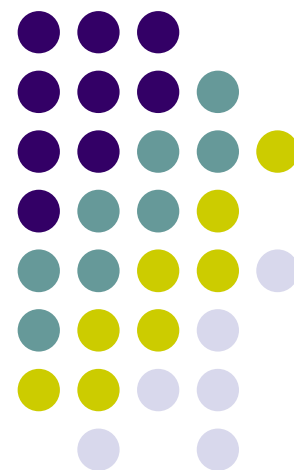




信息隐藏技术基础

王莘



哈爾濱工業大學
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

数字水印技术

- 数字水印概述
- 数字水印嵌入技术
- 数字水印提取技术
- 鲁棒数字水印
- DFT变换域数字水印嵌入技术



数字水印技术

- 数字水印概述
- 数字水印嵌入技术
- 数字水印提取技术
- 鲁棒数字水印
- DFT变换域数字水印嵌入技术



概述

数字水印的历史

- 1282年，意大利Fabriano的一个城镇的造纸厂
- 18世纪末，德语词汇Wassermarke
- 纸币防伪
- 1954年，Muzac公司的专利：
 - Identification of Sound and Like Signals
- 20世纪90年代初期，术语“数字水印”开始流行
- 20世纪90年代后期，数字水印研究“爆发”



概述

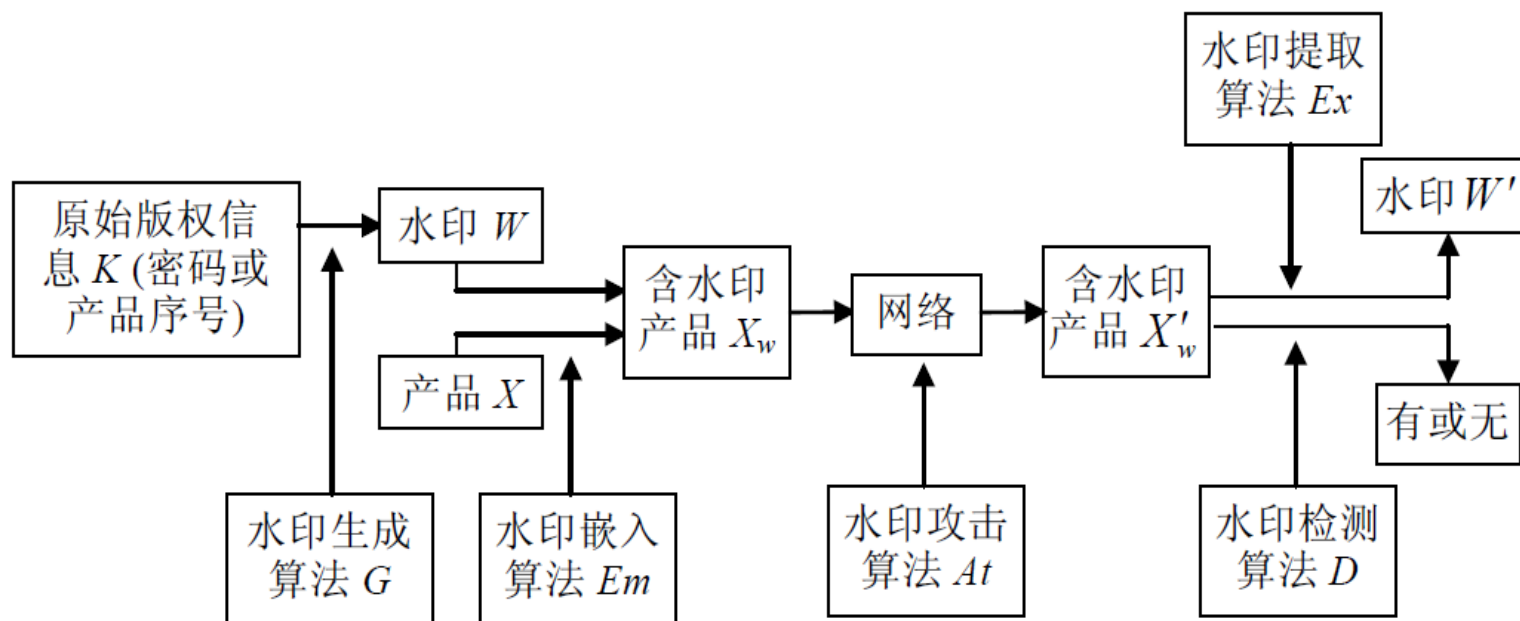
数字水印算法的发展

- 早期，空域算法为主（LSB等）
 - 1993年，Tirkel等提出“电子水印”，随后提出“数字水印”概念
- 提高鲁棒性（扩频水印）
 - 1996年，Cox，基于扩频通信思想的水印方案
- 实现盲提取
 - 1998年，Chen，盲水印方案
- 载体的扩展
 - 音频、文本、视频、图形、三维动画…



