

УДК 539.171.016:539.171.017:539.171.16:539.141

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ ${}^9\text{Be}$ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

© 2017 г. Б. А. Уразбеков<sup>1,2,\*</sup>, А. С. Деникин<sup>1,2</sup>, С. К. Сахиев<sup>3</sup>, С. М. Лукьянов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Лаборатория ядерных реакций имени Г.Н. Флерова ОИЯИ, Дубна

<sup>2</sup>Государственный университет “Дубна”, Дубна

<sup>3</sup>Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан

\*E-mail: urazbekovb@mail.ru

Работа посвящена анализу данных по упругому и неупругому рассеянию и реакциям малонуклонных передач при взаимодействии ядер дейтрона и  ${}^9\text{Be}$  с энергией порядка 10 МэВ/нуклон. Теоретический анализ выполнен в рамках модели двойного фолдинг-потенциала с использованием волновой функции основного состояния ядра  ${}^9\text{Be}$ , построенной в трехкластерном  $\alpha + \alpha + n$ -приближении. Расчеты сечения упругого рассеяния для реакции  $d + {}^9\text{Be}$  с использованием рассчитанного фолдинг-потенциала выполнены в рамках оптической модели. Полученный оптический потенциал применен для анализа сечений реакций передач и неупругого рассеяния в рамках метода искаженных волн. Выполнен сравнительный анализ экспериментальных данных и теоретических расчетов.

DOI: 10.7868/S0367676517060229

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение кластерной структуры легких ядер в настоящее время является актуальной задачей в связи с бурным развитием экспериментальных методов исследования ядер, лежащих на границе стабильности, позволяющих проверить имеющиеся теоретические представления об особенностях строения легких экзотических ядер. Хорошо известно, что выбор ядра-снаряда, имеющего простейшую структуру, как, например, ядра  $d$ ,  $t$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  $\alpha$ , позволяет значительно упростить изучение механизмов ядерных реакций и получать непосредственную информацию о структуре ядра-мишени. В этом случае проявление ядром-мишенью ярко выраженной кластерной структуры может приводить к ее существенному влиянию на измеряемые сечения упругого и неупругого рассеяния, а также ядерных реакций нуклонных и кластерных передач.

Ядро  ${}^9\text{Be}$  является уникальным примером ядерной системы, демонстрирующей кластерную структуру, оставаясь при этом стабильной частицей. Имеющиеся в настоящее время теоретические подходы [1] позволяют эффективно описывать свойства трехчастичных систем, таких как  ${}^9\text{Be} = \alpha + n + \alpha$  на основе мультикластерной динамической модели с учетом принципа Паули. Построенная таким образом трехчастичная волновая функция основного состояния может быть, в частности, использована для расчетов фолдинг-потенциалов взаимодействия ядер  ${}^9\text{Be}$  с различ-

ными снарядами. Соответствующий анализ реакции взаимодействия  ${}^4\text{He}$  с ядрами  ${}^9\text{Be}$  был выполнен нами в предыдущей работе [2]. Было показано, что построенная трехчастичная модель ядра  ${}^9\text{Be}$  и полученный на ее основе фолдинг-потенциал адекватно описывает наблюдаемые экспериментальные данные для широкого диапазона энергий столкновения и различных реакций.

Настоящая работа является продолжением работы [2] и посвящена анализу данных по упругому и неупругому рассеянию и реакциям малонуклонных передач при взаимодействии дейтрона с ядрами  ${}^9\text{Be}$  с энергией порядка 10 МэВ/нуклон. Цели работы заключаются в описании измеренных экспериментальных данных и сравнении спектроскопической информации с данными, полученными в работе [2] и в работах других авторов [3–7].

