



UNIVERZA  
V LJUBLJANI

FE

Fakulteta  
za elektrotehniko

# PRIPRAVA NA LABORATORIJSKE VAJE

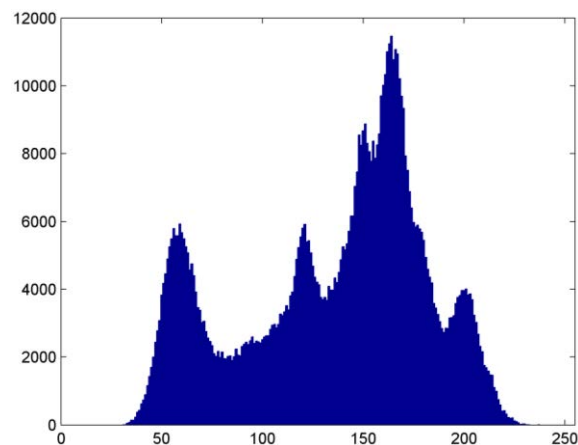
## Vaja 2: Histogram slike

Obdelava slik in videa

prof. dr. Tomaž Vrtovec

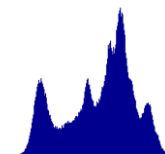


LABORATORIJ ZA SLIKOVNE TEHNOLOGIJE  
LABORATORY OF IMAGING TECHNOLOGIES

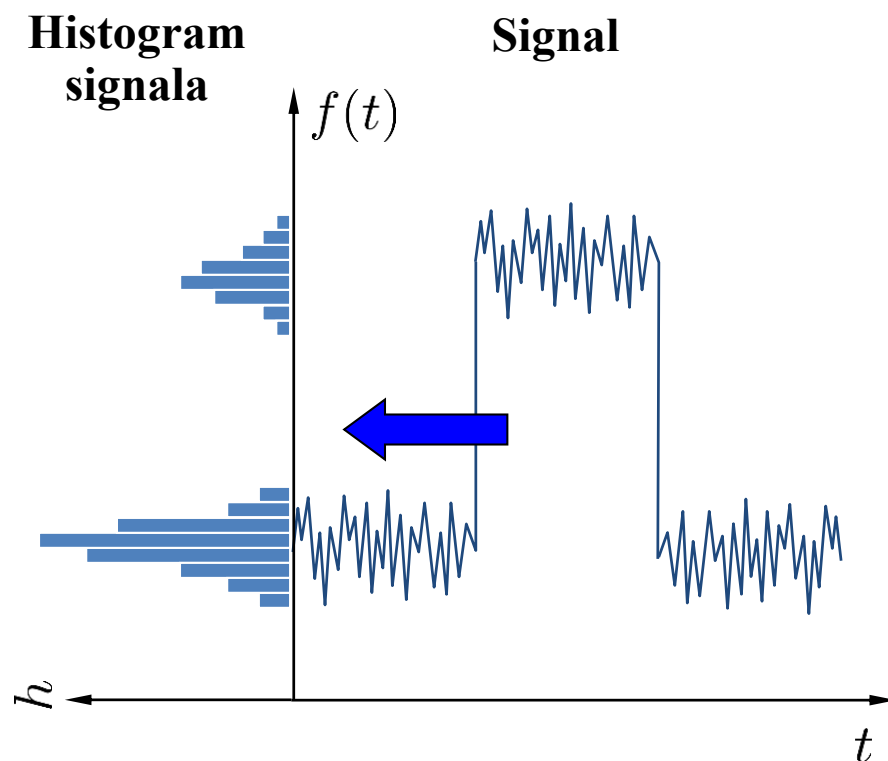


# HISTOGRAM SLIKE

## Kaj je histogram?



**Histogram** je najosnovnejše statistično orodje za grafično prikazovanje frekvenčne porazdelitve vrednosti (meritev, signalov, spektrov, slik in videov).

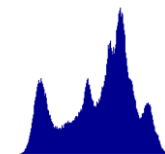


### 7Q orodja:

- diagram vzroka in učinka,
- kontrolna tabela,
- kontrolni diagram,
- *histogram*,
- Paretov diagram,
- diagram razpršenosti,
- stratificirano vzorčenje.

# HISTOGRAM SLIKE

## Kaj je histogram slike?



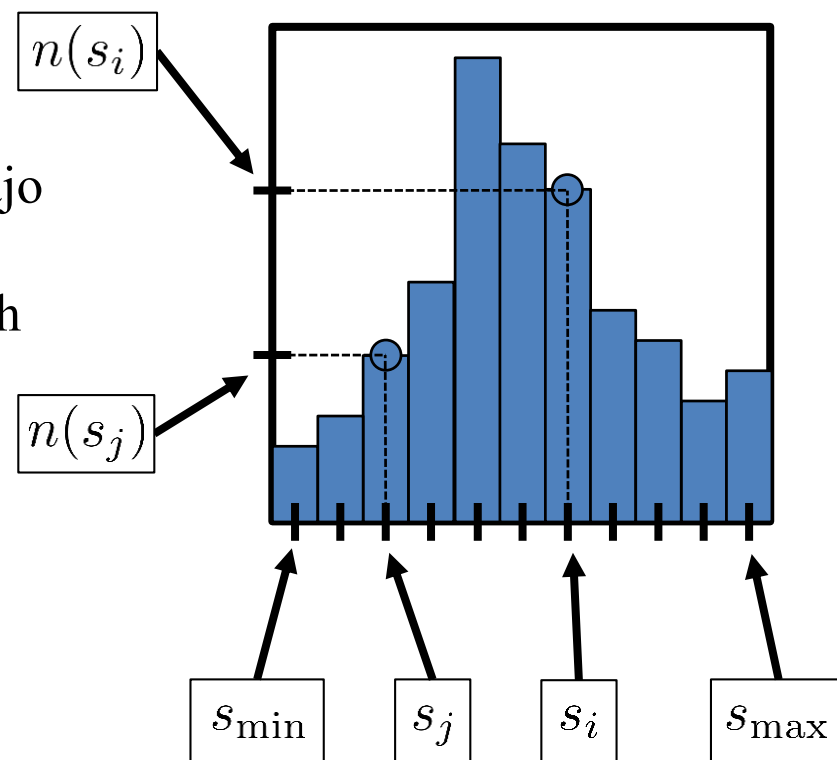
**Histogram slike** je grafično orodje za prikazovanje frekvenčne porazdelitve sivinskih vrednosti slikovnih elementov slike:

- vrednosti na **abscisni osi** predstavljajo sivinske vrednosti slike (oziroma celotno dinamično območje sivinskih vrednosti):

$$s = s_{\min}, \dots, s_i, \dots, s_{\max}$$

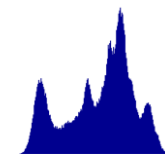
- vrednosti na **ordinatni osi** predstavljajo število slikovnih elementov slike z izbrano sivinsko vrednostjo:

$$h(s_i) = n(s_i) = n(s = s_i)$$



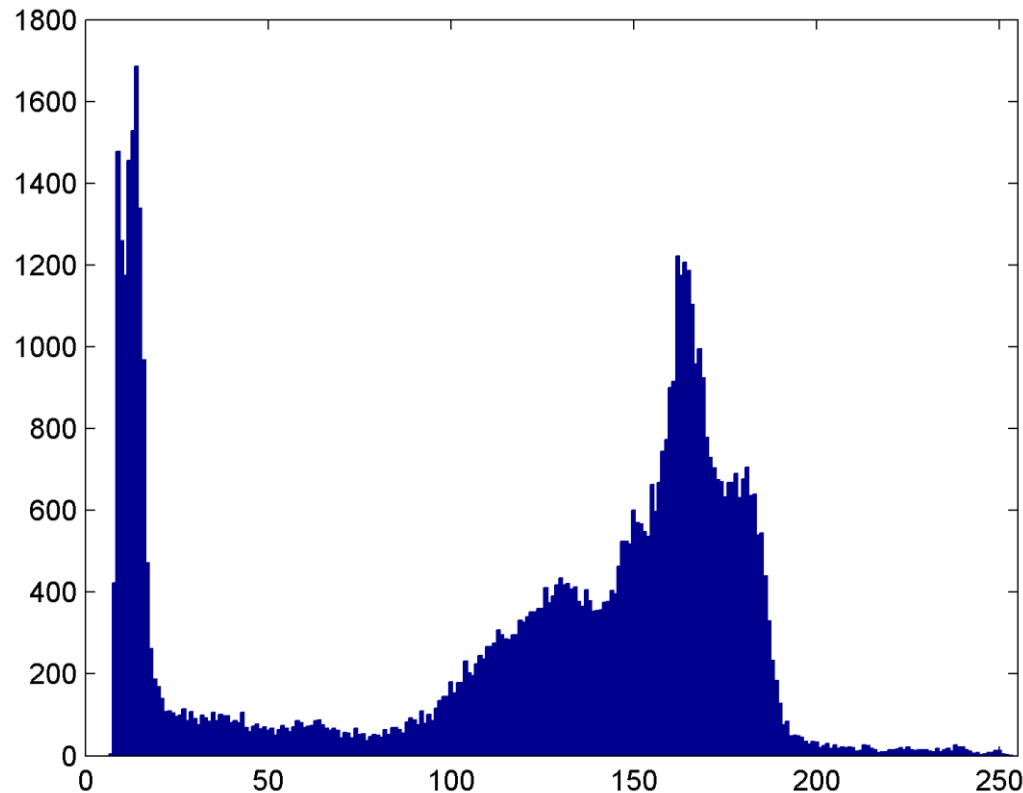
# HISTOGRAM SLIKE

## Histogram sivinske slike



Slika

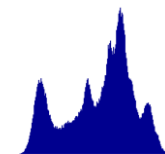
( $256 \times 256 = 65536$  slikovnih elementov)



