de transversalidad $\lim_{t \rightarrow \infty} k_t e^{-R_t} = 0$. El Hamiltoniano está dado por $H = \ln(c_t) + \lambda_t [r_t k_t - (1 + \tau) c_t]$. Las condiciones de primer orden conducen a

$$c_t = \frac{1}{\lambda_t (1 + \tau)} = \frac{\rho k_0}{(1 + \tau)} e^{AR_t - \rho t}.$$

Por otro lado, la empresa resuelve el problema (se supone $\beta = 1$ a fin de simplificar el álgebra):

$$\text{Maximizar } \Pi_t = y_t - r_t k_t = A g_t k_t - r_t k_t,$$

lo cual implica que $A g_t = r_t$. En consecuencia, en el equilibrio, el consumo satisface

$$c_t = \frac{\rho k_0}{(1+\tau)} e^{A G_t - \rho t},$$

donde $G_t = \int_0^t g_s ds$. Asimismo, la restricción presupuestal del gobierno es:

$$\dot{G}_t = g_t = \tau c_t = \frac{\rho k_0}{(1+\tau)} e^{A G_t - \rho t}.$$

El problema de maximización de bienestar económico que el gobierno tiene que resolver consiste en encontrar G_t tal que:

$$\text{Maximizar } W = \int_0^{\infty} [\ln(Q) + A G_t - \rho t] e^{-\rho t} dt$$

$$\text{sujeto a: } 0 = \dot{G}_t - B e^{A G_t - \rho t}.$$

En este caso $Q = (1+\tau)^{-1} \rho k_0$ y $B = \tau Q$. Cuando se aplica la ecuación de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial L}{\partial G_t} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{G}_t} \right) = 0$$

al Lagrangeano $L = [\ln(M) + AG_t - \rho t]e^{-\rho t} + \mu_t(\dot{G}_t - Be^{AG_t - \rho t})$, se obtiene la condición de un máximo:

$$Ae^{-\rho t} - \mu_t AB e^{AG_t - \rho t} - \dot{\mu}_t = 0.$$

En este caso el multiplicador de Lagrange está dado por la expresión $\mu_t = \mu_0 e^{-\rho t}$, entonces $\dot{\mu}_t = -\rho \mu_0 e^{-\rho t}$, lo cual produce

$$Ae^{-\rho t} - \mu_0 AB e^{AG_t - 2\rho t} + \rho \mu_0 e^{-\rho t} = 0.$$

Por lo tanto,

$$e^{AG_t} = \left(\frac{A + \rho \mu_0}{\mu_0 AB} \right) e^{-\rho t}.$$

Esto implica que

$$G_t = \frac{\rho t}{A} + \ln \left(\frac{1}{\mu_0 B} + \frac{\rho}{AB} \right)^{\frac{1}{A}}.$$

Es decir, $g_t = \dot{G}_t = \rho / A$. Esto es, g_t es constante, $g_t \equiv g_0$.

NOTAS Y COMENTARIOS

Cómo se restringe la investigación crítica en las universidades¹

*Robert Jensen**

University of Texas

rjensen@uts.cc.utexas.edu

Cada año se solicita a los miembros del cuerpo docente de la Universidad de Texas que incluyan en su informe anual una lista con los subsidios recibidos, una de las tantas formas en las que un profesor universitario demuestra a su superior su nivel de "productividad".

Cuando escribí mi informe esta semana, no pude resistir la tentación de mostrarme irónico, y lo completé así: "Estoy orgulloso de informar que por noveno año consecutivo no acepté ningún tipo de financiamiento externo y continúo siendo un investigador completamente independiente".

Por supuesto que ésta no es la respuesta que la Universidad de Texas -o cualquier otra universidad, hoy en día- espera de los miembros de su *staff*. A nadie le importa el nivel de independencia de sus miembros. La única prioridad es conseguir dinero, en parte porque los subsidios otorgados individualmente a profesores universitarios ayudan a cubrir algunos de los gastos básicos de la universidad.

Desde que comencé a trabajar en la universidad, la presión ejercida sobre los profesores universitarios para convertirlos en máquinas de producir subsidios ha crecido asombrosamente. Esto produce un efecto predecible: desalentar toda investigación que cuestione las instituciones e ideologías

¹ Publicado originalmente en inglés y con la autorización del autor se reproduce en *Equilibrio Económico*.

dominantes en la sociedad, lo que obstaculiza el ejercicio de una verdadera democracia en los Estados Unidos.

