

## 7.2 关系运算



# 主要考点

- 1、基本的关系代数运算
- 2、扩展的关系运算



# 基本的关系代数运算

## 1、并(Union)

- 关系R与S具有相同的模式，即R与S的元数相同（结构相同），关系R与S“并”由属于R或属于S的元组构成的集合组成，记作 $R \cup S$ ，其形式定义如下：

$$R \cup S = \{t | t \in R \vee t \in S\}$$

式中t为元组变量

R		
A	B	C
a	b	c
b	a	d
c	d	e
d	f	g

U

S		
A	B	C
b	a	d
d	f	g
f	h	k

=

R ∪ S		
A	B	C
a	b	c
b	a	d
c	d	e
d	f	g
f	h	k



# 基本的关系代数运算

## 2、差

- 关系R与S具有相同的模式，关系R与S的差是由属于R但不属于S的元组构成的集合，记作R-S，其形式定义如下：
- $$R-S = \{t | t \in R \wedge t \notin S\}$$

R						S						R-S		
A	B	C				A	B	C				A	B	C
a	b	c				b	a	d				a	b	c
b	a	d				d	f	g				c	d	e
c	d	e				f	h	k						
d	f	g												



# 基本的关系代数运算

## 3、广义笛卡儿积

- 两个元数分别为n目和m目的关系R和S的广义笛卡儿积是一个(n+m)列的元组的集合。元组的前n列是关系R的一个元组，后m列是关系S的一个元组，记作 $R \times S$ 。

R	
A	B
1	2
3	4

×

S		
B	C	D
a	b	c
a	b	e
c	d	e

=

R × S				
A	R.B	S.B	C	D
1	2	a	b	c
1	2	a	b	e
1	2	c	d	e
3	4	a	b	c
3	4	a	b	e
3	4	c	d	e



# 基本的关系代数运算

## 4、投影及广义投影

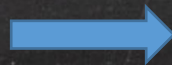
- 投影是从关系的垂直方向进行运算，在关系R中选择出若干属性列A组成新的关系，记作 $\pi_A(R)$ ，其形式定义如下：

$$\pi_A(R) = \{t[A] | t \in R\}$$

- 广义投影运算允许在投影列表中使用算术运算，实现了对投影运算的扩充。若有关系R，条件 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 中的每一个都是涉及R中常量和属性的算术表达式，那么广义投影运算的形式定义为：

$$\pi_{F_1, F_2, \dots, F_n}(R)$$

Salary		
ID	基本工资	奖励
1001	2600	5000
1002	3000	6000
1003	2600	6500
1004	2800	4500



$\pi_{ID, \text{基本工资}}(\text{Salary})$	
ID	基本工资
1001	2600
1002	3000
1003	2600
1004	2800

(a) 投影运算

$\pi_{ID, \text{基本工资}+\text{奖励}}(\text{Salary})$	
ID	基本工资+奖励
1001	7600
1002	9000
1003	9100
1004	7300

(b) 广义投影运算



# 基本的关系代数运算

## 5、选择

- 选择运算是从关系的水平方向进行运算，是从关系R中选择满足给定条件的诸元组，记作 $\sigma_F(R)$ ，其形式定义如下：

$$\sigma_F(R) = \{t | t \in R \wedge F(T) = \text{True}\}$$

- 其中，F中的运算对象是属性名（或列的序号）或常数，运算符、算术比较符（<、>、 $\geq$ 、 $\leq$ 、 $\neq$ ）和逻辑运算符（ $\wedge$ 、 $\vee$ 、 $\neg$ ）。
- 例如， $\sigma_{1 \geq 6}(R)$ 表示选取关系R中第1个属性值大于等于第6个属性值的元组；  
 $\sigma_{1 > '6'}(R)$ 表示选取关系R中第1个属性值大于6的元组。

注意6和'6'的区别，6是指从左往右数第6个属性，'6'是指数字6（数值格式或文本格式）



例：设有关系 R、S 如下图所示，请求出  $R \times S$ ， $\pi_{A,C}(R)$ ， $\sigma_{A>B}(R)$ ， $\sigma_{3<4}(R \times S)$ 。

R

A	B	C
a	b	c
b	a	d
c	d	e
d	f	g

S

A	B	C
b	a	d
d	f	g
f	h	k

×

=

$R \times S$

R.A	R.B	R.C	S.A	S.B	S.C
a	b	c	b	a	d
a	b	c	d	f	g
a	b	c	f	h	k
b	a	d	b	a	d
b	a	d	d	f	g
b	a	d	f	h	k
c	d	e	b	a	d
c	d	e	d	f	g
c	d	e	f	h	k
d	f	g	b	a	d
d	f	g	d	f	g
d	f	g	f	h	k