Теоретический анализ выполнен в рамках модели двойного фолдинг-потенциала с использованием волновой функции основного состояния ядра  ${}^9\text{Be}$ , построенной в трехкластерном  $\alpha + \alpha + n$ -приближении. Расчеты сечения упругого рассеяния для реакции  $d$  (19.5 МэВ) +  ${}^9\text{Be}$  выполнены в рамках оптической модели [8]. Полученный оптический потенциал применен для анализа сечений реакций передач и неупругого рассеяния в рамках модели искаженных волн [8]. Выполнен сравнительный анализ экспериментальных данных и теоретических расчетов.

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

## 1.1. Краткое теоретическое введение

Уравнение Шрёдингера, описывающее волновую функцию  $\Phi(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v})$  двух взаимодействующих ядер  $a + A$ , представляется в виде

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu_\alpha} \nabla_R^2 + \hat{h}_\xi + \hat{h}_v + U(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v}) \right] \times \Phi(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v}) = E\Phi(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v}), \quad (1)$$

где  $\mu_\alpha$  — приведенная масса,  $U(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v})$  — потенциал ядро-ядерного взаимодействия,  $\vec{\xi}, \vec{v}$  — внутренние степени свободы ядер  $a$  и  $A$ ,  $\hat{h}_\xi$  и  $\hat{h}_v$  — гамильтонианы, описывающие внутренние состояния ядер  $a$  и  $A$ ,  $\vec{R}$  — радиус-вектор относительного движения в системе центра масс (с. п. м.),  $E$  — полная энергия системы  $a + A$  в с. п. м. Разложим волновую функцию  $\Phi(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v})$  по базису собственных функций операторов  $\hat{h}_\xi$  и  $\hat{h}_v$ :

$$\Phi(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v}) = \sum_{ij} \psi_{ai}(\vec{\xi}) \psi_{Aj}(\vec{v}) \chi_{ij}(\vec{R}), \quad (2)$$

где  $\chi_{ij}(\vec{R})$  — волновая функция относительного движения ядер в различных каналах реакции, индексы  $i$  и  $j$  соответствуют всем разрешенным правилами отбора состояниям сталкивающихся ядер. В частности, компонента  $\chi_{00}(\vec{R})$  описывает поведение системы в упругом канале. Подстановка разложения (2) в уравнение (1) дает систему связанных дифференциальных уравнений для неизвестных функций  $\chi_{ij}(\vec{R})$ . В рамках обобщенной оптической модели [9] систему уравнений для  $\chi_{ij}(\vec{R})$  удастся свести к уравнению для функции  $\chi_{00}(\vec{R})$  в упругом канале

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu_\alpha} \nabla_R^2 + U_{\text{опт}}(\vec{R}) \right] \chi_{00}(\vec{R}) = (E - \varepsilon_v - \varepsilon_\xi) \chi_{00}(\vec{R}), \quad (3)$$

где обобщенный оптический потенциал взаимодействия имеет вид

$$U_{\text{опт}} = V_{00} + \sum_{\kappa\kappa'} V_{0\kappa} \left( \frac{1}{E - H + i\eta} \right)_{\kappa\kappa'} V_{\kappa'0} = U_\Phi + \Delta U. \quad (4)$$

Первое слагаемое в (4) принято называть фолдинг-потенциалом (см. ниже). Второе слагаемое  $\Delta U$  — комплексная функция, зависящая от энергии и называемая поляризационным потенциалом, описывает связь упругого канала с каналами возбуждения. Суммирование выполняется по

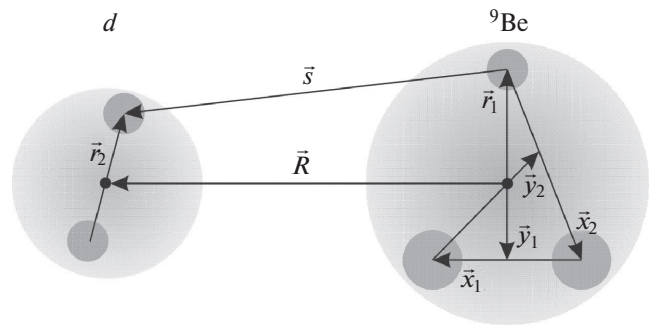


Рис. 1. Схема вычисления  $d + {}^9\text{Be}$  фолдинг-потенциала взаимодействия с изображением трехчастичной волновой функции ядра  ${}^9\text{Be}$ .