Histogram slike

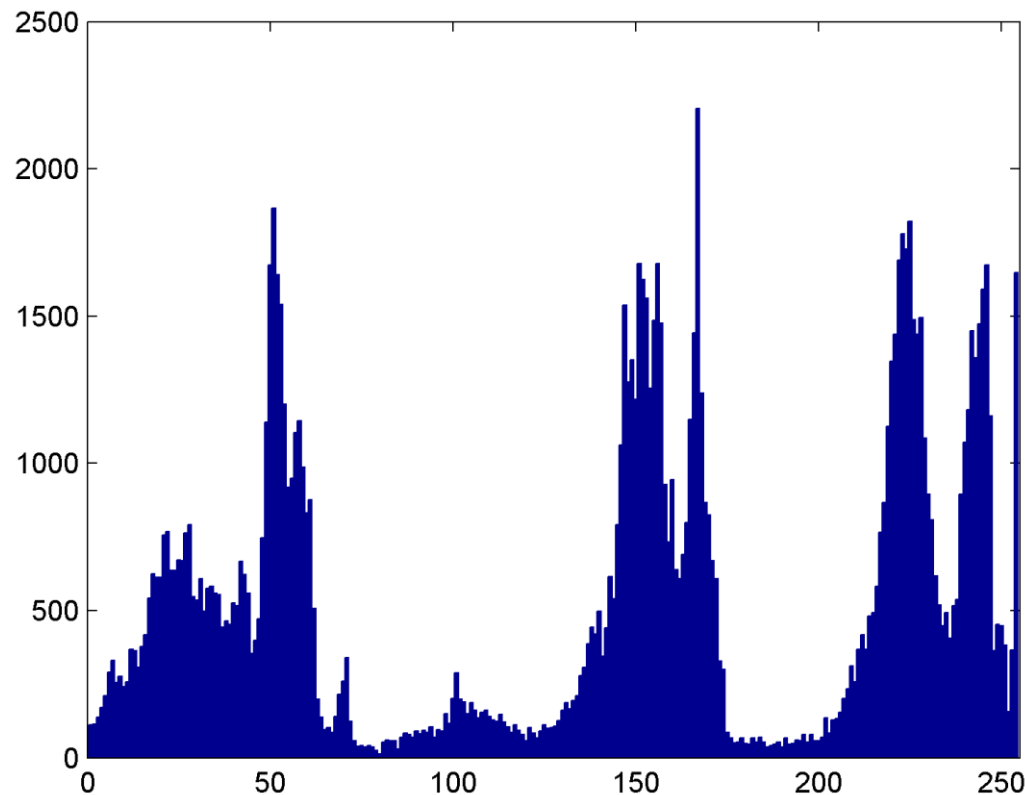
# HISTOGRAM SLIKE

## Histogram sivinske slike



Slika

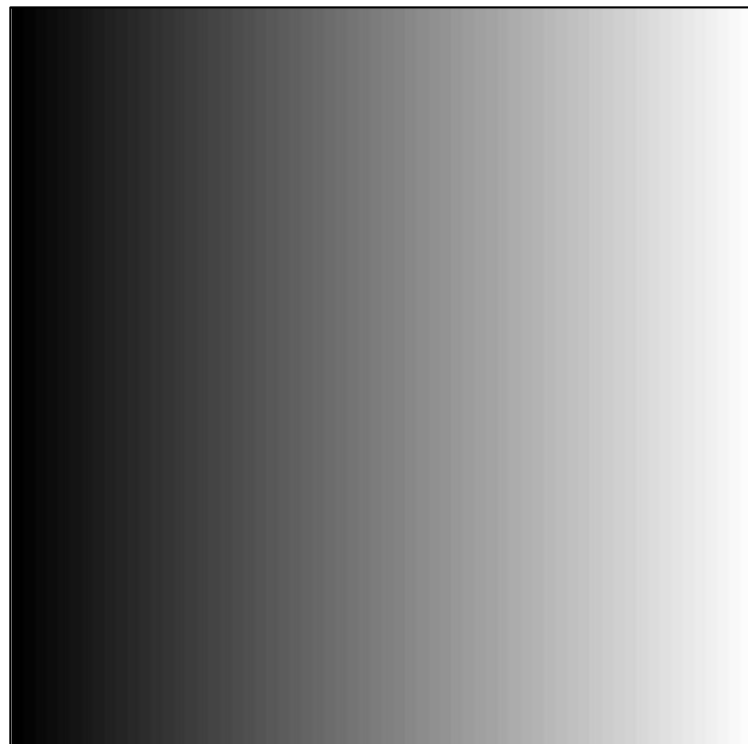
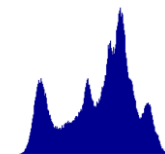
( $256 \times 256 = 65536$  slikovnih elementov)



Histogram slike

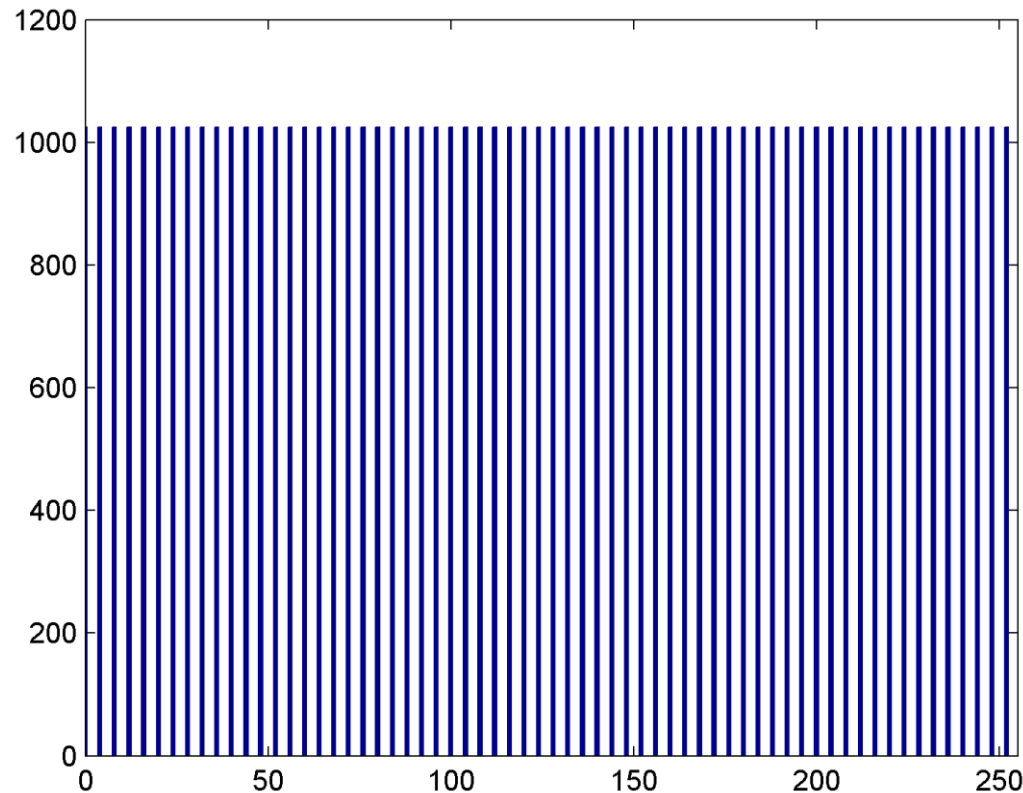
# HISTOGRAM SLIKE

## Histogram sivinske slike



Slika

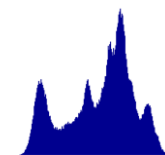
( $256 \times 256 = 65536$  slikovnih elementov)