$\sigma_{A>B}(R)$

A	B	C
b	a	d

$\sigma_{3<4}(R \times S)$

R.A	R.B	R.C	S.A	S.B	S.C
a	b	c	d	f	g
a	b	c	f	h	k
b	a	d	f	h	k
c	d	e	f	h	k



# 扩展的关系运算

## 1、交

- 关系R与S具有相同的模式，关系R与S的交由属于R同时又属于S的元组构成，关系R与S的交记作 $R \cap S$ ，其形式定义如下：

$$R \cap S = \{t | t \in R \wedge t \in S\}$$

R						S					
A	B	C				A	B	C			
1	2	3				3	7	11			
4	5	6				4	5	6			
7	8	9				5	9	13			
10	11	12				6	10	14			

$\cap$

$=$

R ∩ S		
A	B	C
4	5	6



# 扩展的关系运算

## 2、连接

- 分为 $\theta$ 连接、等值连接与自然连接

(1)  $\theta$ 连接：可以由基本的关系运算笛卡儿积和选取运算导出。

$$R \bowtie_{X\theta Y} S = \sigma_{X\theta Y}(R \times S)$$

- 其中， $\theta$ 为比较运算符，如 $>$ 、 $<$ 、 $=$ 、 $\neq$ ， $X$ 和 $Y$ 分别为 $R$ 和 $S$ 上可以进行比较的属性组。
- 例：设有关系 $R$ 和 $S$ 如下图所示，求  $R \bowtie_{R.A < S.B} S$

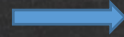


例：设有关系R和S如下图所示，求  $R \bowtie_{R.A < S.B} S$

R		
A	B	C
2	1	4
3	4	5
4	6	7

$R \bowtie_{R.A < S.B} S$

S	
A	B
2	1
6	8



$R \times S$				
R.A	R.B	C	S.A	S.B
2	1	4	2	1
2	1	4	6	8
3	4	5	2	1
3	4	5	6	8
4	6	7	2	1
4	6	7	6	8



$R \bowtie_{R.A < S.B} S$				
R.A	R.B	C	S.A	S.B
2	1	4	6	8
3	4	5	6	8
4	6	7	6	8



# 扩展的关系运算

## (2) 等值连接

- 当 $\theta$ 为“=”时，称为等值连接，记为 $R \bowtie_{X=Y} S$ 。

R		
A	B	C
a	b	c
b	a	d
c	d	e
d	f	g

$R \bowtie_{R.A=S.C} S$

S		
A	C	D
a	c	d
d	f	g
b	d	g

=

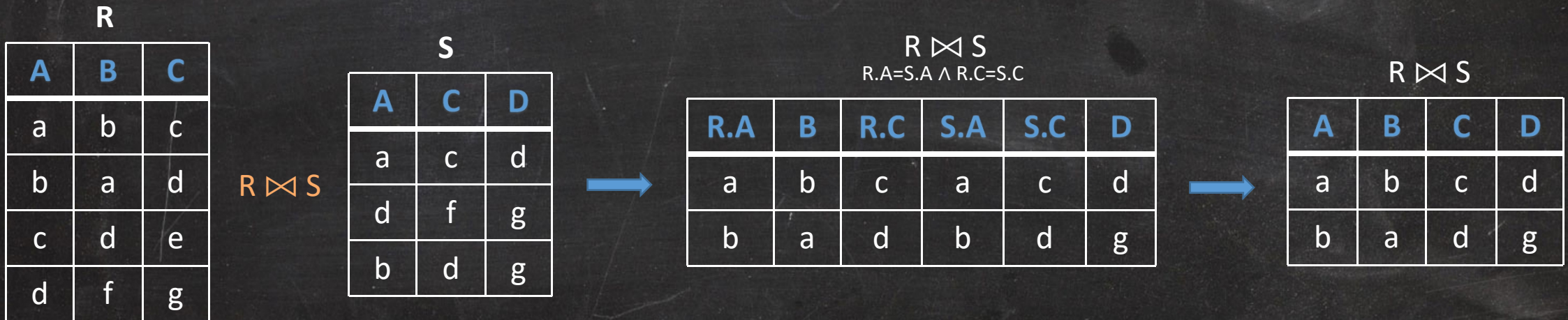
$R \bowtie_{R.A=S.C} S$					
R.A	B	R.C	S.A	S.C	D
c	d	e	a	c	d
d	f	g	b	d	g



