

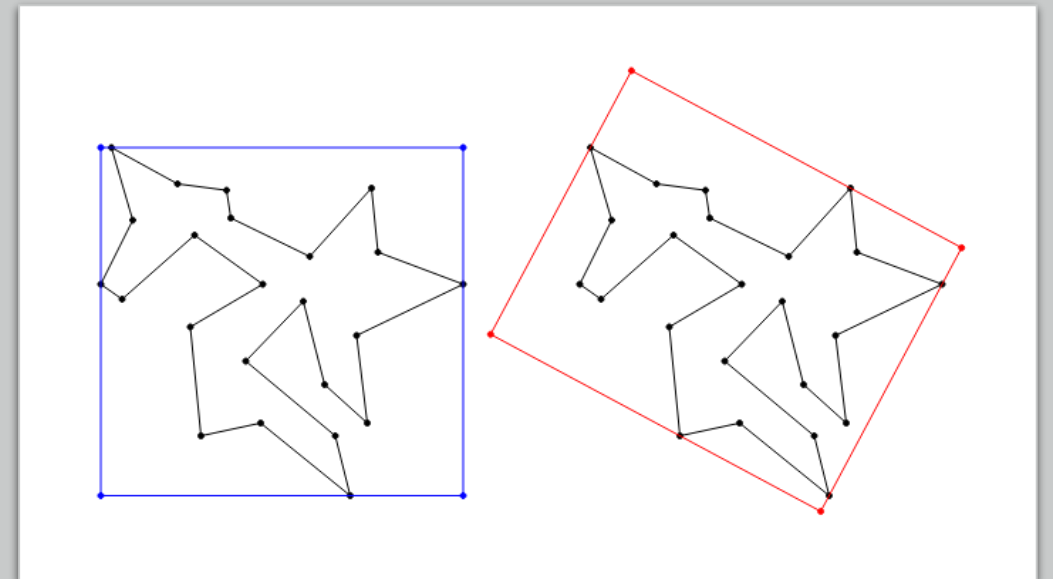
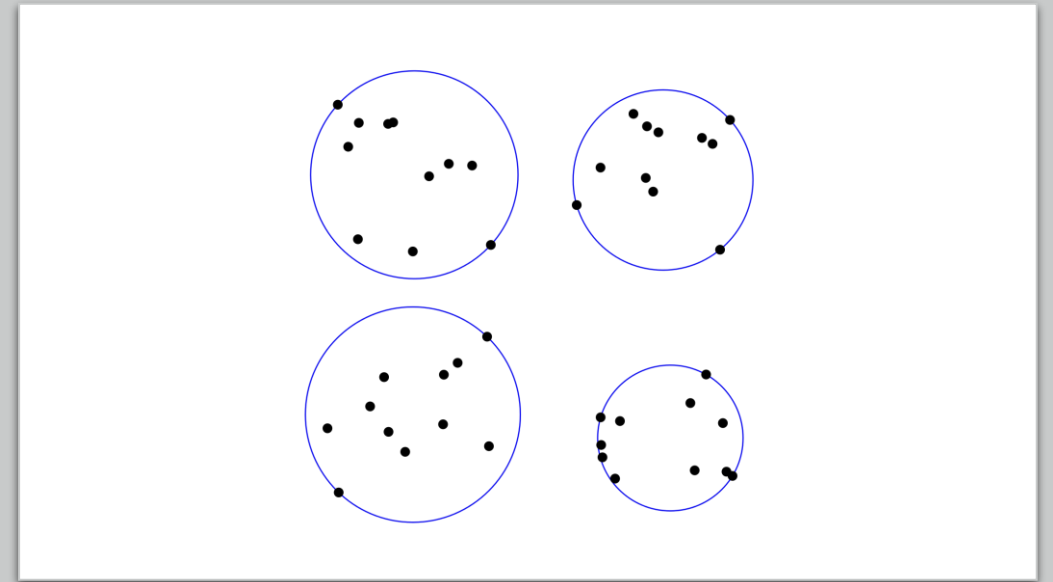
Wyznaczanie minimalnego okręgu i prostokąta zawierającego chmurę punktów na płaszczyźnie

