

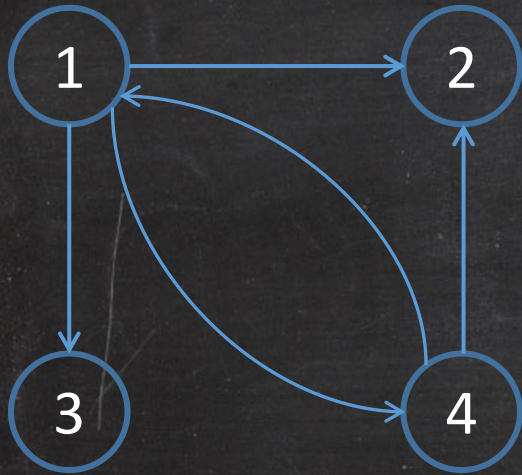
3.4 图

图的定义

- 一个图 G (Graph) 是由两个集合： V 和 E 所组成的， V 是有限的非空顶点 (Vertex) 集合， E 是用顶点表示的边 (Edge) 集合，图 G 的顶点集和边集分别记为 $V(G)$ 和 $E(G)$ ，而将图 G 记作 $G=(V, E)$ 。
- 可以看出，一个顶点集合与连接这些顶点的边的集合可以唯一表示一个图。
- 在图中，数据结构中的数据元素用顶点表示，数据元素之间的关系用边表示。

图的相关概念

- 有向图：图中每条边都是有方向的。从顶点 v_i 到顶点 v_j 表示为 $\langle v_i, v_j \rangle$ ，而从顶点 v_j 到顶点 v_i 表示为 $\langle v_j, v_i \rangle$ 。有向边也称为弧。起点称为弧尾，终点称为弧头。



(a) 有向图

左侧有向图a的顶点集合为：

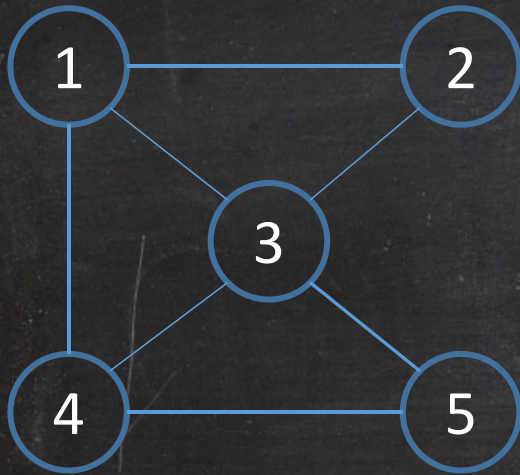
$V(a) = \{1, 2, 3, 4\}$

边的集合为：

$E(a) = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle\}$

图的相关概念

- 无向图：图中每条边都是无方向的。顶点 v_i 和 v_j 之间的边用 (v_i, v_j) 表示。在无向图中， (v_i, v_j) 和 (v_j, v_i) 表示的是同一条边。



(b) 无向图

左侧无向图b的顶点集合为：

$V(b)=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

边的集合为：

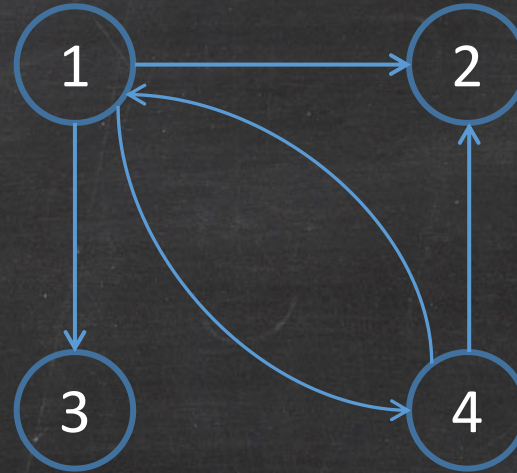
$E(b)=\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (4, 5), (2, 3), (3, 4), (3, 5)\}$

