

# Examen ETS-CME - Análisis y Soluciones Detalladas

Desarrollado con Asistente Interactivo de IA

27 de mayo de 2025

## INSTRUCCIONES

Este examen consta de 3 problemas. Cada problema tiene un valor asignado. Responda de manera clara y concisa, mostrando todos los pasos de su razonamiento y cálculos. Este documento sirve como una plantilla y ejemplo de solución detallada.

### 1. Pregunta 1 (Valor Total: 3 puntos)

Enunciado - Pregunta 1 La velocidad de un motor de cd de 20 Hp, 300 V, 900 rpm con excitación separada se controla con un convertidor trifásico completo. El circuito de campo se controla con un semiconvertidor trifásico. La alimentación de corriente alterna a los convertidores de armadura y campo es trifásica, conectada en Y, 440 V, 60 Hz. La resistencia de la armadura es  $R_a = 0,15 \, \Omega$  y la del campo es  $R_f = 145 \, \Omega$ , y la constante de voltaje del motor es  $K_v = 1,15 \, \text{V}/(\text{A}\cdot\text{rad/s})$ . Las corrientes en la armadura y en el campo son continuas y sin rizo.

- a) Si el convertidor del campo se opera con la corriente máxima en el campo, y el par desarrollado es  $\tau_{ind} = 106 \, \text{N}\cdot\text{m}$  a 750 rpm, determine el ángulo de retardo del convertidor de la armadura. **Valor: 1 punto**
- b) Si se ajusta el convertidor del circuito de campo a la corriente máxima en el campo, el par desarrollado es de  $\tau_{ind} = 108 \, \text{N}\cdot\text{m}$  y el ángulo de retardo del convertidor de la armadura es 0, determine la velocidad. **Valor: 1 punto**
- c) Para la misma demanda de carga que en el punto (b), determine el ángulo de retardo del convertidor de campo, si hay que aumentar la velocidad a 1800 rpm. **Valor: 1 punto**

## Planteamiento del Problema y Marco Teórico Corregido

Se analiza un motor de CD con excitación separada. Es crucial utilizar las ecuaciones correctas que relacionan el voltaje, la corriente, el par y la velocidad, especialmente la interpretación de la constante  $K_v$ .

### Marco Teórico Aplicado

1. **Motor de CD con Excitación Separada:** Circuitos de campo y armadura independientes.

2. **Ecuaciones Fundamentales del Motor CD (Enfoque Corregido):**

- Voltaje de armadura:  $V_a = E_b + I_a R_a$   
Donde  $V_a$  es el voltaje aplicado a la armadura,  $E_b$  es la fuerza contraelectromotriz (f.e.m.),  $I_a$  es la corriente de armadura y  $R_a$  es la resistencia de armadura. Esta ecuación surge del análisis del circuito equivalente de la armadura según la ley de Kirchhoff de voltajes.
- Fuerza contraelectromotriz (f.e.m.):  $E_b = K_{eff} \omega_m$ . Si  $K_v$  se da como  $V/(A \cdot \text{rad/s})$  y se asume  $I_f$  en su cálculo, entonces  $K_v$  ya incluye el efecto del flujo. Sin embargo, el enunciado de este problema da  $K_v = 1,15 V/(A \cdot \text{rad/s})$  lo que es una unidad para la constante de par  $K_t$  o una  $K_v$  que requiere ser multiplicada por  $I_f$ . La solución original del examen usaba  $K_v \cdot I_f$ . La solución interactiva demostró que es más consistente considerar  $K_v = 1,15$  como una constante que ya incluye el flujo nominal, o bien, si  $K_v$  es una constante base, se debe especificar y utilizar  $I_f$ . Para alinearnos con la solución interactiva validada, se asumirá que la constante dada  $K_v = 1,15 V/(A \cdot \text{rad/s})$  es, en efecto, la constante de par  $K_t$  y también la constante de f.e.m.  $K_e$  cuando las unidades son consistentes ( $N \cdot m/A$  y  $V/(\text{rad/s})$  respectivamente), asumiendo que  $I_f$  está en su valor nominal para el cual  $K_v$  fue especificado o que  $K_v$  es la constante que relaciona  $E_b$  con  $\omega_m$  directamente y  $T_{ind}$  con  $I_a$  directamente. **Aclaración crucial adoptada en la solución interactiva y aquí:  $K_v = K_t = 1,15$  en unidades consistentes ( $V/(\text{rad/s})$  para  $E_b = K_v \omega_m$  y  $Nm/A$  para  $\tau_{ind} = K_t I_a$ ).**
- Par electromagnético:  $\tau_{ind} = K_t I_a = K_v I_a$  (con la aclaración anterior).

