



Analiza omrežij

2. Vrste in opis omrežij

Vladimir Batagelj

Magistrski program Uporabna statistika
Ljubljana, april 2024



Kazalo

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

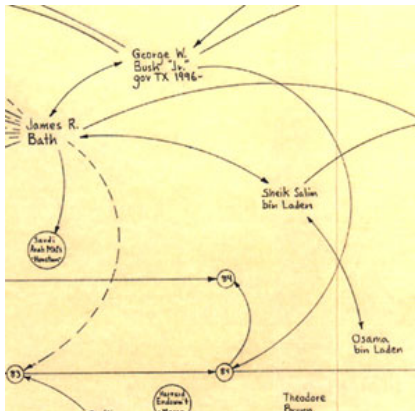
Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

- 1 Osnovni pojmi
- 2 Pajek
- 3 Opisi omrežij
- 4 Prikazi omrežij
- 5 Vrste omrežij
- 6 Pajek, Excel in R



prof. Vladimir Batagelj: vladimir.batagelj@fmf.uni-lj.si
[prosojnice](#) (PDF)

22. april 2024 ob 01 : 11 / marec 2013



Omrežja osnovni pojmi

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

Osnovni sestavini *omrežja* sta množica *vozlišč*, ki predstavljajo izbrane *enote*, in množica *povezav*, ki predstavljajo *odnose* (relacije) med enotami. Vozlišča in povezave določajo *graf*.

Pri povezavi je lahko smer pomembna – *usmerjena* povezava, ali pa ni *neusmerjena* povezava.

O vozliščih in povezavah lahko poznamo dodatne podatke – njihove *lastnosti*. Npr. oznaka, vrsta, vrednost, ...

$$\text{Omrežje} = \text{Graf} + \text{Podatki}$$

Ti podatki so lahko izmerjeni ali izračunani.



Graf

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

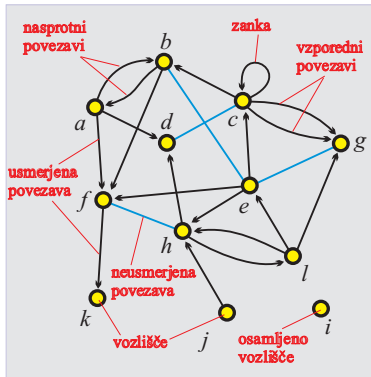
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



enota – **vozlišče**, točka
relacija – **povezava**
usmerjena povezava (a, d)
 a je njen **začetek**
 d pa njen **konec**.
neusmerjena povezava ($c: d$)
 c in d sta njeni **krajišči**.



Omrežja / Formalno

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

Omrežje $\mathcal{N} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{W})$ je določeno z:

- **grafom** $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{L})$, kjer je \mathcal{V} množica vozlišč, \mathcal{A} je množica usmerjenih povezav, in \mathcal{E} je množica neusmerjenih povezav. Z $\mathcal{L} = \mathcal{E} \cup \mathcal{A}$ označimo množico vseh povezav. $n = |\mathcal{V}|$, $m = |\mathcal{L}|$
- \mathcal{P} **lastnosti** / vozliščne vrednosti: $p: \mathcal{V} \rightarrow A$
- \mathcal{W} **uteži** / povezavne vrednosti: $w: \mathcal{L} \rightarrow B$



Velikost omrežja

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Velikost omrežja/grafa je določena z dvema številoma: številom vozlišč $n = |\mathcal{V}|$ in številom povezav $m = |\mathcal{L}|$.

V **enostavnem neusmerjenem** grafu (ni vzporednih povezav in zank) je $m \leq \frac{1}{2}n(n-1)$; v **enostavnem usmerjenem** grafu (ni vzporednih povezav) pa $m \leq n^2$.

Razmerje $\gamma = \frac{m}{m_{\max}}$ je **gostota** grafa.

Omrežja na nekaj deset vozliščih so **majhna** – lahko jih narišemo in za njihovo analizo uporabimo veliko algoritmov (**UCINET**, **NetMiner**). Tudi **srednje** velika omrežja (nekaj sto vozlišč) še lahko narišemo (preglednost !?), nekateri postopki že odpovejo.

Do začetka 90. let je bila večina omrežij majhnih – raziskovalci so jih zbrali z anketami, opazovanjem, iz arhivskih zapisov, ... Razvoj IT je omogočil, da je bilo mogoče ustvariti omrežja iz podatkov že zbranih na računalnikih. **Velika** omrežja so postala dejstvo. Velika omrežja ne moremo naenkrat podrobno prikazati v celoti. Za njihovo analizo in prikaz potrebujem posebne, nove pristope. Za to je bil razvit program **Pajek**.



Velika omrežja

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

Veliko omrežje – več tisoč ali celo milijonov vozlišč. V celoti ga lahko shranimo v pomnilnik računalnika – sicer *ogromno* omrežje. 64-bitni računalniki!

Jure Leskovec: SNAP – Stanford Large Network Dataset Collection

• Social networks

Name	Type	Nodes	Edges	Description
ego-Facebook	Undirected	4,039	88,234	Social circles from Facebook (anonymized)
ego-Gplus	Directed	107,614	13,673,453	Social circles from Google+
ego-Twitter	Directed	81,306	1,768,149	Social circles from Twitter
soc-Epinions1	Directed	75,879	508,837	Who-trusts-whom network of Epinions.com
soc-LiveJournal1	Directed	4,847,571	68,993,773	LiveJournal online social network
soc-Pokec	Directed	1,632,803	30,622,564	Pokec online social network
soc-Slashdot0811	Directed	77,360	905,468	Slashdot social network from November 2008
soc-Slashdot0922	Directed	82,168	948,464	Slashdot social network from February 2009
wiki-Vote	Directed	7,115	103,689	Wikipedia who-votes-on-whom network

• Networks with ground-truth communities

Name	Type	Nodes	Edges	Communities	Description
com-LiveJournal	Undirected, Communities	3,997,962	34,681,189	287,512	LiveJournal online social network
com-Friendster	Undirected, Communities	65,608,366	1,806,067,135	957,154	Friendster online social network
com-Orkut	Undirected, Communities	3,072,441	117,185,083	6,288,363	Orkut online social network

Pajek datasets. Konect.

V. Batagelj

Analiza omrežij



Dunbarovo število

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

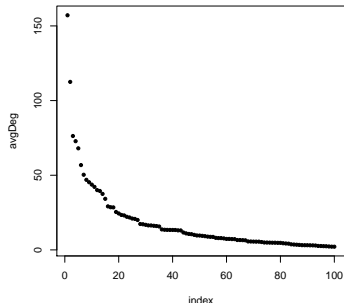
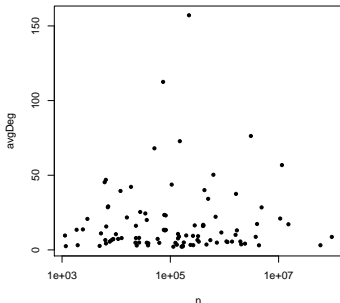
Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Povprečne stopnje omrežij SNAP in Konect:



Stopnja $\deg(v)$ je enaka številu povezav, ki imajo vozlišče v za krajišče.