图的相关概念

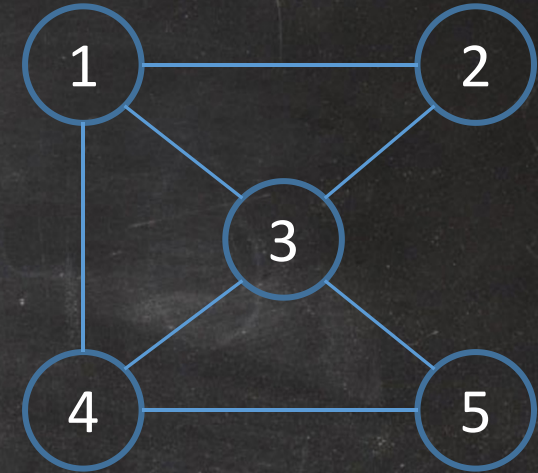
- 完全图：若一个无向图具有 n 个顶点，而每一个顶点与其他 $n-1$ 个顶点之间都有边，则称之为无向完全图。显然，含有 n 个顶点的无向完全图共有 $n(n-1)/2$ 条边，类似地，有 n 个顶点的有向完全图中弧的数目为 $n(n-1)$ ，即任意两个不同顶点之间都存在方向相反的两条弧。

图的相关概念

- 度
- 出度和入度：
- 路径：
- 子图：
- 连通图：
- 强连通图：
- 网：



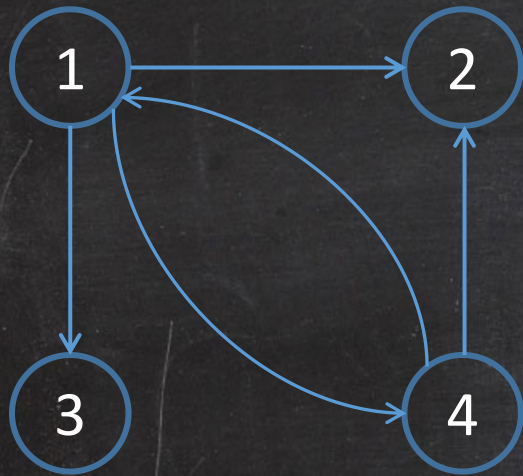
(a) 有向图



(b) 无向图

图的存储结构

(1) 邻接矩阵表示法

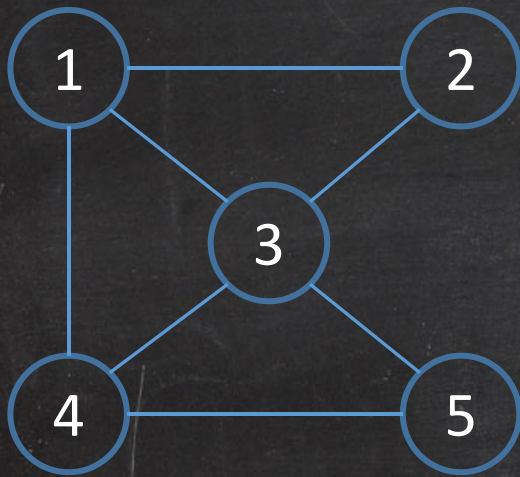


(a) 有向图

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

图的存储结构



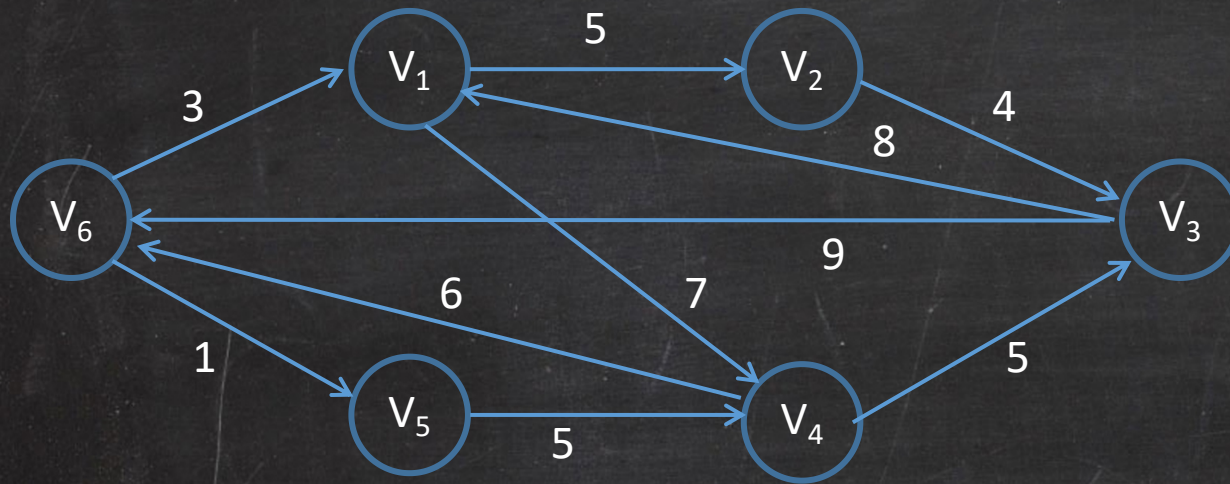
(b) 无向图