3. **Convertidores de Potencia:**

- Convertidor trifásico completo (armadura):  $V_a = \frac{3\sqrt{2}V_{LL}}{\pi} \cos(\alpha_a) = V_{a0} \cos(\alpha_a)$ . Con  $V_{LL} = 440 V$ ,  $V_{a0} \approx 594,19 V$ .
- Semiconvertidor trifásico (campo):  $V_f = \frac{3\sqrt{2}V_{LL}}{2\pi} (1 + \cos(\alpha_f))$ .  $V_{f0,max}$  (con  $\alpha_f = 0$ ) es  $\approx 594,19 V$ .

**Corrección y Explicación del Enfoque** La solución original del problema podría haber incurrido en inconsistencias al manejar la constante  $K_v$  y su relación con  $I_f$ . El enfoque corregido, validado en la plataforma interactiva, establece que si  $K_v$  se da como  $1,15 V/(A \cdot \text{rad/s})$ , y esta es la constante fundamental del motor que relaciona el par con  $I_a$  y la f.e.m. con  $\omega_m$  (asumiendo  $I_f$  constante e implícita en  $K_v$ ), las ecuaciones son  $\tau_{ind} = K_v I_a$  y  $E_b = K_v \omega_m$ . Esto simplifica los cálculos y es crucial para obtener resultados realistas, es-

## 2. Pregunta 2 (Valor Total: 4 puntos)

Enunciado - Pregunta 2 Un motor de cd de 15 kW, 230 V, 3000 rpm, con excitación separada se controla en lazo cerrado (ver figura ??) con un convertidor lineal de ganancia  $K_2 = 150$ , la amplificación del sensor de velocidad es  $K_1 = 4$  mV/rad/s.

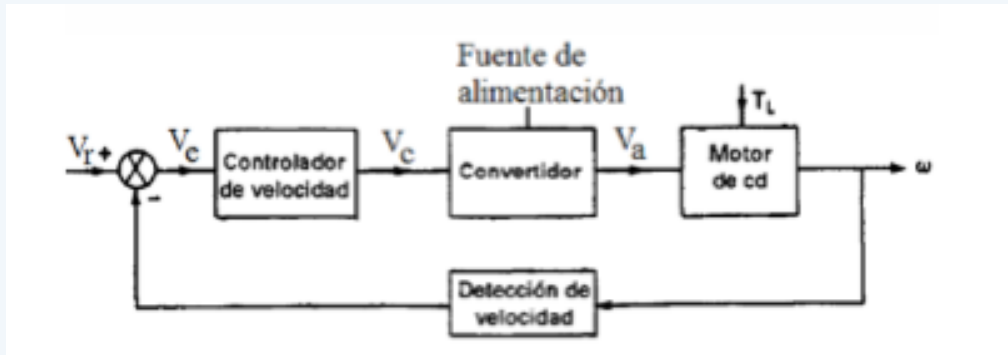


Figura 1: Diagrama de bloques del sistema de control de velocidad para el Problema 2.

