Łukasz Stępień

11.04.2023r.

Laboratorium 9

Równania różniczkowe zwyczajne

1. Temat zadania:

* Przedstaw każde z poniższych równań różniczkowych zwyczajnych jako równoważny układ równań pierwszego rzędu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| równanie Van der Pola: |  | (1) |
| równanie Blasiusa: |  | (2) |
| II zasada dynamiki Newtona dla problemu dwóch ciał: |  | (3) |

* Dane jest równanie różniczkowe zwyczajne:

Równanie rozwiązujemy numerycznie z krokiem . Rozwiąż to równanie analitycznie i określ stabilność tych rozwiązań. Określ stabilność metody jawnej i niejawnej Eulera oraz za ich pomocą oblicz numerycznie wartości przybliżonego rozwiązania.

1. Implementacja:
2. Wyniki:

**Zadanie 1.** Przedstawienie równań jako układu równań pierwszego rzędu:

* **(a)** równanie Van der Pola

Wykorzystując podstawienia

tworzymy układ równań:

* **(b)** równanie Blasiusa

Wykorzystując podstawienia

tworzymy układ równań:

* **(c)** równanie Blasiusa

Wykorzystując podstawienia

tworzymy układ równań:

**Zadanie 2**. Rozwiązanie równania różniczkowego:

* **(a)** Stabilność rozwiązania:

Bierzemy dowolne oraz . Szukamy , że prawdziwa będzie implikacja:

Ponieważ:

to dla implikacja ta jest prawdziwa, zatem rozwiązanie równania jest stabilne w sensie Lapunowa.

Ponieważ:

to rozwiązanie równania jest również asymptotycznie stabilne.

* **(b)** Stabilność metody Eulera:

Dla postaci równania:

Współczynnik wzmocnienia błedu wyraża się:

Dla oraz , gdzie :

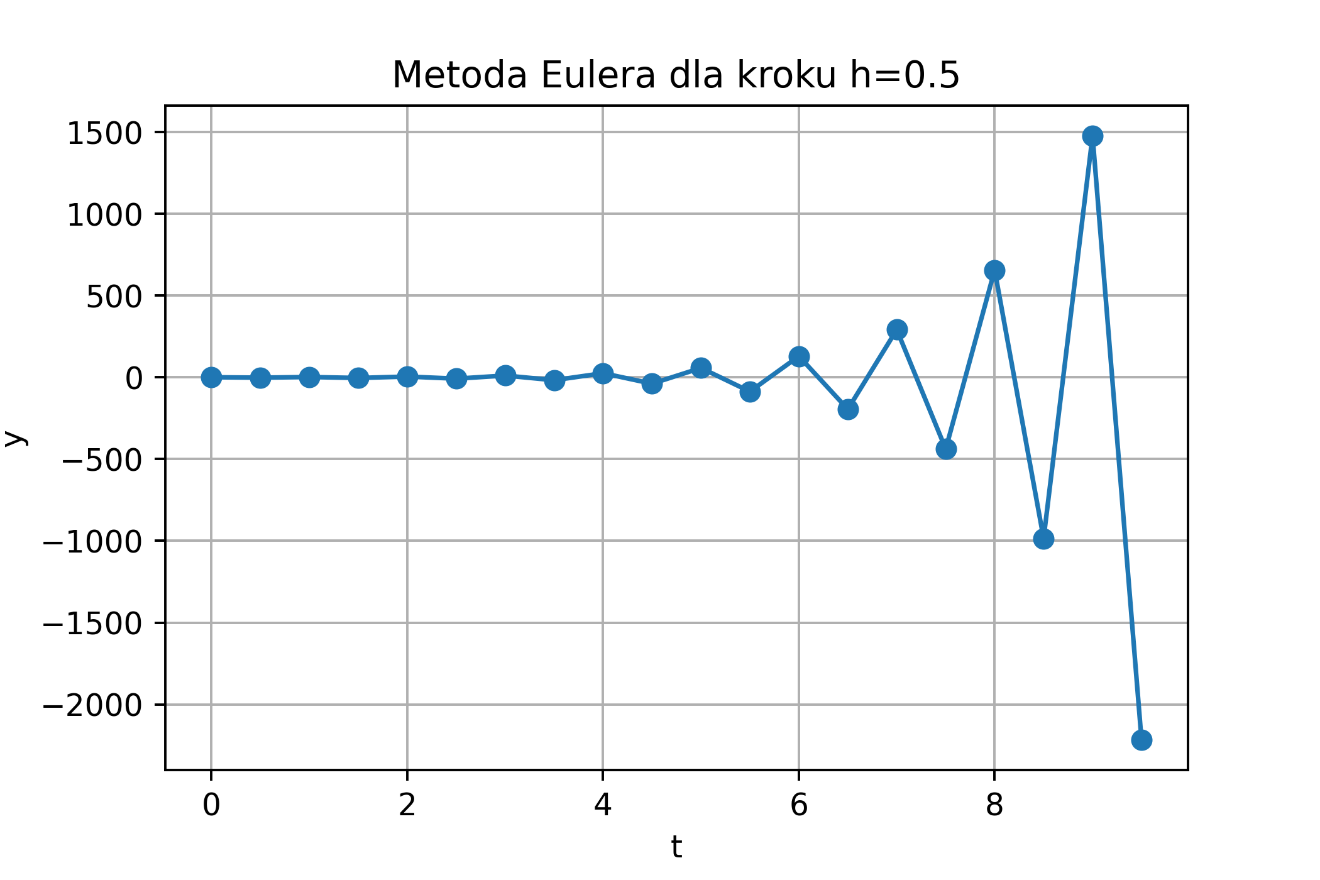
Ponieważ:

to metoda Eulera nie jest stabilna dla tego równania z krokiem .