Povprečna stopnja $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{v \in V} \deg(v) = \frac{2m}{n}$. Večina dejanskih omrežij je *redkih* – število vozlišč n in število povezav m sta istega velikostnega reda.

To opažanje je znano kot **Dunbarovo število**. Izhaja iz naslednjega razmisleka: recimo, da vsako vozlišče porabi za vzdrževanje posamezne povezave določeno “energijo” in da ima omejeno celotno energijo. Tedaj je tudi število povezav omejeno. V človeških združbah je Dunbarovo število običajno med 100 in 150.



Zahtevnost algoritmov

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

Poglejmo časovne zahtevnosti nekaj značilnih algoritmov:

	$T(n)$	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000
LinAlg	$O(n)$	0.00 s	0.015 s	0.17 s	2.22 s	22.2 s
LogAlg	$O(n \log n)$	0.00 s	0.06 s	0.98 s	14.4 s	2.8 m
SqrtAlg	$O(n\sqrt{n})$	0.01 s	0.32 s	10.0 s	5.27 m	2.78 h
SqrAlg	$O(n^2)$	0.07 s	7.50 s	12.5 m	20.8 h	86.8 d
CubAlg	$O(n^3)$	0.10 s	1.67 m	1.16 d	3.17 L	3.17 kL

Za interaktivno uporabo na velikih podatkih so že kvadratični algoritmi, $O(n^2)$, prezahtevni.

Pri algoritmihi eksponentne zahtevnosti, npr. $O(2^n)$, časovne zahteve naraščajo izjemno hitro. Recimo, da za $n = 20$ potrebujemo 1 s, tedaj za $n = 30$ potrebujemo 2^{10} s = 1024 s = 17 m; za $n = 40$ dobimo 1048576 s = 12.14 d; za $n = 50$ že 1073741824 s = 34.05 L; ... za $n = 80$ pa z 36.56 10^9 L presežemo domnevno starost Zemlje.



Pajek in velika omrežja

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

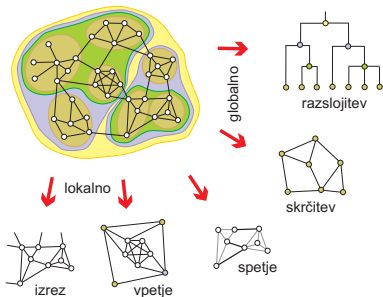
Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Glavni cilji v zasnovi programa Pajek so:



- podpora abstrakciji z (rekurzivnim) **razčlenjevanjem** velikega omrežja v več manjših, ki jih lahko v nadaljevanju posamično obdelamo z zahtevnejšimi postopki;
- ponuditi uporabniku izbor orodij za **prikaz** omrežij;
- izbrati/razviti nabor učinkovitih **podkvadratičnih** algoritmov za analizo velikih omrežij.

S Pajekom lahko: **določimo** zanimive skupine (komponente, sosesčine 'pomembnih' vozlišč, sredice, ...) v omrežju, **izrežemo** del omrežja, ki pripada izbranim skupinam in ga ločeno **prikažemo**; lahko s 'povzetkom vpetosti' v celotno omrežje (lokalni pogled), **skrčimo** vozlišča, ki pripadajo isti skupini, in prikažemo odnose med skupinami (globalni pogled).



Vrste podatkov v Pajek u

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

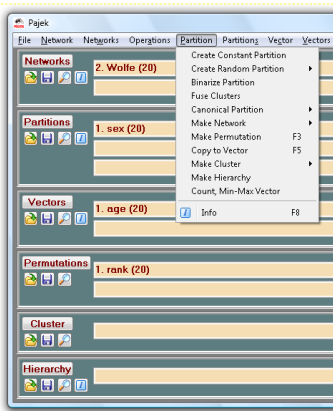
Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

Pri svojem delu se Pajek naslanja na 6 vrst podatkov:



- **omrežje**/network (graf),
- **razbitje**/partition (imenske ali urejenostne lastnosti vozlišč),
- **vektor**/vector (številске lastnosti vozlišč),
- **skupina**/cluster (podmnožica vozlišč),
- **urejenost**/permutation (urejenost vozlišč, urejenostna lastnost), in
- **hierarhija**/hierarchy (drevo nad vozlišči).

Novembra 2004 je bila vgrajena tudi podpora **večrelacijskim omrežjem** in **razbitjem povezav**.



... Vrste podatkov v Pajek u

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

Moč programa Pajek temelji na velikem številu operacij, ki omogočajo različne pretvorbe med temi vrstami podatkov. Na njih je osnovana tudi zgradba uporabniškega vmesnika programa Pajek. Pajekovo *glavno okno* je nekakšno 'računalo' s seznamskimi 'registri' za vsako vrsto podatkov. Operacije se opravijo nad tekočimi (izbranimi) podatki v teh seznamih in vanje tudi vrnejo rezultate.

Operacije najdemo v izbirah glavnega okna. Razvrščene so glede na vrste podatkov, ki jih zahtevajo.

Pogosto uporabljana zaporedja operacij lahko združimo v *makroje*. To omogoča prilagoditve programa Pajek različnim skupinam uporabnikov (družboslovje, analiza besedil, rodoslovje, kemija, biologija, transport, računalništvo, matematika, ...) in posebnim obdelavam. Pajek podpira tudi *ponavljanje operacij* na zaporedjih omrežij.



Opis grafa – množice / NET

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

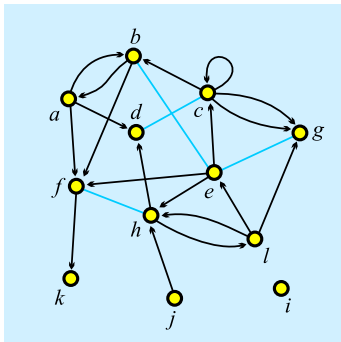
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



$$\mathcal{V} = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l\}$$

$$\mathcal{A} = \{(a, b), (a, d), (a, f), (b, a), (b, f), (c, b), (c, c), (c, g), (c, g), (e, c), (e, f), (e, h), (f, k), (h, d), (h, l), (j, h), (l, e), (l, g), (l, h)\}$$

$$\mathcal{E} = \{(b: e), (c: d), (e: g), (f: h)\}$$

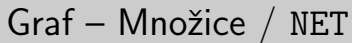
$$\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{A}, \mathcal{E})$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{A} \cup \mathcal{E}$$

$\mathcal{A} = \emptyset$ – *neusmerjen* graf; $\mathcal{E} = \emptyset$ – *usmerjen* graf.

