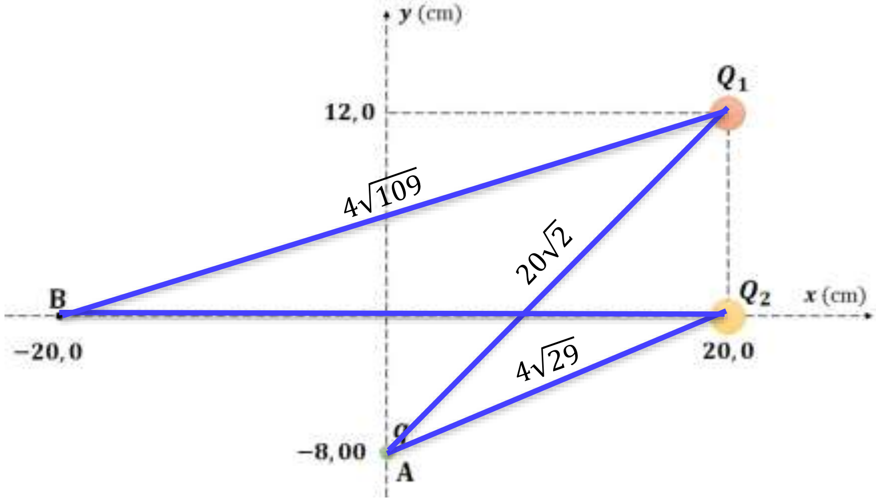
Trabajo Final DE Fisica II

Física 2 (Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas)

Pregunta 1

En el sistema mostrado en la figura las cargas Q_1 = -81,9 ηC y Q_2 = -40,2 ηC están fijas. Determine el trabajo realizado por el campo eléctrico para mover una carga q = +10,2 mC desde el punto A hasta el punto B.



$$W_{A\to B}^{E} = q(V_A - V_B)$$

$$V_A = \frac{kq_1}{r} + \frac{kq_2}{r}$$

$$V_A = \frac{(9\times 10^9)(-81{,}9\times 10^{-9})}{20\sqrt{2}\times 10^{-2}} + \frac{(9\times 10^9)(-40{,}2\times 10^{-9})}{4\sqrt{29}\times 10^{-2}}$$

$$V_A = -4285{,}66\ V$$

$$V_A = -4{,}29\times 10^3\ V$$

$$V_B = \frac{kq_1}{r} + \frac{kq_2}{r}$$

$$V_B = \frac{(9\times 10^9)(-81{,}9\times 10^{-9})}{40\sqrt{109}\times 10^{-2}} + \frac{(9\times 10^9)(-40{,}2\times 10^{-9})}{40\times 10^{-2}}$$

$$V_B = -2669{,}534387\ V$$

$$V_B = -2{,}67\times 10^3\ \ V$$

Reemplazando en la fórmula:

$$W_{A\to B}^{E} = q(V_A - V_B)$$

$$W_{A\to B}^{E} = 10{,}2\times 10^{-3}\ (-4285{,}66 - (-2669{,}534387)\ )$$

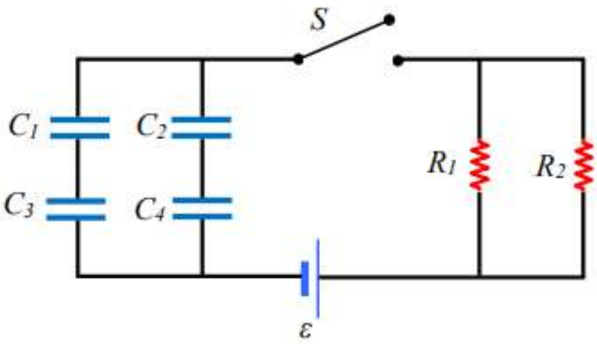
$$W_{A\to B}^{E} = -16{,}48448\ \mathrm{J}$$

$$W_{A\to B}^{E} = -16{,}5\ \mathrm{J}$$

Pregunta 2

Pregunta 2

Un capacitor inicialmente descargado con una capacitancia equivalente al arreglo de capacitores mostrado en la figura se conecta en serie con un arreglo de resistores y una fuente de fem con $\varepsilon = 22{,}1$ V cuya resistencia interna es despreciable. Si C_1 = 2,04 μF, C_2 = 3,78 μF, C_3 = 4,58 μF, C_4 = 5,13 μF, R_1 = 0,482 MΩ, R_2 = 0,513 MΩ, y en t = 0 se cierra el interruptor S, determine lo siguiente:



a) la capacitancia equivalente, la resistencia equivalente, y

b) la diferencia de potencial, en la resistencia equivalente, en el instante t = 0,259 s.

Es un circuito cuya conexión de resistores es una combinación entre serie y paralelo.

