Łukasz Stępień

15.06.2023r.

Laboratorium 11

Optymalizacja

1. Temat zadania:

* Wyznacz punkty krytyczne każdej z poniższych funkcji. Scharakteryzuj każdy znaleziony punkt jako minimum, maksimum lub punkt siodłowy. Dla każdej funkcji zbadaj, czy posiada minimum globalne lub maksimum globalne na zbiorze R2.
* Napisz program znajdujący minimum funkcji Rosenbrocka:

implementując następujące metody optymalizacji:

* metodę największego spadku,
* metodę Newtona.

Przetestuj obie metody z następującymi punktami startowymi:

Każdą metodę wykonaj przez 10 iteracji i porównaj wyniki z wynikami otrzymanymi dla pozostałych punktów startowych. Czy metody zachowują się zgodnie z oczekiwaniami?

1. Implementacja:

**Zadanie 2.**

Program składa się z implementacji następujących funkcji:

* *f(x)* – funkcja Rosenbrocka:
* *gradient(x)* – gradient funkcji Rosenbrocka:
* *hessian(x)* – macierz Hessego funkcji Rosenbrocka:
* *newton\_method\_alpha(x)* – optymalizacja parametru α w metodzie największego spadku:

czyli minimalizacja funkcji g:

za pomocą metody Newtona:

* *steepest\_descent(x0, N)* – metoda największego spadku dla punktu początkowego x0 i N iteracji:
* *newton\_method(x0, N)* - metoda Newtona dla punktu początkowego x0 i N iteracji:
* *show(func, N, s)* – wizualizacja wyników.

1. Wyniki:

**Zadanie 1.**

***WK***:

***WW***:

Funkcja nie posiada ekstremów globalnych.

***WK***:

***WW***:

Funkcja posiada minimum globalne w punktach (1,1) oraz (-1,-1)

***WK***:

***WW***:

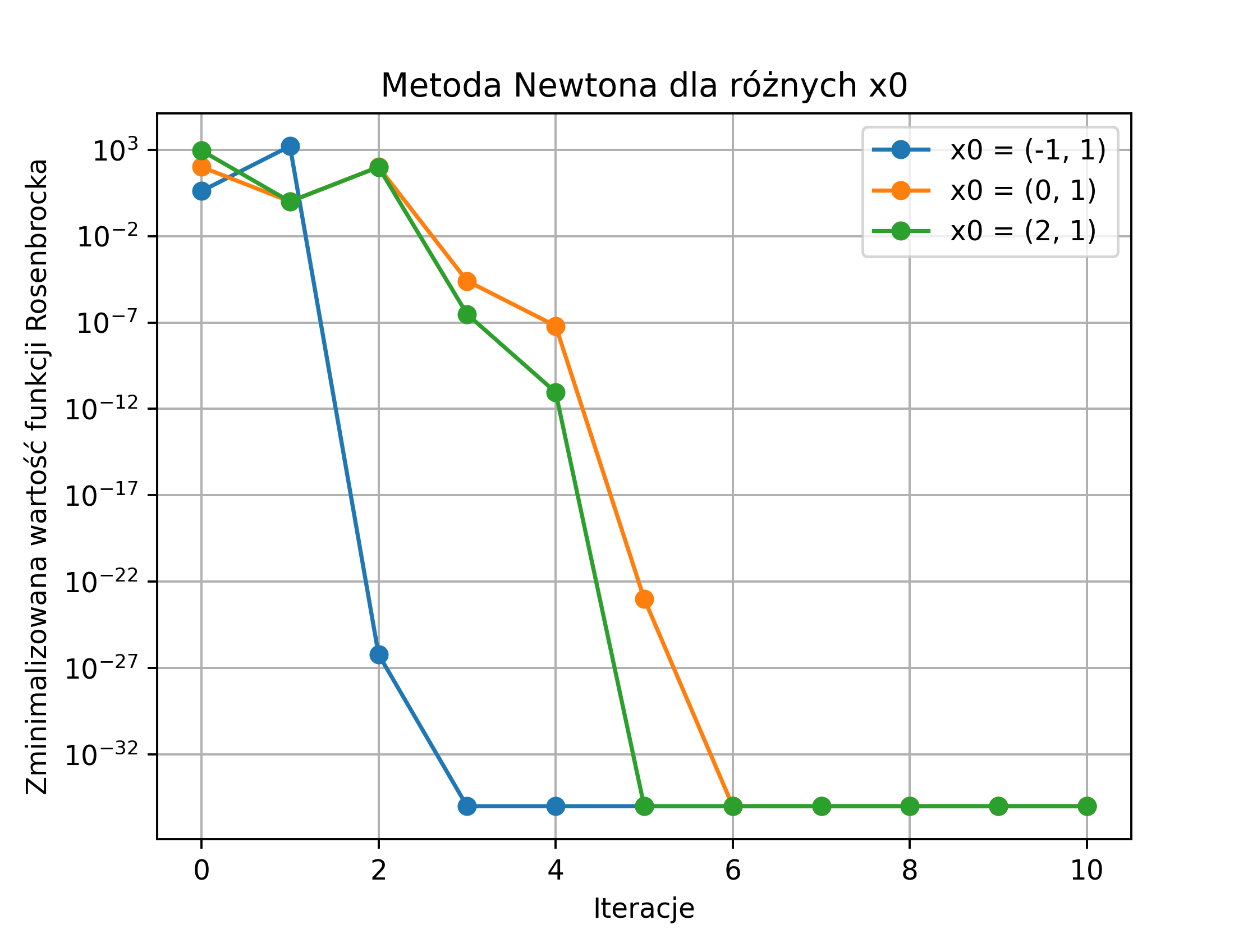
***WK***:

***WW***:

Funkcja nie posiada ekstremów globalnych.

**Zadanie 2.**

* **Obraz zawierający tekst, linia, diagram, Wykres

  Opis wygenerowany automatycznie**Wykres dla metody największego spadku:
* Wykres dla metody Newtona (wartości 10-35 są zaimplementowane jako 0):

1. Wnioski:

* Wyznaczono poprawnie punkty krytyczne zadanych funkcji oraz scharakteryzowano je. Każda została zbadana pod względem ekstremów globalnych.
* Poprawnie zaimplementowano obie metody wyznaczające minimum funkcji Rosenbrocka. Wyniki dla każdej z 10 iteracji zostały przedstawione na wykresach.
* Dla metody największego spadku widać odstające wyniki dla x0=(-1,1) w porównaniu z innymi punktami początkowymi. Dla tego punktu metoda ta znajduję wynik rzędu 10-25, gdzie dla dwóch pozostałych rząd wynosi około 10-2. Potwierdza to oczekiwania co do tej metody odnośnie spadku rzędu zbieżności przy niezbyt fortunnym wyborze punktu startowego x0. Potwierdza się również liniowa zbieżność, która widoczna jest szczególnie dla punktu x0=(-1,1) w przedziale iteracji od 1 do 4.
* Dla metody Newtona wyniki są zadawalające dla każdego punktu startowego. We wszystkich przypadkach osiągnęły one dokładny wynik. Zauważalna jest również zbieżność kwadratowa, szczególnie dla x0=(0,1) oraz x0=(2,1), dzięki zbliżonemu do paraboli kształtu wykresu.

1. Bibliografia:

* <https://pl.wikipedia.org/wiki/Macierz_Hessego>
* <https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_najszybszego_spadku>
* https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda\_Newtona\_(optymalizacja)