* **(c)** Numeryczne wyliczenie wartości przybliżonego rozwiązania metodą Eulera:

Metodę te reprezentuje jawny wzór:

Obliczone wartości przybliżonego rozwiązania:



* **(d)** Stabilność niejawnej metody Eulera:

Metoda ta jest stabilna niezależnie od obranego kroku.

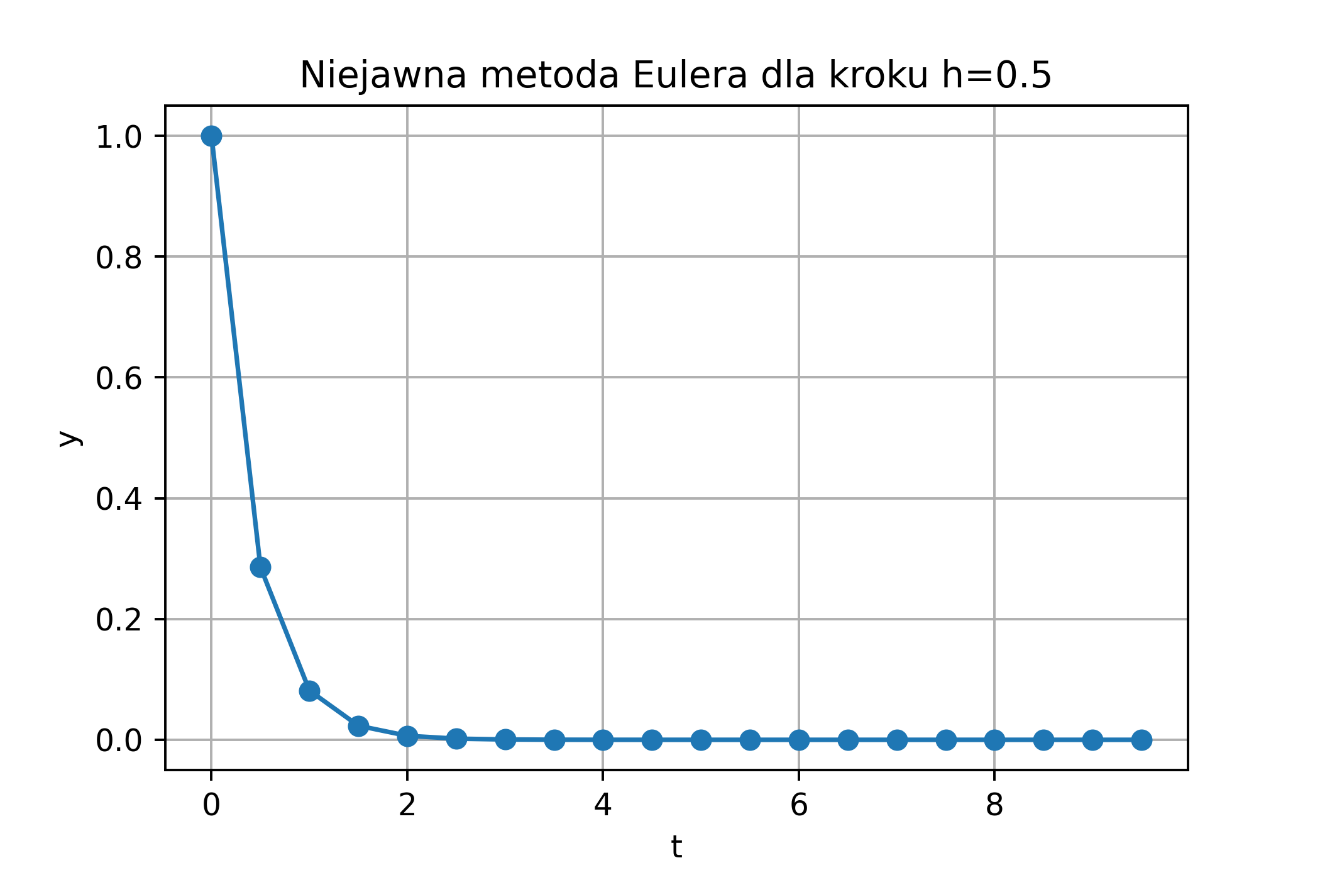
* **(e)** Numeryczne wyliczenie wartości przybliżonego rozwiązania niejawną metodą Eulera:

Metodę te reprezentuje uwikłany wzór:

Po przekształceniach:

otrzymujemy wzór jawny umożliwiający implementacje.

Obliczone wartości przybliżonego rozwiązania:



1. Wnioski:

Program poprawnie wykonuje wszystkie zagadnienia zamieszczone w temacie zadania, prezentuje wyniki w postaci napisów na ekranie oraz wykresach. Analiza teoretyczna schematów iteracyjnych pokrywa się z wynikami eksperymentalnymi. Poprawnie wskazana została zbieżność oraz rząd zbieżności dla schematów zbieżnych. Z wykresów można wywnioskować, że najlepiej działa schemat iteracyjny (5). Pokazuje to, że trzeba ostrożnie dobierać dany schemat, bo mocno koreluje on z optymalnością.

Wyniki dla metody Newtona dla równań nieliniowych zostały zamieszczone w tabelach. Można zauważyć, że zwiększenie dokładności z n=28 bitów do n=53 wymaga tylko 1 lub 2 iteracji. Świadczy to o bardzo dobrej jakości tej metody.

Program poprawnie potrafi rozwiązać układ równań nieliniowych. Błędy względnę są minimalne.

1. Bibliografia:

* https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda\_Newtona
* https://pl.wikipedia.org/wiki/Epsilon\_maszynowy
* Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice 7. Równania nieliniowe (non-linear equations) Marian Bubak, Katarzyna Rycerz