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}
a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}

0	1	1	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	0	1	0	1
0	0	1	1	0

图的存储结构

- 网（带有权值的图）的邻接矩阵的表示：



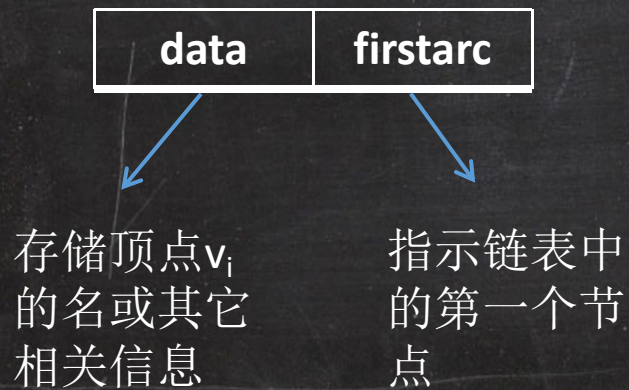
(c) 网

∞	5	∞	7	∞	∞
∞	∞	4	∞	∞	∞
8	∞	∞	∞	∞	9
∞	∞	5	∞	∞	6
∞	∞	∞	5	∞	∞
3	∞	∞	∞	1	∞

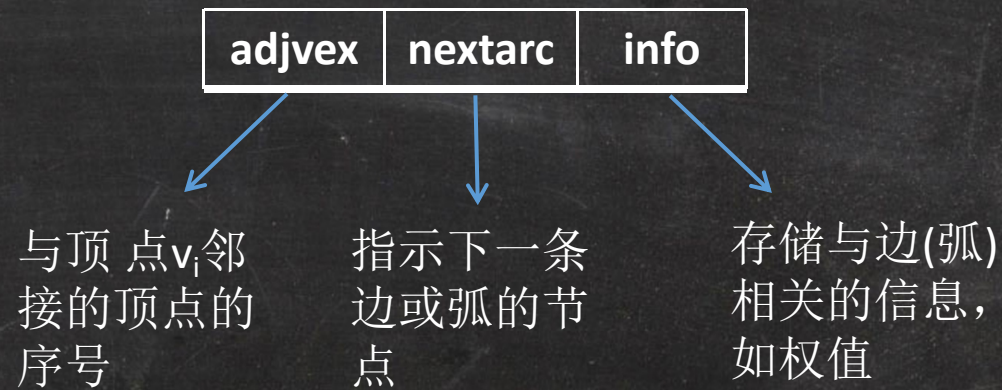
图的存储结构

(2) 邻接链表表示法

- 邻接链表是为图的每一个顶点建立一个单链表，第 i 个单链表中的节点表示依附于顶点 v_i 的表（对于有向图是以 v_i 为尾的弧）。
- 邻接链表中的表节点有表节点和表头节点两种类型：