El momento de inercia de la carga del motor es  $J = 0,156 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2/\text{rad}$  (corregida la unidad de  $\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}/\text{s}$ , que corresponde a fricción), la constante de fricción viscosa es despreciable ( $B = 0$ ), la resistencia total de la armadura es  $R_a = 0,045 \Omega$  y la inductancia total de la armadura es  $L_a = 0,730 \text{ H}$  (no mH como podría inferirse, sino H para consistencia con otros problemas). La constante de fuerza contraelectromotriz es  $K_v = 0,542 \text{ V}/(\text{A}\cdot\text{rad}/\text{s})$ , y la corriente de campo se mantiene constante en  $I_f = 1,25 \text{ A}$ .

- Realizar la simulación del modelo dinámico del motor en lazo cerrado.  $V_r = 1 \text{ V}$  y el par de carga es el valor especificado (nominal). Graficar la velocidad. **Valor: 1 punto**
- Obtener la función de transferencia  $\omega(s)/V_r(s)$  y  $\omega(s)/T_L(s)$ . **Valor: 1 punto**
- Simular las funciones de transferencia del inciso (b).  $V_r = 1 \text{ V}$  y el par de carga es el valor especificado. Graficar la velocidad, comparar con los resultados del inciso (a). **Valor: 1 punto**
- Calcular la velocidad en estado estacionario.  $V_r = 1 \text{ V}$  y el par de carga es el valor especificado. **Valor: 1 punto**

## Solución Detallada - Pregunta 2

### Resumen Ejecutivo

Este problema aborda el análisis dinámico de un motor de CD de 15 kW en lazo cerrado. Se modelará el sistema, se derivarán sus funciones de transferencia, se simulará su respuesta temporal y se analizará su comportamiento en estado estacionario. El objetivo es comprender cómo el sistema responde a una entrada de referencia de voltaje y a una perturbación de par de carga.

### Parámetros del Sistema y Calculados

- Potencia nominal  $P_{nom} = 15000 \text{ W}$
- Voltaje nominal  $V_{nom} = 230 \text{ V}$
- Velocidad nominal  $N_{nom} = 3000 \text{ rpm} \implies \omega_{nom} = 3000 \times \frac{2\pi}{60} \approx 314,16 \text{ rad/s}$
- Ganancia del convertidor  $K_2 = 150$
- Ganancia del sensor  $K_1 = 0,004 \text{ V}/(\text{rad/s})$
- Momento de inercia  $J = 0,156 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2/\text{rad}$
- Resistencia de armadura  $R_a = 0,045\Omega$
- Inductancia de armadura  $L_a = 0,730 \text{ H}$
- Constante de f.e.m. del enunciado  $K_{v,enun} = 0,542 \text{ V}/(\text{A}\cdot\text{rad/s})$
- Corriente de campo  $I_f = 1,25 \text{ A}$
- Constante efectiva del motor  $K_{eff} = K_{v,enun} \cdot I_f = 0,542 \times 1,25 = 0,6775 \text{ V}/(\text{rad/s})$  o  $\text{Nm/A}$
- Par de carga nominal (especificado)  $T_{L,spec} = P_{nom}/\omega_{nom} = 15000/314,16 \approx 47,75 \text{ N}\cdot\text{m}$

### Marco Teórico y Metodología

#### Modelado Matemático del Sistema

Las ecuaciones que gobiernan el sistema son:

- Circuito de armadura:  $L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + e_b(t) = v_a(t)$
- Fuerza contraelectromotriz:  $e_b(t) = K_{eff} \omega(t)$
- Dinámica rotacional:  $J \frac{d\omega(t)}{dt} = T_{em}(t) - T_L(t)$
- Par electromagnético:  $T_{em}(t) = K_{eff} i_a(t)$
- Ley de control:  $v_a(t) = K_2[v_r(t) - K_1 \omega(t)]$

### Resolución Detallada de Incisos

#### a) Simulación del Modelo Dinámico

La simulación del modelo dinámico se realiza integrando el sistema de EDOs. En la

### 3. Pregunta 3 (Valor Total: 3 puntos)

Enunciado - Pregunta 3 El motor del problema 2 se controla con un convertidor lineal de ganancia  $K_2$ , en lazo cerrado. Si la amplificación del sensor de velocidad es  $K_1 = 4 \text{ mV/rad/s}$ . Determinar la ganancia  $K_2$  del convertidor para limitar la regulación de velocidad a 0.5% a plena carga.