# 扩展的关系运算

## (3) 自然连接

- 是一种特殊的等值连接，它要求两个关系中进行比较的分量必须是相同的属性组，并且在结果集中将重复属性列去掉。如果没有重复属性，那么自然连接就转化为笛卡儿积。
- 例：设有关系R与S如下图所示，求 $R \bowtie S$ 。





# 扩展的关系运算

## 3、除

R			
A	B	C	D
a	b	c	d
a	b	e	f
c	f	c	d
g	h	e	f
a	b	h	k
b	d	e	f
b	d	d	l
c	k	c	d
c	k	e	f

÷

S		
C	D	E
c	d	h
e	f	m

=

R ÷ S	
A	B
a	b
c	k



# 扩展的关系运算

## 4、外连接

- 外连接运算是连接运算的扩展，可以处理缺失的信息。

### (1) 左外连接 $\bowtie$ （左侧为准，右侧填充）

- 取出左侧关系中所有与右侧关系中任一元组都不匹配的元组，用空值NULL填充所有来自右侧关系的属性，构成新的元组，将其加入自然连接的结果中。

R			S			R $\bowtie$ S			
A	B	C	B	C	D	A	B	C	D
a	b	c	b	c	d	a	b	c	d
b	a	d	d	e	g	c	d	e	g
c	d	e	f	d	g	c	d	e	c
d	f	g	d	e	c	b	a	d	NULL
						d	f	g	NULL



# 扩展的关系运算

## (2) 右外连接 $\bowtie$ （右侧为准，左侧填充）

取出右侧关系中所有与左侧关系中任一元组都不匹配的元组，用空值NULL填充所有来自左侧关系的属性，构成新的元组，将其加入自然连接的结果中。

R				S				R $\bowtie$ S			
A	B	C		B	C	D		A	B	C	D
a	b	c		b	c	d		a	b	c	d
b	a	d	$\bowtie$	d	e	g	=	c	d	e	g
c	d	e		f	d	g		c	d	e	c
d	f	g		d	e	c		NULL	f	d	g



# 扩展的关系运算

## (3) 全外连接 $\bowtie$

R		
A	B	C
a	b	c
b	a	d
c	d	e
d	f	g

$\bowtie$

S		
B	C	D
b	c	d
d	e	g
f	d	g
d	e	c

R $\bowtie$ S			
A	B	C	D
a	b	c	d
c	d	e	g
c	d	e	c
b	a	d	NULL
d	f	g	NULL

R $\bowtie$ S			
A	B	C	D
a	b	c	d
c	d	e	g
c	d	e	c
NULL	f	d	g

R $\bowtie$ S			
A	B	C	D
a	b	c	d
c	d	e	g
c	d	e	c
b	a	d	NULL
d	f	g	NULL
NULL	f	d	g



关系运算		运算符	示例	一句话记忆	前提条件
并		U	$R \cup S$	在R中或者在S中的行	R与S的关系模式相同
差		—	$R - S$	在R中却不在S中的行	R与S的关系模式相同
交		$\cap$	$R \cap S$	既在R中又在S中的行	R与S的关系模式相同
笛卡儿积		$\times$	$R \times S$		
选择		$\sigma$	$\sigma_{1<3}(R)$	选择满足条件的行	
投影		$\pi$	$\pi_{A,B-C}(R)$	选择满足条件的列	
除		$\div$	$R \div S$		
连接	$\theta$ 连接	$\bowtie_{X\theta Y}$	$R \bowtie_{X\theta Y} S$	先求出笛卡儿积，再做选择运算，选取满足“ $X\theta Y$ ”条件的行	
	等值连接	$\bowtie_{X=Y}$	$R \bowtie_{X=Y} S$	先求出笛卡儿积，再做选择运算，选取满足“ $X=Y$ ”条件的行	
	自然连接	$\bowtie$	$R \bowtie S$	R与S进行等值连接时，比较的属性相同，且结果中要去掉重复属性列	R与S有相同的属性列
	左外连接	$\bowtie\!\!\!\!\!\lrcorner$	$R \bowtie\!\!\!\!\!\lrcorner S$	在自然连接的基础上，以左侧为准，右侧补齐	
	右外连接	$\bowtie\!\!\!\!\!\rceil$	$R \bowtie\!\!\!\!\!\rceil S$	在自然连接的基础上，以右侧为准，左侧补齐	
	全外连接	$\bowtie\!\!\!\!\!\lrcorner\!\!\!\!\!\rceil$	$R \bowtie\!\!\!\!\!\lrcorner\!\!\!\!\!\rceil S$	将左外连接和右外连接的结果求并集	