Histogram slike

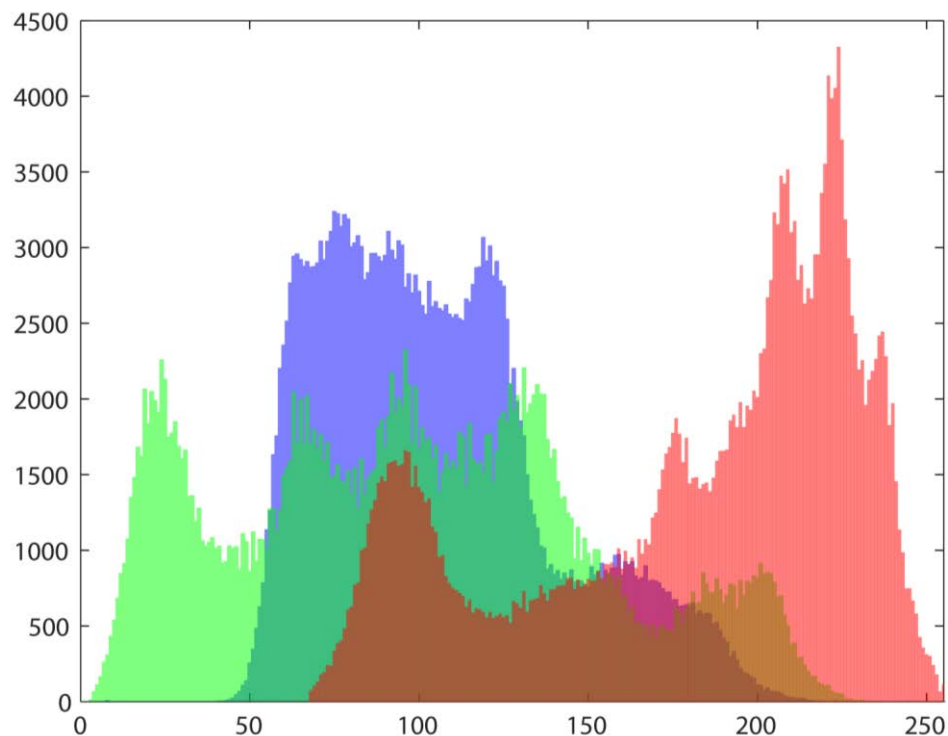
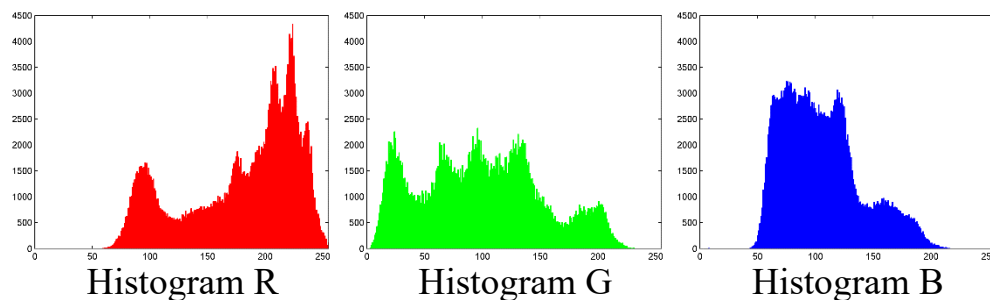
# HISTOGRAM SLIKE

## Histogram barvne slike



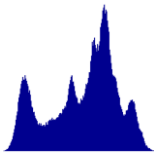
Slika

( $512 \times 512 = 65536$  RGB slikovnih elementov)



# HISTOGRAM SLIKE

## Prednosti in slabosti histograma



**Preglednost statističnih lastnosti** zaradi projekcije vrednosti:

- opazovanje oblike frekvenčne porazdelitve,
- opazovanje srednje vrednosti in razpršenosti (odklona),
- opazovanje območja oz. intervala vrednosti.

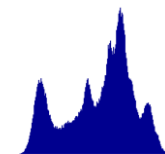
**Izguba informacije** zaradi združevanja diskretnih vrednosti v frekvenčne porazdelitve:

- časovna informacija signalov,
- prostorska informacija slik,
- časovna in prostorska informacija videov.



# HISTOGRAM SLIKE

## Vpliv svetlosti slike na histogram



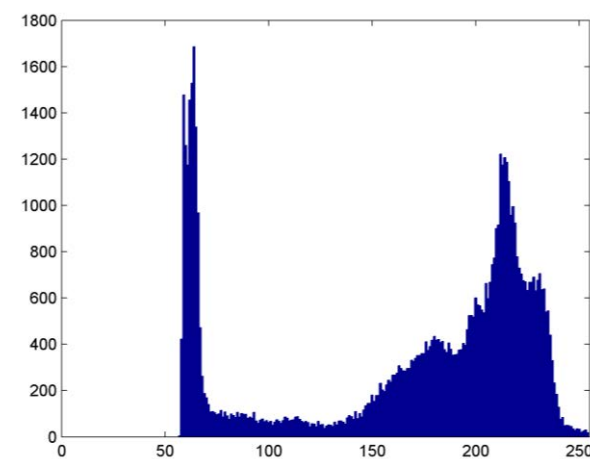
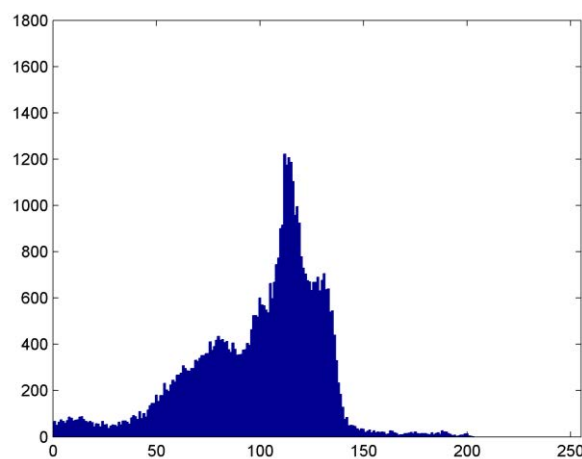
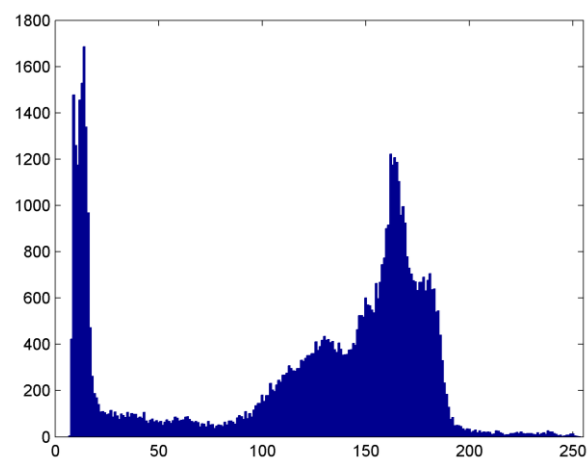
Originalna slika



Svetlost ↓

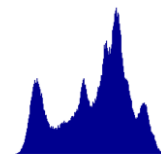


Svetlost ↑



# HISTOGRAM SLIKE

## Vpliv kontrasta slike na histogram



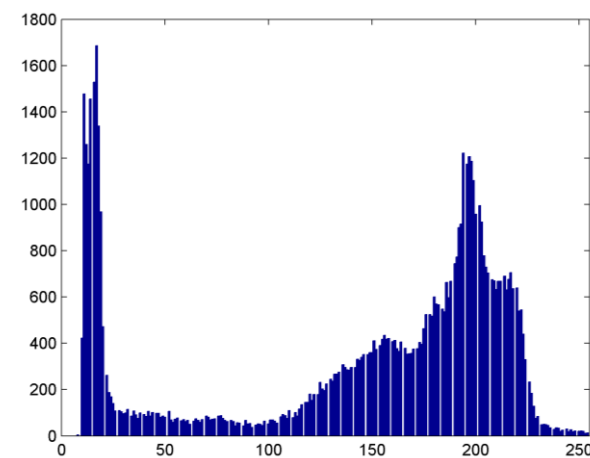
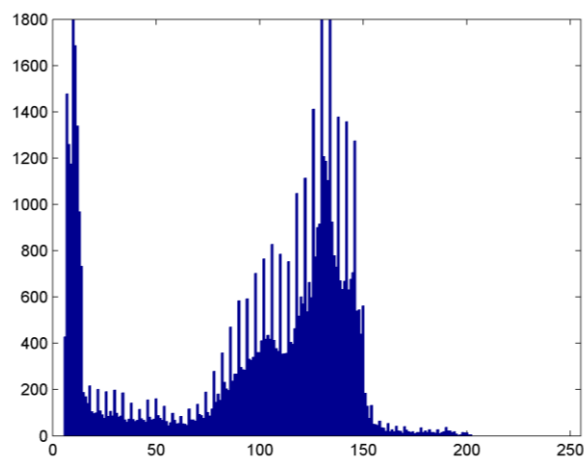
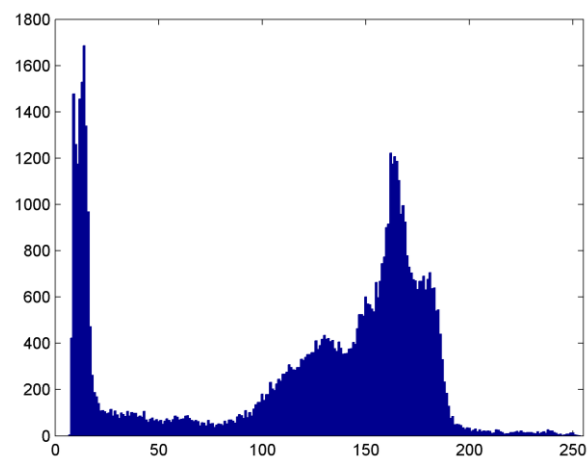
Originalna slika