Pajek: [GraphSet](#); [TinaSet](#);

WWW: [GraphSet](#) / [net](#); [TinaSet](#) / [net](#), slika [picture](#).



Analiza omrežij

V. Batagelj

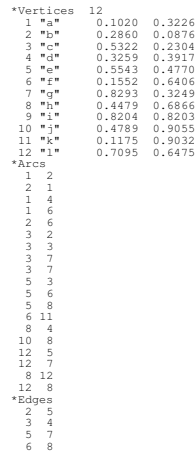
Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R



Graf – Sosedni / NET

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

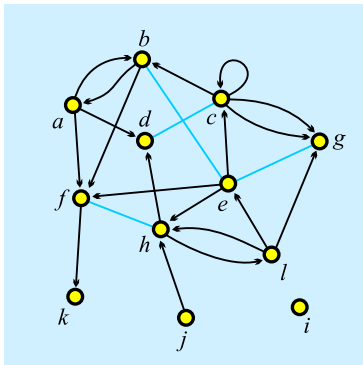
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



$$N_{\mathcal{A}}(a) = \{b, d, f\}$$

$$N_{\mathcal{A}}(b) = \{a, f\}$$

$$N_{\mathcal{A}}(c) = \{b, c, g, g\}$$

$$N_{\mathcal{A}}(e) = \{c, f, h\}$$

$$N_{\mathcal{A}}(f) = \{k\}$$

$$N_{\mathcal{A}}(h) = \{d, l\}$$

$$N_{\mathcal{A}}(j) = \{h\}$$

$$N_{\mathcal{A}}(l) = \{e, g, h\}$$

$$N_{\mathcal{E}}(e) = \{b, g\}$$

$$N_{\mathcal{E}}(c) = \{d\}$$

$$N_{\mathcal{E}}(f) = \{h\}$$

Pajek: [GraphList](#); [TinaList](#);

WWW: [GraphList](#) / [net](#); [TinaList](#) / [net](#).



Graph – Sosedí / NET

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

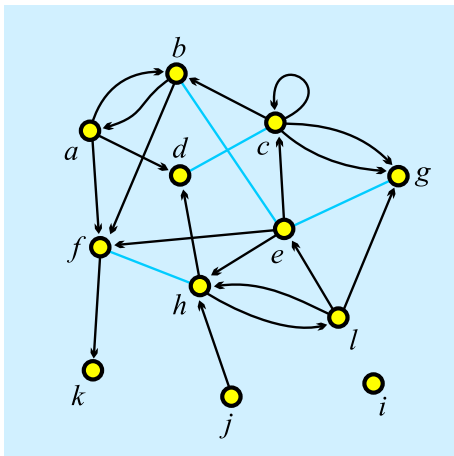
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



```
*Vertices 12
1 "a" 0.1020 0.3226
2 "b" 0.2860 0.0876
3 "c" 0.5322 0.2304
4 "d" 0.3259 0.3917
5 "e" 0.5543 0.4770
6 "f" 0.1552 0.6406
7 "g" 0.8293 0.3249
8 "h" 0.4479 0.6866
9 "i" 0.8204 0.8203
10 "j" 0.4789 0.9055
11 "k" 0.1175 0.9032
12 "l" 0.7095 0.6475
```

```
*Arcslist
1 2 4 6
2 1 6
3 2 3 7 7
5 3 6 8
6 11
8 4 12
10 8
12 5 7 8
```

```
*Edgeslist
2 5
3 4
5 7
6 8
```




Graf – Matrika / NET

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

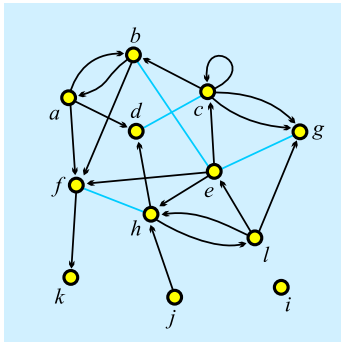
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
a	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
b	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
c	0	1	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0
d	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
g	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
h	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
j	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
k	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
l	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0

Pajek: [GraphMat](#); [TinaMat](#), slika [picture](#);

WWW: [GraphMat](#) / [net](#); [TinaMat](#) / [net](#), [paj](#).

Graf G je **enostaven** ntk. vse vrednosti v matriki so 0 ali 1.



Graph – Matrika / NET

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

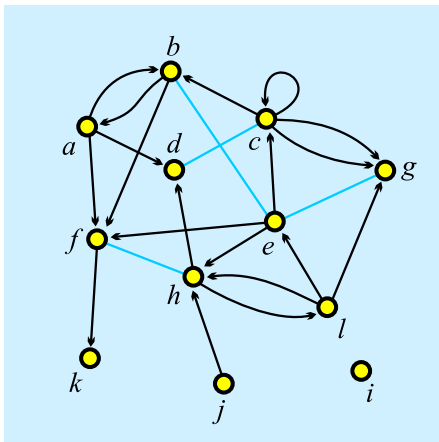
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



*Vertices	12	
1	"a"	0.1020 0.3226
2	"b"	0.2860 0.0876
3	"c"	0.5322 0.2304
4	"d"	0.3259 0.3917
5	"e"	0.5543 0.4770
6	"f"	0.1552 0.6406
7	"g"	0.8293 0.3249
8	"h"	0.4479 0.6866
9	"i"	0.8204 0.8203
10	"j"	0.4789 0.9055
11	"k"	0.1175 0.9032
12	"l"	0.7095 0.6475

*Matrix											
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0



Lastnosti vozlišč / CLU, VEC, PER

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Vse tri vrste datotek imajo enako zgradbo:

`*vertices n`

n število vozlišč

v_1

vozlišče 1 ima vrednost v_1

\dots

v_n

CLUstering – razbitje vozlišč – *imenska* ali *urejenostna* lastnost vozlišč

$v_i \in \mathbb{N}$: vozlišče i pripada skupini v_i ;

VECTor – *številska* lastnost vozlišč

$v_i \in \mathbb{R}$: lastnost ima vrednost v_i na vozlišču i ;

PERmutation – *urejenost* vozlišč

$v_i \in \mathbb{N}$: vozlišče i je na v_i -tem mestu.

Ko zbiramo podatke o omrežjih, ne pozabimo zajeti tudi čimveč lastnosti in uteži.