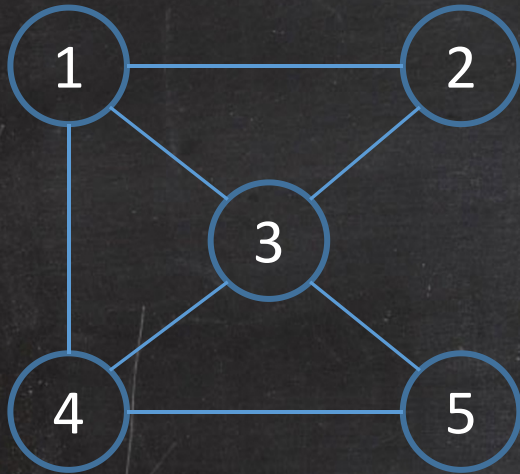
(a) 表头节点



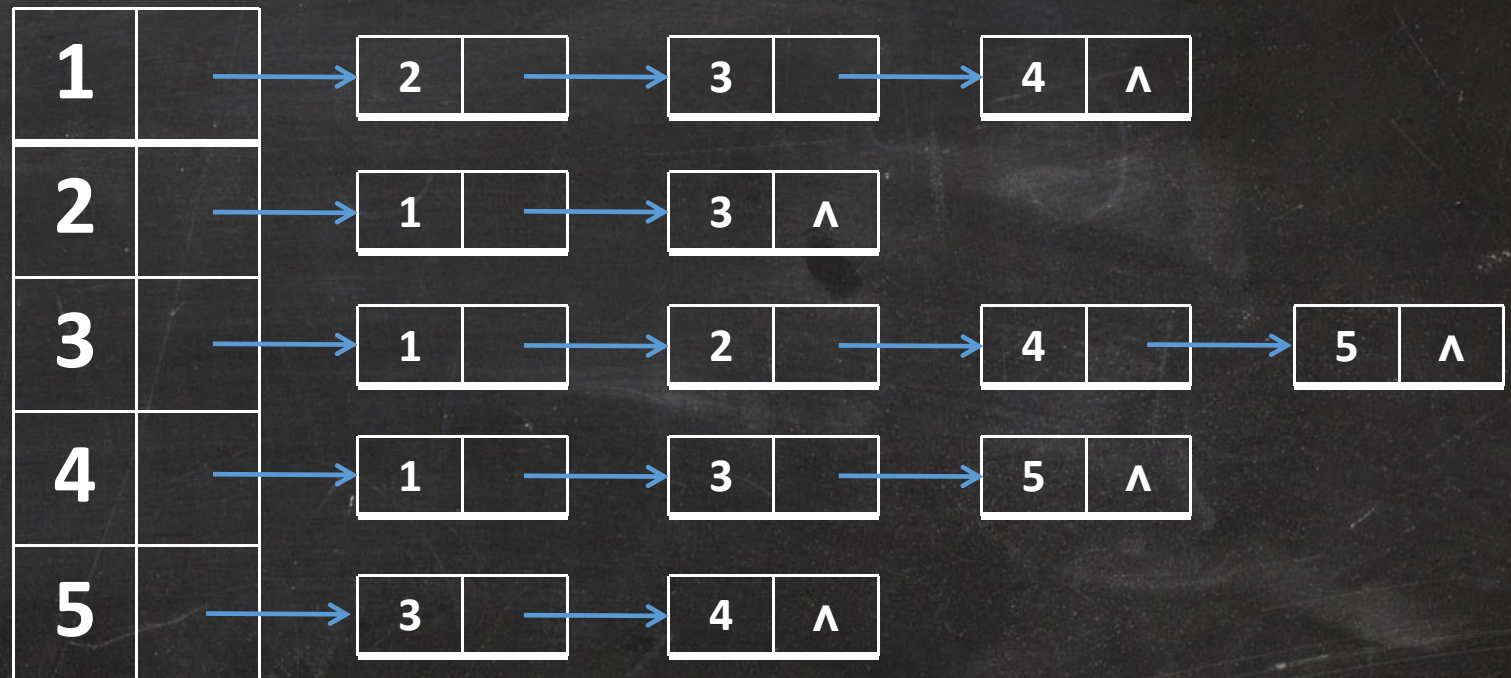
(b) 表节点

图的存储结构

- 无向图的邻接链表表示法

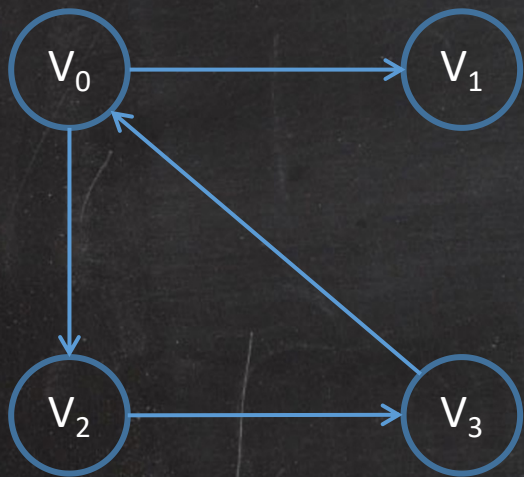