Kontrast ↓

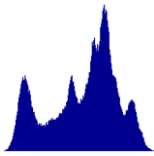


Kontrast ↑



# PREDALČKANJE HISTOGRAMA

## Kaj je predalčkanje histograma?



“Predalčkanje” podatkov (*angl.* data binning) je način združevanja podatkov za namene zmanjševanja učinkov manjših napak pri opazovanju podatkov.

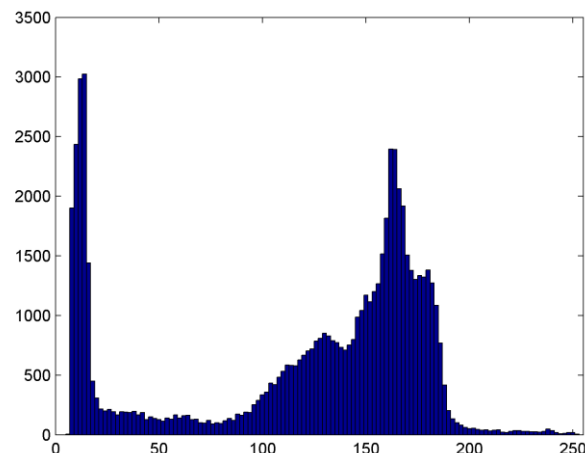
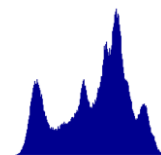
“Predalčkanje” histograma (*angl.* histogram binning) predstavlja torej združevanje informacije histograma za več različnih sivinskih vrednosti.

V primeru slik originalne vrednosti histograma, ki padejo znotraj izbranega intervala sivinskih vrednosti, zamenjamo z vrednostjo, ki predstavlja ta interval (običajno predstavlja sredino intervala).

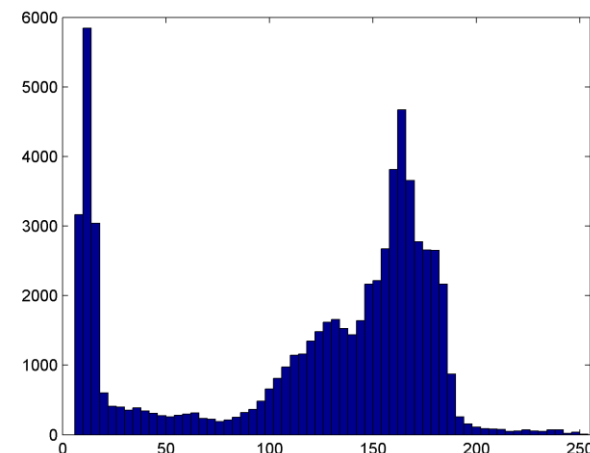


# HISTOGRAM SLIKE

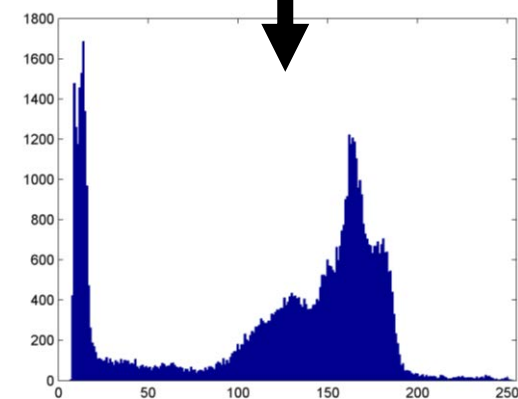
## Predalčkanje histograma



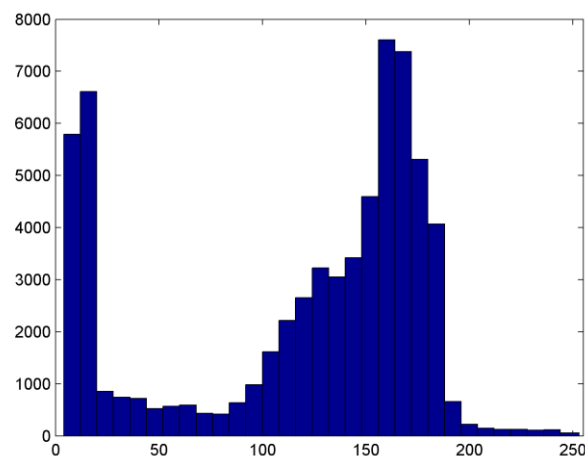
128 predalčkov



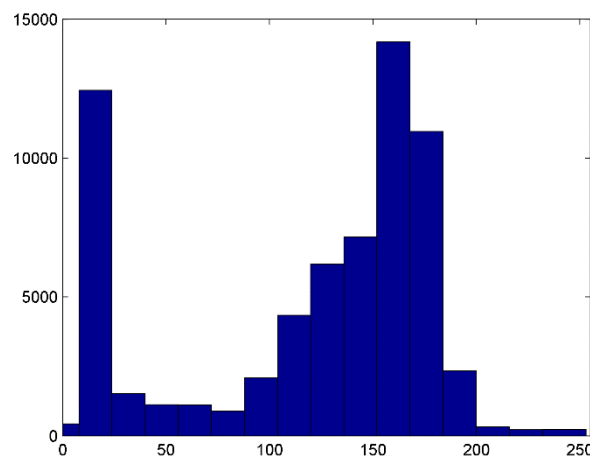
64 predalčkov



Originalni histogram  
(256 predalčkov)