SOLUCIÓN:

a) la capacitancia equivalente, la resistencia equivalente

capacitancia equivalente:

$Calculo\ de\ C_{13}: Serie$

$$\frac{1}{C_{13}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} \rightarrow C_{13} = \frac{C_1 \times C_3}{C_1 + C_3}$$

$$C_{13} = \frac{(2{,}04 \times 10^{-6}) \times (4{,}58 \times 10^{-6})}{(2{,}04 + 4{,}58) \times 10^{-6}} = 1{,}411359517 \times 10^{-6}\ F$$

$$C_{13} \approx 1{,}41 \times 10^{-6}\ \ F$$

$Calculo\ de\ C_{24}: Serie$

$$\frac{1}{C_{24}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4} \rightarrow C_{24} = \frac{C_2 \times C_4}{C_2 + C_4}$$

$$C_{24} = \frac{(3{,}78 \times 10^{-6}) \times (5{,}13 \times 10^{-6})}{(3{,}78 + 5{,}13) \times 10^{-6}} = 2{,}176363636 \times 10^{-6}\ F$$

$$C_{24} \approx 2{,}18 \times 10^{-6}\ \ F$$

$Calculo\ de\ C_{eq}$

$$C_{eq} = C_{13} + C_{24}$$

$$C_{eq} = (1{,}41 \times 10^{-6}) + (2{,}18 \times 10^{-6})$$

$$C_{eq} = 3{,}59 \times 10^{-6}\ \text{F}$$

Resistencia equivalente

$$Calculo\ de\ R_{eq}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{(0{,}482 \times 10^6) \times (0{,}513 \times 10^6)}{(0{,}482 + 0{,}513) \times 10^6}$$

$$R_{eq} = 0{,}2485085427 \times 10^6\ \Omega$$

$$R_{eq} \approx 0{,}249 \times 10^6\ \Omega$$

b) la diferencia de potencial, en la resistencia equivalente, en el instante $t = 0{,}259$ s.

$$q = Q(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$Vc$$

$$\frac{q}{c} = \frac{Q}{c}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$Vc = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = RC$$

$$\tau = 0{,}24851 \times 3{,}58772$$

$$\tau = 0{,}89158$$

$$Vc = 22{,}1\left(1 - e^{-\frac{0{,}59}{0{,}89158}}\right)$$

$$Vc = 10{,}69752$$

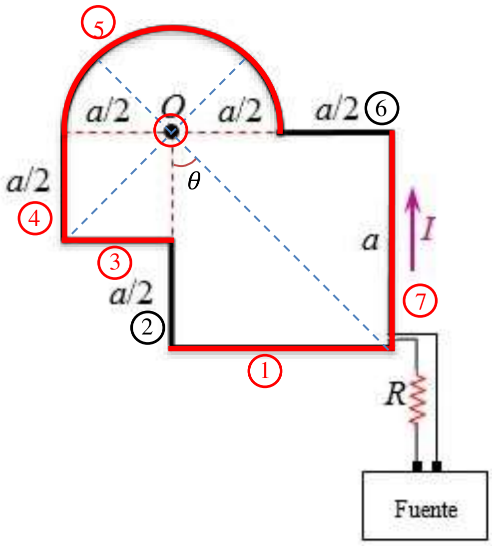
$$Vc = 10{,}7$$

Pregunta 3

Emma diseña el circuito mostrado en la figura con cables de cobre con el objetivo de generar un campo magnético con un valor mínimo $B_O = 55{,}7\ \mu\text{T}$ en el punto O. Este circuito se conecta a una fuente de voltaje y a una resistencia R que generan una corriente $I = 5{,}22$ A. Determine lo siguiente:

a) la expresión de la magnitud del campo magnético, en el punto O, en términos de μ_0, I y a; y

b) el valor de la longitud total del circuito que debe considerar Emma para lograr su objetivo.



a) La expresión de la magnitud del campo magnético en el punto O, en términos de $\mu_0, I\ y\ a$:

$$\theta = 45°$$

$$B_2 = B_6 = 0$$

Ley de Biot y Savart:

Módulo de un cable de longitud finita: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}|sen\theta_2 - sen\theta_1|$

En una espira circular: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\alpha$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}|sen0° - sen45°| = \frac{\mu_0 I}{4\pi(a)}\left|-\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{8\pi a}\text{, hacia afuera}$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}|sen45° - sen0°| = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\left|\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{4\pi a}\text{, hacia afuera}$$

$$B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}|sen0° - sen45°| = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\left|-\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{4\pi a}\text{, hacia afuera}$$

$$B_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{a}{2}\right)}\pi = \frac{\mu_0 I\pi}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I}{2a}\text{, hacia afuera}$$

$$B_7 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}|sen45° - sen0°| = \frac{\mu_0 I}{4\pi(a)}\left|\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{8\pi a}\text{, hacia afuera}$$

El campo magnético total en O es:

$$B_O = \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{8\pi a} + \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{4\pi a} + \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{4\pi a} + \frac{\mu_0 I}{2a} + \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{8\pi a}$$

$$B_O = \frac{\mu_0 I}{2a}\left(\frac{\sqrt{2}}{4\pi} + \frac{\sqrt{2}}{2\pi} + \frac{\sqrt{2}}{2\pi} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{4\pi}\right) = \frac{\mu_0 I}{2a}\left(\frac{3\sqrt{2} + 2\pi}{2\pi}\right)$$