(a) 无向图

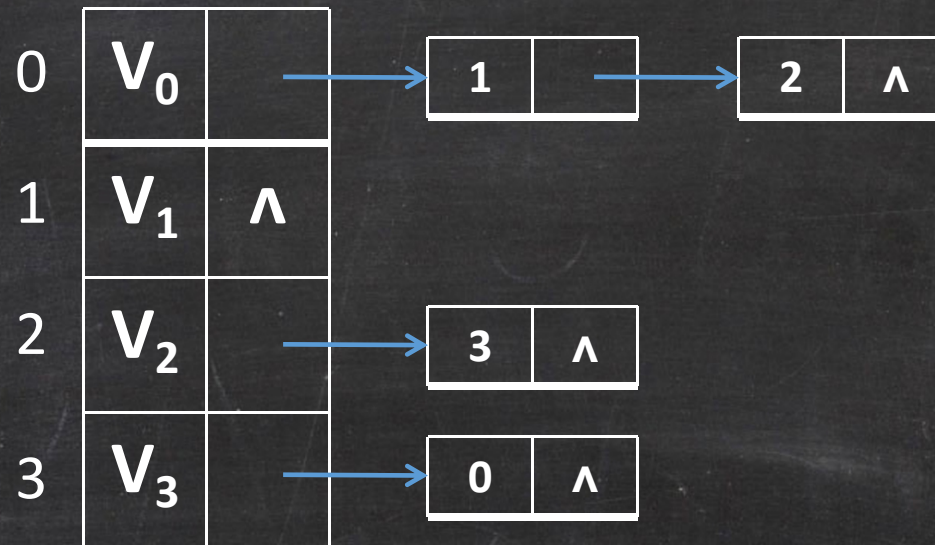


图的存储结构

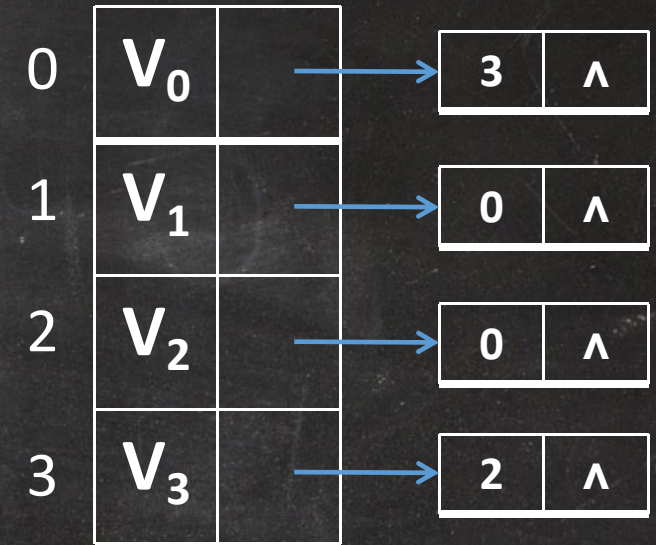
- 有向图的邻接链表表示法



(a) 有向图