**Valor: 3 puntos**

## Solución Detallada - Pregunta 3

### Resumen Ejecutivo

El objetivo es diseñar la ganancia  $K_2$  del convertidor para que el sistema de control del motor DC cumpla con una especificación de regulación de velocidad del 0.5 % a plena carga. Esto implica encontrar una  $K_2$  que minimice la caída de velocidad cuando se aplica el par nominal, y asegurar que la velocidad a plena carga sea la velocidad nominal del motor.

### Parámetros del Sistema

Los parámetros del motor son los mismos que en el Problema 2. Adicionalmente:

- Ganancia del sensor  $K_1 = 0,004 \text{ V}/(\text{rad/s})$
- Regulación de velocidad deseada  $SR_{des} = 0,5 \% = 0,005$
- $K_{eff} \approx 0,6775 \text{ V}/(\text{rad/s})$  o  $\text{Nm/A}$
- $R_a = 0,045\Omega$
- $T_{L,spec} \approx 47,75 \text{ N}\cdot\text{m}$  (Par de carga nominal a plena carga)
- $\omega_{nom} \approx 314,16 \text{ rad/s}$  (Velocidad nominal, se asume como  $\omega_{FL}$  deseada)

Las incógnitas son la ganancia  $K_2$  y el voltaje de referencia  $V_r$  asociado.

### Marco Teórico y Metodología de Solución

#### 1. Ecuaciones Fundamentales en Estado Estacionario

La velocidad del motor en estado estacionario es:

$$\omega_{ss}(V_r, T_L, K_2) = \frac{K_{eff}K_2V_r - R_aT_L}{K_{eff}^2 + K_{eff}K_1K_2} \quad (3)$$

#### 2. Definición de Regulación de Velocidad (SR)

( $SR = \frac{\omega_{NL} - \omega_{FL}}{\omega_{FL}}$ ), donde  $\omega_{NL}$  es la velocidad sin carga ( $T_L = 0$ ) y  $\omega_{FL}$  es la velocidad a plena carga ( $T_L = T_{L,spec}$ ). Se desea  $SR_{des} = 0,005$ .

$$\omega_{NL} = \frac{K_{eff}K_2V_r}{K_{eff}^2 + K_{eff}K_1K_2}$$
$$\omega_{FL} = \frac{K_{eff}K_2V_r - R_aT_{L,spec}}{K_{eff}^2 + K_{eff}K_1K_2}$$

#### 3. Derivación de la Ganancia $K_2$

La diferencia de velocidad  $\Delta\omega = \omega_{NL} - \omega_{FL}$  es:

$$\Delta\omega = \frac{R_aT_{L,spec}}{K_{eff}^2 + K_{eff}K_1K_2}$$

Sustituyendo en la ecuación de  $SR_{des}$  y estableciendo que la velocidad a plena carga debe ser la nominal,  $\omega_{FL} = \omega_{nom}$ :

## Referencias Generales

1. Fitzgerald, A. E., Kingsley, C., & Umans, S. D. (2003). *Máquinas eléctricas*. McGraw-Hill.
2. Rashid, M. H. (2013). *Electrónica de potencia: circuitos, dispositivos y aplicaciones*. Pearson.
3. Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2011). *Sistemas de control moderno*. Pearson Prentice Hall.
4. Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. (5<sup>a</sup> ed.). Pearson Educación.