



LOGIKA MATEMATIKA

SESSION 6

By Gunawansyah



Aljabar Boolean

(Lanjutan)


➤ **SESSION 6**

➤ *By Gunawansyah*



Bentuk Kanonik dan Bentuk baku/standar

Fungsi boolean yang setiap sukunya memiliki literal lengkap (mengandung semua variabel yang didefinisikan pada fungsi tersebut), maka disebut fungsi boolean dalam *bentuk kanonik*, jika tidak demikian, maka disebut *bentuk standar*.



Bentuk Kanonik

Terdapat dua macam bentuk kanonik :

1. Minterm atau Sum Of Product (SOP)

yaitu penjumlahan dari hasil perkalian, sehingga setiap sukunya merupakan hasil operasi perkalian, kemudian antara satu suku dengan suku yang lainnya dipisahkan oleh operator penjumlahan.

2. Maxterm atau Product Of Sum (POS)

yaitu perkalian dari hasil penjumlahan, sehingga setiap sukunya merupakan hasil operasi penjumlahan, kemudian antara satu suku dengan suku yang lainnya dipisahkan oleh operator perkalian.

Bentuk Baku/Standar

Terdapat dua macam bentuk Standar :

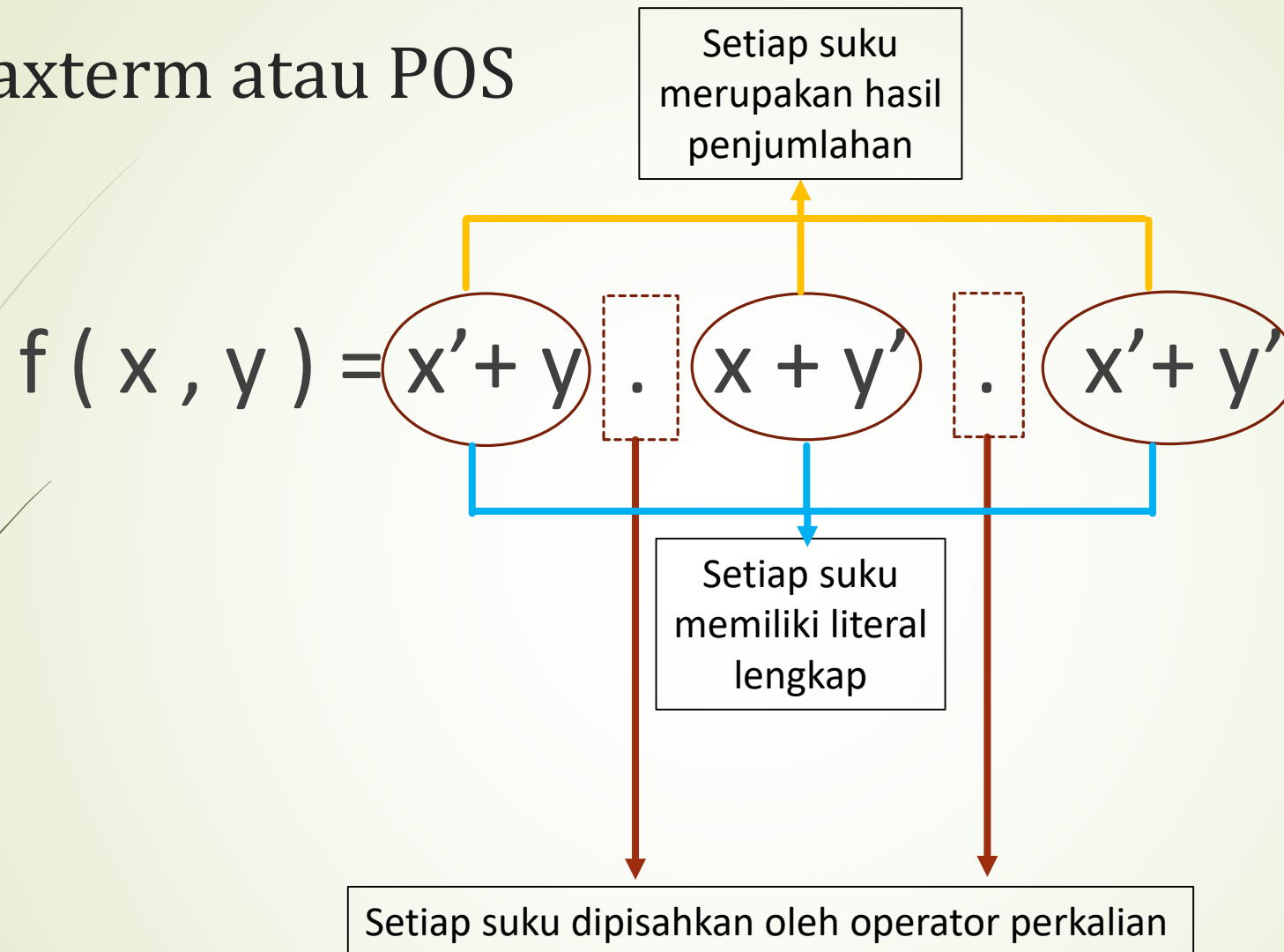
1. Sum Of Product (SOP)