概述

数字水印的基本原理和框架



概述

数字水印应用的发展

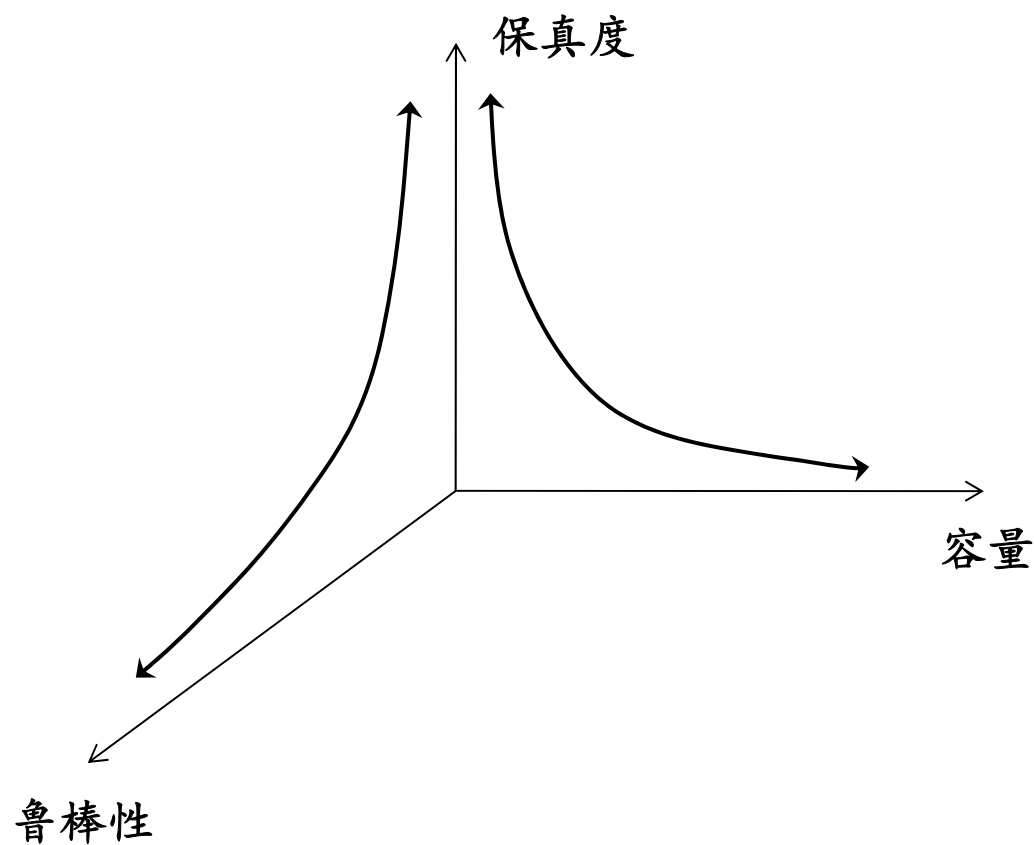
- 版权保护
 - 所有者鉴别、所有权验证、操作跟踪、拷贝控制等
- 内容认证
 - 完整性认证、篡改检测



概述

数字水印的特性

- 保真度
- 鲁棒性
- 容量
- 通用性
- 高效性



概述

数字水印的分类

- 从感知特性角度
 - 可见水印 vs. 不可见水印
- 从水印鲁棒性角度
 - 鲁棒水印 vs. 脆弱水印
- 从检测方式角度
 - 盲检测水印 vs. 非盲检测水印
- 从嵌入区域角度
 - 空域水印 vs. 变换域水印
- 从对载体影响的角度
 - 可逆水印 vs. 不可逆水印
- 载体类型、用途、使用密钥技术……



概述

数字水印的攻击方法

- 简单攻击
 - 滤波、压缩、噪声、量化、gamma校正
- 同步攻击
 - 几何变换、Warping、Jitter、Mosaic、logo
- 分析攻击
 - 共谋攻击、敏感性分析攻击
- 解释攻击
 - IBM公司研究组提出，伪造证据证明水印无效
- 拷贝攻击
 - 估计出水印，拷贝到其他图像中

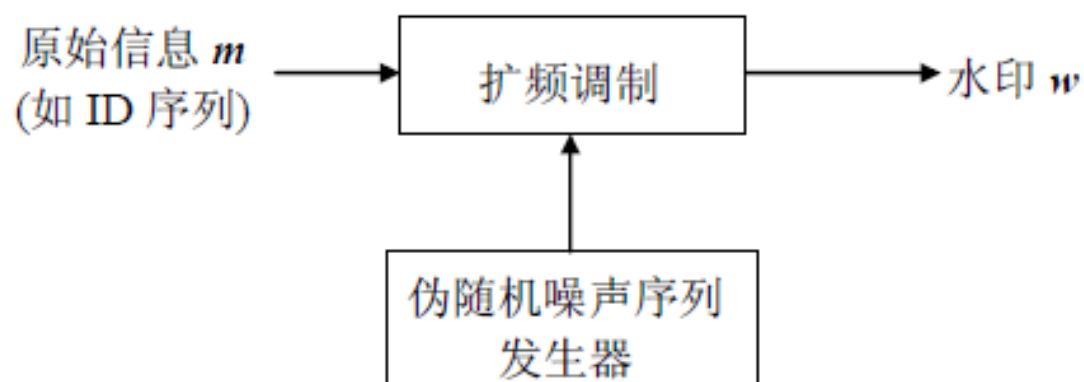


数字水印技术

- 数字水印概述
- 数字水印嵌入技术
- 数字水印提取技术
- 鲁棒数字水印
- DFT变换域数字水印嵌入技术



水印生成技术---扩频技术



1. 构成水印的序列通常应该具有不可预测的随机性。
2. 由于人类视觉系统对纹理具有极高的敏感性，故水印不应含有纹理。
3. 水印应该具有与噪声相同的特性。



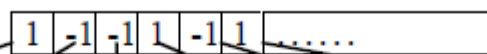
水印生成技术---扩频技术 (基于片率)

设原始信息为双极性二值序列, 其长度为 N , 即

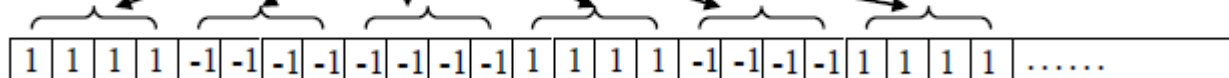
$$\mathbf{m} = \{m_i \mid m_i \in \{-1, 1\}, 0 \leq i \leq N-1\}$$

