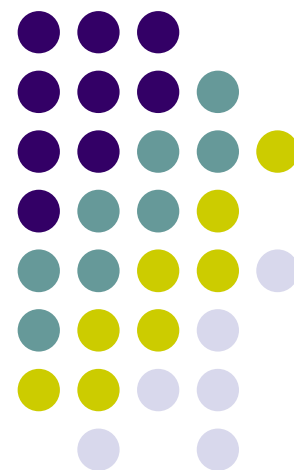




# 信息隐藏技术基础

王莘



# 数字水印技术

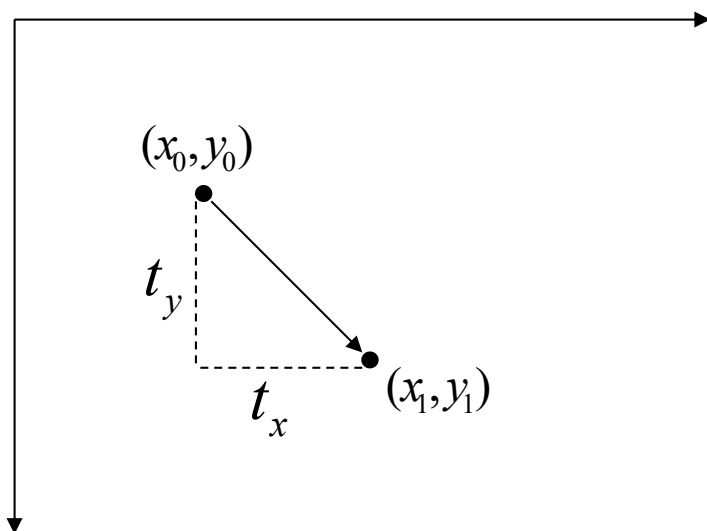
---

- 数字水印概述
- 数字水印嵌入技术
- 数字水印提取技术
- 鲁棒数字水印
- DFT变换域数字水印嵌入技术



# 图像平移

---



$$x_1 = x_0 + t_x$$

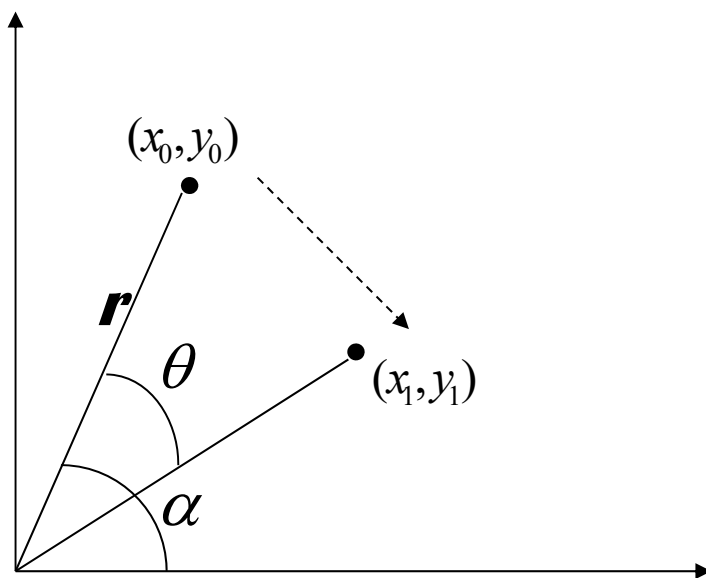
$$y_1 = y_0 + t_y$$

# 图像平移

---



# 图像旋转



$$x_0 = r \cos \alpha$$

$$y_0 = r \sin \alpha$$

$$x_1 = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta$$

$$y_1 = -x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta$$

# 图像放缩

---

$$x_1 = s_x x_0$$

$$y_1 = s_y y_0$$



# 图像插值

## 1、最近邻插值法

计算与点 $P(x_0, y_0)$ 临近的四个点的欧氏距离;将与点 $P(x_0, y_0)$ 最近的整数坐标点 $(x, y)$ 的像素灰度值取为 $P(x_0, y_0)$ 点像素灰度值。