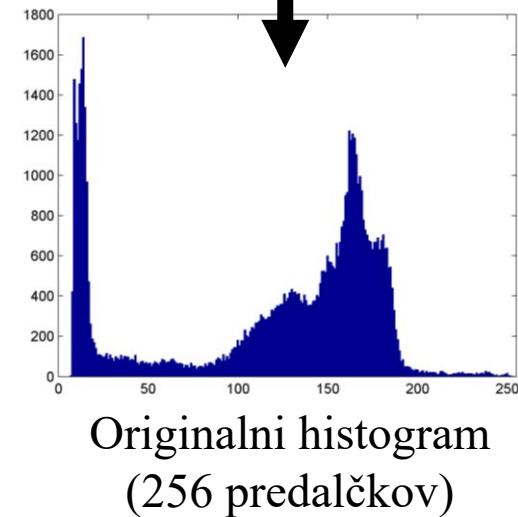
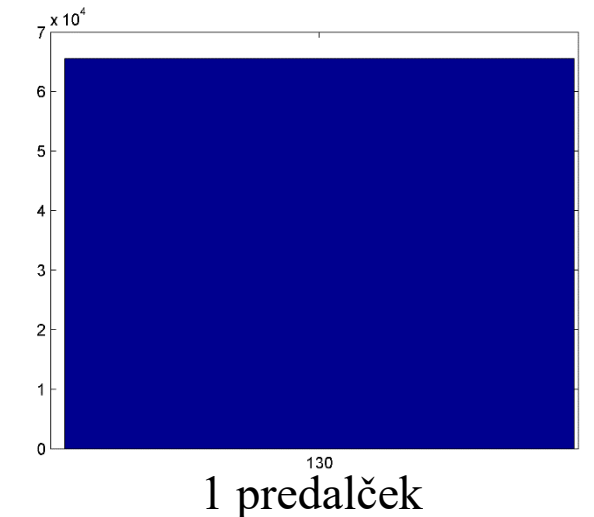
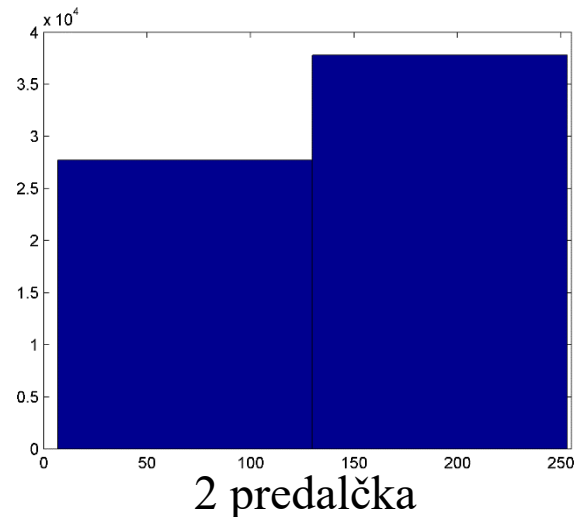
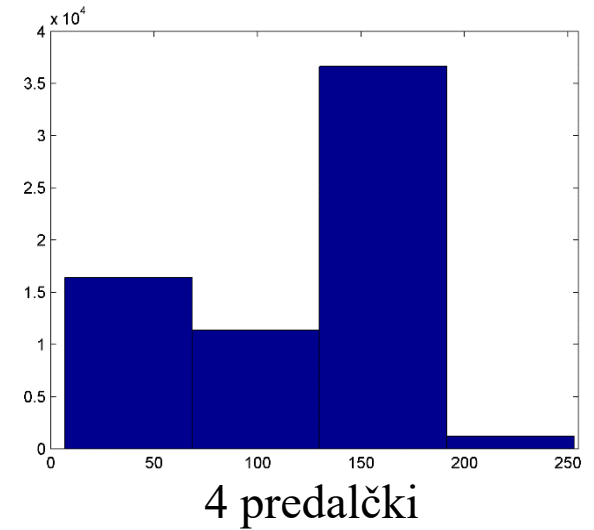
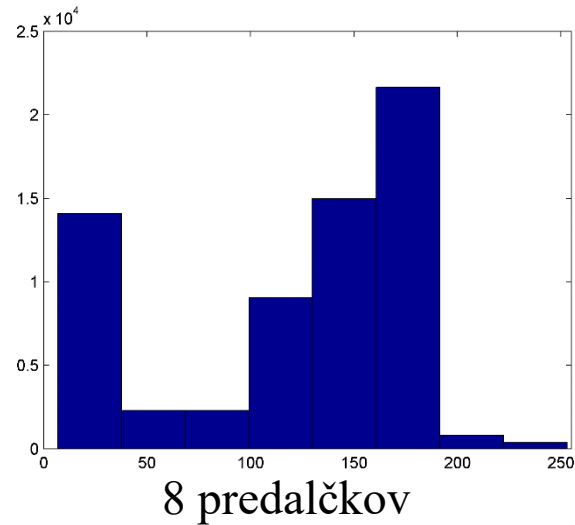
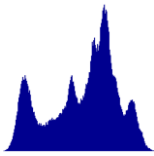
32 predalčkov



16 predalčkov

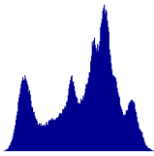
# HISTOGRAM SLIKE

## Predalčkanje histograma



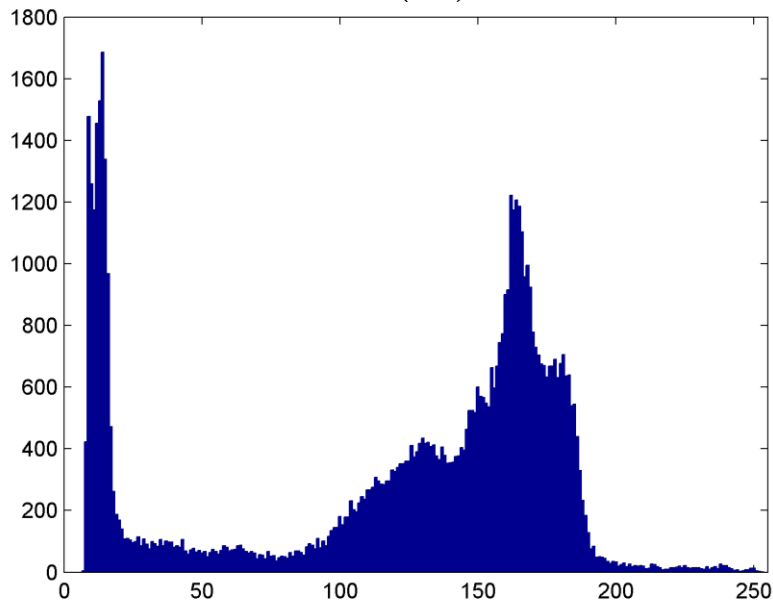
# HISTOGRAM SLIKE

## Normalizirani histogram

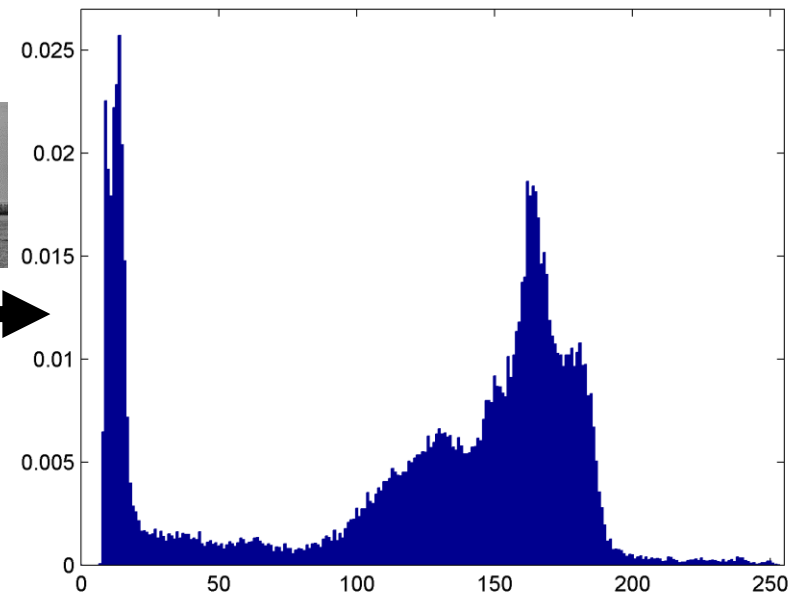


**Normalizirani histogram** je ocena verjetnostne porazdelitve nastopanja sivinskih vrednosti v sliki.

$$p(s_i) = \frac{n(s_i)}{N}$$

 $h(s_i)$ 


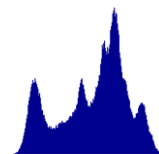
Histogram  $h$



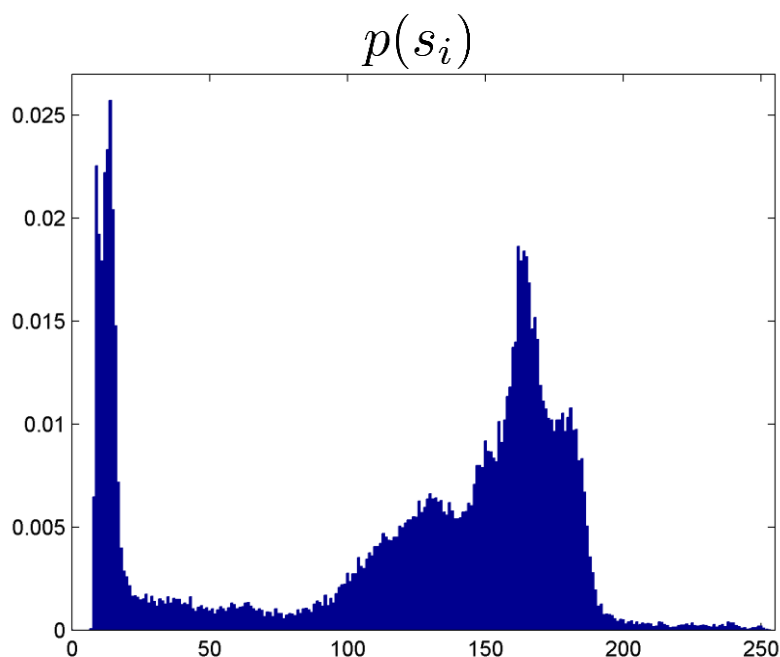
Normalizirani histogram  $p$

# HISTOGRAM SLIKE

## Kumulativni (normalizirani) histogram



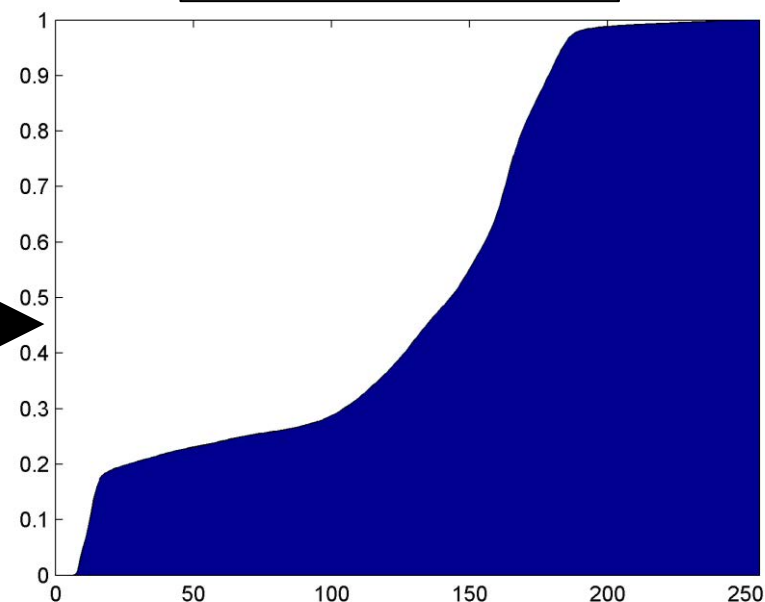
**Funkcija kumulativne porazdelitve** (*angl.* cumulative distribution function) oz. **kumulativni (normalizirani) histogram** predstavlja oceno verjetnosti nastopanja nižjih sivinskih vrednosti v sliki.