该序列以较大的片率 cr (大于 1 的正整数) 进行扩展, 得到长度为 $N \cdot cr$ 的扩展序列。

原始信息 \mathbf{m}

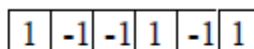


扩展序列 \mathbf{s}

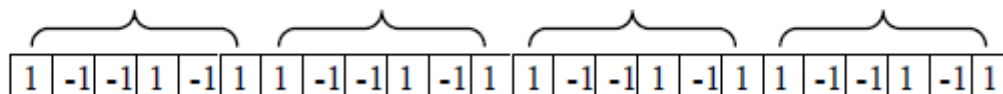


按位扩展

原始信息 \mathbf{m}

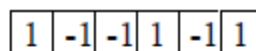


扩展序列 \mathbf{s}

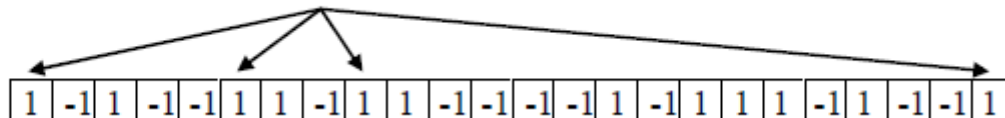


延拓扩展

原始信息 \mathbf{m}



扩展序列 \mathbf{s}



随机扩展



水印生成技术---扩频技术 (基于伪随机序列)

m 原始水印信息 w 水印扩频信息

1 1 1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 -1

-1 -1 -1 1 1 -1 1 1 1 -1 -1 1

单伪随机序列

$$p_0 = \{p_{0k} \mid p_{0k} \in \{1, -1\}, 0 \leq k \leq cr-1\}$$

$$p_1 = \{p_{1k} \mid p_{1k} \in \{1, -1\}, 0 \leq k \leq cr-1\}$$

双伪随机序列

$$w = \left\{ w_j \mid w_j = \begin{cases} p_{0k} & m_i = 0 \\ p_{1k} & m_i = 1 \end{cases} \right.$$



水印嵌入技术---加性

带嵌入因子的加性规则

$$x'' = x + \alpha w$$

不带嵌入因子的加性规则

$$x'' = x + w$$

其中, $x'' = \{x''_i, 0 \leq i < N\}$ 为含水印载体, $x = \{x_i, 0 \leq i < N\}$ 和 $w = \{w_i, 0 \leq i < N\}$ 分别为原始载体和水印, α 为嵌入因子。



水印嵌入技术---乘性

$$\mathbf{x}^w = \{x_i^w \mid x_i^w = w_i x_i, 0 \leq i < N\}$$

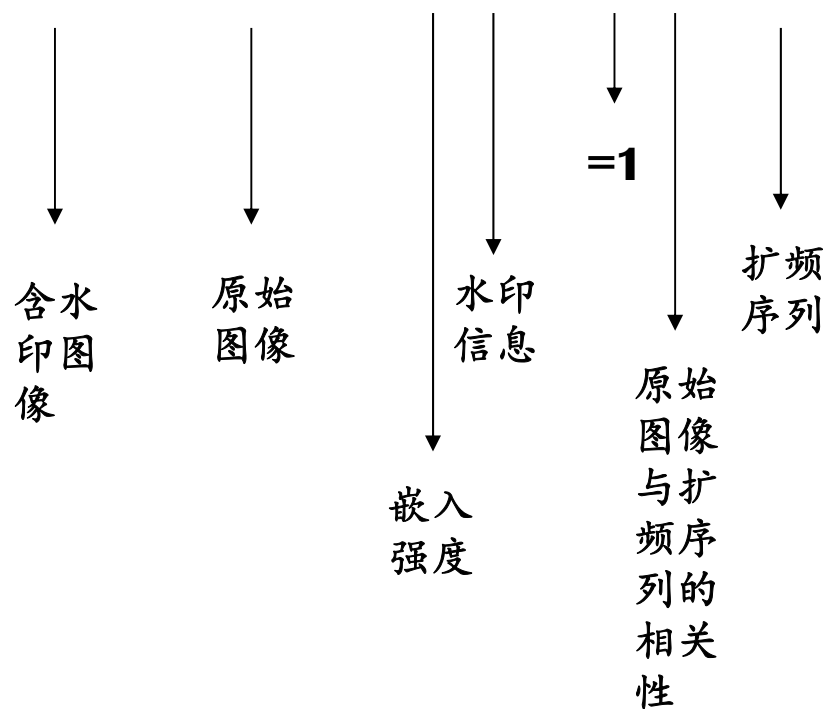
$$\mathbf{x}^w = \{x_i^w \mid x_i^w = x_i + \alpha w_i x_i, 0 \leq i < N\}$$

其中， $\mathbf{x}^w = \{x_i^w, 0 \leq i < N\}$ 为含水印载体， $\mathbf{x} = \{x_i, 0 \leq i < N\}$ 和 $\mathbf{w} = \{w_i, 0 \leq i < N\}$ 分别为原始载体和水印， α 为嵌入因子。



水印嵌入技术---乘性

$$X' = X + (\alpha b - \lambda s')w$$



$$s' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i w_i$$



水印嵌入技术---空域

$$X' = X + (\alpha b - \lambda s')w$$

$$s' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i w_i$$

水印信息: **1 1 -1 1**

$$\alpha = 3$$

扩频序列: **1 → 1 -1 -1 1**

-1 → -1 1 1 -1

扩频水印: **1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 1 -1 -1 1**

139	144	149	153	155	155	155	155
144	151	153	156	159	156	156	156
150	155	160	163	158	156	156	156
159	161	162	160	160	159	159	159
159	160	161	162	162	155	155	155
161	161	161	161	160	157	157	157
162	162	161	163	162	157	157	157
162	162	161	161	163	158	158	158

18

原始图像像素值

142	141	146	156	155	155	155	155
144	151	153	156	159	156	156	156
150	155	160	163	158	156	156	156
159	161	162	160	160	159	159	159
159	160	161	162	162	155	155	155
161	161	161	161	160	157	157	157
162	162	161	163	162	157	157	157
162	162	161	161	163	158	158	158