всем возбужденным состояниям снаряда и мишени  $\kappa = \{i, j\}$ , а матричные элементы  $V_{\kappa\kappa'}$  равны

$$V_{\kappa\kappa'}(\vec{R}) = \langle \psi_{ai} \psi_{Aj} | U(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v}) | \psi_{ai} \psi_{Aj} \rangle. \quad (5)$$

## 1.2. Модель двойного фолдинга

Первое слагаемое в (4)

$$V_{00} \equiv \langle \psi_{a0} \psi_{A0} | U(\vec{R}, \vec{\xi}, \vec{v}) | \psi_{a0} \psi_{A0} \rangle. \quad (6)$$

является вещественной функцией. Метод расчета вещественной части оптического потенциала был предложен в работе [10] и представляет собой “модель двойного фолдинга”. В соответствии с этой моделью фолдинг-потенциал взаимодействия можно получить, усредняя нуклон-нуклонное взаимодействие по объемам ядер снаряда и мишени (см. рис. 1):

$$U_\Phi(\vec{R}) = \int d\vec{r}_1 \int d\vec{r}_2 \rho_1(\vec{r}_1) \rho_2(\vec{r}_2) \times V_{NN}(\vec{s} = \vec{R} + \vec{r}_2 - \vec{r}_1), \quad (7)$$

где  $V_{NN}$  — эффективный нуклон-нуклонный потенциал, например, МЗУ-типа [11, 12],  $\rho_i$  — плотность распределения вещества в основном состоянии ядра  $i$ .

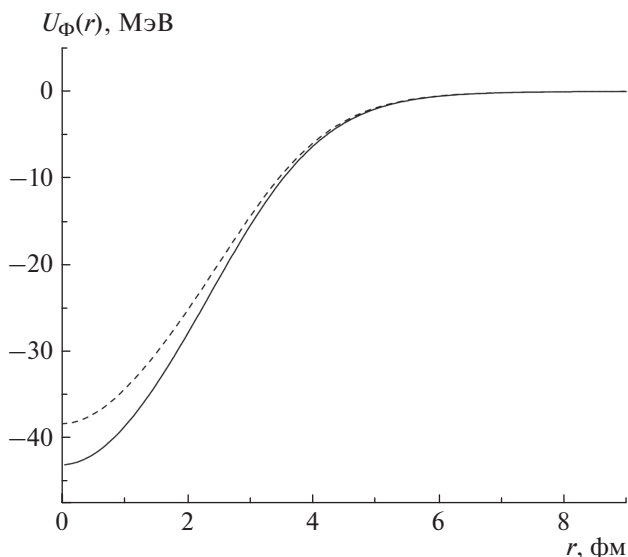
## 1.3. Плотность распределения вещества ядер

Плотность ядерного вещества дейтрона определим, усредняя волновую функцию основного состояния  $\Psi(\vec{r})$  по угловым переменным