Primer: Wolfe Monkey Data

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

inter.net	inter.net	sex.clu	age.vec	rank.per
*Vertices 20		*vertices 20	*vertices 20	*vertices 20
1 "m01"	1 6 5	1	15	1
2 "m02"	1 7 9	1	10	2
3 "m03"	1 8 7	1	10	3
4 "m04"	1 9 4	1	8	4
5 "m05"	1 10 3	1	7	5
6 "f06"	1 11 3	2	15	10
7 "f07"	1 12 7	2	5	11
8 "f08"	1 13 3	2	11	6
9 "f09"	1 14 2	2	8	12
10 "f10"	1 15 5	2	9	9
11 "f11"	1 16 1	2	16	7
12 "f12"	1 17 4	2	10	8
13 "f13"	1 18 1	2	14	18
14 "f14"	2 3 5	2	5	19
15 "f15"	2 4 1	2	7	20
16 "f16"	2 5 3	2	11	13
17 "f17"	2 6 1	2	7	14
18 "f18"	2 7 4	2	5	15
19 "f19"	2 8 2	2	15	16
20 "f20"	2 9 6	2	4	17
*Edges	2 10 2			
1 2 2	2 11 5			
1 3 10	2 12 4			
1 4 4	2 13 3			
- - -	2 14 2			
	...			

Pozor: 0 ni dovoljena številka vozlišča.



Pajekova projektna datoteka / PAJ

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Vse vrste podatkov o omrežju lahko združimo v eno samo datoteko – Pajekovo *projektno* datoteko *file.paj*.

Najenostavneje to naredimo tako:

- preberite v program Pajek vse podatkovne datoteke,
- izračunajte še morebitne dodatne podatke,
- odstranite (*dispose*) morebitne odvečne podatke,
- shranite vse skupaj na projektno datoteko z `File/Project file/Save`.

Naslednjič lahko obnovite stanje z eno samo zahtevo `File/Project file/Read`.

Wolfe-vo omrežje kot Pajekova projektna datoteka ([PDF](#)/[paj](#)).



Posebni grafi – pot, cikel, zvezda, polni

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

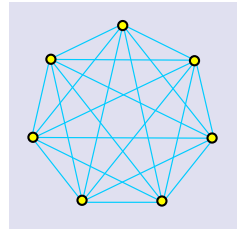
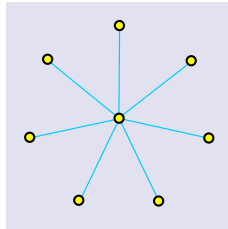
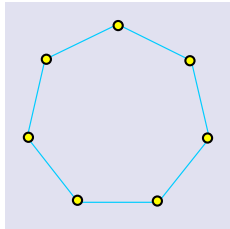
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R



Na slikah so zaporedoma prikazani grafi: *pot* P_5 , *cikel* C_7 ,
zvezda S_8 in *polni graf* K_7 .



Prikazi omrežij

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

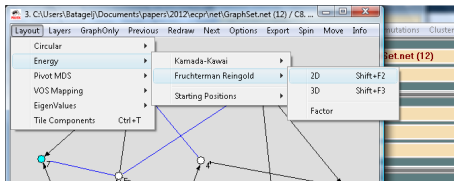
Ne prevelika omrežja

Options/Read-Write [Large Network (Vertices)]

lahko narišemo v *prikaznem oknu* z ukazi iz izbire Draw, npr. Draw/Network.

Če omrežje nima določenih koordinat vozlišč, ga Pajek nariše *krožno*. Sliko lahko spreminjamo s premikanjem vozlišč z miško.

Za večja omrežja uporabimo postopke za prikaz omrežij, ki jih najdemo v izbiri [Draw] Layout.





Lepe risbe

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

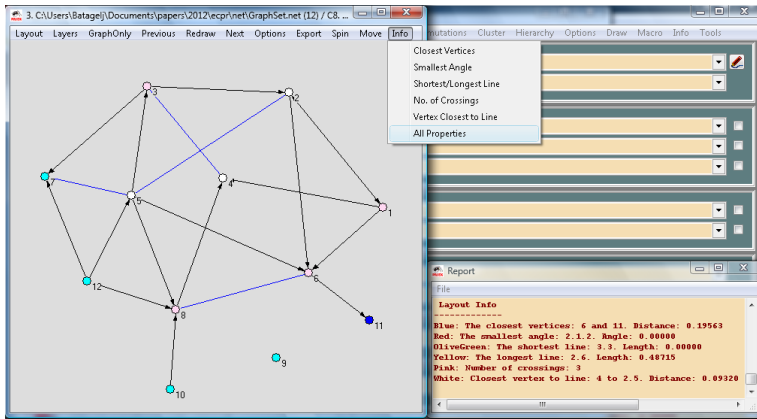
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R





Prikazi lastnosti

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Za omrežje $\mathcal{N} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{W})$ so lastnosti vozlišč \mathcal{P} in povezav \mathcal{W} lahko merjene v različnih lestvicah. Lahko so *vnešene* z ostalimi podatki o omrežju, ali pa *izračunane* pri analizi omrežja.

V programu Pajek podamo posamezno številsko lastnost vozlišč kot *vektor*, imensko lastnost pa ali kot *razbitje* ali kot *oznako* vozlišč. Na sliki lahko številsko lastnost prikažemo kot *velikost*(i) vozlišča ali njegovo *koordinato* ali velikost imena/oznake; imensko lastnost pa kot *barvo* ali *obliko* lika, ali kot *oznako* vozlišča, ali kot barvo oznake.

Vrednosti povezav so številske. Na sliki jih prikažemo z izpisom *vrednosti*, *debelino* črte ali *sivino*. Imenske vrednosti lahko dodamo v opisu omrežja kot oznake, barvo ali vzorec (glejte *priročnik* programa Pajek, razdelek 4.3).



Nekaj ukazov v programu Pajek

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

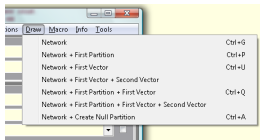
Pajek

Opisi omrežij

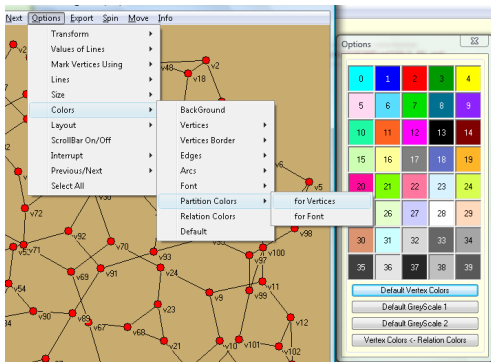
Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



Operations/Network+Vector/Transform/Put Coordinate
Network/Create Vector/Get Coordinate
[Draw] Options
[Draw] Layout/Energy/Kamada-Kawai/Free
[Draw] Export/2D/EPS-PS





Prikaz lastnosti – šolarji (Moody)