含水印图像像素值



数字水印技术

- 数字水印概述
- 数字水印嵌入技术
- 数字水印提取技术
- 鲁棒数字水印
- DFT变换域数字水印嵌入技术



水印提取技术

在盲检测算法中，水印检测器不需要原始载体作品参与检测过程。相关检测器计算接收到的作品 \hat{x} 和水印信号 w 之间的线性相关值

$$z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i w_i$$



水印提取技术

$$z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i' w_i$$

$$\text{cor}(X', w) = \text{cor}(X + (\alpha b - \lambda s')w, w)$$

$$= \text{cor}(X, w) + \text{cor}(\alpha b w, w) - \text{cor}(\lambda s' w, w)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i w_i + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha b w_i w_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda s' w_i w_i$$

$$= s' + \alpha b - \lambda s'$$

$$= (1 - \lambda)s' + \alpha b$$

如果 $\lambda = 1$ $\text{cor}(X', w) = \alpha b$

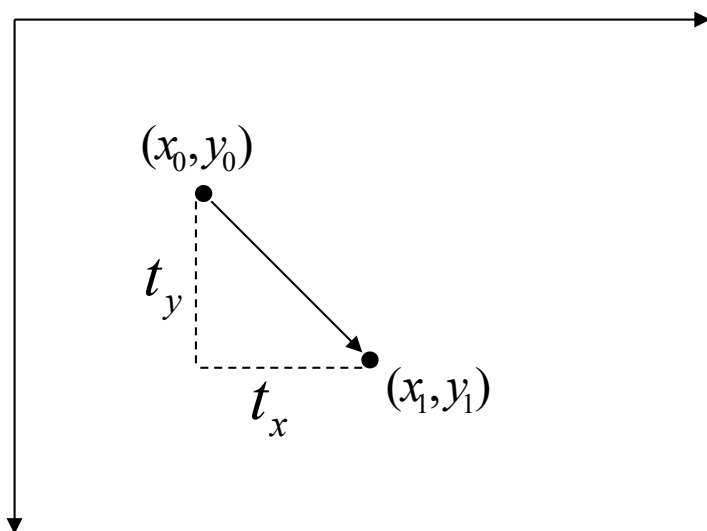


数字水印技术

- 数字水印概述
- 数字水印嵌入技术
- 数字水印提取技术
- 鲁棒数字水印
- DFT变换域数字水印嵌入技术



图像平移



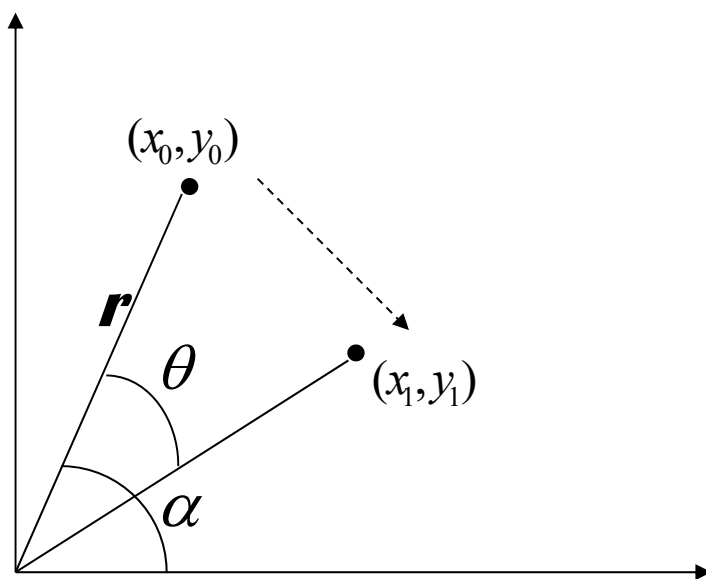
$$x_1 = x_0 + t_x$$

$$y_1 = y_0 + t_y$$

图像平移



图像旋转



$$x_0 = r \cos \alpha$$

$$y_0 = r \sin \alpha$$

$$x_1 = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta$$

$$y_1 = -x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta$$

图像放缩

$$x_1 = s_x x_0$$

$$y_1 = s_y y_0$$



图像插值

1、最近邻插值法

计算与点 $P(x_0, y_0)$ 临近的四个点的欧氏距离;将与点 $P(x_0, y_0)$ 最近的整数坐标点 (x, y) 的像素灰度值取为 $P(x_0, y_0)$ 点像素灰度值。

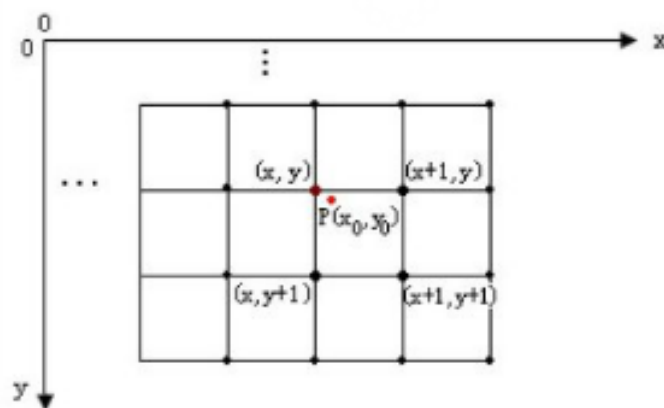


图4 最近邻插值法

图像插值

2、双线性插值法

使用反向映射法给旋转图像的像素灰度级赋值。反向映射示意图如图5所示。

该方法是指从旋转图像上像素坐标 (x, y) 出发，求出原始图像上对应的像素坐标 (x', y') ，然后将原始图像上对应像素点 (x', y') 的像素灰度值赋给旋转图像上对应像素点 (x, y) 。