En algunos campos, en especial en el área científica, desde hace tiempo se espera que los profesores universitarios que trabajan en instituciones de investigación obtengan un financiamiento externo (gubernamental o privado) para dirigir sus laboratorios y subvencionar a los estudiantes de postgrado que realizan tareas de investigación. No cabe duda de que esta necesidad determinó el curso de la investigación científica a lo largo de los años, y que el papel creciente del financiamiento externo en la definición del objetivo de las investigaciones debería preocuparnos hoy más que nunca. Aun así, las actividades básicas de la mayoría de los científicos no están sujetas al mismo tipo de presiones ideológicas a las que sí lo están los investigadores en las áreas de humanidades y ciencias sociales.

En los últimos años, los profesores universitarios ajenos al ámbito científico duro -lo que incluye personas de disciplinas que nunca necesitaron de subsidios- se encuentran cada vez más presionados para conseguir dinero, lo que conlleva consecuencias peligrosas para la investigación social crítica e independiente. Tomemos como ejemplo el área en el que me desempeño, el periodismo y los medios de comunicación masivos.

Cuando empecé a trabajar para el departamento de periodismo de la Universidad de Texas en 1992, no oculté mi interés por ideas que cuestionaban el rol de los medios de comunicación dominantes. Si bien había trabajado como periodista antes de cursar mi postgrado, mantenía abiertamente una posición crítica frente a las prácticas de la industria, y los colegas que me recomendaron sabían que mantendría y desarrollaría esta posición. Seis años después, conseguí obtener la plaza de profesor titular con un historial de investigaciones que reflejaba una variedad de intereses críticos.

Pero las cosas han cambiado.

En una reunión de la facultad que se llevó a cabo el año pasado, el decano nos informó que se había decretado que se examinarían con detalle los casos de obtención de plaza de titular o de otras promociones de personas que no demostraran esfuerzos -y esfuerzos exitosos- por encontrar financiamiento externo. En otras palabras: más vale que empiecen a hacer dinero si quieren mantener sus puestos y lograr un ascenso.

En mi campo, los blancos más provechosos para pedir subsidios son las grandes empresas propietarias de los medios de comunicación y las fundaciones a su cargo. Esto significa que una directiva de apariencia neutral, la de convertir la búsqueda de subsidios en una parte importante del trabajo de los profesores universitarios, producirá, en la práctica, un freno a la investigación crítica, ya de por sí ubicada en una posición marginal.

Por ejemplo, mis investigaciones me permitieron llegar a la conclusión de que el periodismo corporativo tiende a producir noticias que apoyan el sistema corporativo (lo que se dice una observación perspicaz). He podido comprobar también que las grandes empresas contemporáneas son un medio fundamentalmente ilegítimo de concentración de poder y recursos. Por lo tanto, como considero que el papel principal de un periodista en una sociedad libre es cuestionar la autoridad ilegítima, creo que uno de los temas clave para los investigadores de periodismo y su relación con la democracia debería ser la búsqueda de un método para quitar a las grandes empresas el control de los medios masivos de comunicación y ponerlo en manos de los periodistas y los ciudadanos.

En otras palabras, la investigación y el análisis me llevaron a trabajar en contra de un sistema en el cual los medios de comunicación masiva son

propiedad de las empresas capitalistas y a favor de la reforma radical de las instituciones periodísticas.

No debería sorprendernos que las grandes empresas de medios de comunicación y sus fundaciones no estén demasiado interesadas en financiar investigaciones orientadas a desbaratar su poderío.

No quisiera que me malinterpreten: no me estoy quejando por esta situación ni estoy enojado porque nadie me otorgue un subsidio. Tengo un buen salario en la universidad (mejor que el que tenía como periodista) y soy feliz en mi trabajo como profesor e investigador. Pero cuando la capacidad para conseguir un financiamiento externo se convierte en un requisito para obtener y mantener un trabajo, entonces las personas como yo se ven enfrentadas a elegir: o bien adapto mi programa de investigación a las líneas que tienen más posibilidades de conseguir financiamiento, acepto la condición marginal de mis investigaciones, o salgo a buscar otro empleo.

He tenido suerte en mi carrera. Empecé a trabajar en la universidad cuando este tipo de presiones no eran tan fuertes y recibí a lo largo de los años el apoyo de distintos superiores que creen en el ideal de la universidad como un espacio para el desarrollo de la investigación independiente. No me preocupa mi situación; seguiré haciendo mi trabajo y sencillamente ignoraré las presiones acerca de la necesidad de conseguir dinero.