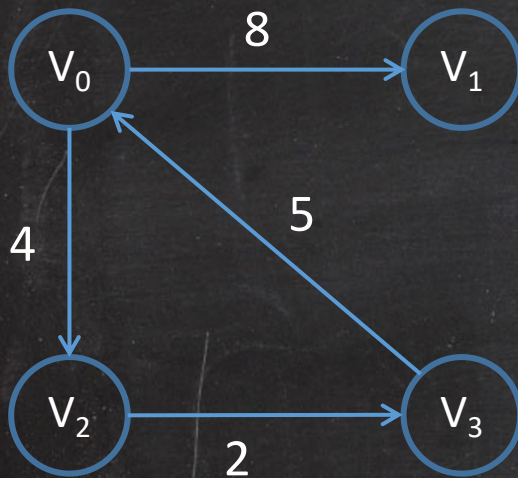
(b) 邻接表



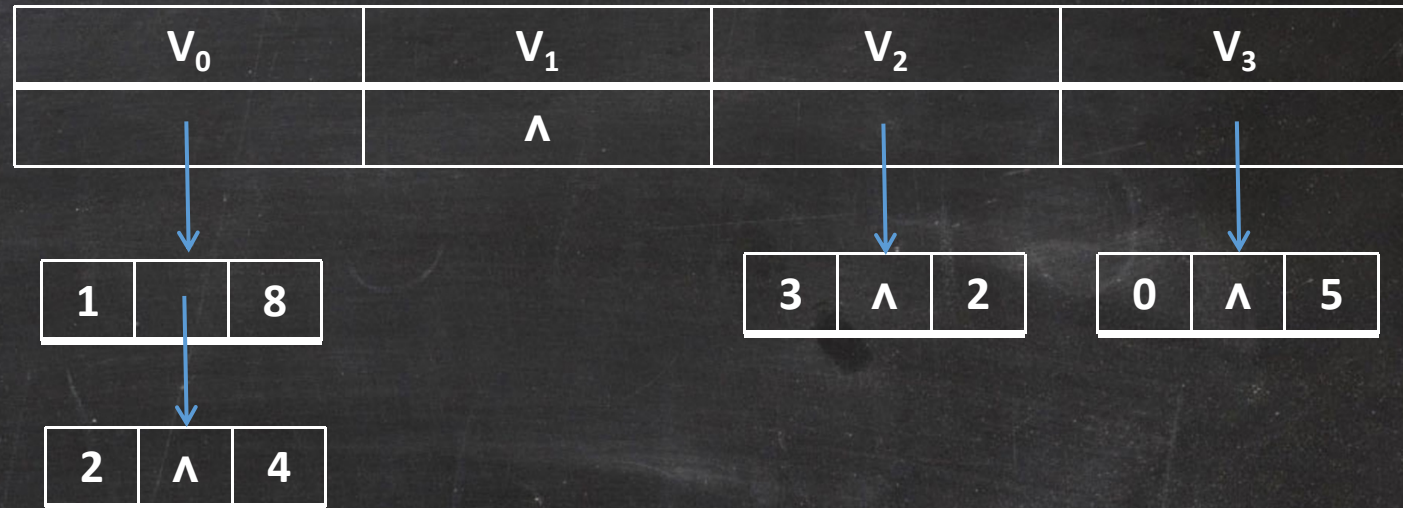
(c) 逆邻接表

图的存储结构

- 带权值的网的邻接链表表示法



(a) 网



(b) 网的邻接链表表示法