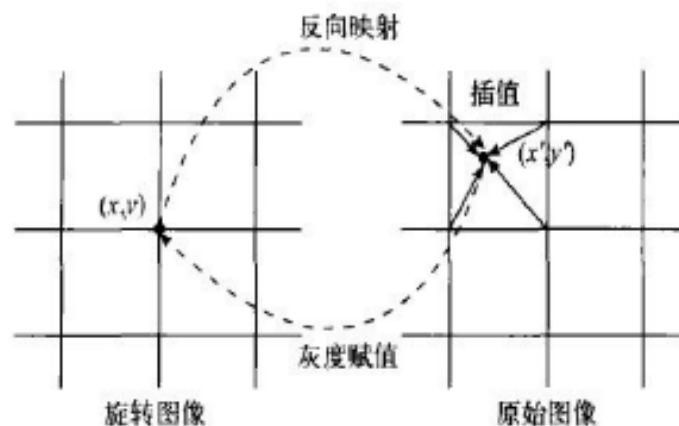


图 5 反向映射示意图

图像插值

双线性插值

$\tilde{I}_{5,5}$	$\tilde{I}_{5,7}$
$\tilde{I}_{7,5}$	$\tilde{I}_{7,7}$

$\tilde{I}_{5,5}$	$\tilde{I}_{5,6}$	$\tilde{I}_{5,7}$
$\tilde{I}_{6,5}$	$\tilde{I}_{6,6}$	$\tilde{I}_{6,7}$
$\tilde{I}_{7,5}$	$\tilde{I}_{7,6}$	$\tilde{I}_{7,7}$

$$\tilde{I}_{6,5} = \frac{1}{2}(\tilde{I}_{5,5} + \tilde{I}_{7,5})$$

$$\tilde{I}_{5,6} = \frac{1}{2}(\tilde{I}_{5,5} + \tilde{I}_{5,7})$$

$$\tilde{I}_{6,6} = \frac{1}{4}(\tilde{I}_{5,5} + \tilde{I}_{7,5} + \tilde{I}_{5,7} + \tilde{I}_{7,7})$$



图像插值

3、双三插值法

双三插值法则考虑到 (x', y') 点周围16 个邻点对它的影响。

如图7所示的是用三次多项式进行内插的方法, 则该点像素的灰度值 $g(x', y')$ 为

$$g(x', y') = A * B * C$$

双三插值法利用了如下的一个三次多项式 $S(x)$

$$S(x) = \begin{cases} 1 - 2|x|^2 + |x|^3, & |x| < 1 \\ 4 - 8|x| + 5|x|^2 - |x|^3, & 1 \leq |x| \leq 2 \\ 0, & |x| \geq 2 \end{cases}$$

式中, x 是自变量, $S(x)$ 为三次多项式的值

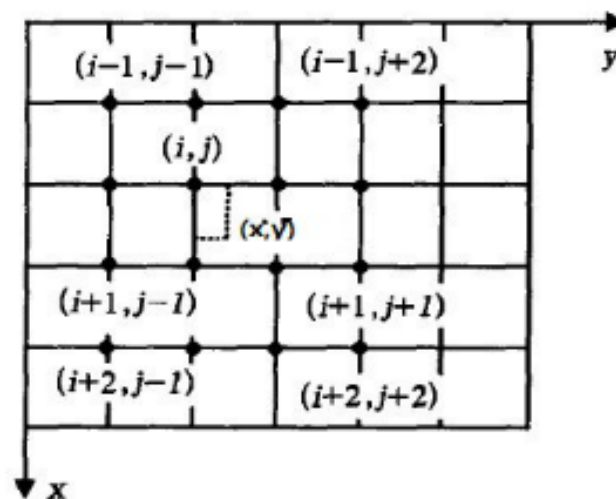


图 7 用三次多项式内插

图像旋转



图像旋转

旋转未插值的图像



旋转并进行最近邻插值处理的图像



图像旋转

旋转未插值的图像



旋转并进行双线性插值处理的图像



图像旋转

旋转未插值的图像



旋转并进行双三次插值处理的图像



信号的变换域

DFT变换（傅里叶变换）

- 具有好的几何性质
- 处理不变性好
- 运算不够简单
- 自适应效果不好

DCT变换

- 运算简单
- JPEG压缩兼容性好
- 自适应效果好

DWT变换（小波变换）

- 解决DCT压缩比不高的问题
- 能量集中更好



信号的变换域

DFT变换（傅里叶变换）

- 具有好的几何性质
- 处理不变性好
- 运算不够简单
- 自适应效果不好

DCT变换

- 运算简单
- JPEG压缩兼容性好
- 自适应效果好

DWT变换（小波变换）

- 解决DCT压缩比不高的问题
- 能量集中更好



数字水印技术

- 数字水印概述
- 数字水印嵌入技术
- 数字水印提取技术
- 鲁棒数字水印
- **DFT变换域数字水印嵌入技术**



傅里叶

傅里叶 (Fourier)，法国数学及物理学家，傅里叶级数（三角级数）创始人。

1801年任伊泽尔省地方长官，1817年当选科学院院士，1822年任该院终身秘书，后又任法兰西学院终身秘书和理工科大学校务委员会主席。

主要贡献：在研究热的传播时创立了一套数学理论，1807年向巴黎科学院呈交了《热的传播论文》，推导著名的热传导方程，并在求解该方程时发现函数可由三角函数构成的级数形式表示，从而提出任意函数可以展成三角函数的无穷级数。



傅里叶变换概述

- 傅里叶变换通过在时空域和频率域来回切换信号，对信号的信息特征进行提取和分析。
- 所谓的傅里叶变换就是以时间为自变量的“信号”和以频率为自变量的“频谱”函数之间的某种变换关系。当自变量“时间”或“频率”取连续时间形式和离散时间形式时，则可以得到各自不同的傅里叶变换对。







傅里叶变换分类

根据信号具有如下四种不同类型，可以将傅里叶变换相应的分为四类。

- 非周期性连续信号
- 周期性连续信号
- 非周期性离散信号
- 周期性离散信号



四种信号图例

Type of Transform	Example Signal
Fourier Transform <i>signals that are continuous and aperiodic</i>	
Fourier Series <i>signals that are continuous and periodic</i>	
Discrete Time Fourier Transform <i>signals that are discrete and aperiodic</i>	
Discrete Fourier Transform <i>signals that are discrete and periodic</i>	



一维离散傅里叶变换

傅里叶变换

$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{-j2\pi(ux/M)}$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1$$