Lo que sí me preocupa es el futuro de los investigadores jóvenes que todavía no han encontrado un trabajo permanente. Y mi preocupación no es tanto por los individuos en sí, sino por la salud intelectual de la universidad y la cultura en general. En una sociedad totalmente dominada por los intereses comerciales, donde el "fundamentalismo de mercado" establece las leyes, los espacios que ofrecen a los individuos el tiempo y los recursos para pensar críticamente son pocos y preciados. La Universidad de Texas, como la mayoría de las instituciones educativas universitarias, fue colonizada en gran

parte por estos intereses dominantes y se encuentra a su servicio. Pero incluso en este ámbito, todavía queda espacio para pensar en contra de esos intereses. Mi temor es que el limitado espacio actual se comprima aún más a medida que los jóvenes investigadores se vean obligados, para poder sobrevivir profesionalmente, a ocultar toda orientación crítica de su pensamiento. Esto dificulta no sólo las investigaciones conducidas por profesores universitarios sino también la amplitud de las ideas ofrecidas en el aula (ya bastante orientadas hacia el ideario político de derecha y centro).

Soy consciente de que a mucha gente fuera de la universidad le resultará difícil prestar atención a este problema. Para la mayoría de los trabajadores, la vida de un profesor universitario parece bastante cómoda, y de hecho lo es. Tengo uno de los pocos trabajos que pagan relativamente bien y me permite continuar con las actividades que disfruto haciendo, con una supervisión mínima y la máxima libertad, y estoy muy agradecido por este privilegio.

Pero creo también que devuelvo en parte a la sociedad lo que me da mediante la enseñanza, la investigación y las conferencias públicas que permiten mantener vivo el pensamiento crítico. Ciertamente la universidad no es el único lugar donde se manifiesta este tipo de pensamiento, y probablemente no sea el lugar más importante donde lo hace. Pero mientras el "triunfo" del capitalismo continúe consolidando el poder en cada vez menos manos, en detrimento de cada vez más personas, aquí y en todo el mundo, es crucial que trabajemos para retener todo espacio que pueda utilizarse para defender una visión diferente de lo que significa ser un ser humano que vive en solidaridad con los demás.

No soy ingenuo. No creo que las universidades hayan sido alguna vez espacios inmaculados, aislados de las fuerzas de poder de la sociedad. Pero si

continuamos asfixiando a las instituciones públicas y las hacemos mendigar por dinero privado, los intereses privados tendrán un dominio cada vez mayor. En una sociedad en la que el espacio público y democrático escasea, esto debería preocuparnos a todos 🙏

SUSCRÍBETE A

EQUILIBRIO ECONÓMICO

PUBLICACIÓN DE LA FACULTAD DE ECONOMÍA
DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE COAHUILA

Para asegurar la entrega puntual de ejemplares solicitamos nos envíe la siguiente información:

Tipo de suscripción*:	individual <input type="checkbox"/>	institucional <input type="checkbox"/>
Institución o compañía:	_____	
Nombre completo:	_____	
E-mail:	_____	
Teléfono trabajo: (____)	Código Postal:	_____
Domicilio:	_____	
Ciudad y Estado:	_____	

a nuestro correo electrónico:

equilibrioeconomico@mail.uadec.mx

ASUNTO SUSCRIPCIONES

o bien a:

Revista *Equilibrio Económico*
Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de Coahuila
Unidad Universitaria Camporredondo
Edificio "E" Planta Baja
Tel. (844) 412 87 82 y Fax (844) 410 26 79
CP 25280 Saltillo Coahuila

* Suscripción anual con un costo de \$100.00 MN, con lo cual se tiene derecho a 2 ejemplares impresos por semestre y a la versión electrónica de cada número.
Depósitos de pago de suscripción a la cuenta BANAMEX 34515 a nombre de "Facultad de Economía" Sucursal: 872. Favor de enviar voucher correspondiente y datos de la ficha.



La Facultad de Economía
de la
Universidad Autónoma de Coahuila

Informa la apertura de

**MAESTRÍA
EN
PLANEACIÓN***

con acentuación en:

FORMULACIÓN Y EVALUACIÓN DE PROYECTOS

Objetivos:

Contribuir a la formación de posgraduados con una alta calificación en los diversos campos de la Planeación mostrando aptitudes para la reflexión, la toma de decisiones y operatividad que redunden en los ámbitos privado, público, educativo y social.

Requisitos de ingreso:

- Título de licenciatura o carta pasante (un cuatrimestre para su entrega)
- Aprobar examen de admisión (CENEVAL)
- Realizar una entrevista con el Comité de Maestría.