Normalizirani histogram  $p$



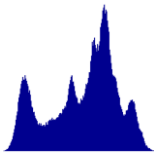
$$CDF(s_i) = \sum_{s_j=s_{\min}}^{s_i} p(s_j)$$



Kumulativni normalizirani histogram

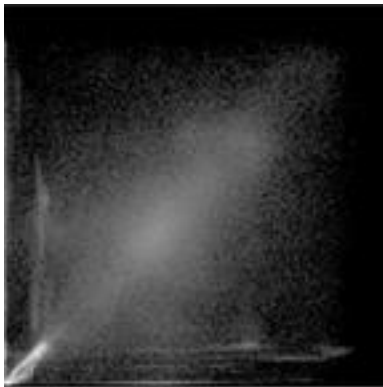
# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

## Kaj je skupni histogram?

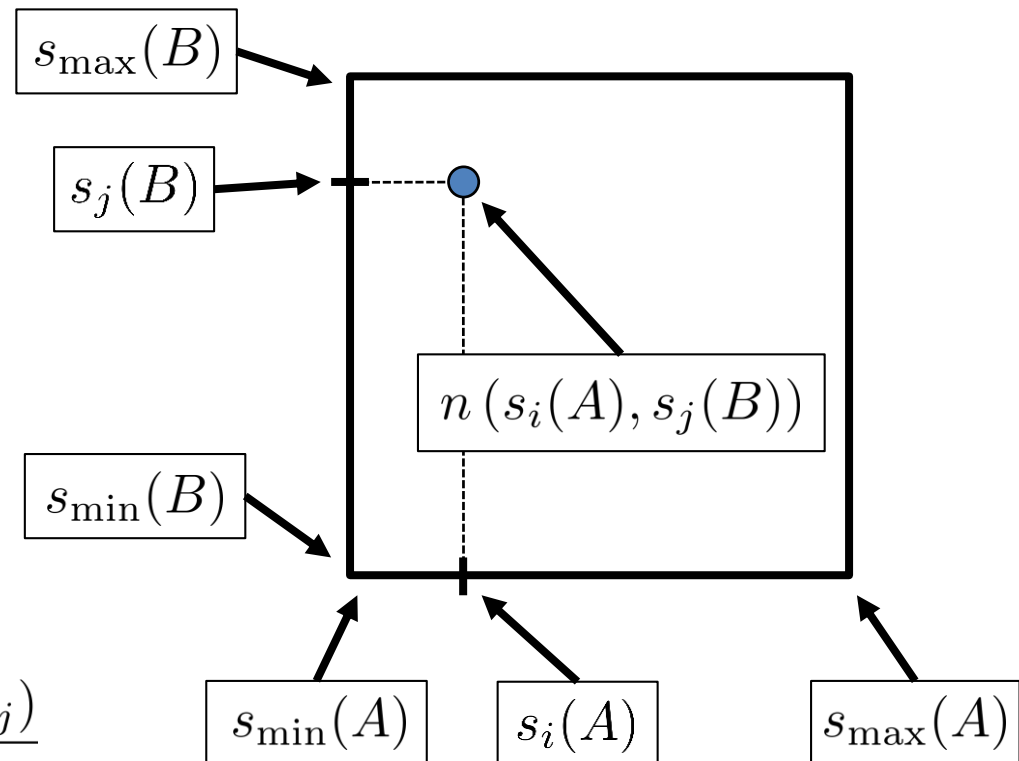


**Skupni histogram** (*angl.* joint histogram) slik  $A$  in  $B$  enakih velikosti podaja število enakoležečih parov sivinskih vrednosti. Na lokaciji  $(s_i, s_j)$  je zapisano število enakoležečih slikovnih elementov s sivinsko vrednostjo  $s_i$  v sliki  $A$  in s sivinsko vrednostjo  $s_j$  v sliki  $B$ .

Skupni histogram predstavimo kot sliko:



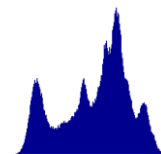
$$h(s_i, s_j) \rightarrow p(s_i, s_j) = \frac{h(s_i, s_j)}{N}$$



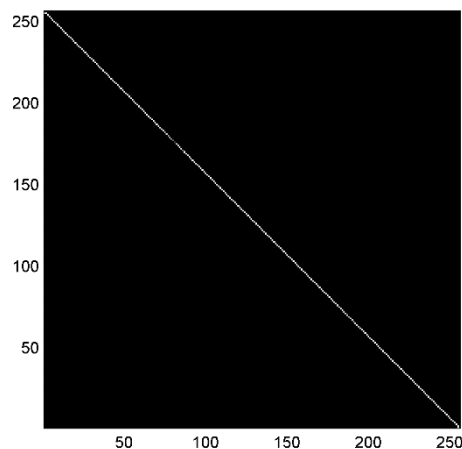
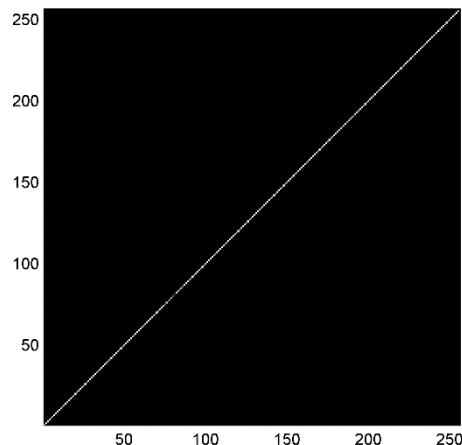
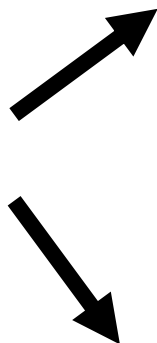


# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

## Skupni histogram



A: Originalna slika



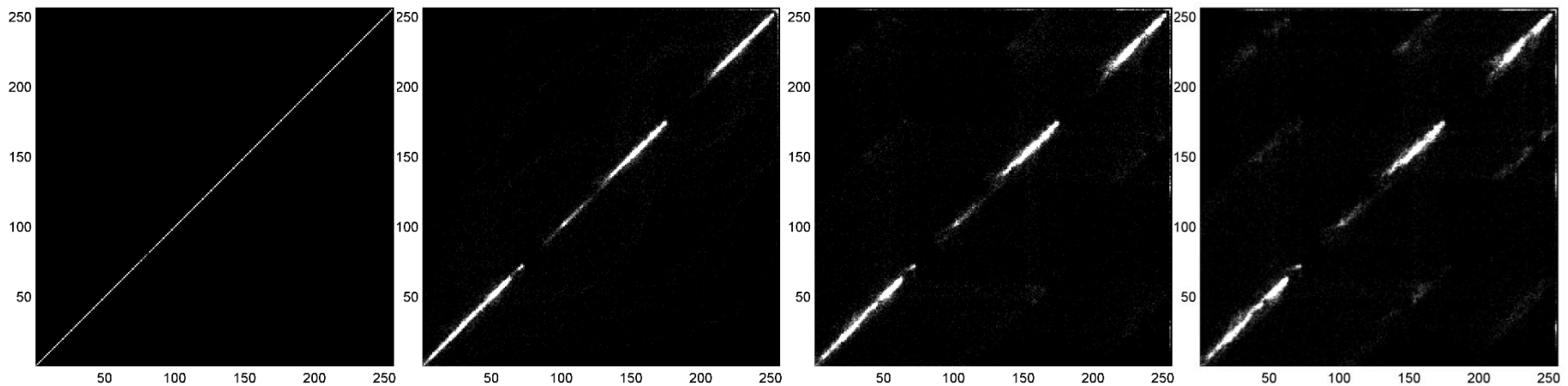
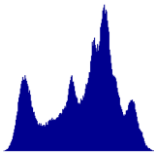
B: Originalna slika