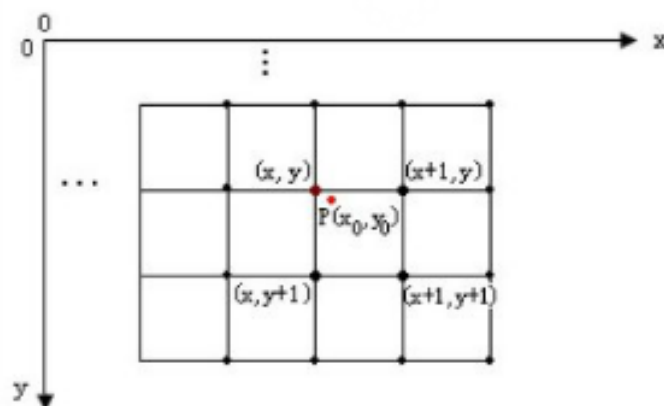


图4 最近邻插值法

# 图像插值

## 2、双线性插值法

使用反向映射法给旋转图像的像素灰度级赋值。反向映射示意图如图5所示。

该方法是指从旋转图像上像素坐标  $(x, y)$  出发，求出原始图像上对应的像素坐标  $(x', y')$ ，然后将原始图像上对应像素点  $(x', y')$  的像素灰度值赋给旋转图像上对应像素点  $(x, y)$ 。

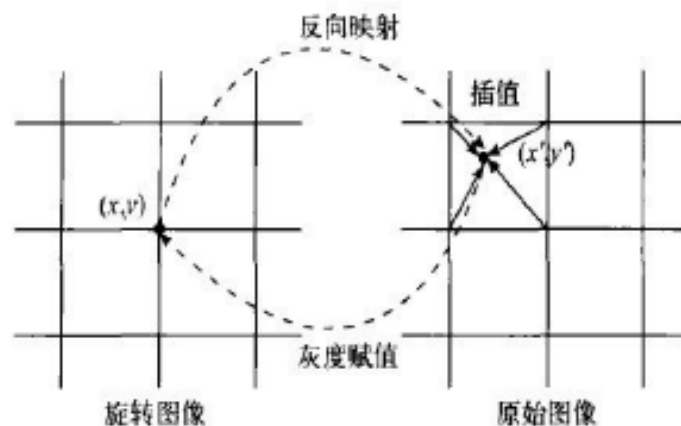


图 5 反向映射示意图



# 图像插值

## 双线性插值

$\tilde{I}_{5,5}$	$\tilde{I}_{5,7}$
$\tilde{I}_{7,5}$	$\tilde{I}_{7,7}$

$\tilde{I}_{5,5}$	$\tilde{I}_{5,6}$	$\tilde{I}_{5,7}$
$\tilde{I}_{6,5}$	$\tilde{I}_{6,6}$	$\tilde{I}_{6,7}$
$\tilde{I}_{7,5}$	$\tilde{I}_{7,6}$	$\tilde{I}_{7,7}$

$$\tilde{I}_{6,5} = \frac{1}{2}(\tilde{I}_{5,5} + \tilde{I}_{7,5})$$

$$\tilde{I}_{5,6} = \frac{1}{2}(\tilde{I}_{5,5} + \tilde{I}_{5,7})$$

$$\tilde{I}_{6,6} = \frac{1}{4}(\tilde{I}_{5,5} + \tilde{I}_{7,5} + \tilde{I}_{5,7} + \tilde{I}_{7,7})$$



# 图像插值

## 3、双三插值法

双三插值法则考虑到  $(x', y')$  点周围16 个邻点对它的影响。

如图7所示的是用三次多项式进行内插的方法, 则该点

像素的灰度值  $g(x', y')$  为

$$g(x', y') = A * B * C$$

双三插值法利用了如下的一个三次多项式 $S(x)$

$$S(x) = \begin{cases} 1 - 2|x|^2 + |x|^3, & |x| < 1 \\ 4 - 8|x| + 5|x|^2 - |x|^3, & 1 \leq |x| \leq 2 \\ 0, & |x| \geq 2 \end{cases}$$