Mayor información en:

Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de Coahuila

Lic Elvia Romero Durán

e-mail: eromero_us@yahoo.com

Unidad Universitaria Camporredondo

Edificio "E" Planta Baja

Tel: (844) 412 87 82. Fax (844) 410 26 79

Saltillo Coahuila

Normas para publicar en *Equilibrio Económico*

Las investigaciones presentadas a Equilibrio Económico deberán abordar algún tema teórico o empírico de especial interés en las áreas de Economía, Sociología, Ciencia Política y otras ciencias sociales. Equilibrio Económico considerará para su posible publicación trabajos terminados escritos en español o inglés (si se elige esta última el autor será responsable de la forma estilística del documento), que no hayan sido publicados y que no estén siendo sometidos simultáneamente para su publicación en otro medio. Los manuscritos deberán dirigirse a:

Revista Equilibrio Económico
Facultad de Economía, Universidad Autónoma de Coahuila
Unidad universitaria Camporredondo, Edificio "E", C.P. 25280
Tel. (844) 412 87 82 y Fax (844) 410 26 79
Saltillo, Coahuila, México

O enviarse por correo electrónico a:

equilibrioeconomico@yahoo.com.mx
equilibrioeconomico@mail.uadec.mx
y/o con copia al Coordinador Editorial.

Las publicaciones de Equilibrio Económico estarán disponibles en la página web: www.uadec.mx

Los autores deberán contemplar en la realización de sus trabajos las siguientes normas de publicación en Equilibrio Económico:

1. El documento final deberá estar escrito en el procesador de Microsoft Word en letra Arial 12 puntos con los márgenes superior, inferior y derecho de 3 cm. y el margen izquierdo de 3.5 cm. Las gráficas, tablas o figuras pueden estar incluidas dentro del texto (como imagen) en el lugar donde se prefiera que aparezcan.
2. Los artículos deberán estar escritos a espacio y medio y no deberán exceder de 25 hojas numeradas progresivamente, incluyendo el texto principal, cuadros, figuras, tablas y referencias bibliográficas.
3. En la primera página deberán aparecer: título del trabajo, autor (o autores), la institución a la que pertenece(n), la dirección completa a la que se debe enviar toda correspondencia, correo electrónico, fax y teléfono.
4. A continuación deberá aparecer un resumen del trabajo, en español e inglés, no mayor a 100 palabras.
5. Los autores deberán incluir las palabras clave que definan el trabajo (entre 3 y 5) y la clasificación JEL (entre 3 y 5).
6. Después se adjuntarán el texto principal, las referencias bibliográficas, los apéndices, los cuadros y las gráficas.
7. Las citas en el texto deberán ser de la forma: Arellano (1989) o (véase Baltagi, 1993).

8. El listado de referencias, al final del documento, deberán aparecer alfabéticamente de la siguiente manera:

Para el caso de citar un artículo de investigación:

Arellano, Manuel (1989): "A Note on the Anderson-Hsiao Estimator for Panel Data", *Economics Letters*, 31(1): 337-341.

Para el caso de cita de un libro:

Gujarati, Damodar N. (2004) *Econometría*, Colombia: McGraw-Hill.

Para el caso de un capítulo de libro:

Johnson, D. Gale (1988): "Policy Options and Liberalizing Trade in Agricultural Products: Addressing the Interests of Developing Countries", en Anne O. Krueger (ed.), *Development with Trade. LDC's and the International Economy*, San Francisco: International Center for Economic Growth.

9. Toda ecuación matemática que se desee numerar debe ir con números arábigos, entre paréntesis y a la derecha de la ecuación. Las numeraciones deben ser consecutivas.
10. Todo documento que se someta a revisión para publicarse en *Equilibrio Económico*, debe cumplir (por lo menos) con la siguiente estructura (secciones del texto):
- Título del artículo
 - Resumen (y abstract)
 - Introducción
 - Marco de referencia
 - Desarrollo del tema
 - Conclusiones
 - Referencias

Aunque hay que subrayar que las anteriores secciones no necesariamente deberán aparecer en ese orden ni los autores tienen que limitarse solamente a estas secciones.

11. Toda propuesta de investigación que se someta a publicación en *Equilibrio Económico* deberá pasar dos procesos de revisión. Una revisión inicial por parte del Comité Editorial sobre su cumplimiento con la línea editorial de la revista, y una revisión posterior, preferentemente por un dictaminador externo a la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de Coahuila.
12. El Comité Editorial de *Equilibrio Económico*, *Revista de la Facultad de Economía*, someterá a una revisión de estilo (si lo considera necesario) todo artículo aceptado.