B: Inverzna slika

# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

## Spremembe v skupnem histogramu



*A/B*: Originalna slika

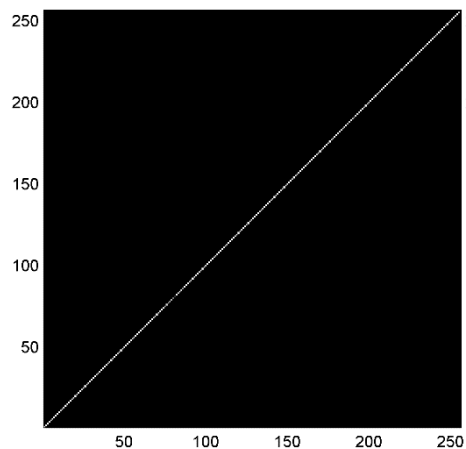
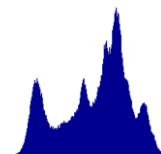
*B*: Translacija +1 px

*B*: Translacija +3 px

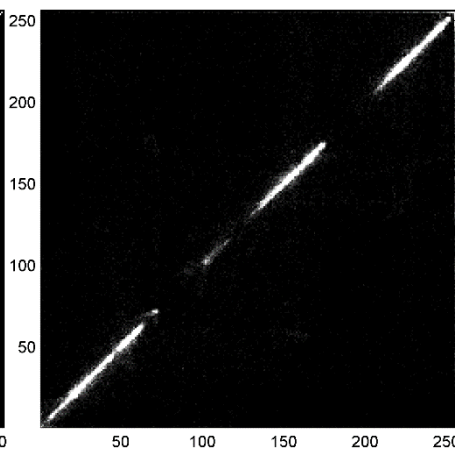
*B*: Translacija +5 px

# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

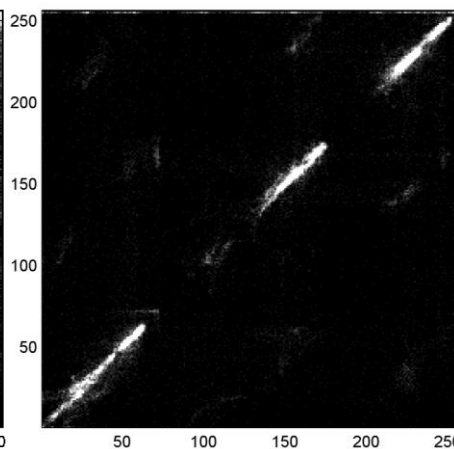
## Spremembe v skupnem histogramu



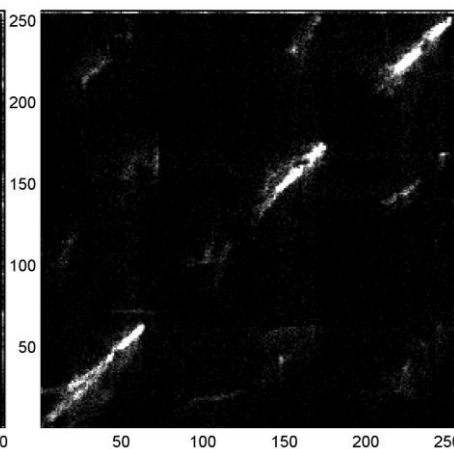
A/B: Originalna slika



B: Rotacija +1°



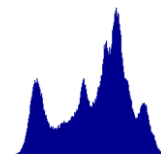
B: Rotacija +3°



B: Rotacija +5°

# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

## Entropija



(Shannonova) entropija<sup>1</sup> je mera za nenapovedljivost vsebovane informacije. Količinsko podaja pričakovano vrednost informacije naključne spremenljivke  $X$  oz. negotovost izida z njo povezanega poskusa.

$$H(X) = \mathbb{E}(I(x_i)) = \sum_{i=1}^n p(x_i) I(x_i) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_b p(x_i)$$

Definicija:

$$0 \cdot \log 0 = 0$$



$$p_0 = P(X = \text{glava})$$

$$p_0 = \frac{1}{2}$$



$$p_1 = P(X = \text{cifra})$$

$$p_1 = \frac{1}{2}$$

$$H(X) = - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} = \frac{\log_2 2 + \log_2 2}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \text{ bit}$$

Merske enote:

$\log_2 \dots$  bit

$\log_{256} \dots$  byte

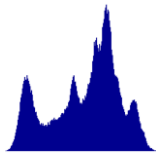
$\log_e, \ln \dots$  nat

$\log_{10} \dots$  hartley

<sup>1</sup> Claude E. Shannon: *A Mathematical Theory of Communication*. Bell System Technical Journal, 27(3):379–423, 1948.

# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

## Entropija in skupna entropija slik



**Entropija slike** je mera za količino informacije, ki jo vsebuje slika  $A$  (oz. slika  $B$ ):

$$H(A) = - \sum_{s_A = s_{A,\min}}^{s_{A,\max}} p(s_A) \log_2 p(s_A)$$

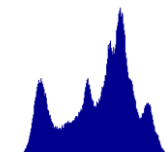
$$H(B) = \dots$$

**Skupna entropija slik** je mera za količino informacije, ki jo vsebuje več slik (običajno dve, torej  $A$  in  $B$ ):

$$H(A, B) = - \sum_{s_A = s_{A,\min}}^{s_{A,\max}} \sum_{s_B = s_{B,\min}}^{s_{B,\max}} p(s_A, s_B) \log_2 p(s_A, s_B)$$

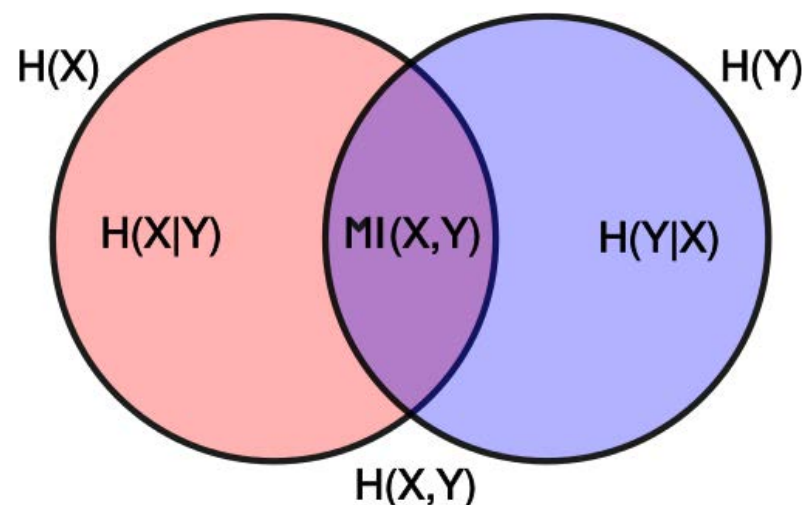
# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

## Medsebojna informacija



**Medsebojna informacija** je mera za medsebojno odvisnost med dvema slikama oz. spremenljivkama:

- v splošnem določa količino informacije o eni naključni spremenljivki, ki jo dobimo na podlagi opazovanja druge naključne spremenljivke,
- obstaja več različic, npr. **normalizirana medsebojna informacija**.

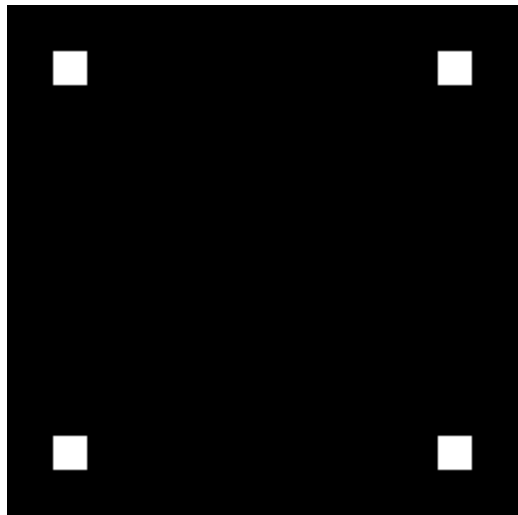
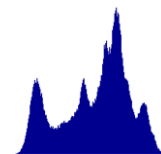