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

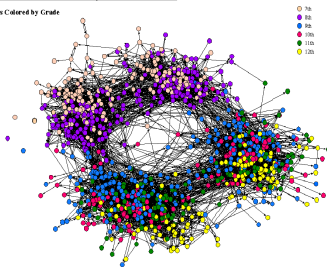
Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

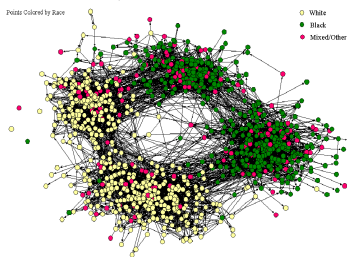
The Social Structure of "Countryside" School District

Points Colored by Grade



The Social Structure of "Countryside" School District

Points Colored by Race





Primer: Snyder in Kick-ovo omrežje svetovne trgovine

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Omrežje je dostopno kot Pajek-ova projektna datoteka [SaKtrade.paj](#)

Omrežje opisuje trgovanje med državami (118 vozlišč, 515 usmerjenih in 2116 neusmerjenih povezav). Omrežje je podrobneje opisano v članku: Snyder, David and Edward Kick (1979). *The World System and World Trade: An Empirical Exploration of Conceptual Conflicts*, Sociological Quarterly, 20,1, 23-36.

Za omrežje je podano tudi razbitje na (pod)kontinente: 1 - Evropa, 2 - Severna Amerika, 3 - Srednja Amerika, 4 - Južna Amerika, 5 - Azija, 6 - Afrika, 7 - Oceanija.

Novejše podatke je mogoče dobiti na [NBER](#) / [Feenstra](#); in primer analize na [Science](#) / [Hidalgo et. al.](#)



Draw / Partition

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

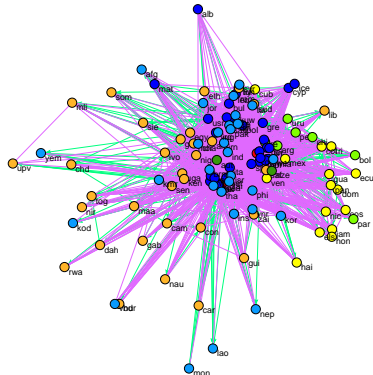
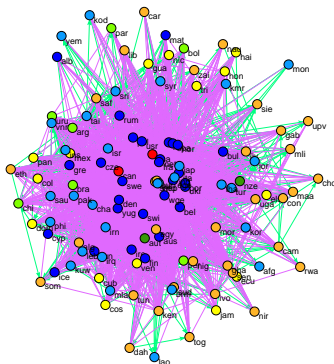
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R



Draw/Network + First Partition
Layout/Energy/Kamada-Kawai/Free
Layout/Energy/Fruchterman Reingold/2D



Povečave

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

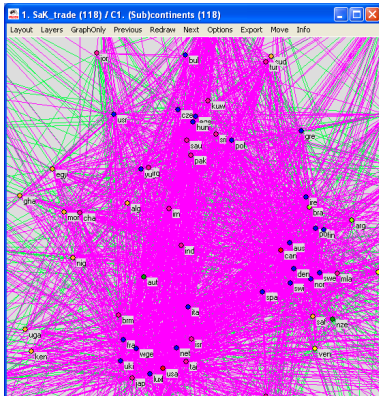
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



Z desnim gumbom na miški izberite območje povečave. Običajni prikaz obnovite z Redraw.



Fruchterman Reingold / factor = 9

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

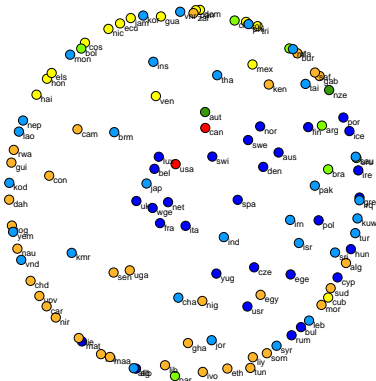
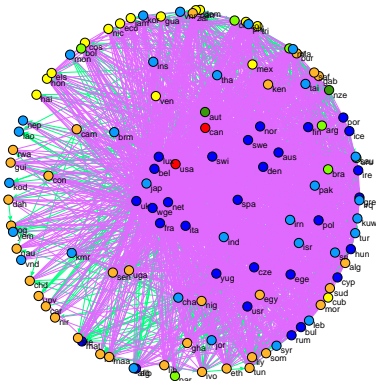
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R



Layout/Energy/Fruchterman Reingold/3D

3D picture / King



Matrični prikaz

Snyder & Kick's World trade network / $n = 118$, $m = 514$

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

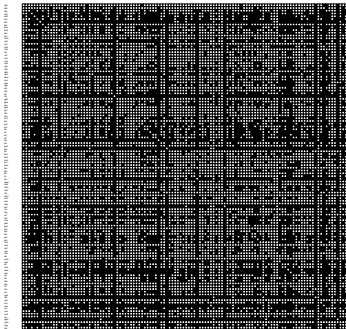
Prikazi omrežij

Vrste omrežij

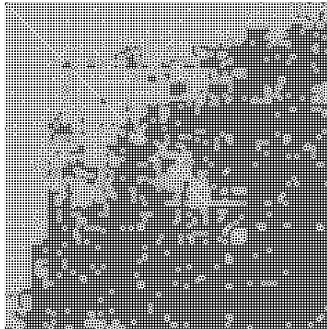
Pajek, Excel in
R

Pajek - shadow (0.00, 1.00)
World trade - alphabetic order

Sep- 5-1 998



Pajek - shadow (0.00, 1.00)



Abecedni vrstni red (levo) in preureditev (desno)



Časovna omrežja

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

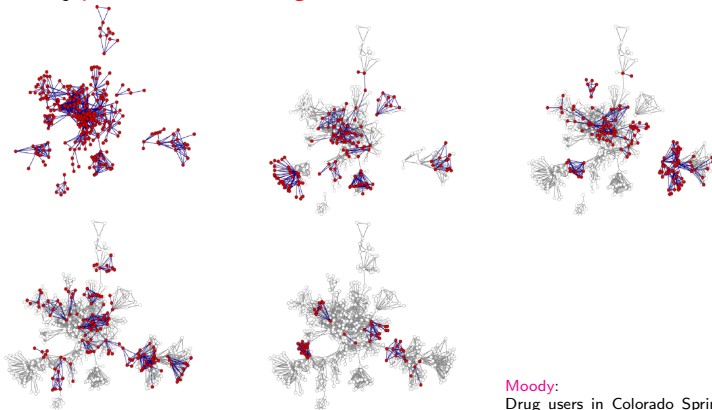
Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

V časovnem omrežju se prisotnost vozlišča/povezave v omrežju spreminja skozi čas. Pajek ponuja dva načina opisa časovnih omrežij *prisotnostni* in *dogodkovni*.



