

На правах рукописи



**Цыбулин Иван Владимирович**

**РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ  
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ И  
ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
ГРАФИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЕЙ**

**Черновик от 23 сентября 2015 г.**

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**Автореферат**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2015

Работа выполнена на кафедре информатики и вычислительной математики  
Московский физико-технический института (государственного университета)

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук  
**Скалько Юрий Иванович**

Официальные оппоненты: **Боговалов Сергей Владимирович**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,  
**профессор**

**Лукин Владимир Владимирович**,  
кандидат физико-математических наук,  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук,  
научный сотрудник

Ведущая организация: Институт автоматизации проектирования Российской  
академии наук

Защита состоится «    » декабря 2015 г. в «    » часов на заседании диссертационного совета Д 212.156.05 на базе Московского физико-технического института (государственного университета) по адресу: 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, ауд. 903 КПМ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МФТИ и на сайте университета <https://www.mipt.ru>.

Автореферат разослан «    » сентября 2015 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 212.156.05

Федько Ольга Сергеевна

## Общая характеристика работы

**Актуальность и степень разработанности темы.** Перенос излучения является существенным процессом в задачах динамики высокотемпературной плазмы. Сильноточные разряды в установках на основе Z-пинчей являются мощными источниками рентгеновского излучения, которое может быть использовано, в частности, для экспериментального исследования процессов, протекающих в плазме с высокой плотностью и энергией. В астрофизике актуальной задачей является моделирование различных объектов, например, аккреационных дисков молодых звезд, квазаров, релятивистских струй и т. п. Для этих задач судить об адекватности математической модели можно сравнивая наблюдаемый спектр объекта со спектром, получаемым в численных расчетах. Перенос излучения важен и в метеорологии, так как он играет ключевую роль в атмосферном теплообмене и, как следствие, в формировании климата планеты.

Для задачи переноса излучения разработаны приближенные методы, учитывающие ту или иную симметрию (плоская, цилиндрическая или сферическая симметрия задачи), различные свойства коэффициента поглощения (приближения серой материи, оптически тонкого и оптически толстого слоя) и приближенные способы описания угловой зависимости излучения (приближение «вперед-назад», диффузионное приближение). Существенного упрощения можно достичь при условии локализации источников излучения, например, на границе расчетной области.

В ряде процессов, например, сильноточных разрядах в установках на основе Z-пинчей или динамике околозвездного вещества, допустимо использование приближенных методов расчета излучения. Однако, хотя приближенные методы адекватны в гидродинамическом моделировании, их результатов недостаточно для сравнения с имеющимися экспериментальными данными. В этом случае, как правило, применяют постобработку результатов гидродинамического моделирования с использованием более точного метода решения задачи переноса излучения.

Однако, с развитием вычислительной техники, в особенности, использованием графических ускорителей, становится возможным решать задачу переноса излучения в полноценной трехмерной постановке с достаточно подробным описанием частотной и угловой зависимости решения. Задача переноса излучения обладает существенным запасом параллелизма, поскольку решения

вдоль различных направлений и на различных частотах не зависят друг от друга. Привлекательным является также создание универсального программного блока, пригодного для работы совместно с различными существующими гидродинамическими программными комплексами. При этом существенно ограничивается свобода выбора таких параметров, как тип расчетной сетки, способ ее декомпозиции на вычислительные подобласти.

**Целью** данной работы являются:

1. Построение и исследование численных методов решения уравнения переноса.
2. Реализация полученных методов с использованием графических ускорителей.
3. Моделирование линейчатого спектра излучения звезды типа Т Тельца при наличии конического ветра.