yaitu penjumlahan dari hasil perkalian, sehingga setiap sukunya merupakan hasil operasi perkalian, kemudian antara satu suku dengan suku yang lainnya dipisahkan oleh operator Penjumlahan.

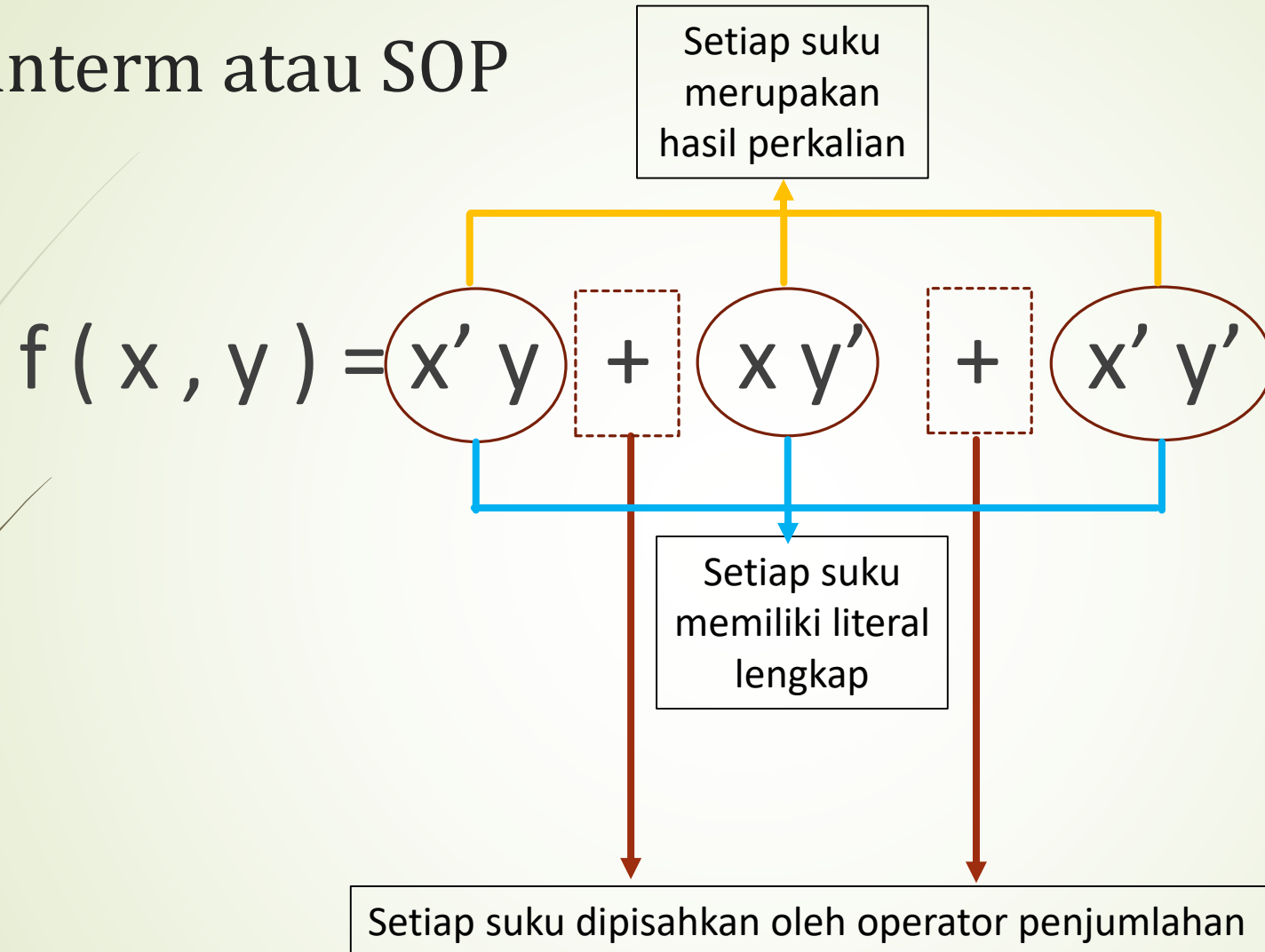
2. Product Of Sum (POS)