式中,  $x$ 是自变量,  $S(x)$ 为三次多项式的值

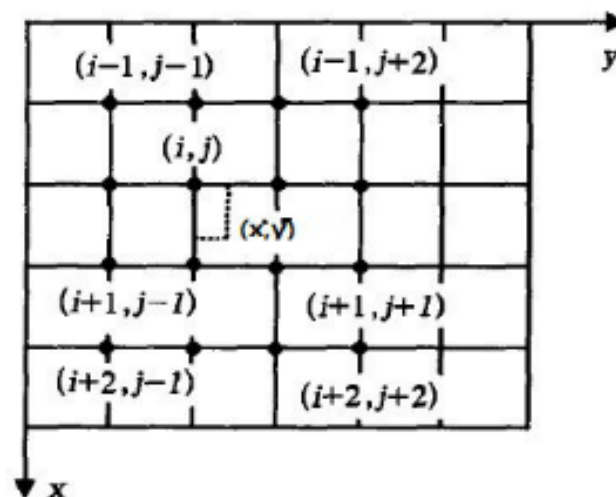


图 7 用三次多项式内插

# 图像旋转

---



# 图像旋转

旋转未插值的图像



旋转并进行最近邻插值处理的图像



# 图像旋转

旋转未插值的图像



旋转并进行双线性插值处理的图像



# 图像旋转

旋转未插值的图像



旋转并进行双三次插值处理的图像



# 信号的变换域

---

## DFT变换（傅里叶变换）

- 具有好的几何性质
- 处理不变性好
- 运算不够简单
- 自适应效果不好

## DCT变换

- 运算简单
- JPEG压缩兼容性好
- 自适应效果好

## DWT变换（小波变换）

- 解决DCT压缩比不高的问题
- 能量集中更好



# 信号的变换域

---

## DFT变换（傅里叶变换）

- 具有好的几何性质
- 处理不变性好
- 运算不够简单
- 自适应效果不好

## DWT变换（小波变换）

- 解决DCT压缩比不高的问题
- 能量集中更好

## DCT变换

- 运算简单
- JPEG压缩兼容性好
- 自适应效果好





# 数字水印技术

---

- 数字水印概述
- 数字水印嵌入技术
- 数字水印提取技术
- 鲁棒数字水印
- **DFT变换域数字水印嵌入技术**



# 傅里叶

傅里叶 (Fourier)，法国数学及物理学家，傅里叶级数（三角级数）创始人。

1801年任伊泽尔省地方长官，1817年当选科学院院士，1822年任该院终身秘书，后又任法兰西学院终身秘书和理工科大学校务委员会主席。

主要贡献：在研究热的传播时创立了一套数学理论，1807年向巴黎科学院呈交了《热的传播论文》，推导著名的热传导方程，并在求解该方程时发现函数可由三角函数构成的级数形式表示，从而提出任意函数可以展成三角函数的无穷级数。



# 傅里叶变换概述

---

- 傅里叶变换通过在时空域和频率域来回切换信号，对信号的信息特征进行提取和分析。
- 所谓的傅里叶变换就是以时间为自变量的“信号”和以频率为自变量的“频谱”函数之间的某种变换关系。当自变量“时间”或“频率”取连续时间形式和离散时间形式时，则可以得到各自不同的傅里叶变换对。



# 傅里叶变换分类





---

根据信号具有如下四种不同类型，可以将傅里叶变换相应的分为四类。

- 非周期性连续信号
- 周期性连续信号
- 非周期性离散信号
- 周期性离散信号



# 四种信号图例

Type of Transform	Example Signal
<b>Fourier Transform</b> <i>signals that are continuous and aperiodic</i>	
<b>Fourier Series</b> <i>signals that are continuous and periodic</i>	
<b>Discrete Time Fourier Transform</b> <i>signals that are discrete and aperiodic</i>	
<b>Discrete Fourier Transform</b> <i>signals that are discrete and periodic</i>	



# 一维离散傅里叶变换

---

傅里叶变换

$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{-j2\pi ux/M}$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1$$