Moody:
Drug users in Colorado Springs, 5
let



Časovna omrežja

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

Časovno omrežje

$$\mathcal{N}_T = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{W}, T)$$

dobimo, če navadnemu omrežju dodamo **čas** T . T je množica **časovnih točk** ali **trenutkov** $t \in T$.

V časovnem omrežju vozlišča $v \in \mathcal{V}$ in povezave $l \in \mathcal{L}$ niso nujno vseskozi dejavna/prisotna. Če je povezava $l(u, v)$ dejavna v trenutku t , morata biti dejavni v t tudi njeni krajišči u in v .

Omrežje sestavljeno iz vozlišč in povezav dejavnih v trenutku $t \in T$ bomo označevali z $\mathcal{N}(t)$ in mu rekli **časovna rezina** v trenutku t . V programu Pajek dobimo zaporedje časovnih rezin z zahtevo

Network/Temporal Network/Generate in time



Časovna omrežja – prisotnostni opis

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

```
*Vertices 3
1 "a" [5-10,12-14]
2 "b" [1-3,7]
3 "e" [4-*]
*Edges
1 2 1 [7]
1 3 1 [6-8]
```

Time.net.

Opis časovnih omrežij uporabljen v programu Pajek je omejen – spreminjajo se lahko tudi vrednosti lastnosti in uteži. V razvoju je poseben program **Nets / TQ**, ki bo omogočal opis in analizo splošnejših časovnih omrežij. 1, 2

Podatke o obdobjih prisotnosti/ dejavnosti posameznega vozlišča/ povezave navedemo na koncu pripadajoče vrstice v oglatih oklepajih [in]. Obdobja so oštevilčena od 1 naprej. Pri naštevanju jih ločimo z vejico ,. Zaporedna obdobja od začetka z do konca k lahko krajše zapišemo z-k. Znak * pomeni neskončno. Vozlišče a je prisotno v obdobjih 5 do 10 in 12 do 14. Povezava (1 : 3) je prisotna v obdobjih 6 do 8.

Povezava je prisotna, če sta prisotni obe njeni krajišči.



Časovna omrežja – dogodkovni opis

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Event	Explanation
TI t	initial events – following events happen when time point t starts
TE t	end events – following events happen when time point t is finished
AV vns	add vertex v with label n and properties s
HV v	hide vertex v
SV v	show vertex v
DV v	delete vertex v
AA uvs	add arc (u,v) with properties s
HA uv	hide arc (u,v)
SA uv	show arc (u,v)
DA uv	delete arc (u,v)
AE uvs	add edge $(u:v)$ with properties s
HE uv	hide edge $(u:v)$
SE uv	show edge $(u:v)$
DE uv	delete edge $(u:v)$
CV vs	change property of vertex v to s
CA uvs	change property of arc (u,v) to s
CE uvs	change property of edge $(u:v)$ to s
CT uv	change (un)directedness of line (u,v)
CD uv	change direction of arc (u,v)
PE uvs	replace pair of arcs (u,v) and (v,u) by single edge $(u:v)$ with properties s
AP uvs	add pair of arcs (u,v) and (v,u) with properties s
DP uv	delete pair of arcs (u,v) and (v,u)
EP uvs	replace edge $(u:v)$ by pair of arcs (u,v) and (v,u) with properties s

s je lahko prazen.

Pri vzporednih povezavah $:k$ označuje k -to povezavo – HE:3 14 37
skriva tretjo neusmerjeno povezavo med vozliščema 14 in 37.

*Vertices 3

*Events

TI 1
AV 2 "b"
TE 3
HV 2
TI 4
AV 3 "e"
TI 5
AV 1 "a"
TI 6
AE 1 3 1
TI 7
SV 2
AE 1 2 1
TE 7
DE 1 2
DV 2
TE 8
DE 1 3
TE 10
HV 1
TI 12
SV 1
TE 14
DV 1

Time.tim. Friends.tim.



Časovna omrežja / 11. september

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

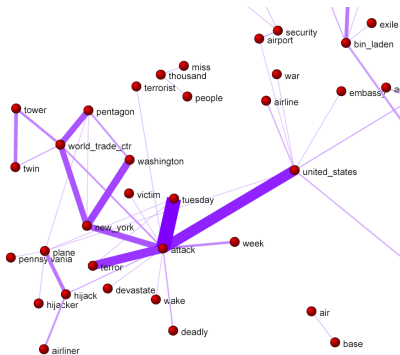
Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R



Slike v SVG: **66 dni.**

V časovnih omrežjih posamezna vozlišča in povezave niso nujno ves čas dejavne/prisotne. Steve Corman s sodelavci z Arizona State University je s Centering Resonance Analysis (**CRA**) predelal dnevne Reutersove novice (66 dni) o 11. septembru v časovno omrežje sopojavljanja besed.



Večkratna omrežja

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

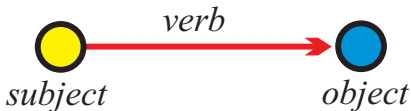
Pajek, Excel in
R

V *večkratnem* ali *večrelacijskem* omrežju

$$\mathcal{N} = (\mathcal{V}, (\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \dots, \mathcal{L}_k), \mathcal{P}, \mathcal{W})$$

je množica povezav \mathcal{L} razbita na podmnožice (*relacije*) \mathcal{L}_i .

Večrelacijska omrežja omogočajo prevedbo besedil na osnovi enostavnih stavkov S-V-O (*Subject-Verb-Object*) in njih izboljšav.



Subjects \cup *Objects* določajo vozlišča, *Verbs* pa relacije.

Primeri: Roberto Franzosi; KEDS, Tabari, KEDS / Gulf.

Glej še trojice RDF na pomenskem spletu in SPARQL.



... Večkratna omrežja

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

V Pajeku jih lahko zapišemo na dva načina:

- geslom, ki napovedujejo opis povezav, (`*arcs`, `*edges`, `*arcslist`, `*edgeslist`, `*matrix`) dodamo številko relacije in lahko tudi njeno ime. Npr.

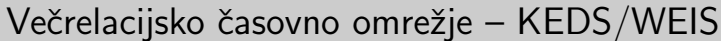
```
*arcslist :3 "posojanje gradiv"
```

Vse geslu podrejene povezave pripadajo navedeni relaciji. (**Sampson**, **SampsonL**)

- Med povezavami, podrejenimi gesloma `*arcs` ali `*edges`, lahko posamezno povezavo pripišemo izbrani relaciji, tako da njen opis začnemo s številko relacije

```
3: 47 14 5
```

Povezava s krajiščema 47 in 14 ter utežjo 5 pripada relaciji 3.