逆傅里叶变换

$$f(x) = \sum_{u=0}^{M-1} F(u) e^{-j2\pi ux/M}$$

$$x = 0, 1, \dots, M-1$$

离散的情况下，傅里叶变换和逆傅里叶变换始终存在。



二维离散傅里叶变换

傅里叶变换

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1$$

$$v = 0, 1, \dots, N-1$$

逆傅里叶变换

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$x = 0, 1, \dots, M-1$$

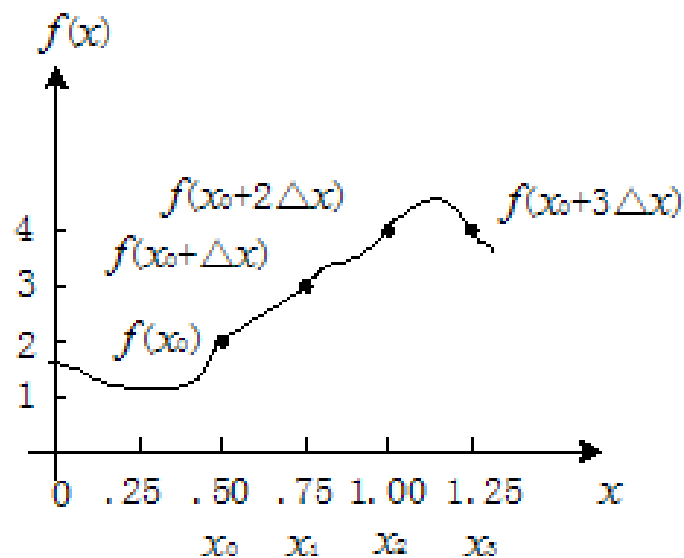
$$y = 0, 1, \dots, N-1$$

离散的情况下，傅里叶变换和逆傅里叶变换始终存在。

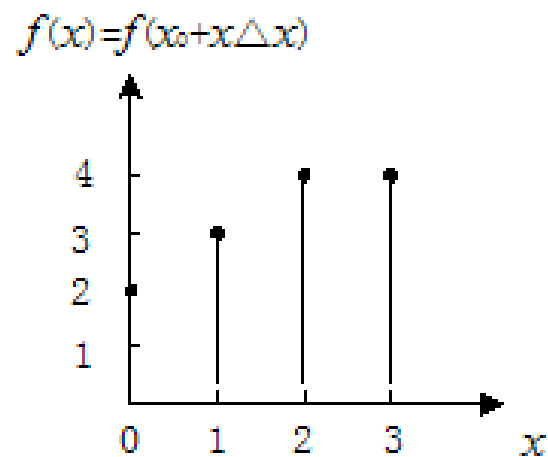


傅里叶变换

设一函数如图(a)所示，如果将此函数在自变量
 $x_0 = 0.5, x_1 = 0.75, x_2 = 1.00, x_3 = 1.25$ 取样
并重新定义为图(b)离散函数，求其傅里叶变换。



(a)



(b)



傅里叶变换

$$F(0) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^3 f(x) \exp\{0\}$$

$$= (1/4)[f(0) + f(1) + f(2) + f(3)] = (1/4)[2 + 3 + 4 + 4] = 3.25$$

$$F(1) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^3 f(x) \exp\{-j2\pi x/4\} = \frac{1}{4} [2e^0 + 3e^{-j\pi/2} + 4e^{-j\pi} + 4e^{-j3\pi/2}] = \frac{1}{4} [-2 + j]$$

$$F(2) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^3 f(x) \exp\{-j4\pi x/N\} = \frac{1}{4} [2e^0 + 3e^{-j\pi} + 4e^{-j2\pi} + 4e^{-j3\pi}] = -\frac{1}{4} [1 + j0]$$

$$F(3) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^3 f(x) \exp\{-j6\pi x/4\} = \frac{1}{4} [2e^0 + 3e^{-j3\pi/2} + 4e^{-j3\pi} + 4e^{-j9\pi/2}] = -\frac{1}{4} [2 + j]$$