---

逆傅里叶变换

$$f(x) = \sum_{u=0}^{M-1} F(u) e^{-j2\pi ux/M}$$

$$x = 0, 1, \dots, M-1$$

---

离散的情况下，傅里叶变换和逆傅里叶变换始终存在。



# 二维离散傅里叶变换

## 傅里叶变换

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1$$

$$v = 0, 1, \dots, N-1$$

## 逆傅里叶变换

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$x = 0, 1, \dots, M-1$$

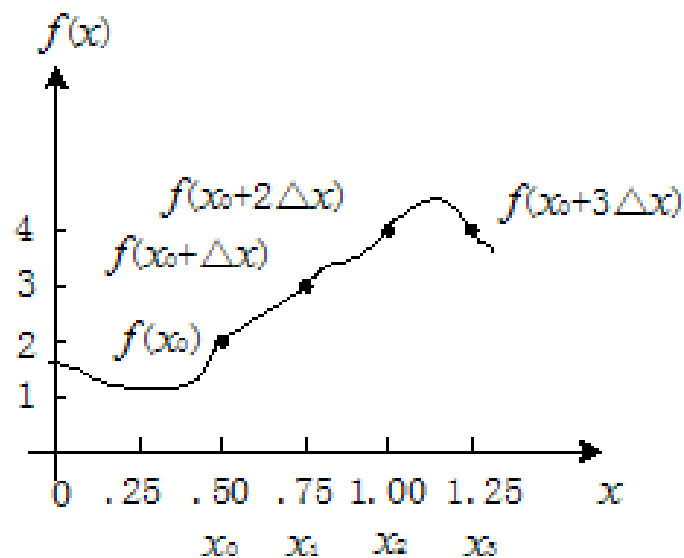
$$y = 0, 1, \dots, N-1$$

离散的情况下，傅里叶变换和逆傅里叶变换始终存在。

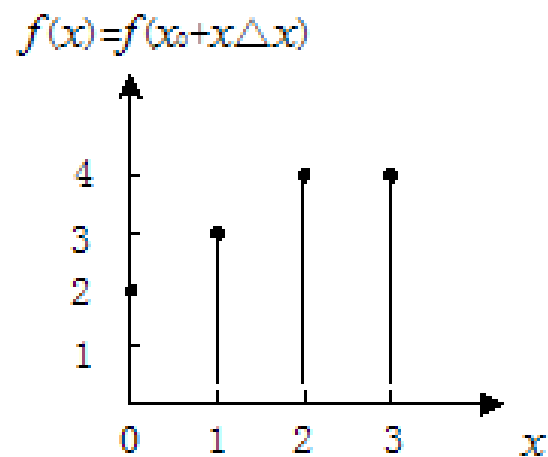


# 傅里叶变换

设一函数如图(a)所示，如果将此函数在自变量  
 $x_0 = 0.5, x_1 = 0.75, x_2 = 1.00, x_3 = 1.25$  取样  
并重新定义为图(b)离散函数，求其傅里叶变换。



(a)



(b)





# 傅里叶变换

---

$$F(0) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^3 f(x) \exp\{0\}$$

$$= (1/4)[f(0) + f(1) + f(2) + f(3)] = (1/4)[2 + 3 + 4 + 4] = 3.25$$

$$F(1) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^3 f(x) \exp\{-j2\pi x/4\} = \frac{1}{4} [2e^0 + 3e^{-j\pi/2} + 4e^{-j\pi} + 4e^{-j3\pi/2}] = \frac{1}{4} [-2 + j]$$

$$F(2) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^3 f(x) \exp\{-j4\pi x/N\} = \frac{1}{4} [2e^0 + 3e^{-j\pi} + 4e^{-j2\pi} + 4e^{-j3\pi}] = -\frac{1}{4} [1 + j0]$$

$$F(3) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^3 f(x) \exp\{-j6\pi x/4\} = \frac{1}{4} [2e^0 + 3e^{-j3\pi/2} + 4e^{-j3\pi} + 4e^{-j9\pi/2}] = -\frac{1}{4} [2 + j]$$