yaitu perkalian dari hasil penjumlahan, sehingga setiap sukunya merupakan hasil operasi penjumlahan, kemudian antara satu suku dengan suku yang lainnya dipisahkan oleh operator perkalian.

Maxterm atau POS



Minterm atau SOP



Contoh :

- ➡ $f(x, y, z) = x' y' z + x y' z' + xyz$ kanonik SOP
- ➡ $f(x, y, z) = (x + y + z)(x' + y + z)$ kanonik POS
- ➡ $f(x, y, z) = x' y' z + x y' z' + yz$ standar SOP
- ➡ $f(x, y, z) = x(y + z)$ standar POS

Bentuk standar/kanonik

- 2 Variabel

x	y	Minterm		Maxterm	
		Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	$x' y'$	m_0	$x + y$	M_0
0	1	$x' y$	m_1	$x + y'$	M_1
1	0	$x y'$	m_2	$x' + y$	M_2
1	1	$x y$	m_3	$x' + y'$	M_3

Bentuk standar/kanonik

- 3 Variabel

x	y	z	Minterm		Maxterm	
			Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x' y' z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x' y' z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x' y z'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
0	1	1	$x' y z$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
1	0	0	$x y' z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
1	0	1	$x y' z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
1	1	0	$x y z'$	m_6	$x' + y' + z$	M_6
1	1	1	$x y z$	m_7	$x' + y' + z'$	M_7

Perlu dipahami

- ▶ Untuk membentuk minterm/SOP, tinjau kombinasi variabel-variabel yang menghasilkan nilai 1.
- ▶ Untuk membentuk maxterm/POS, tinjau kombinasi variabel-variabel yang menghasilkan nilai 0.
- ▶ Notasi \sum dan \prod berguna untuk mempersingkat penulisan ekspresi dalam bentuk SOP dan POS
- ▶ Lambang untuk minterm menggunakan huruf “ m ”, sedangkan untuk maxterm menggunakan huruf “ M ”.