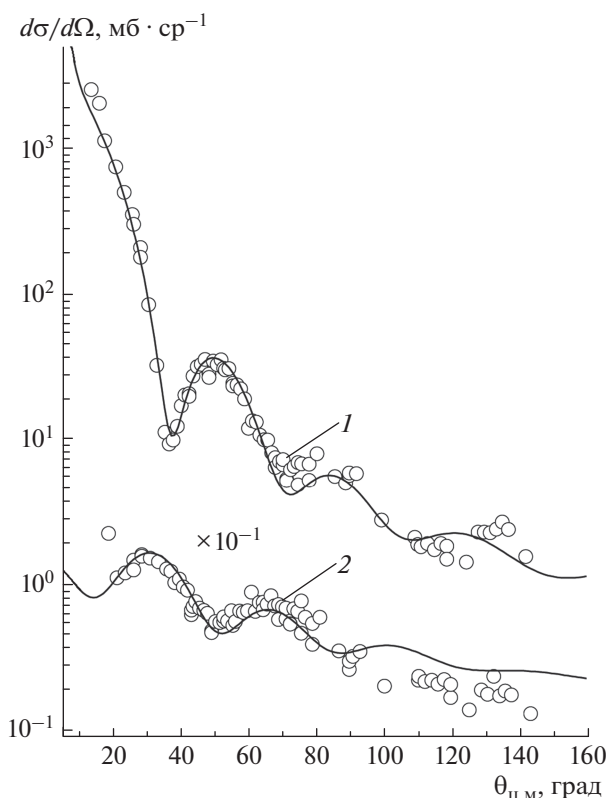
$$\rho_d\left(\frac{1}{2}r\right) = \int |\Psi(\vec{r})|^2 d\Omega_r. \quad (8)$$

Плотность распределения вещества ядра  ${}^9\text{Be}$  в данной работе рассчитана с использованием трехчастичной  $\alpha + \alpha + n$ -волновой функции [6] и представляется в виде трех слагаемых

$$\rho_{{}^9\text{Be}}(\vec{r}) = 2\rho_\alpha(\vec{r}) + \rho_n(\vec{r}). \quad (9)$$



**Рис. 2.** Ядро-ядерный потенциал взаимодействия системы  $d + {}^9\text{Be}$ , рассчитанный в рамках двойной фолдинг-модели. Сплошная линия — фолдинг-потенциал на основе M3Y-Paris, прерывистая линия — фолдинг-потенциал на основе M3Y-Reid.



**Рис. 3.** Дифференциальные сечения рассеяния дейтронов с энергией  $E = 19.5$  МэВ, на ядре  ${}^9\text{Be}$ : кривая 1 — упругое рассеяние, кривая 2 — неупругое рассеяние ( ${}^9\text{Be}$  образуется в состоянии  $2.43$  МэВ,  $J^\pi = 5/2^-$ ). Экспериментальные данные — из [16].

При этом предполагается, что нейтрон является точечной частицей, а нуклоны в  $\alpha$ -кластерах имеют плотность распределения вещества  $\rho_{\alpha, \text{вн}}(r) = 0.4229 \exp(-0.7024r^2)$  [10]. Материальную плотность валентного нейтрона в первом наборе координат Якоби можно представить в виде (см. рис. 1)

$$\rho_n\left(\frac{8}{9}\vec{y}_1\right) = \int |\Psi^{JM_J}(\vec{x}_1, \vec{y}_1)|^2 d\vec{x}_1 d\Omega_{y_1}, \quad (10)$$

где учтено, что  $\vec{r}_n = \frac{8}{9}\vec{y}_1$ . Материальную плотность  $\alpha$ -кластера в ядре  ${}^9\text{Be}$  удобно рассчитывать в другом наборе координат Якоби, например  $(\vec{x}_2, \vec{y}_2)$ :

$$\rho_\alpha(\vec{r}') = \int \rho_{\text{отн}}(\vec{r}') \rho_{\alpha, \text{вн}}(\vec{r}' - \vec{R}) d\vec{R}, \quad (11)$$

где  $\vec{R}$  — расстояние от центра масс ядра  ${}^9\text{Be}$  до центра масс  $\alpha$ -кластера. Поскольку  $\vec{r}'_\alpha = \frac{5}{9}\vec{y}_2$ , материальная плотность распределения центра масс  $\alpha$ -кластера в этом наборе координат имеет вид

$$\rho_{\text{отн}}\left(\frac{5}{9}\vec{y}_2\right) = \int |\Psi^{JM_J}(\vec{x}_1, \vec{y}_1)|^2 d\vec{x}_2 d\Omega_{y_1}. \quad (12)$$