表：对关系运算的简单总结



【20年第36题】

对于两个关系E和F，（ ）的运算结果的任一元组，同时属于E和F。

- A.  $E \times F$       B.  $E \text{ 并 } F$       C.  $E \cap F$       D.  $E - F$

【21年第37题】

如下表所示，有两个关系E和F，若它们经过某一关系运算后的结果为计算机学院，这一关系运算为（ ）。

- A.  $E \times F$       B.  $F \times E$       C.  $E \div F$       D.  $F \div E$

关系 E

学院	课程
计算机学院	数据结构与算法
计算机学院	数据库
历史学院	中国近现代史
文学院	文学鉴赏

关系 F

课程
数据库



【22年第38题】

假设有关系E（学校名称，所在地）和F（学校名称，专业代码，分数线），查询所有学校所有专业的分数线，以及学校所在地的信息，对应的关系表达式为（ ）。

- A.  $E \times F$       B.  $E \cap F$       C.  $E \cup F$       D.  $E \bowtie F$

【22年第43题】

下表记录了某系统中各个学校的基本信息，关系运算 $\pi_{\text{主管部门}}(E)$ 的结果是（ ）。

- A. {电子科技大学，西安电子科技大学，杭州电子科技大学，桂林电子科技大学}  
B. {教育部，浙江，广西}  
C. {教育部，教育部，浙江，广西}  
D. {四川，陕西，浙江，广西}

关系 E		
院校名称	所在地	主管部门
电子科技大学	四川	教育部
西安电子科技大学	陕西	教育部
杭州电子科技大学	浙江	浙江
桂林电子科技大学	广西	广西



### 1、19年第39题

给定关系R (A,B,C,D) 与S (C,D,E,F) ，则 $R \times S$ 与 $R \bowtie S$ 操作结果的属性个数分别为 ( A ) 。

- A. 8, 6      B. 6, 6      C. 8, 8      D. 7, 6

### 2、18年第37、38题

给定关系 R (A, B, C, D) 和关系 S (A, C, D, E, F) ，对其进行自然连接运算  $R \bowtie S$  后的属性列为 ( C ) 个；  
与 $\sigma_{R.C > S.F} (R \bowtie S)$  等价的关系代数表达式为 ( B ) 。

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 9

A.  $\sigma_{3 > 9}(R \times S)$

B.  $\pi_{1,2,3,4,8,9}(\sigma_{1=5 \wedge 3=6 \wedge 4=7 \wedge 3 > 9}(R \times S))$

C.  $\sigma_{'3' > '9'}(R \times S)$

D.  $\pi_{1,2,3,4,8,9}(\sigma_{1=5 \wedge 3=6 \wedge 4=7 \wedge '3' > '9'}(R \times S))$



### 3、17年第32题

在关系R(A1, A2, A3) 和 S(A2, A3, A4) 上进行  $\pi_{A1,A4}(\sigma_{A2<'2017' \wedge A4='95'}(R \bowtie S))$  关系运算，与该关系表达式等价的是 ( D )。

A.  $\pi_{1,4}(\sigma_{2<'2017' \vee 4='95'}(R \bowtie S))$

B.  $\pi_{1,6}(\sigma_{2<'2017'}(R) \times \sigma_{3='95'}(S))$

C.  $\pi_{1,4}(\sigma_{2<'2017'}(R) \times \sigma_{6='95'}(S))$

D.  $\pi_{1,6}(\sigma_{2=4 \wedge 3=5}(\sigma_{2<'2017'}(R) \times \sigma_{3='95'}(S)))$

### 4、17年第54题

有两个关系模式R(A, B, C, D)和S(A, C, E, G)，则X=R×S的关系模式是 ( C )。

A. X(A, B, C, D, E, G)

B. X(A, B, C, D)

C. X(R.A, B, R.C, D, S.A, S.C, E, G)

D. X(B, D, E, G)



### 5、16年第31题

若对关系R1按 ( B ) 进行运算，可以得到关系R2。

- A.  $\sigma_{\text{商品名}='毛巾' \vee \text{'钢笔'}} (R1)$
- B.  $\sigma_{\text{价格} \geq 8} (R1)$
- C.  $\pi_{1,2,3} (R1)$
- D.  $\sigma_{\text{商品编号}='01020211' \vee \text{'02110200'}} (R1)$