Konversi fungsi boolean

Contoh 1 :

x	y	z	F(x,y,z)	
0	0	0	0	POS
0	0	1	1	SOP
0	1	0	0	POS
0	1	1	0	POS
1	0	0	1	SOP
1	0	1	0	POS
1	1	0	0	POS
1	1	1	1	SOP

□ SOP (*Sum of Product*)

$$f(x,y,z) = x'y'z + xy'z' + xyz \quad \text{atau}$$

$$f(x,y,z) = m_1 + m_4 + m_7 \quad \text{atau}$$

$$f(x,y,z) = \sum (1, 4, 7)$$

□ POS (*Product of Sum*)

$$f(x,y,z) = (x+y+z)(x+y'+z)(x+y'+z')(x'+y+z')(x'+y'+z) \quad \text{atau}$$

$$f(x,y,z) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6 \quad \text{atau}$$

$$f(x,y,z) = \prod (0, 2, 3, 5, 6)$$

Konversi fungsi boolean

Contoh 2 :

x	y	z	F(x,y,z)	
0	0	0	1	SOP
0	0	1	1	SOP
0	1	0	1	SOP
0	1	1	1	SOP
1	0	0	1	SOP
1	0	1	0	POS
1	1	0	1	SOP
1	1	1	0	POS

□ SOP (*Sum of Product*)

$$f(x,y,z) = x'y'z' + x'y'z + x'yz' + x'yz + xy'z' + xyz' \text{ atau}$$

$$f(x,y,z) = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_6 \text{ atau}$$

$$f(x,y,z) = \sum (0,1,2,3,4,6)$$

□ POS (*Product of Sum*)

$$f(x,y,z) = (x'+y+z')(x'+y'+z') \text{ atau}$$

$$f(x,y,z) = M_5 \cdot M_7 \text{ atau}$$

$$f(x,y,z) = \prod (5,7)$$

Konversi fungsi boolean

Contoh 3 :

x	y	z	F(x,y,z)	
0	0	0	0	POS
0	0	1	0	POS
0	1	0	1	SOP
0	1	1	1	SOP
1	0	0	0	POS
1	0	1	0	POS
1	1	0	1	SOP
1	1	1	1	SOP

□ SOP (*Sum of Product*)

$$f(x,y,z) = x'yz' + x'yz + xyz' + xyz \quad \text{atau}$$

$$f(x,y,z) = m_2 + m_3 + m_6 + m_7 \quad \text{atau}$$

$$f(x,y,z) = \sum (2,3,6,7)$$

□ POS (*Product of Sum*)

$$f(x,y,z) = (x+y+z)(x+y+z')(x'+y+z)(x'+y+z') \quad \text{atau}$$

$$f(x,y,z) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_4 \cdot M_5 \quad \text{atau}$$

$$f(x,y,z) = \prod (0,1,4,5)$$



Konversi Fungsi Boolean ke Bentuk Standar/Kanonik

Contoh 1 :

❑ Ubahlah fungsi $f(x,y) = x'$ kedalam bentuk SOP dan POS ?

Jawab :

$$\begin{aligned}f(x,y) &= x' && (SOP) \\&= x'.1 \\&= x'.(y+y') \\&= x'y + x'y' \\&= m_1 + m_0 \\&= \sum(0,1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x,y) &= x' && (POS) \\&= x' + 0 \\&= x' + (y.y') \\&= (x' + y)(x' + y') \\&= M_2 \cdot M_3 \\&= \prod(2,3)\end{aligned}$$

Ingat

x	y	Minterm		Maxterm	
		Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	$x' y'$	m_0	$x + y$	M_0
0	1	$x' y$	m_1	$x + y'$	M_1
1	0	$x y'$	m_2	$x' + y$	M_2
1	1	$x y$	m_3	$x' + y'$	M_3

Contoh 2 :

❑ Ubahlah fungsi $f(x,y) = x' + yz$ kedalam bentuk SOP dan POS ?