Łukasz Stępień gr. IV



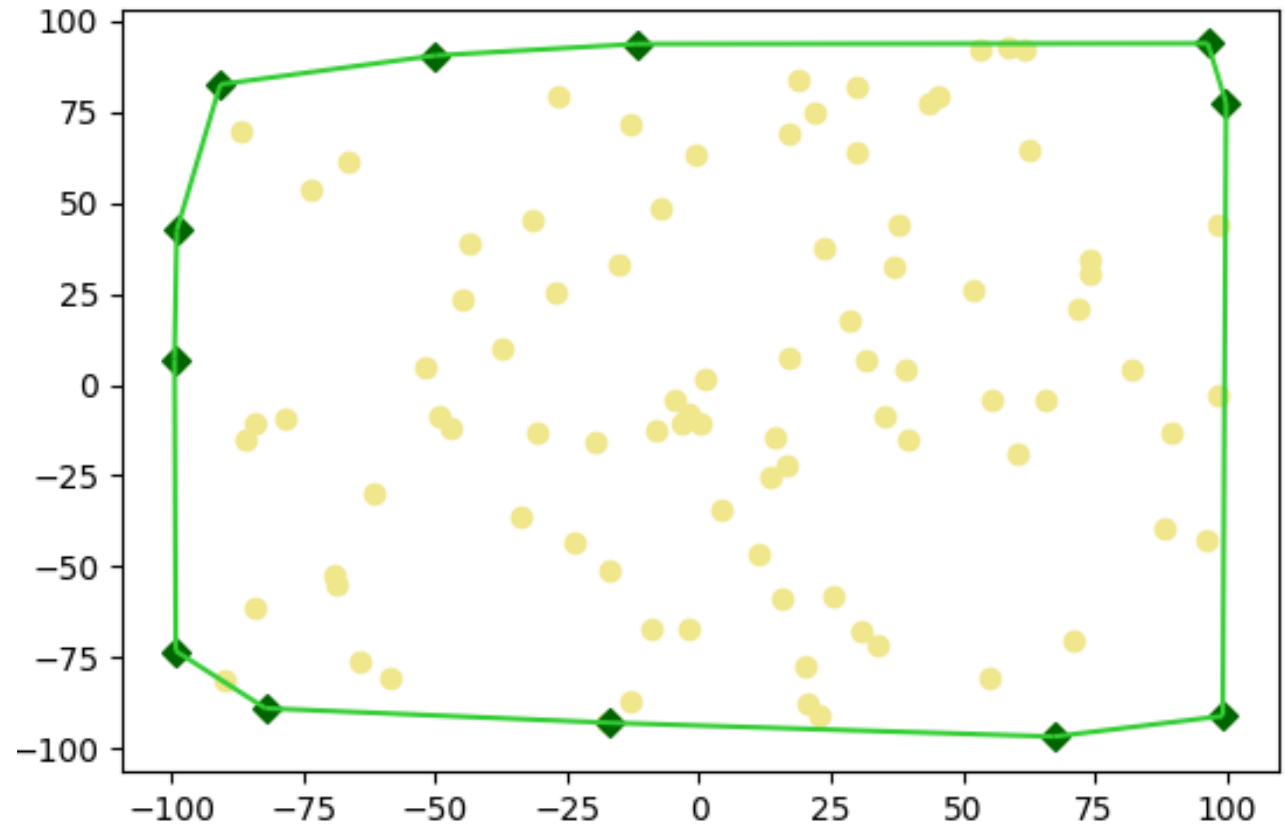
Opis problemu

Posiadając zadany zbiór punktów na płaszczyźnie, należy wyznaczyć minimalny okrąg lub prostokąt, który zawiera w sobie wszystkie punkty zadanego zbioru punktów na płaszczyźnie.