R1			R2		
商品编号	商品名	单价	商品编号	商品名	单价
01020210	手绢	2	01020211	毛巾	18
01020211	毛巾	18	01020212	毛巾	8
01020212	毛巾	8	02110200	钢笔	8
01020213	钢笔	5			
02110200	钢笔	8			

### 6、16年第35、36题

给定关系R (A,B,C,D) 和关系S (C,D,E)，对其进行自然连接运算 $R \bowtie S$ 后的属性为 ( B ) 个： $\sigma_{R.B > S.E} (R \bowtie S)$  等价的关系代数表达式为 ( D )。

- A. 4
  - B. 5
  - C. 6
  - D. 7
- A.  $\sigma_{2>7} (R \times S)$
  - B.  $\pi_{1,2,3,4,7} (\sigma_{2'>'7' \wedge 3=5 \wedge 4=6} (R \times S))$
  - C.  $\sigma_{2'>'7'} (R \times S)$
  - D.  $\pi_{1,2,3,4,7} (\sigma_{2>7 \wedge 3=5 \wedge 4=6} (R \times S))$



### 7、16年第48、49题

关系数据库中通常包含多个表，表与表之间的关联关系通过（ B ）来实现，通过（ D ）运算将两个关联的表合并成一张信息等价的表。

- A.指针                      B.外码                      C.索引                      D.视图  
A.选择                      B.投影                      C.笛卡尔积                      D.自然连接

### 8、15年第37、38题

关系R、S如下表所示， $R \div (\pi_{A1,A2}(\sigma_{1<3}(S)))$  的结果为（ A ），R、S的左外连接、右外连接和完全外连接的元组个数分别（ D ）

- (37) A. {4}                      B. {3,4}  
C. {3,4,7}                      D. { (1,2) , (2,1) , (3,4) , (4,7) }  
(38) A. 2, 2, 4                      B. 2, 2, 6                      C. 4, 4, 4                      D. 4, 4, 6

R			S		
A1	A2	A3	A1	A2	A4
1	2	3	1	9	1
2	1	4	2	1	8
3	4	4	3	4	4
4	6	7	4	8	3



9、14年第36、37题

给定关系模式R (A,B,C,D) 和关系S (A,C,D,E)，对其进行自然连接运算 $R \bowtie S$ 后的属性列为 ( B ) 个，与 $\sigma_{R.B > S.E} (R \bowtie S)$  等价的关系代数表达式为 ( B )。

(36) A. 4                  B. 5                  C. 6                  D. 8

(37) A.  $\sigma_{2>8} (R \times S)$                   B.  $\pi_{1,2,3,4,8} (\sigma_{1=5 \wedge 2>8 \wedge 3=6 \wedge 4=7} (R \times S))$   
C.  $\sigma_{'2'>'8'} (R \times S)$                   D.  $\pi_{1,2,3,4,8} (\sigma_{1=5 \wedge '2'>'8' \wedge 3=6 \wedge 4=7} (R \times S))$



## 10、12年第41~44题

假设关系R1、R2和R3如下所示：

若进行 $R1 \bowtie R2$ 运算，则结果集分别为（B）元关系，共有（A）个元组；若进行 $R2 \times \sigma_{F < 4}(R3)$ 运算，则结果集为（D）元关系，共有（A）个元组。

- (41) A.4      B.5      C.6      D.7  
(42) A.4      B.5      C.6      D.7  
(43) A.5      B.6      C.7      D.8  
(44) A.9      B.10      C.11      D.12

R1

A	B	C	D
1	5	3	6
3	2	1	6
5	6	3	6
6	7	5	1

R2

C	D	E
1	6	3
1	6	1
3	6	2

R3

D	E	F	G	H
6	1	1	2	8
6	1	3	5	3
6	2	3	6	2
6	2	7	5	3



### 11、11年第30~32题

若集合 $D1=\{0,1,2\}$ ，集合 $D2=\{a,b,c\}$ ，集合 $D3=\{a,c\}$ ，则 $D1 \times D2 \times D3$ 应为（A）元组，其结果集的元组个数为（D）。  
若 $D1 \times (D2 \bowtie D3)$ ，则结果集的元组个数为（C）。

1=1

- |          |     |      |      |
|----------|-----|------|------|
| (30) A.3 | B.6 | C.8  | D.9  |
| (31) A.6 | B.9 | C.12 | D.18 |
| (32) A.2 | B.3 | C.6  | D.9  |