Для достижения поставленных целей были решены следующие **задачи**:

1. На основании вариационного принципа Владимирова построен численный метод решения уравнения переноса излучения для произвольного базиса угловых функций.
2. Построена квадратурная формула для полусферы и разработан метод численного построения квадратурных формул продолжением по параметру.
3. Изучены вопросы сходимости метода для базиса из сферических функций и базиса из радиальных функций.
4. Создана параллельная реализация метода, использующая графический ускоритель.
5. Построен маршевый алгоритм решения уравнения переноса излучения для неструктурированных тетраэдральных сеток методом коротких характеристик.
6. Построен маршевый метод второго порядка и предложен способ монотонизации решения.
7. Показана корректность данного алгоритма в случае использования тетраэдральной сетки, удовлетворяющей условию Делоне.
8. Предложен алгоритм упорядочения для сеток, не удовлетворяющих условию Делоне. Предложено приложение алгоритма упорядочения для ярусно-параллельной формы графа зависимостей маршевого ме-

тогда.

9. Построен распределенный метод для решения уравнения переноса излучения, использующий длинные характеристики, ограниченные расчетной подобластью.
10. Метод реализован в многопроцессорном MPI варианте, а также в варианте, использующем кластер из графических ускорителей.
11. Изучены вопросы ускорения и эффективности параллельной реализации.
12. Построена упрощенная локально-термодинамически равновесная математическая модель поглощения излучения околозвездным веществом, учитывающая доплеровский сдвиг частоты поглощения и различную заселенность уровней атома водорода.
13. По существующим результатам гидродинамического моделирования звезды типа Т Тельца проведен расчет спектра излучения в линии  $H-\alpha$ .

#### **Научная новизна:**

1. Впервые был предложен вариационный метод для решения самосогласованного уравнения переноса излучения с базисом из радиальных угловых функций.
2. Впервые был предложен маршевый алгоритм для решения уравнения переноса на неструктурированной тетраэдральной сетке.
3. Предложена оригинальная распределенная многопроцессорная реализация метода длинных характеристик.

**Теоретическая и практическая значимость** Предложены и исследованы новые методы решения уравнения переноса излучения. Изучены вопросы распараллеливания предложенных методов. Получены фактические оценки скорости сходимости по пространственным и угловым переменным.

Предложенные алгоритмы упорядочения неструктурированных тетраэдральных сеток могут применяться для решения других стационарных гиперболических задач как конечно-разностными, так и конечно-объемными численными методами.

Разработанные программы возможно использовать в существующих гидродинамических программных комплексах, в том числе реализованных для кластерных вычислительных систем.

Работа выполнялась при поддержке проекта Министерства образования и науки РФ №3.522.2014/К «Исследование процессов, происходящих в веществе, и изменения его свойств при импульсном вводе энергии высокой плотности».

**Методология и методы исследования.** В основе численных методов лежат вариационный метод Рунге и различные сеточно-характеристические методы. Для решения систем линейных уравнений применяются как итерационный метод сопряженных градиентов, так и прямые методы разложения разреженной матрицы. В основе распределенного метода лежит принцип геометрической декомпозиции расчетной области. Анализ численной сходимости проводился на задачах, имеющих аналитическое решение.

**Основные положения, выносимые на защиту** соответствуют основным результатам диссертации, приведенным в заключении.

**Степень достоверности и апробация работы.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 печатных изданиях [1–3], 2 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [1; 2], 5 — в тезисах докладов [4–8].

Основные результаты работы докладывались и получили одобрение на следующих научных конференциях:

1. 53-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», Долгопрудный, 2010.
2. 54-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе», Долгопрудный, 2011.
3. 55-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе», Долгопрудный, 2012.
4. 56-й научной конференции МФТИ «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе», Долгопрудный, 2013.
5. 57-й научной конференции МФТИ «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики», Долгопрудный, 2014.

Основные результаты работы докладывались и получили одобрение на следующих семинарах:

1. Лаборатория математического моделирования нелинейных процессов в газовых средах, МФТИ, Москва, 2012.
2. Научная сессия VII школы по высокопроизводительным вычислениям, Университет Иннополис, Казань, 2015.
3. Лаборатория флюидодинамики и сейсмоакустики, МФТИ, Москва, 2015.
4. Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, 2015.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, **четырёх** глав, заключения и **двух** приложений. Полный объём диссертации составляет **X** страниц с **Y** рисунками и **Z** таблицами. Список литературы содержит **W** наименований.

## Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена ...

картинку можно добавить так:

L  
A  
T  
E  
X

Рис. 1 — Подпись к картинке.