$B_O = \frac{\mu_0 I(3\sqrt{2}+2\pi)}{4\pi a}$, hacia afuera

b) El valor de la longitud total del circuito:

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7$$

$$L_T = a + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \frac{a\pi}{2} + \frac{a}{2} + a$$

$$L_T = a\left(4 + \frac{\pi}{2}\right)$$

Reemplazamos valores para hallar el valor de a:

$$a = \frac{\mu_0 I(3\sqrt{2} + 2\pi)}{4\pi B_O}$$

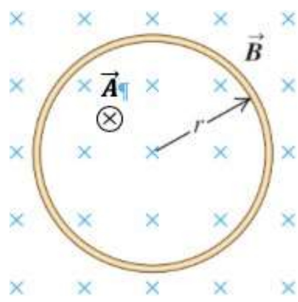
$$a = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5{,}22 \times (3\sqrt{2} + 2\pi)}{4\pi \times 55{,}7 \times 10^{-6}} = 0{,}09864418616\ m$$

$$L_T = a\left(4 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}09864418616 \times \left(4 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}5495266699 \approx 0{,}550\ m$$

El valor de la longitud total del circuito que debe considerar Emma para lograr su objetivo es 0,550 m.

Pregunta 4

Una espira circular de radio $r = 4{,}45$ cm y resistencia eléctrica $R = 6{,}35\ \Omega$ está en una región de campo magnético uniforme entrante al plano campo y cuya magnitud varía con el tiempo de acuerdo con la expresión:



$$B(t) = at^3$$

Donde $a = 0{,}592$ T/s^3, B se mide en teslas y t en segundos. Considere que el vector de área $\vec{A}$ es paralelo a $\vec{B}$. Determine lo siguiente:

a) la fuerza electromotriz en el instante para el cuál el campo magnético toma el valor $B_0 = 244$ T, y

b) el valor de la corriente inducida en ese instante.

Datos:

$$r = 4{,}45cm \rightarrow 4{,}45\, x10^{-2}m$$

$$R = 6{,}35\ \Omega$$

$$B(t) = at^3$$

Donde:

$$a = 0{,}592\ T/s^3$$

Tener en cuenta:

$$A_{\text{círculo}} = \pi r^2$$

Determinar lo siguiente:

a) La fuerza electromotriz en el instante para el cuál el campo magnéticotoma el valor $B0 = 244$ T.

Para hallar la fuerza electromotriz (ε), hallamos primero el flujo magnético (ϕ) con respecto al tiempo

$$\phi = B.A.cos\theta$$

$$\phi = at^3.\pi r^2.\cos(0)$$

Remplazando $a = 0{,}592\ T/s^3$ y $A_{Círculo} = \pi r^2$

$$\phi = 0{,}592t^3 \times \pi(4{,}45\, x10^{-2})^2$$

$$\phi = 0{,}592t^3 \times (6{,}6221138852 \times 10^{-3})$$

$$\phi = 0{,}592t^3 \times (6{,}62 \times 10^{-3})$$

Para remplazar en la ecuación de la fuerza electromotriz (ε) necesitamos el tiempo, así que remplazamos en la ecuación de $B(t) = at^3$ con los siguientes datos.

Donde:

$$a = 0{,}592\ T/s^3$$

$$B0 = 244\ \text{T}$$

$$B_0 = at^3$$

Despejando t:

$$t = \sqrt[3]{\frac{B_0}{t^3}}$$

Remplazando:

$$t = \sqrt[3]{\frac{244}{0{,}592}}$$

$$t = 7{,}441994988\ s$$

$$t \approx 7{,}44\ s$$

Remplazando el flujo magnético (ϕ) y el tiempo (t) en la ecuación de la fuerza electromotriz (ε)

$$\varepsilon = -N\frac{\partial\phi}{\partial t}$$

$$\varepsilon = -1\frac{\partial}{\partial t}(0{,}592t^3 \times (6{,}62\ \times 10^{-3}))$$

$$\varepsilon = -1(0{,}592t^2)$$

Remplazando t= $7{,}441994988 \approx 7{,}44s$

$$\varepsilon = -1 \times (0{,}592(7{,}441994988^2)$$

$$\varepsilon = -32{,}78690733\ V$$

$$\varepsilon = -32{,}79\ V$$

b) El valor de la corriente inducida en ese instante.

$$I_{inducida} = \frac{|\varepsilon|}{R}$$

Remplazamos $\varepsilon = -32{,}79\ V\ \ R = 6{,}35\ \Omega$

$$I_{inducida} = \frac{32{,}78690733}{6{,}35}$$

$$I_{inducida} = 5{,}163292493\ A$$

$$I_{inducida} = 5{,}16\ A$$

Por lo tanto, el valor de la corriente inducida en ese instante de tiempo es 5,16 A .