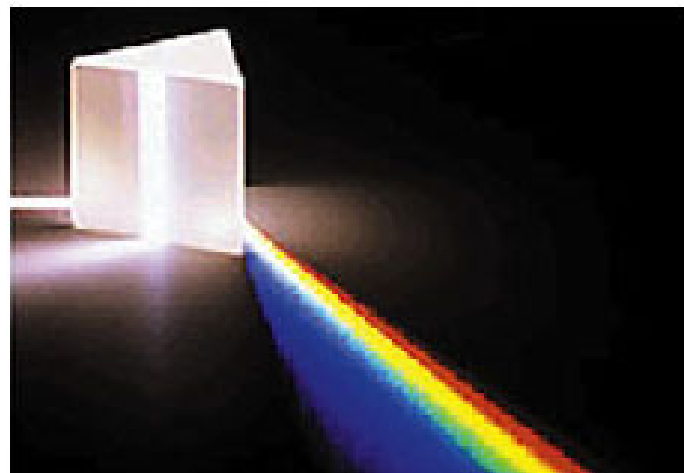


# 傅里叶变换

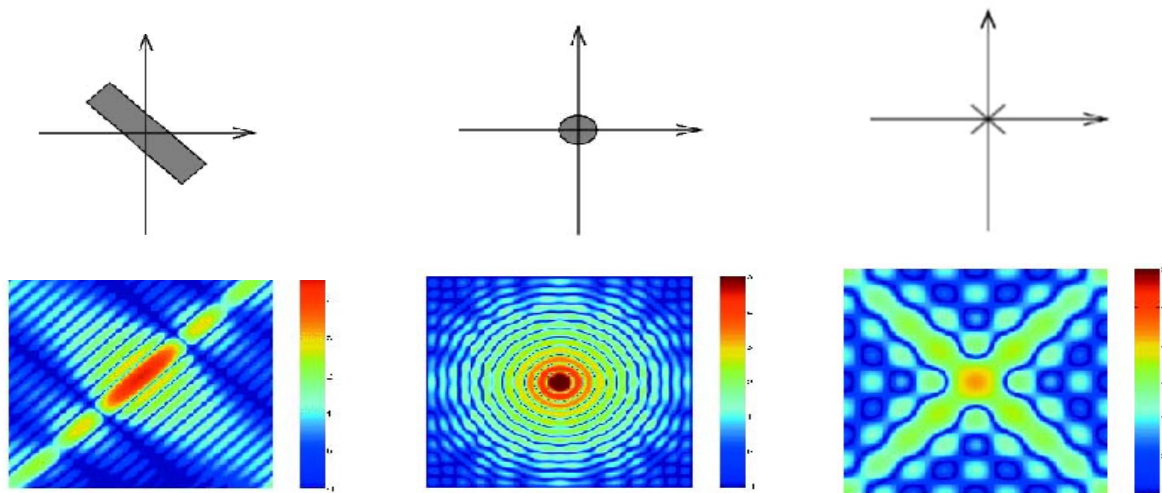
傅里叶变换好比一个玻璃棱镜

棱镜是可以将光分成不同颜色的物理仪器，每个成分的颜色由波长决定。

傅里叶变换可看做是“数学中的棱镜”，将函数基于频率分成不同的成分。



一些图像的傅里叶变换



# 傅里叶变换

---

- 傅立叶变换将原来难以处理的时域信号转换成了易于分析的频域信号(信号的频谱)，可以利用一些工具对这些频域信号进行处理、加工。最后还可以利用傅立叶反变换将这些频域信号转换成时域信号。
- 从现代数学的眼光来看，傅里叶变换是一种特殊的积分变换。它能将满足一定条件的某个函数表示成正弦基函数的线性组合或者积分。



# 傅里叶变换

图像的频率是表征图像中灰度变化剧烈程度的指标，是灰度在平面空间上的梯度。

如大面积的沙漠在图像中是一片灰度变化缓慢的区域，对应的频率值很低；  
对于地表属性变换剧烈的边缘区域在图像中是一片灰度变化剧烈的区域，  
对应的频率值较高。



# 傅里叶变换

---

傅立叶变换在实际中有非常明显的物理意义，设 $f$ 是一个能量有限的模拟信号，则其傅立叶变换就表示 $f$ 的频谱。

**数学意义：**将一个函数转换为一系列周期函数来处理的

**物理意义：**傅立叶变换是将图像从空间域转换到频率域

**图像傅立叶变换的物理意义：**将图像的灰度分布函数变换为图像的频率分布函数。



# 二维离散傅里叶变换的性质

## 线性性

$$\begin{cases} f_1(x, y) \leftrightarrow F_1(u, v) \\ f_2(x, y) \leftrightarrow F_2(u, v) \end{cases} \Rightarrow c_1 f_1(x, y) + c_2 f_2(x, y) \leftrightarrow c_1 F_1(u, v) + c_2 F_2(u, v)$$

证明:

$$\begin{aligned} & DFT \left[ c_1 f_1(x, y) + c_2 f_2(x, y) \right] \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[ c_1 f_1(x, y) + c_2 f_2(x, y) \right] \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= c_1 \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_1(x, y) e^{-j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} + c_2 \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_2(x, y) e^{-j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= c_1 F_1(u, v) + c_2 F_2(u, v) \end{aligned}$$