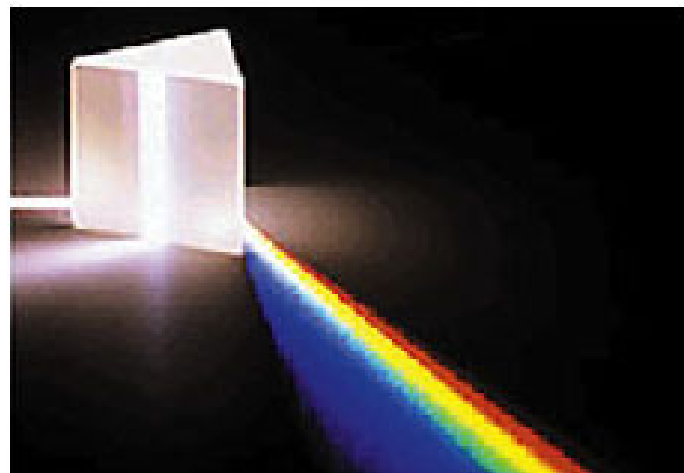


傅里叶变换

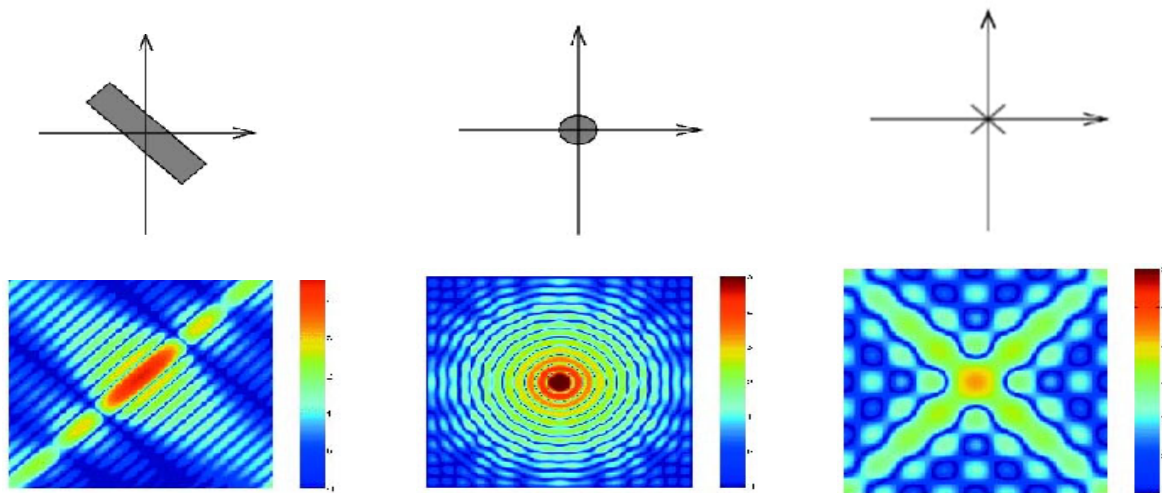
傅里叶变换好比一个玻璃棱镜

棱镜是可以将光分成不同颜色的物理仪器，每个成分的颜色由波长决定。

傅里叶变换可看做是“数学中的棱镜”，将函数基于频率分成不同的成分。



一些图像的傅里叶变换



傅里叶变换

- 傅立叶变换将原来难以处理的时域信号转换成了易于分析的频域信号(信号的频谱)，可以利用一些工具对这些频域信号进行处理、加工。最后还可以利用傅立叶反变换将这些频域信号转换成时域信号。
- 从现代数学的眼光来看，傅里叶变换是一种特殊的积分变换。它能将满足一定条件的某个函数表示成正弦基函数的线性组合或者积分。



傅里叶变换

图像的频率是表征图像中灰度变化剧烈程度的指标，是灰度在平面空间上的梯度。

如大面积的沙漠在图像中是一片灰度变化缓慢的区域，对应的频率值很低；
对于地表属性变换剧烈的边缘区域在图像中是一片灰度变化剧烈的区域，
对应的频率值较高。



傅里叶变换

傅立叶变换在实际中有非常明显的物理意义，设 f 是一个能量有限的模拟信号，则其傅立叶变换就表示 f 的频谱。

数学意义：将一个函数转换为一系列周期函数来处理的

物理意义：傅立叶变换是将图像从空间域转换到频率域

图像傅立叶变换的物理意义：将图像的灰度分布函数变换为图像的频率分布函数。



二维离散傅里叶变换的性质

线性性

$$\begin{cases} f_1(x, y) \leftrightarrow F_1(u, v) \\ f_2(x, y) \leftrightarrow F_2(u, v) \end{cases} \Rightarrow c_1 f_1(x, y) + c_2 f_2(x, y) \leftrightarrow c_1 F_1(u, v) + c_2 F_2(u, v)$$

证明:

$$\begin{aligned} & DFT \left[c_1 f_1(x, y) + c_2 f_2(x, y) \right] \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[c_1 f_1(x, y) + c_2 f_2(x, y) \right] \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= c_1 \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_1(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} + c_2 \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_2(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= c_1 F_1(u, v) + c_2 F_2(u, v) \end{aligned}$$



二维离散傅里叶变换的性质

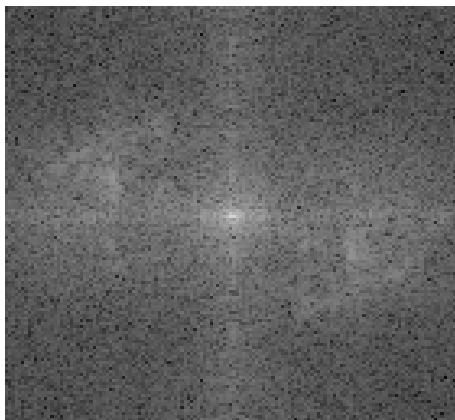
f



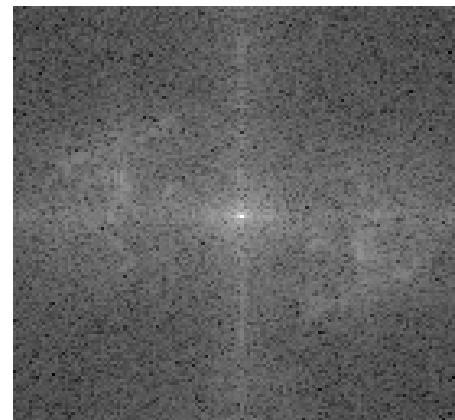
g



$\text{DFT}(f) + \text{DFT}(g)$



$\text{DFT}(f+g)$



二维离散傅里叶变换的性质

可分离性

二维DFT可视为由沿x, y方向的两个一维DFT所构成。

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{x=0}^{M-1} \left[\sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \frac{vy}{N}} \right] \cdot e^{-j2\pi \frac{ux}{M}} \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} F(x, v) \cdot e^{-j2\pi \frac{ux}{M}} \end{aligned}$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \cdot e^{j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \cdot e^{j2\pi \frac{vy}{N}} \right] \cdot e^{j2\pi \frac{ux}{M}} \\ &= \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} F(u, y) \cdot e^{j2\pi \frac{ux}{M}} \end{aligned}$$

其中：

$$\begin{cases} F(x, v) = \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \frac{vy}{N}} \sim y\text{方向的DFT} \\ F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} F(x, v) \cdot e^{-j2\pi \frac{ux}{M}} \sim x\text{方向的DFT} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F(u, y) = \frac{1}{N} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \cdot e^{j2\pi \frac{vy}{N}} \sim y\text{方向的IDFT} \\ f(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} F(u, y) \cdot e^{j2\pi \frac{ux}{M}} \sim x\text{方向的IDFT} \end{cases}$$

二维离散傅里叶变换的性质

平移性

$$f(x, y) \leftrightarrow F(u, v) \Rightarrow \begin{cases} f(x, y) \cdot e^{j2\pi \left[\frac{u_0 x}{M} + \frac{v_0 y}{N} \right]} \leftrightarrow F(u - u_0, v - v_0) \\ f(x - x_0, y - y_0) \leftrightarrow F(u, v) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right)} \end{cases}$$