Используя фурье-преобразование, выражение (12) можно переписать в виде

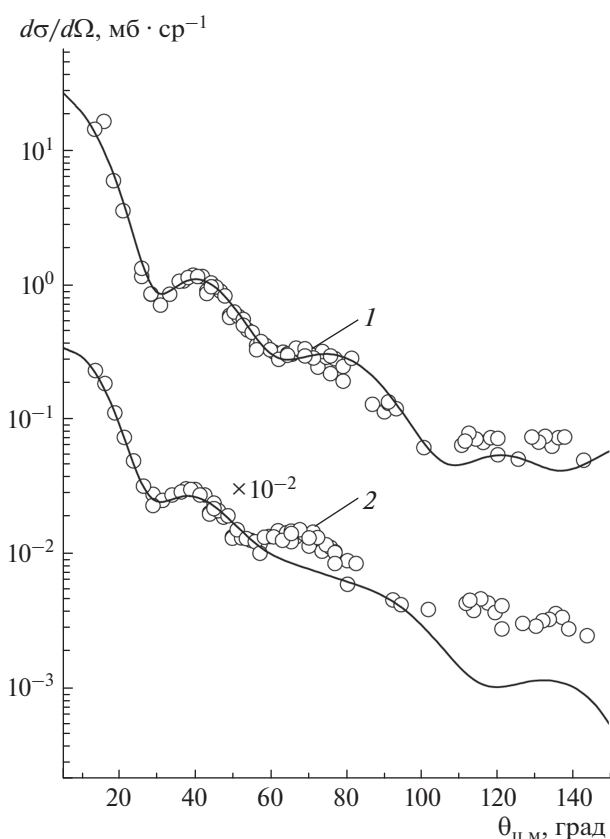
$$\rho_\alpha(r') = \frac{4\pi}{(2\pi)^{3/2}} \int j_0(qr') \rho_{\alpha, \text{вн}}(-q) \rho_{\text{отн}}(q) q^2 dq, \quad (13)$$

где  $j_0(qr)$  — сферическая функция Бесселя нулевого порядка.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

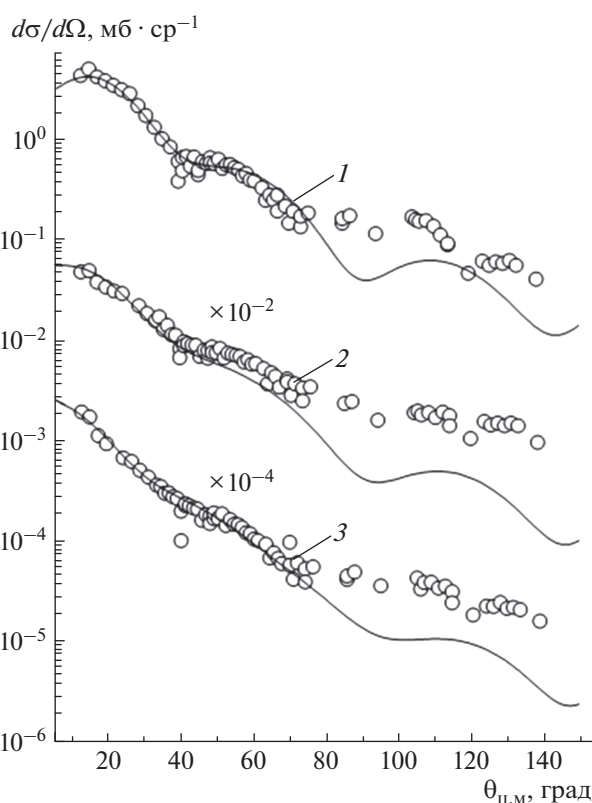
Экспериментальные по угловому распределению упругого рассеянных  $d$  (19.5 МэВ) на  ${}^9\text{Be}$  были проанализированы в рамках оптической модели с помощью базы знаний NRV [8]. В качестве реальной части оптического потенциала был взят модельный фолдинг-потенциал. На рис. 2 представлена зависимость фолдинг-потенциала взаимодействия, рассчитанная с использованием эффективных нуклон-нуклонных потенциалов M3Y-Reid и M3Y-Paris [11, 12]. Отметим, что глубина вещественной части  $V_0$  найденного оптического потенциала оказалась примерно в 2 раза меньше, чем рекомендуют глобальные параметризации оптических потенциалов (см., например, [13]). Мнимая часть оптического потенциала была подобрана минимизацией среднеквадратичного отклонения теоретического углового распределения от экспериментального. Показанные на рис. 3 (кривая 1) результаты показывают хорошее согласие с экспериментальными данными.