890402	YUG	KSV	224	(RIOT)	RIOT-TORN
890404	YUG	ETHALB	212	(ARREST PERSON)	ALB ETHNIC JAILED
890407	ALB	ETHALB	224	(RIOT)	RIOTS
890408	ETHALB	KSV	123	(INVESTIGATE)	PROBING
030731	GER	CYP	042	(ENDORSE)	GAVE SUPPORT
030731	UNWCT	BOSSER	212	(ARREST PERSON)	SENTENCED TO PRIS
030731	VAT	EUR	043	(RALLY)	RALLIED
030731	UNWCT	BOSSER	013	(RETRACT)	CLEARED
030731	UNWCT	BAL	121	(CRITICIZE)	CHARGES
030731	SER	UNWCT	122	(DENIGRATE)	TESTIFIED
030731	BOSSER	UNWCT	121	(CRITICIZE)	ACCUSED



Dvovrstna omrežja

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

V **dvovrstnem** omrežju $\mathcal{N} = ((\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2), \mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{W})$ je množica vozlišč sestavljena iz dveh ločenih množic vozlišč \mathcal{V}_1 in \mathcal{V}_2 , $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2$, povezave iz množice \mathcal{L} pa imajo eno krajišče v \mathcal{V}_1 drugo pa v \mathcal{V}_2 . Običajno je znana tudi **utež** $w : \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R} \in \mathcal{W}$; če ni, privzamemo $w(u, v) = 1$ za vse povezave $(u, v) \in \mathcal{L}$.

Dvovrstno omrežje lahko opišemo tudi s pravokotno matriko

$$\mathbf{A} = [a_{uv}]_{\mathcal{V}_1 \times \mathcal{V}_2}.$$

$$a_{uv} = \begin{cases} w_{uv} & (u, v) \in \mathcal{L} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Primeri: (članki, avtorji), (ljudje, društva, leta članstva), (kupci, dobrine, količina), (poslanci, vprašanje, pozitivni glas), (ljudje, revije, branost).

Dvovrstno omrežje napovemo z *vertices $n_{\mathcal{U}}$.

Avtorji in dela.



Južnakinje

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R



Najbolj znan primer dvovrstnega omrežja
so Davisove južnakinje.

Davis.paj. Freemanov pregled.

NAMES OF PARTICIPANTS OF GROUP I	CODE NUMBERS AND DATES OF SOCIAL EVENTS REPORTED IN <i>Om City Herald</i>													
	(1) 6/27	(2) 3/2	(3) 4/12	(4) 9/16	(5) 2/25	(6) 5/19	(7) 3/15	(8) 9/16	(9) 4/8	(10) 6/10	(11) 2/23	(12) 4/7	(13) 11/21	(14) 8/3
1. Mrs. Evelyn Jefferson.....	X	X	X	X	X	X	X	X	X					
2. Miss Laura Mandeville.....	X	X	X	X	X	X	X	X	X					
3. Miss Theresa Anderson.....		X	X	X	X	X	X	X	X					
4. Miss Brenda Rogers.....	X		X	X	X	X	X	X						
5. Miss Charlotte McDowd.....			X	X	X		X							
6. Miss Frances Anderson.....			X		X		X	X						
7. Miss Eleanor Nye.....					X	X	X							
8. Miss Pearl Oglethorpe.....					X			X	X					
9. Miss Ruth DeSand.....					X		X	X	X					
10. Miss Verne Sanderson.....							X	X	X			X		
11. Miss Myra Liddell.....							X	X	X	X				
12. Miss Katherine Rogers.....							X	X	X	X		X	X	
13. Mrs. Sylvia Avondale.....							X	X	X	X		X	X	X
14. Mrs. Nora Fayette.....						X	X	X	X	X	X	X	X	X
15. Mrs. Helen Lloyd.....							X	X	X	X	X	X		
16. Mrs. Dorothy Murchison.....							X	X	X	X				
17. Mrs. Olivia Carleton.....								X	X	X	X			
18. Mrs. Flora Price.....								X		X	X			

V. Batagelj

Analiza omrežij



Večvrstna omrežja in povezana omrežja

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

V **večvrstnem** omrežju $\mathcal{N} = ((\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2, \dots, \mathcal{V}_k), \mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{W})$ je množica vozlišč sestavljena iz več ločenih množic **vrst** vozlišč \mathcal{V}_i , $i \in 1 : k$.

Tako omrežje lahko razstavimo v zbirko **povezanih** enovrstnih

$$\mathcal{N}_j = (\mathcal{V}_j, \mathcal{L}_j, \mathcal{P}_j, \mathcal{W}_j)$$

in dvovrstnih omrežij

$$\mathcal{N}_{i,j} = ((\mathcal{V}_i, \mathcal{V}_j), \mathcal{L}_{i,j}, \mathcal{P}_{i,j}, \mathcal{W}_{i,j}), \quad i < j$$



Omrežja in razpredelnice

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

Kako opisati omrežje \mathcal{N} ? Odgovor je, kot vemo, preprost – podatki moramo množice \mathcal{V} , \mathcal{L} , \mathcal{P} , and \mathcal{W} .

Pogosto lahko to storimo tako, da omrežje \mathcal{N} podamo s tabelama $(\mathcal{V}, \mathcal{P})$ in $(\mathcal{L}, \mathcal{W})$.

Kot primer opišimo omrežje, ki ga določajo naslednja dela:

Generalized blockmodeling, Clustering with relational constraint, Partitioning signed social networks, The Strength of Weak Ties

Imamo več vrst vozlišč: osebe, članke, knjige, zbirke, revije, založnike; in različne odnose (relacije) med njimi: author_of, editor_of, contained_in, cites, published_by.

Tabeli lahko pripravimo in vzdržujemo v razpredelniškem programu (npr. Excel). Shranimo jih lahko v znakovni obliki **CSV** (Comma Separated Values).



bibNodes.csv

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

```
name;mode;country;sex;year;vol;num;fPage;lPage;x;y
"Batagelj, Vladimir";person;SI;m;;;;;809.1;653.7
"Dorean, Patrick";person;US;m;;;;;358.5;679.1
"Ferligoj, Anuška";person;SI;f;;;;;619.5;680.7
"Granovetter, Mark";person;US;m;;;;;145.6;660.5
"Moustaki, Irini";person;UK;f;;;;;783.0;228.0
"Mrvar, Andrej";person;SI;m;;;;;478.0;630.1
"Clustering with relational constraint";paper;;;1982;47;;413;426;684.1;3
"The Strength of Weak Ties";paper;;;1973;78;6;1360;1380;111.3;329.4
"Partitioning signed social networks";paper;;;2009;31;1;1;11;408.0;337.8
"Generalized Blockmodeling";book;;;2005;24;;1;385;533.0;445.9
"Psychometrika";journal;;;;;;;;;741.8;086.1
"Social Networks";journal;;;;;;;;;321.4;236.5
"The American Journal of Sociology";journal;;;;;;;;;111.3;168.9
"Structural Analysis in the Social Sciences";series;;;;;;;;;310.4;082.8
"Cambridge University Press";publisher;UK;;;;;534.3;238.2
"Springer";publisher;US;;;;;884.6;174.0
```

bibNodes.csv

V velikih omrežjih, v izogib praznim celicam, omrežje razcepimo na podomrežja – zbirka omrežij.