# 二维离散傅里叶变换的性质

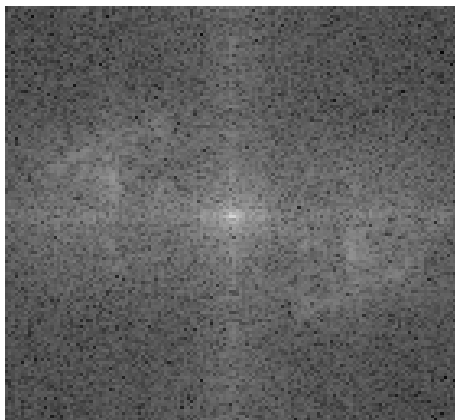
f



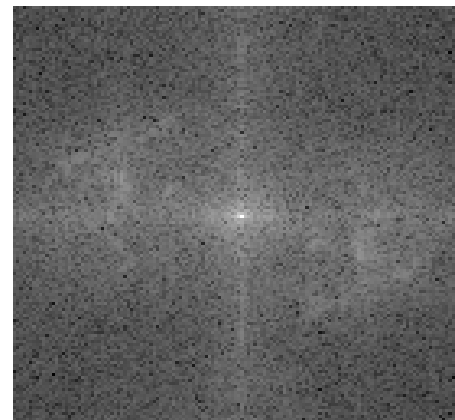
g



$\text{DFT}(f) + \text{DFT}(g)$



$\text{DFT}(f+g)$





# 二维离散傅里叶变换的性质

## 可分离性

二维DFT可视为由沿x, y方向的两个一维DFT所构成。

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{x=0}^{M-1} \left[ \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \frac{vy}{N}} \right] \cdot e^{-j2\pi \frac{ux}{M}} \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} F(x, v) \cdot e^{-j2\pi \frac{ux}{M}} \end{aligned}$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \cdot e^{j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \cdot e^{j2\pi \frac{vy}{N}} \right] \cdot e^{j2\pi \frac{ux}{M}} \\ &= \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} F(u, y) \cdot e^{j2\pi \frac{ux}{M}} \end{aligned}$$

其中：

$$\begin{cases} F(x, v) = \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \frac{vy}{N}} \sim y\text{方向的DFT} \\ F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} F(x, v) \cdot e^{-j2\pi \frac{ux}{M}} \sim x\text{方向的DFT} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F(u, y) = \frac{1}{N} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \cdot e^{j2\pi \frac{vy}{N}} \sim y\text{方向的IDFT} \\ f(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} F(u, y) \cdot e^{j2\pi \frac{ux}{M}} \sim x\text{方向的IDFT} \end{cases}$$



# 二维离散傅里叶变换的性质

## 平移性

$$f(x, y) \leftrightarrow F(u, v) \Rightarrow \begin{cases} f(x, y) \cdot e^{j2\pi \left[ \frac{u_0 x}{M} + \frac{v_0 y}{N} \right]} \leftrightarrow F(u - u_0, v - v_0) \\ f(x - x_0, y - y_0) \leftrightarrow F(u, v) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right)} \end{cases}$$

## 频域移位

$$\begin{aligned} & DFT \left[ f(x, y) \cdot e^{j2\pi \left( \frac{u_0 x}{M} + \frac{v_0 y}{N} \right)} \right] \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{j2\pi \left( \frac{u_0 x}{M} + \frac{v_0 y}{N} \right)} \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{(u - u_0)x}{M} + \frac{(v - v_0)y}{N} \right)} \\ &= F(u - u_0, v - v_0) \end{aligned}$$



# 二维离散傅里叶变换的性质

## 空域移位

$$DFT[f(x - x^0, y - y^0)]$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x - x_0, y - y_0) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x - x_0, y - y_0) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{u(x - x_0 + x_0)}{M} + \frac{v(y - y_0 + y_0)}{N} \right)} \\ &= e^{-j \left( \frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right) \cdot 2\pi} \cdot \sum_{x=-x_0}^{M-1-x_0} \sum_{y=-y_0}^{N-1-y_0} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= e^{-j \left( \frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right) \cdot 2\pi} \cdot \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= e^{-j \left( \frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right) \cdot 2\pi} \cdot F(u, v) \end{aligned}$$



# 二维离散傅里叶变换的性质

$$\begin{array}{ccc} f(x, y) \leftrightarrow F(u, v) & \xrightarrow{\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ u = \omega \cos \varphi \\ v = \omega \sin \varphi \end{cases}} & f(r, \theta) \leftrightarrow F(\omega, \varphi) \\ & \longrightarrow & f(r, \theta + \theta_0) \leftrightarrow F(\omega, \varphi + \theta_0) \end{array}$$