Полученные оптические потенциалы были использованы при вычислении дифференциально-



**Рис. 4.** Угловые распределения реакции передачи  ${}^9\text{Be}(d, t){}^8\text{Be}$  для различных энергий возбуждения конечного ядра  ${}^8\text{Be}$ : кривая 1 — основное состояние  $J^\pi = 0^+$ , кривая 2 —  $E^* = 3.03$  МэВ,  $J^\pi = 2^+$ . Экспериментальные данные — из [16].

го сечения для неупругого рассеяния в рамках метода сильной связи каналов с помощью NRV [8]. Проведены расчеты сечения возбуждения низлежащего состояния  $5/2^-$  (2.43 МэВ), принадлежащего ротационной полосе в ядре  ${}^9\text{Be}$ . Угловое распределение, показанное на рис. 3 (кривая 2), также хорошо согласуется с экспериментальным. Расчеты позволяют оценить величину параметра квадрупольной деформаций ядра мишени  $\beta_2({}^9\text{Be}) = 0.81$ , который находится в согласии с данными из других источников [2–4].



**Рис. 5.** Угловые распределения реакции передачи  ${}^9\text{Be}(d, p){}^{10}\text{Be}$  для различных энергий возбуждения конечного ядра  ${}^{10}\text{Be}$ : кривая 1 — основное состояние  $J^\pi = 0^+$ ; кривая 2 —  $E^* = 3.37$  МэВ,  $J^\pi = 2^+$ ; кривая 3 —  $E^* = 5.96$  МэВ,  $J^\pi = 2^+$ . Экспериментальные данные — из [16].

Теоретические расчеты углового распределения для реакций нуклонных передач  ${}^9\text{Be}(d, p){}^{10}\text{Be}$  и  ${}^9\text{Be}(d, t){}^8\text{Be}$  проведены в рамках метода искаженных волн с помощью NRV [8]. Параметры оптической модели, использованные в NRV, представлены в табл. 1. Оптические параметры для системы  $t + {}^8\text{Be}$  были взяты из [14] с небольшим изменением параметра радиуса мнимой части, а для системы  $p + {}^{10}\text{Be}$  — из [15] с некоторой корректировкой параметра диффузности мнимой части потенциала.

**Таблица 1.** Параметры оптических потенциалов для расчетов в рамках метода искаженных волн и метода связи каналов

Система	$V_0$ , МэВ	$r_v$ , фм	$a_v$ , фм	$W_0^D$ , МэВ	$r_w$ , фм	$a_w$ , фм	$r_c$ , фм
$d + {}^9\text{Be}$	Фолдинг-потенциал			10.89	1.3	0.88	1.3
$t + {}^8\text{Be}$	153.9	0.6	0.7	8.6	1.17	0.8	1.2
$p + {}^{10}\text{Be}$	40.8	1.05	0.65	9.3	1.4	0.84	1.2

**Таблица 2.** Спектроскопические факторы в сравнении с параметрами из других работ

Реакция	$J^\pi$	$E^*$ , МэВ	$S_{ij}$	$S_{ij}$ [5]	$S_{ij}$ [6]	$S_{ij}$ [3]	$S_{ij}$ [7]
${}^9\text{Be}(d, p){}^{10}\text{Be}$	$0^+$	0.0	1.1	1.21	2.357	—	—
	$2^+$	3.368	0.2	0.17	0.274	—	—
	$2^+$	5.958	0.5	0.54	0.421	—	—
${}^9\text{Be}(d, t){}^8\text{Be}$	$0^+$	0.0	0.46	—	—	0.51	0.58
	$2^+$	3.030	0.68	—	—	0.75	0.73