bibLinks.csv

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

```
from;relation;to
"Batagelj, Vladimir";authorOf;"Generalized Blockmodeling"
"Doreian, Patrick";authorOf;"Generalized Blockmodeling"
"Ferligoj, Anuška";authorOf;"Generalized Blockmodeling"
"Batagelj, Vladimir";authorOf;"Clustering with relational constraint"
"Ferligoj, Anuška";authorOf;"Clustering with relational constraint"
"Granovetter, Mark";authorOf;"The Strength of Weak Ties"
"Granovetter, Mark";editorOf;"Structural Analysis in the Social Sciences"
"Doreian, Patrick";authorOf;"Partitioning signed social networks"
"Mrvar, Andrej";authorOf;"Partitioning signed social networks"
"Moustaki, Irini";editorOf;"Psychometrika"
"Doreian, Patrick";editorOf;"Social Networks"
"Generalized Blockmodeling";containedIn;"Structural Analysis in the Social Sciences"
"Clustering with relational constraint";containedIn;"Psychometrika"
"The Strength of Weak Ties";containedIn;"The American Journal of Sociology"
"Partitioning signed social networks";containedIn;"Social Networks"
"Partitioning signed social networks";cites;"Generalized Blockmodeling"
"Generalized Blockmodeling";cites;"Clustering with relational constraint"
"Structural Analysis in the Social Sciences";publishedBy;"Cambridge University Press"
"Psychometrika";publishedBy;"Springer"
```

bibLinks.csv



Faktorizacija in opis velikih omrežij

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

V analizi podatkov za varčevanje s pomnilnikom in večjo računsko učinkovitost pogosto zamenjamo vrednosti imenskih (kategoričnih) spremenljivk s (naravno) številskimi kodami. V R-ju temu rečemo *faktorizacija*.

Vse možne vrednosti imenske spremenljivke oštevilčimo (kodna tabela) in nato zamenjamo vrednosti s pripadajočimi indeksi v tabeli.

Ta pristop se uporablja tudi v večini programov za delo z velikimi omrežji. Žal je pogosto kodna tabela pozabljena ali ohranjena kot meta podatki.

Branje Pajkovega omrežja v R ([wiki](#)).



CSV2Pajek.R

Analiza
omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in
R

```
# transforming CSV file to Pajek files
# by Vladimir Batagelj, June 2016
# setwd("C:/Users/batagelj/work/Python/graph/SVG/EUSN")
# colC <- c(rep("character",4),rep("numeric",7)); nas=c("", "NA", "NaN")
colC <- c(rep("character",4),rep("numeric",5)); nas=c("", "NA", "NaN")
nodes <- read.csv2("bibNodes.csv",encoding='UTF-8',colClasses=colC,na.strings=nas)
n <- nrow(nodes); M <- factor(nodes$mode); S <- factor(nodes$sex)
mod <- levels(M); sx <- levels(S); S <- as.numeric(S); S[is.na(S)] <- 0
links <- read.csv2("bibLinks.csv",encoding='UTF-8',colClasses="character")
F <- factor(links$from,levels=nodes$name,ordered=TRUE)
T <- factor(links$to,levels=nodes$name,ordered=TRUE)
R <- factor(links$relation); rel <- levels(R)
net <- file("bib.net","w"); cat('*vertices ',n,'\n',file=net)
clu <- file("bibMode.clu","w"); sex <- file("bibSex.clu","w")
cat('%',file=clu); cat('%',file=sex)
for(i in 1:length(mod)) cat(' ',i,mod[i],file=clu)
cat('\n*vertices ',n,'\n',file=clu)
for(i in 1:length(sx)) cat(' ',i,sx[i],file=sex)
cat('\n*vertices ',n,'\n',file=sex)
for(v in 1:n) {
  cat(v,' ',nodes$name[v],'\n',sep='',file=net);
  cat(M[v],'\n',file=clu); cat(S[v],'\n',file=sex)
}
for(r in 1:length(rel)) cat('*arcs :',r,' ',rel[r],'\n',sep='',file=net)
cat('*arcs\n',file=net)
for(a in 1:nrow(links))
  cat(R[a],': ',F[a],', ',T[a],', 1 1 ',rel[R[a]],'\n',sep='',file=net)
close(net); close(clu); close(sex)
```

CSV2Pajek.R



```
*vertices 16
1 "Batagelj, Vladimir"
2 "Doreian, Patrick"
3 "Ferligoj, Anuška"
4 "Granovetter, Mark"
5 "Moustaki, Irini"
6 "Mrvar, Andrej"
7 "Clustering with relational constraint"
8 "The Strength of Weak Ties"
9 "Partitioning signed social networks"
10 "Generalized Blockmodeling"
11 "Psychometrika"
12 "Social Networks"
13 "The American Journal of Sociology"
14 "Structural Analysis in the Social Sciences"
15 "Cambridge University Press"
16 "Springer"
*arcs :1 "authorOf"
*arcs :2 "cites"
*arcs :3 "containedIn"
*arcs :4 "editorOf"
*arcs :5 "publishedBy"
```

```
*arcs
1: 1 10 1 1 "authorOf"
1: 2 10 1 1 "authorOf"
1: 3 10 1 1 "authorOf"
1: 1 7 1 1 "authorOf"
1: 3 7 1 1 "authorOf"
1: 4 8 1 1 "authorOf"
4: 4 14 1 1 "editorOf"
1: 2 9 1 1 "authorOf"
1: 6 9 1 1 "authorOf"
4: 5 11 1 1 "editorOf"
4: 2 12 1 1 "editorOf"
3: 10 14 1 1 "containedIn"
3: 7 11 1 1 "containedIn"
3: 8 13 1 1 "containedIn"
3: 9 12 1 1 "containedIn"
2: 9 10 1 1 "cites"
2: 10 7 1 1 "cites"
5: 14 15 1 1 "publishedBy"
5: 11 16 1 1 "publishedBy"
```

[bib.net](#), [bibMode.clu](#), [bibSex.clu](#); [bib.paj](#), [bib.ini](#).



Bibliografsko omrežje – slika / Pajek

Analiza omrežij

V. Batagelj

Osnovni pojmi

Pajek

Opisi omrežij

Prikazi omrežij

Vrste omrežij

Pajek, Excel in R

