

Kwadratury adaptacyjne

Zadanie 1. Oblicz wartość całki z poprzedniego laboratorium

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx, \quad (1)$$

korzystając z:

- (a) kwadratur adaptacyjnych trapezów,
- (b) kwadratur adaptacyjnych Gaussa-Kronroda.

Dla każdej metody narysuj wykres wartości bezwzględnej błędu względnego w zależności od liczby ewaluacji funkcji podcałkowej. Wyniki dodaj do wykresu uzyskanego w poprzednim laboratorium. Przydatna będzie funkcja `scipy.integrate.quad_vec`. Na liczbę ewaluacji funkcji podcałkowej można wpływać pośrednio, zmieniając wartość dopuszczalnego błędu (tolerancji). Przyjmij wartości tolerancji z zakresu od 10^0 do 10^{-14} .

Zadanie 2. Powtórz obliczenia z poprzedniego oraz dzisiejszego laboratorium dla całek

(a)

$$\int_0^1 \sqrt{x} \log x \, dx = -\frac{4}{9}, \quad (2)$$

(b)

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{(x-0.3)^2 + a} + \frac{1}{(x-0.9)^2 + b} - 6 \right) dx. \quad (3)$$

We wzorze (3) przyjmij $a = 0.001$ oraz $b = 0.004$. Błąd kwadratury dla całki (3) oblicz, wykorzystując fakt, że

$$\int_0^1 \frac{1}{(x-x_0)^2 + a} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\arctg \frac{1-x_0}{\sqrt{a}} + \arctg \frac{x_0}{\sqrt{a}} \right). \quad (4)$$