频域移位

$$\begin{aligned} & DFT \left[f(x, y) \cdot e^{j2\pi \left(\frac{u_0 x}{M} + \frac{v_0 y}{N} \right)} \right] \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{j2\pi \left(\frac{u_0 x}{M} + \frac{v_0 y}{N} \right)} \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{(u - u_0)x}{M} + \frac{(v - v_0)y}{N} \right)} \\ &= F(u - u_0, v - v_0) \end{aligned}$$



二维离散傅里叶变换的性质

空域移位

$$DFT[f(x - x^0, y - y^0)]$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x - x_0, y - y_0) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x - x_0, y - y_0) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{u(x - x_0 + x_0)}{M} + \frac{v(y - y_0 + y_0)}{N} \right)} \\ &= e^{-j \left(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right) \cdot 2\pi} \cdot \sum_{x=-x_0}^{M-1-x_0} \sum_{y=-y_0}^{N-1-y_0} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= e^{-j \left(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right) \cdot 2\pi} \cdot \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\ &= e^{-j \left(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right) \cdot 2\pi} \cdot F(u, v) \end{aligned}$$



二维离散傅里叶变换的性质

$$\begin{array}{ccc} f(x, y) \leftrightarrow F(u, v) & \xrightarrow{\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ u = \omega \cos \varphi \\ v = \omega \sin \varphi \end{cases}} & f(r, \theta) \leftrightarrow F(\omega, \varphi) \\ & \xrightarrow{\quad} & f(r, \theta + \theta_0) \leftrightarrow F(\omega, \varphi + \theta_0) \end{array}$$

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi(ux+vy)} \cdot dx dy$$

若 $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$, $\begin{cases} u = \omega \cos \varphi \\ v = \omega \sin \varphi \end{cases}$, 则:

$$F(\omega, \varphi) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cdot e^{-j2\pi \cdot \omega \cdot r \cdot \cos(\varphi - \theta)} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$



二维离散傅里叶变换的性质

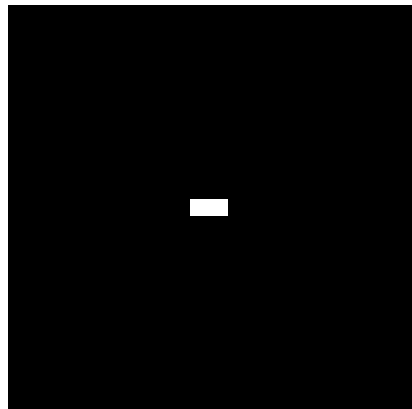
$$F(\omega, \varphi + \theta_0) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \cdot e^{-j2\pi r \omega \cos[\varphi - (\theta - \theta_0)]} \cdot r dr d\theta$$

$$\begin{aligned} f(r, \theta) = f(r, \theta + 2\pi) &= \int_0^\infty \int_{-\theta_0}^{2\pi - \theta_0} f(r, \theta + \theta_0) \cdot e^{-j2\pi r \omega \cos(\varphi - \theta)} \cdot r dr d\theta \\ &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(r, \theta + \theta_0) \cdot e^{-j2\pi r \omega \cos(\varphi - \theta)} \cdot r dr d\theta \end{aligned}$$

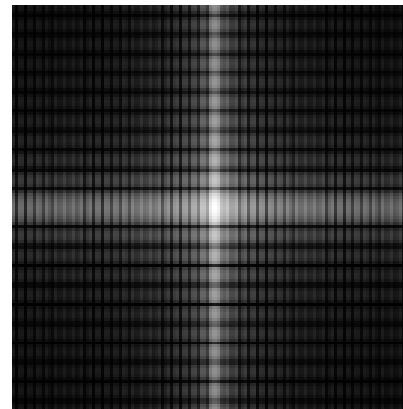


二维离散傅里叶变换的性质

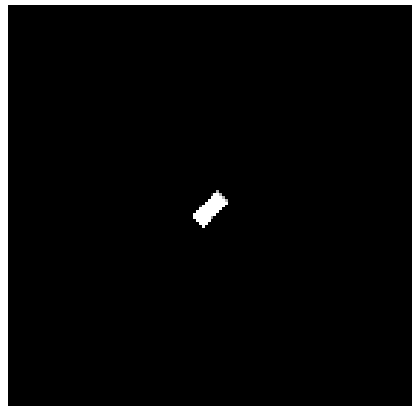
原图



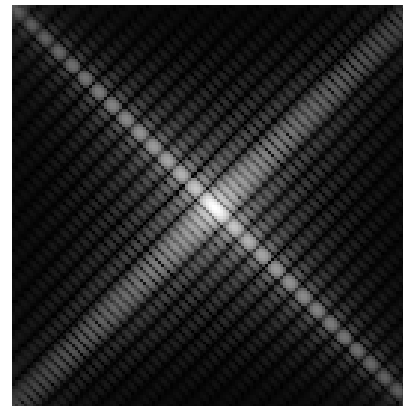
原图的频谱



旋转 45° 图



旋转图的频谱



谢谢！



本节重点

1. 数字水印主要应用在哪些领域，其目的是什么？
2. 水印扩频的目的是什么？扩频有哪几种方式？
3. 描述水印嵌入过程，并给出各项名称
4. 水印提取的原理是什么？



本节重点

$$X' = X + (\alpha b - \lambda s')w$$

$$s' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i w_i$$

水印信息: -1 1 -1 1

$$\alpha = 4$$

扩频序列: 1 → 1 -1 -1 1

-1 → -1 1 1 -1

扩频水印: 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 -1 1 1 -1 1 -1 -1 1

139	144	149	153	155	155	155	155
144	151	153	156	159	156	156	156
150	155	160	163	158	156	156	156
159	161	162	160	160	159	159	159
159	160	161	162	162	155	155	155
161	161	161	161	160	157	157	157
162	162	161	163	162	157	157	157
162	162	161	161	163	158	158	158

计算含水印图像像素值