Формулы в строку без номера добавляются так:

$$\alpha\alpha \leq \beta\beta \neq \emptyset\pi\pi \quad (1)$$

Вторая глава посвящена исследованию

Третья глава посвящена исследованию

В четвертой главе приведено описание

В заключении приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. На основе анализа ...
2. Численные исследования показали, что ...
3. Математическое моделирование показало ...
4. Для выполнения поставленных задач был создан ...

## **Публикации автора по теме диссертации**

1. Маршевый алгоритм решения задачи переноса излучения методом коротких характеристик / Ю. И. Скалько, И. В. Цыбулин, Р. Н. Карасев и др. // *Компьютерные исследования и моделирование*. — 2014. — Т. 6, № 2. — С. 203–215.
2. Цыбулин И. В., Скалько Ю. И., Павлова Е. С. Распределенный метод длинных характеристик для решения уравнения переноса излучения // *Труды Московского физико-технического института*. — 2015. — Т. 7, № 2. — С. 51–59.
3. Цыбулин И. В., Скалько Ю. И. Конечно-элементный метод для решения уравнения переноса излучения // *Математическое моделирование информационных систем: сб. науч. тр.* — 2015. — С. 38–44.
4. Цыбулин И. В. Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности с использованием графических ускорителей // *Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 53-й научной конференции МФТИ*. — Т. 3. — М.: МФТИ, 2010. — С. 33–34.
5. Цыбулин И. В., Скалько Ю. И. Численное построение квадратурной формулы для полусферы методом продолжения по параметру // *Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 54-й научной конференции МФТИ*. — Т. 2. — М.: МФТИ, 2011. — С. 27–28.
6. Цыбулин И. В., Скалько Ю. И. Вариационный метод решения задачи переноса излучения в трехмерных областях // *Проблемы фундаментальных и при-*



кладных естественных и технических наук в современном информационном обществе. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 55-й научной конференции МФТИ. — Т. 2. — М.: МФТИ, 2012. — С. 96–97.

7. *Цыбулин И. В., Скалько Ю. И.* Использование метода длинных характеристик для решения задачи переноса излучения на системах с распределенной памятью // Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 56-й научной конференции МФТИ. — Т. 2. — М.: МФТИ, 2013. — С. 89–90.
8. *Цыбулин И. В., Скалько Ю. И.* Реализация распределенного метода длинных характеристик с использованием GPU ускорителей // Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики. Часть VII. Управление и прикладная математика: Труды 57-й научной конференции МФТИ. — Т. 2. — М.: МФТИ, 2014. — С. 103–105.

## **Личный вклад автора в публикации с соавторами.**

В работе [1] автором были предложены и реализованы два варианта численного алгоритма для решения уравнения переноса, Скалько Ю.И. был предложен алгоритм упорядочения тетраэдров по проекциям их центров, а Карасевым Р.Н. и Акопяном А.В. была доказана его корректность для триангуляций Делоне. Мендель М.А. выполнил расчеты, изучил порядок сходимости по пространственной переменной и обнаружил эффект насыщения по угловым направлениям.

В работе [2] автору принадлежит идея распределенного метода длинных характеристик и его гибридная MPI-CUDA реализация. Скалько Ю.И. было предложено улучшение балансировки нагрузки за счет решения нескольких линейных систем одновременно на разных вычислительных узлах. Павловой Е.С. была реализована модификация, позволяющая решать уравнение переноса излучения в многогрупповом приближении.

В работах [3; 5–8] автором построены численные методы для решения уравнения переноса, выполнена программная реализация на графических ускорителях методов численного решения систем линейных и линейных обыкновенных уравнений, поставлена задача построения квадратурной формулы для

полусферы и предложен метод ее численного решения.

Цыбулин Иван Владимирович

РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ  
ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАФИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЕЙ

Черновик от 23 сентября 2015 г.

Автореферат

Подписано в печать 17.09.2015. Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ . Усл. печ. л. 0,6.

Тираж 100 экз. Заказ № 702.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования «Московский физико-технический  
институт (государственный университет)»

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9