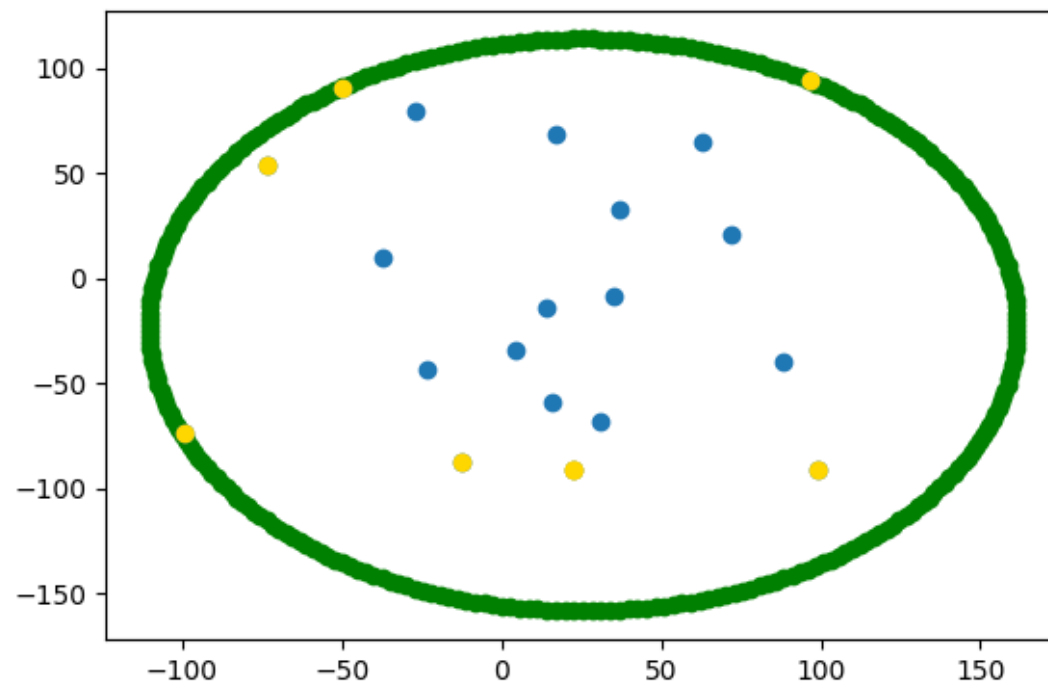
Opis algorytmu

Oba algorytmy rozpoczynają się od wyznaczenia otoczki wypukłej zbioru punktów na płaszczyźnie za pomocą algorytmu Grahama, którego złożoność obliczeniowa wynosi $O(n \log n)$.



