

## 7.6 Armstrong公理系统



# 主要考点

- 1、Armstrong公理系统
- 2、函数依赖的闭包 $F^+$ 及属性的闭包 $X_F^+$
- 3、候选码的求解方法
- 4、最小函数依赖集



# Armstrong公理系统

- Armstrong公理系统（函数依赖的公理系统）：设关系模式 $R(U, F)$ ，其中 $U$ 为属性集， $F$ 是 $U$ 上的一组函数依赖，那么有如下推理规则：
  - (1) A1自反律：若 $Y \subseteq X \subseteq U$ ，则 $X \rightarrow Y$ 为 $F$ 所蕴涵。
  - (2) A2增广律：若 $X \rightarrow Y$ 为 $F$ 所蕴涵，且 $Z \subseteq U$ ，则 $XZ \rightarrow YZ$ 为 $F$ 所蕴涵。
  - (3) A3传递律：若 $X \rightarrow Y$ ， $Y \rightarrow Z$ 为 $F$ 所蕴涵，则 $X \rightarrow Z$ 为 $F$ 所蕴涵。
- 根据上述三条推理规则又可推出下述三条推理规则：
  - (1) 合并规则：若 $X \rightarrow Y$ ， $X \rightarrow Z$ ，则 $X \rightarrow YZ$ 为 $F$ 所蕴涵。
  - (2) 伪传递律：若 $X \rightarrow Y$ ， $WY \rightarrow Z$ ，则 $XW \rightarrow Z$ 为 $F$ 所蕴涵。
  - (3) 分解规则：若 $X \rightarrow Y$ ， $Z \subseteq Y$ ，则 $X \rightarrow Z$ 为 $F$ 所蕴涵。



# 函数依赖的闭包 $F^+$ 及属性的闭包 $X_F^+$

## 1、函数依赖的闭包 $F^+$

- 定义：关系模式 $R(U, F)$ 中为 $F$ 所逻辑蕴含的函数依赖的全体称为 $F$ 的闭包，记为： $F^+$ 。

例： $R(U, F)$ ， $U = (A, B, C, D)$ ， $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, AC \rightarrow D\}$



# 函数依赖的闭包 $F^+$ 及属性的闭包 $X_F^+$

## 2、属性的闭包 $X_F^+$

- 定义：设 $F$ 为属性集 $U$ 上的一组函数依赖， $X \subseteq U$ ， $X_F^+ = \{A | X \rightarrow A \text{ 能由 } F \text{ 根据 Armstrong 公理导出}\}$ ，则称 $X_F^+$ 为属性集 $X$ 关于函数依赖集 $F$ 的闭包。
- 即：属性集 $X$ 的闭包 $X_F^+$ 是指所有能由 $X$ 决定的属性集合。



例1：已知关系模式 $R(U, F)$ ， $U = \{A, B, C, D, E\}$ ； $F = \{A \rightarrow B, D \rightarrow C, BC \rightarrow E, AC \rightarrow B\}$ ；  
求  $(AE)_F^+$ ， $(AD)_F^+$



# 候选码的求解方法

• 给定一个关系模式 $R(U, F)$ ,  $U = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ,  $F$ 是 $R$ 的函数依赖集, 那么, 可以将属性分为如下四类:

**L**: 仅出现在函数依赖集 $F$ 左部的属性

**R**: 仅出现在函数依赖集 $F$ 右部的属性

**LR**: 在函数依赖集 $F$ 左右部都出现的属性

**NLR**: 在函数依赖集 $F$ 左右部都未出现的属性

• 根据候选码的特性, 对于给定一个关系模式 $R(U, F)$ , 可以得出如下结论:

结论1: 若 $X (X \subseteq U)$ 是**L类属性**, 则 **$X$ 必为 $R$ 的任一候选码的成员**。若 $X_F^+ = U$ , 则 $X$ 必为 $R$ 的唯一候选码。

结论2: 若 $X (X \subseteq U)$ 是**R类属性**, 则 **$X$ 不是 $R$ 的任一候选码的成员**。

结论3: 若 $X (X \subseteq U)$ 是**NLR类属性**, 则 **$X$ 必为 $R$ 的任一候选码的成员**。

结论4: 若 $X (X \subseteq U)$ 是**L类和NLR类属性组成的属性集**, 若 $X_F^+ = U$ , 则 $X$ 必为 $R$ 的唯一候选码。



# 候选码的求解方法

第1步、根据题意，将所有的属性分类：

- L：只在左边出现，一定是
- R：只在右边出现，一定不是
- LR：左右都出现，有可能是，也有可能不是
- NLR：左右都没出现，一定是

第2步、将所有的L类和NLR类属性组合起来，设为P，求其闭包 $P_F^+$ ，如果是全集U，那么它就是候选码。

第3步、如果 $P_F^+$ 不是全集U，则依次将LR类属性跟P组合起来求闭包，只要其闭包是全集U，就是候选码。



例2：设关系模式 $R(U, F)$ ， $U = (A, B, C, D)$ ； $F = \{A \rightarrow C, C \rightarrow B, AD \rightarrow B\}$ ，求 $R$ 的候选码。



例3：设关系模式 $R(U, F)$ ，其中， $U = (H, I, J, K, L, M)$ ， $F = \{H \rightarrow I, K \rightarrow I, LM \rightarrow K, I \rightarrow K, KH \rightarrow M\}$ 。  
求 $R$ 的候选码。

例4：若给定的关系模式为 $R(U, F)$ ， $U = (A, B, C)$ ， $F = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow B\}$ ，求 $R$ 的候选码。



# 最小函数依赖集

- 如果函数依赖集F满足下列条件，则称F为一个最小函数依赖集，或称极小函数依赖集或最小覆盖。
  - (1) F中的任一函数依赖的右部仅有一个属性，即无多余的属性；
  - (2) F中不存在这样的函数依赖 $X \rightarrow A$ ，使得F与 $F - \{X \rightarrow A\}$ 等价，即无多余的函数依赖；
  - (3) F中不存在这样的函数依赖 $X \rightarrow A$ ，X有真子集Z使得F与 $F - \{X \rightarrow A\} \cup \{Z \rightarrow A\}$ 等价，即去掉各函数依赖左边的多余属性。

即：(1) 所有函数依赖的右侧只有一个属性。

(2) 没有冗余的函数依赖。

(3) 所有函数依赖的左侧没有冗余的属性。

例：关系模式 $R(U, F)$ ， $R(A, B, C, D, E)$ ， $F = \{A \rightarrow BC, A \rightarrow E, A \rightarrow D, D \rightarrow E, AC \rightarrow D\}$