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi(ux+vy)} \cdot dx dy$$

若  $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$ ,  $\begin{cases} u = \omega \cos \varphi \\ v = \omega \sin \varphi \end{cases}$ , 则:

$$F(\omega, \varphi) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cdot e^{-j2\pi \cdot \omega \cdot r \cdot \cos(\varphi - \theta)} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$



# 二维离散傅里叶变换的性质

---

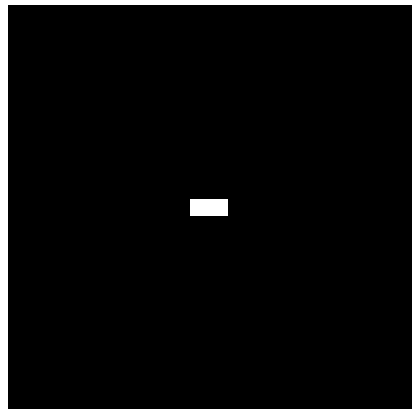
$$F(\omega, \varphi + \theta_0) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cdot e^{-j2\pi r \omega \cos[\varphi - (\theta - \theta_0)]} \cdot r dr d\theta$$

$$\begin{aligned} f(r, \theta) = f(r, \theta + 2\pi) &= \int_0^\infty \int_{-\theta_0}^{2\pi - \theta_0} f(r, \theta + \theta_0) \cdot e^{-j2\pi r \omega \cos(\varphi - \theta)} \cdot r dr d\theta \\ &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(r, \theta + \theta_0) \cdot e^{-j2\pi r \omega \cos(\varphi - \theta)} \cdot r dr d\theta \end{aligned}$$

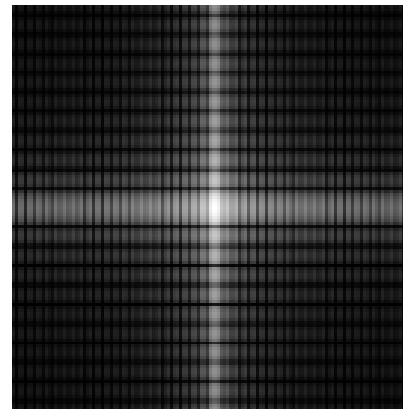


# 二维离散傅里叶变换的性质

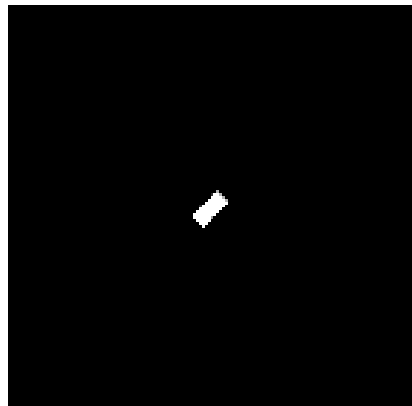
原图



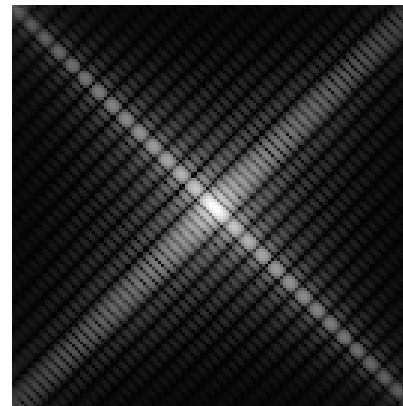
原图的频谱



旋转  $45^\circ$  图



旋转图的频谱



# DFT变换域水印嵌入技术

1. 图像分块
2. 对每个图像块进行DFT变换

$$X_{uv} = \sum_{i=0}^{N_1-1} \sum_{k=0}^{N_2-1} x_{ik} e^{-j(\frac{2\pi}{N_1}iu + \frac{2\pi}{N_2}kv)}$$

3. 可以通过适当修改 DFT 系数的幅度  $|X_{uv}|$  嵌入水印。

修改幅度  $|X_{uv}|$  应满足正对称条件，即：

$$\begin{aligned} |X_{uv}| &\leftarrow |X_{uv}| + \varepsilon \\ |X_{(N_1-u)(N_2-v)}| &\leftarrow |X_{(N_1-u)(N_2-v)}| + \varepsilon \end{aligned}$$



---

谢谢！



# 本节重点

---

1. 数字水印鲁棒性的目的是什么？
2. 图像插值有哪几种方式？
3. 基于DFT变换域水印的优点是什么？
4. 描述DFT变换域水印嵌入过程