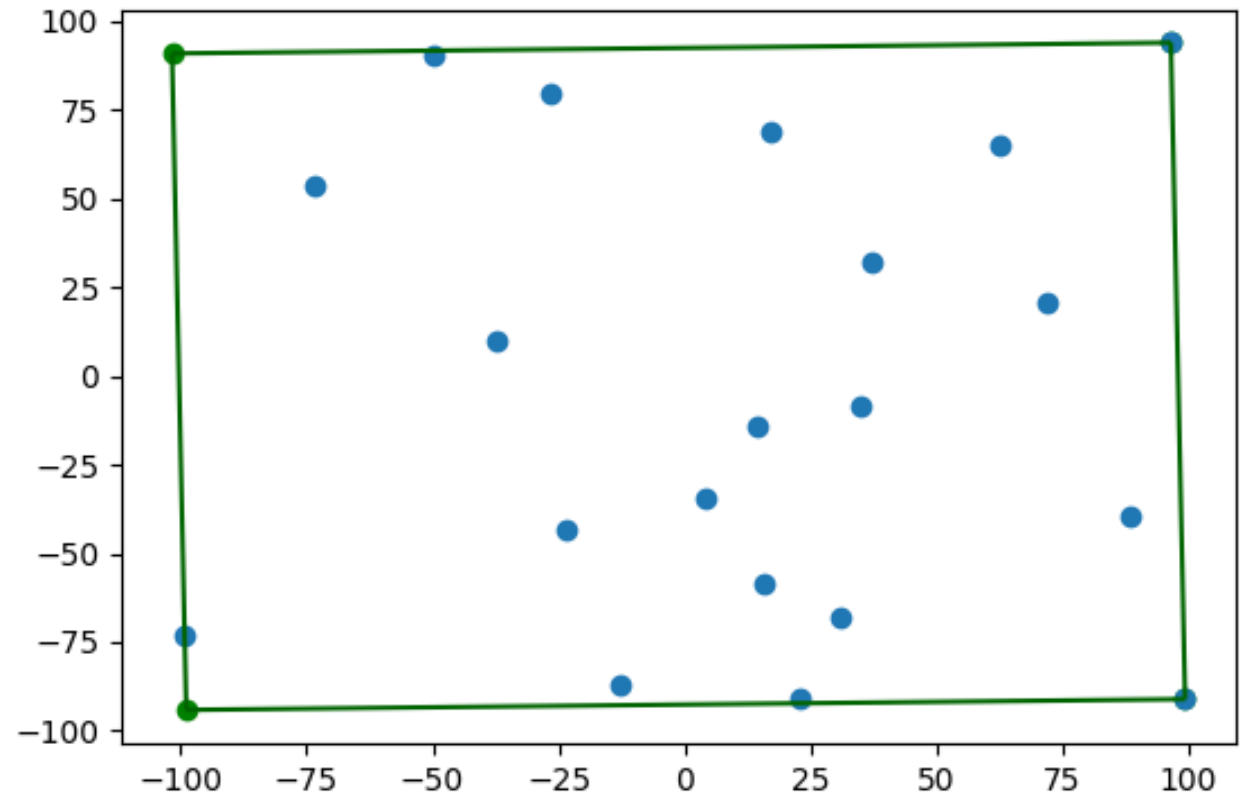
Opis algorytmu – minimalny okrąg

Algorytm wyznaczający minimalny okrąg zawierający chmurę punktów na płaszczyźnie to zoptymalizowany algorytm *brute-force*. Na początku przeszukujemy każdą parę punktów w otoczce, tworzymy okrąg przez nie opisany i sprawdzamy, czy zawiera wszystkie punkty z danego zbioru punktów. Jeżeli tak, to porównujemy jego promień z poprzednim najmniejszym okręgiem (na początku to okrąg o promieniu nieskończonym) i odpowiednio aktualizujemy wynik. Następnie przeszukujemy każdą trójkę punktów i powtarzamy te same kroki co w przypadku dwóch punktów. Złożoność algorytmu to $O(h^4 + n \log n)$, gdzie n to liczebność wyjściowego zbioru punktów, a h to liczebność punktów w otoczce wypukłej. Jeżeli ilość punktów w otoczce jest mała, to $h^4 < n \log n$, z czego wynika, że złożoność algorytmu dla większości zbiorów to $O(n \log n)$.



Opis algorytmu – minimalny prostokąt

Algorytm wyznaczający minimalny prostokąt pod względem pola lub obwodu zawierający chmurę punktów na płaszczyźnie korzysta z twierdzenia, że musi on zawierać przynajmniej jeden bok otoczki wypukłej. Jego działanie polega na iteracji po wszystkich bokach otoczki, wyznaczeniu w każdej najbardziej odległych punktów względem obróconego układu współrzędnych oraz wyznaczenie dzięki temu prostokąta i poprzez porównywanie odpowiednio pól lub obwodów wyznaczenie najmniejszego. Złożoność obliczeniowa to $O(h+n\log n)$, gdzie $h \leq n$, czyli $O(n\log n)$.



Bibliografia

- <https://gist.github.com/kchr/77a0ee945e581df7ed25>
- <https://github.com/cansik/LongLiveTheSquare>
- <https://www.geeksforgeeks.org/minimum-enclosing-circle/?ref=lbp>
- https://en.wikipedia.org/wiki/Minimum_bounding_box
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Algorytm_Grahama