LOGIKA MATEMATIKA

By Gunawansyah

Urutan Pemakaian Operasi

Untuk menentukan nilai kebenaran sebuah pernyataan majemuk yang lebih dari dua pernyataan tunggal, dan lebih dari satu operasi, pertama -tama dicari nilai kebenaran pernyataan-pernyataan yang terletak di dalam tanda kurung kecil (…..), kemudian yang terletak di dalam tanda kurung siku [……..], dan seterusnya.

Contoh:

Misalnya untuk mencari nilai kebenaran dari pernyataan mejemuk berikut : $\sim [\, p \wedge (\sim q \vee r)]$

Jika dalam sebuah pernyataan mejemuk tidak ada tanda -tanda pengelompokan seperti kurung kecil ( ), kurung siku [ ], dan sebagainya, maka operasi -operasi logika dikerjakan menurut urutan berikut :

1. Negasi
2. Konjungsi
3. Disjungsi
4. Implikasi
5. Biimplikasi

Contoh :

Misalnya untuk mencari nilai kebenaran dari pernyataan mejemuk berikut : $p \Rightarrow q \wedge \sim r$

Tabel Kebenaran

Untuk lebih mudahnya menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan majemuk, pergunakan suatu tabel yang disebut tabel kebenaran *(truth table).*

Seandainya ada dua buah pernyataan tunggal yang akan kita gabungkan maka komposisi gabungan kedua pernyataan itu adalah sebagai berikut :

p	q
T	T
T	F
F	T
F	F

Seandainya ada tiga buah pernyataan tunggal yang akan kita gabungkan maka komposisi gabungan ketiga pernyataan itu adalah sebagai berikut :

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Jadi, banyaknya komposisi itu tergantung pada banyaknya pernyataan yang akan digabungkan. Secara umum berlaku jika banyaknya pernyataan ada n, maka banyaknya komposisi ada 2^n.

Invers, Konvers dan Kontraposisi

Dari suatu pernyataan bersyarat " $p \Rightarrow q$ " yang diketahui dapat dibuat pernyataan lain sebagai berikut :

- 1) $q \Rightarrow p$ disebut pernyataan Konvers dari $p \Rightarrow q$
- 2) $\sim p \Rightarrow \sim q$ disebut pernyataan Invers dari $p \Rightarrow q$
- 3) $\sim q \Rightarrow \sim p$ disebut pernyataan Kontraposisi dari $p \Rightarrow q$

Dari pernyataan berbentuk implikasi dapat kita turunkan pernyataan-pernyataan baru yang disebut invers, konvers, dan kontraposisi.

- Implikasi : $p \Rightarrow q$
- Inversnya : $\sim p \Rightarrow \sim q$
- Konversnya : $q \Rightarrow p$
- Kontraposisinya : $\sim q \Rightarrow \sim p$

Untuk semua kemungkinan nilai kebenaran pernyataan-pernyataan komponen p dan q, hubungan nilai kebenaran konvers, invers, dan kontraposisi dengan implikasi semula, dapat ditunjukkan dengan memakai tabel kebenaran .

Tabel hubungan nilai kebenaran q $\Rightarrow$ p, ~p $\Rightarrow$ ~q , ~q $\Rightarrow$ ~p dengan p $\Rightarrow$ q Implikasi, Konvers, Invers, dan Kontraposisi p , q, ~p , ~q, p $\Rightarrow$ q

Contoh 1 :

p $\Rightarrow$ q (implikasi) : Jika 25 2 x = maka x = 5

q $\Rightarrow$ p (konvers) : Jika x = 5 maka 25 2 x =

~p $\Rightarrow$ ~q (invers) : Jika 25 2 x ≠ maka x ≠ 5

~q $\Rightarrow$ ~p (kontraposisi) : Jika x ≠ 5 maka 25 2 x ≠

Contoh 2 :

p $\Rightarrow$ q (implikasi) : Jika lampu mati maka saya tidak belajar

q $\Rightarrow$ p (konvers) : Jika saya tidak belajar maka lampu mati

~p $\Rightarrow$ ~q (invers) : Jika lampu tidak mati maka saya belajar

~q $\Rightarrow$ ~p (kontraposisi) : Jika saya belajar maka lampu tidak mati

Negasi Pernyataan Majemuk

Untuk menentukan negasi dari pernyataan majemuk dapat digunakan sifat-sifat negasi pernyataan majemuk pada tabel berikut ini:

Operasi	Lambang	Negasi
Konjungsi	$p \wedge q$	$\sim p \vee \sim q$
Disjungsi	$p \vee q$	$\sim p \wedge \sim q$
Implikasi	$p \Rightarrow q$	$p \wedge \sim q$
Biimplikasi	$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow \sim q$ atau $\sim p \Leftrightarrow q$

Contoh :

Tentukan negasi dari pernyataan majemuk berikut !

- 1) Soal ulangan matematika jumlahnya sedikit dan sulit.
- 2) Jika 5 adalah factor dari 25, maka 5 adalah bilangan prima.
- 3) Semua siswa SMK Harapan berseragam atau ada siswa memakai dasi.

Jawab :

- 1) Soal ulangan matematika jumlahnya banyak atau mudah
- 2) 5 adalah factor dari 25 dan 5 bukan bilangan prima.
- 3) Ada siswa SMK Harapan yang tidak berseragam dan semua siswa memakai dasi.

Inferensi

Inferensi merupakan cara menarik kesimpulan.

Pernyataan-pernyataan yang digunakan untuk menarik suatu kesimpulan disebut premis dan Konklusi ini selayaknya (supposed to) diturunkan dari premis-premis

Ada beberapa macam metode inferensi, yaitu :

1. Modus Ponen

Modus ini berdasarkan tautologi :

$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$ Ditulis

$p \Rightarrow q$	Premis
p	premis
$\therefore q$	konklusi

Contoh :

Jika 20 habis dibagi 2 maka 20 adalah bilangan genap

20 habis dibagi 2

∴ *20 bilangan genap*

2. Modus Tollen

Modus ini berdasarkan tautologi :

$[\sim q \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow \sim p$

Ditulis

$p \Rightarrow q$	Premis
$\sim q$	premis
$\therefore \sim p$	konklusi

Contoh :

Jika n bilangan ganjil maka n^2 bilangan ganjil

n^2 bilangan genap

$\therefore$ *n bukan bilangan ganjil*

3. Silogisme hipotesis

Premis 1 : $p \Rightarrow q$

Premis 2 : $q \Rightarrow r$

Konklusi : $p \Rightarrow r$

4. Silogisma Disjungtif

Premis 1 : $p \vee q$

Premis 2 : $\sim q$

Konklusi : p

Thank You