Jawab:

$$\begin{aligned} f(x,y) = x' + yz &\Rightarrow x' = x'.1 \\ &= x'.(y + y') \\ &= x'y + x'y' \\ &= x'y(z+z') + x'y'(z+z') \\ &= x'yz + x'yz' + x'y'z + x'y'z' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} yz &= (x+x')yz \\ &= xyz + x'yz \end{aligned}$$

Sehingga untuk SOP menjadi :

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x'yz + x'yz' + x'y'z + x'y'z' + xyz + x'yz \\ &= x'yz + x'yz' + x'y'z + x'y'z' + xyz \\ &= m_3 + m_2 + m_1 + m_0 + m_7 \\ &= \sum (0,1,2,3,7) \end{aligned}$$

x	y	z	Minterm		Maxterm	
			Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x' y' z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x' y' z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x' y z'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
0	1	1	$x' y z$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
1	0	0	$x y' z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
1	0	1	$x y' z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
1	1	0	$x y z'$	m_6	$x' + y' + z$	M_6
1	1	1	$x y z$	m_7	$x' + y' + z'$	M_7

POS

Contoh 2 :

□ Ubahlah fungsi $f(x,y) = x' + yz$ kedalam bentuk SOP dan POS ?

Jawab (bentuk POS):


$$\begin{aligned} f(x,y) &= x' + yz \\ &= (x' + y)(x' + z) \\ &= (x' + y + 0)(x' + z + 0) \\ &= (x' + y + z.z')(x' + z + y.y') \\ &= (x' + y + z)(x' + y + z')(x' + y + z)(x' + y' + z) \\ &= (x' + y + z)(x' + y + z')(x' + y' + z) \\ &= M_4.M_5.M_6 \\ &= \prod (4,5,6) \end{aligned}$$

x	y	z	Minterm		Maxterm	
			Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x' y' z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x' y' z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x' y z'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
0	1	1	$x' y z$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
1	0	0	$x y' z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
1	0	1	$x y' z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
1	1	0	$x y z'$	m_6	$x' + y' + z$	M_6
1	1	1	$x y z$	m_7	$x' + y' + z'$	M_7



Latihan :

Ubahlah fungsi $f(x,y,z) = x + y'z$
berikut ke dalam bentuk SOP dan POS



Jawaban :

Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = x + y'z$ dalam SOP

Jawab :

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x,y,z) &= x \cdot (y+y') \cdot (z+z') + (x+x') \cdot y'z \\ &= (xy+xy')(z+z') + xy'z + x'y'z \\ &= xyz + xyz' + \mathbf{xy'z} + xy'z' + \mathbf{xy'z} + x'y'z \\ &= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + x'y'z \\ &= m_7 + m_6 + m_5 + m_4 + m_1 \\ &= \sum (1, 4, 5, 6, 7) \end{aligned}$$

x	y	z	Minterm		Maxterm	
			Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x' y' z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x' y' z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x' y z'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
0	1	1	$x' y z$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
1	0	0	$x y' z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
1	0	1	$x y' z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
1	1	0	$x y z'$	m_6	$x' + y' + z$	M_6
1	1	1	$x y z$	m_7	$x' + y' + z'$	M_7

Jawaban :

Nyatakan Fungsi Boolean $f(x,y,z) = x + y'z$ dalam POS

Jawab :

Lengkapi literal untuk setiap suku agar sama

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x,y,z) &= (x+y'). (x+z) \\ &= (x+y'+0). (x+z+0) \\ &= (x+y'+(z.z')).(x+z+(y.y')) \\ &= (x+y'+z)(x+y'+z')(x+y+z)(x+y'+z) \\ &= (x+y'+z)(x+y'+z')(x+y+z) \\ &= M_2.M_3.M_0 \\ &= \prod (0,2,3) \end{aligned}$$

x	y	z	Minterm		Maxterm	
			Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x' y' z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x' y' z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x' y z'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
0	1	1	$x' y z$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
1	0	0	$x y' z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
1	0	1	$x y' z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
1	1	0	$x y z'$	m_6	$x' + y' + z$	M_6
1	1	1	$x y z$	m_7	$x' + y' + z'$	M_7