$$MI(A, B) = H(A) + H(B) - H(A, B)$$

$$NMI(A, B) = \frac{H(A) + H(B)}{H(A, B)}$$

# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

## Spremembe v skupnem histogramu



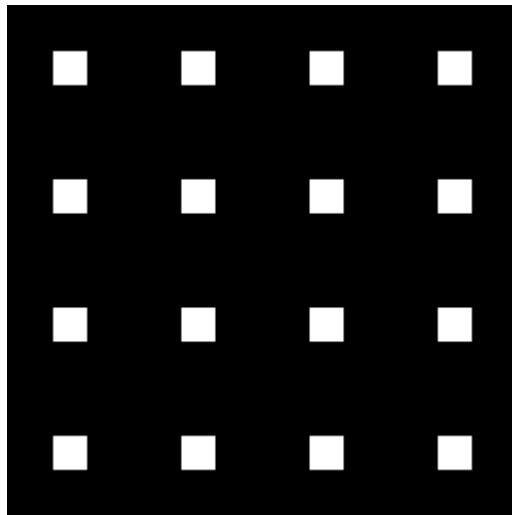
$$H(A) = 0,128 \text{ bit}$$

$$H(B) = 0,128 \text{ bit}$$

$$H(A, B) = 0,128 \text{ bit}$$

$$MI(A, B) = 0,128 \text{ bit}$$

$$NMI(A, B) = 2 \text{ bit}$$

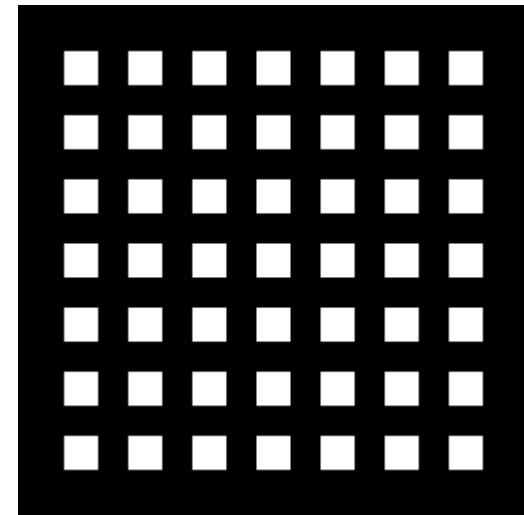


$$H(B) = 0,368 \text{ bit}$$

$$H(A, B) = 0,425 \text{ bit}$$

$$MI(A, B) = 0,071 \text{ bit}$$

$$NMI(A, B) = 1,166 \text{ bit}$$



$$H(B) = 0,753 \text{ bit}$$

$$H(A, B) = 0,841 \text{ bit}$$

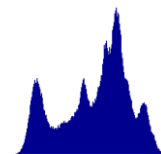
$$MI(A, B) = 0,040 \text{ bit}$$

$$NMI(A, B) = 1,047 \text{ bit}$$



# SKUPNI HISTOGRAM SLIK

## Spremembe v skupnem histogramu



$$H(A) = 5,788 \text{ bit}$$

$$H(B) = 5,788 \text{ bit}$$

$$H(A, B) = 5,788 \text{ bit}$$

$$MI(A, B) = 5,788 \text{ bit}$$

$$NMI(A, B) = 2,000 \text{ bit}$$

$$H(B) = 5,788 \text{ bit}$$

$$H(A, B) = 5,788 \text{ bit}$$

$$MI(A, B) = 5,788 \text{ bit}$$

$$NMI(A, B) = 2,000 \text{ bit}$$

$$H(B) = 5,816 \text{ bit}$$

$$H(A, B) = 9,161 \text{ bit}$$

$$MI(A, B) = 2,443 \text{ bit}$$

$$NMI(A, B) = 1,267 \text{ bit}$$

$$H(B) = 5,788 \text{ bit}$$

$$H(A, B) = 8,714 \text{ bit}$$

$$MI(A, B) = 2,862 \text{ bit}$$

$$NMI(A, B) = 1,328 \text{ bit}$$

*A/B*: Originalna slika

*B*: Inverzna slika

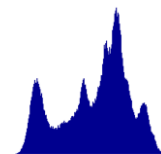
*B*: Rotacija +5°

*B*: Translacija +5 px



# LABORATORIJSKE VAJE

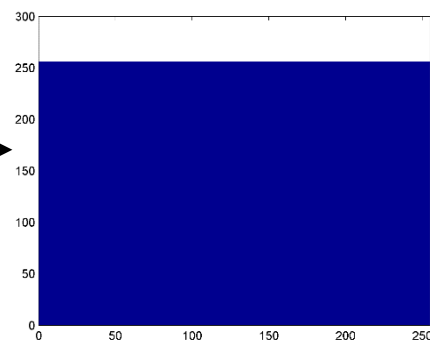
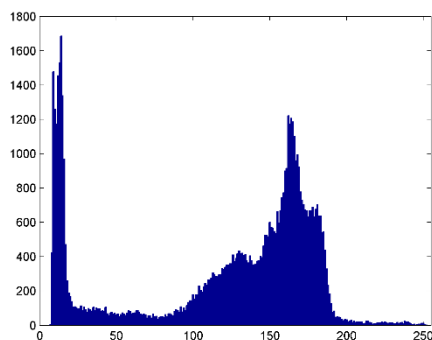
## Izravnavna histograma



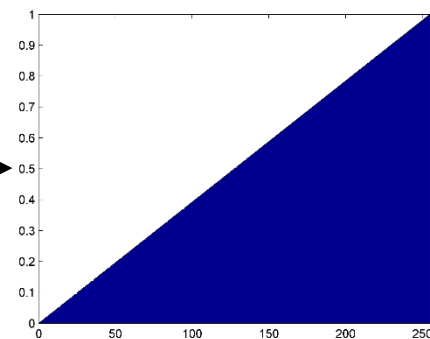
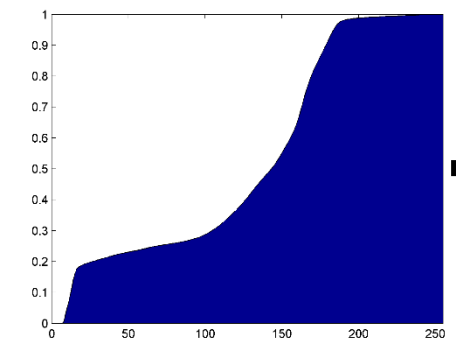
**Izravnavna histograma** (*angl.* histogram equalization) je tehnika za izboljšavo kontrasta slike z uporabo njenega histograma. Sivinske vrednosti so posledično razpršene čez celotno dinamično območje, entropija slike pa postane maksimalna.



Originalna  
slika



Slika z  
izravnanim  
histogramom



Idealno, vendar neizvedljivo!

# LABORATORIJSKE VAJE

## Izravnavna histograma

### Postopek izravnavne histograma:

1. Izračun histograma:  $h(s_i)$

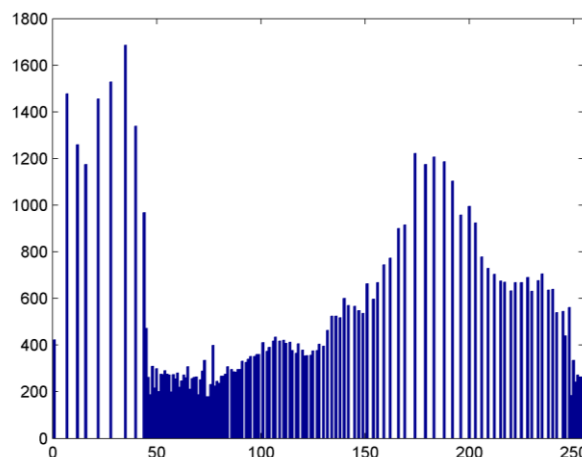
2. Izračun kumulativnega histograma:  $CDF(s_i)$

3. Izračun preslikave sivinskih vrednosti:  $T(s_i) = \lfloor CDF(s_i) \cdot s_{\max} \rfloor$

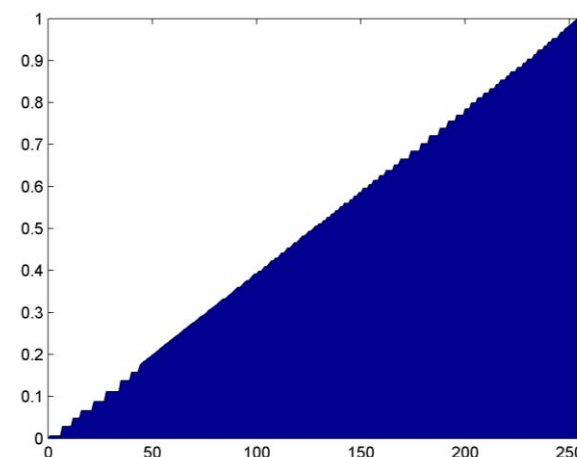
4. Določanje novih sivinskih vrednosti:  $s_i \rightarrow T(s_i)$



Slika z izravnanim  
histogramom



Izravnani histogram



Izravnani kumulativni histogram