Результаты расчетов дифференциального сечения для реакций  ${}^9\text{Be}(d, p){}^{10}\text{Be}$  и  ${}^9\text{Be}(d, t){}^8\text{Be}$  с возбуждением низколежащих состояний конечных ядер показаны на рис. 4 и 5 соответственно. Проведенные расчеты позволили определить спектроскопические факторы низколежащих состояний ядер  ${}^{10}\text{Be}$  и  ${}^8\text{Be}$ . Найденные значения, представленные в табл. 2, находятся в хорошем согласии с данными из других работ [2–7].

Отметим, что рассчитанные угловые распределения хорошо согласуются с данными в области малых углов рассеяния. Однако в области больших углов теория заметно недооценивает сечение, что, по всей видимости, обусловлено неучтенными каналами, идущими через образование составного ядра с последующим испарением нуклонов, а также с другими, более сложными, механизмами рассматриваемых реакций.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе были проведены анализы данных по упругому и неупругому рассеянию и реакциям малонуклонных передач в реакциях взаимодействия дейтрона с ядрами  ${}^9\text{Be}$  при энергии столкновения 19.5 МэВ. Выполненные расчеты угловых распределений хорошо согласуются с данными эксперимента. На основе анализа реакций нуклонных передач определены спектроскопические факторы для низколежащих состояний ядер  ${}^{10}\text{B}$  и  ${}^{10}\text{Be}$ . Выявлено расхождение угловых распределений реакций нуклонных передач в области больших углов рассеяния, что, вероятно, связано с механизмом образования испаритель-

ных остатков и более сложными механизмами рассеяния. В результате можно сделать вывод, что рассчитанный на основе фолдинг-потенциала оптический потенциал, учитывающий кластерную структуру ядра  ${}^9\text{Be}$ , дает адекватное описание экспериментальных данных.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kukulín V.I. et al.* // Nucl. Phys. A 1984. V. 453. P. 128.
2. *Уразбеков Б.А., Деникин А.С., Сахиев С.К., Буртебаев Н.Т.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. С. 277.
3. *Fitz W., Jahr R., Santo R.* // Nucl. Phys. A 1967. V. 101. P. 449.
4. *Szczurek A. et al.* // Z. Phys. A 1989. V. 333. P. 271.
5. *Anderson R.E. et al.* // Nucl. Phys. A 1974. V. 236. P. 77.
6. *Bockelman C.K., Miller D.W., Adair R.K., Barschall H.H.* // Phys. Rev. 1951. V. 84. P. 69.
7. *Cohen S., Kurath D.* // Nucl. Phys. A 1965. V. 73.
8. *Загребяев В.И., Деникин А.С., Карпов А.В. и др.* // База знаний по низкоэнергетической ядерной физике NRV // <http://nr.vjnr.ru/nrv/>.
9. *Feshbach H.* // Ann. Phys. (N.Y.) 1967. V. 19. P. 287.
10. *Satchler G.R., Love W.G.* // Phys. Rep. 1979. V. 55. P. 183.
11. *Bertsch G. et al.* // Nucl. Phys. A 1977. V. 284. P. 399.
12. *Anantaraman N., Toki H., Bertsch G.F.* // Nucl. Rev. A. 1983. V. 298. P. 269.
13. *Haixia A., Chonghai C.* // Phys. Rev. C. 2006. V. 73. P. 54605.
14. *Xiaohua L., Chuntian L., Chonghai C.* // Nucl. Phys. A 2007. V. 789. P. 103.
15. *Perey F.G.* // Phys. Rev. 1963. V. 131. P. 745.
16. *Лукьянов С.М.* // Приватное сообщение.