



UNIVERZA
V LJUBLJANI

FE

Fakulteta
za elektrotehniko

PRIPRAVA NA LABORATORIJSKE VAJE

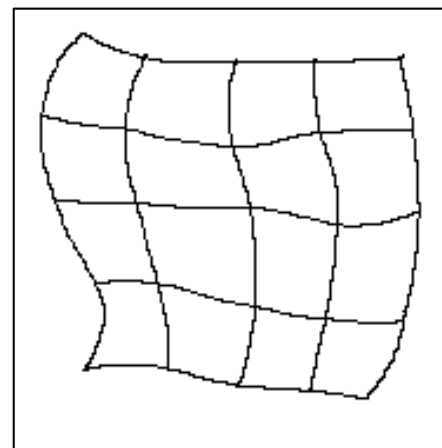
Vaja 6: Geometrijske preslikave slik

Obdelava slik in videa

prof. dr. Tomaž Vrtovec

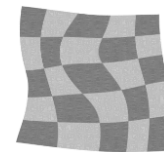


LABORATORIJ ZA SLIKOVNE TEHNOLOGIJE
LABORATORY OF IMAGING TECHNOLOGIES



GEOMETRIJSKE PRESLIKAVE SLIK

Pregled



S pomočjo **geometrijskih preslikav** spremenimo položaja oz. lokacije vseh slikovnih elementov na sliki brez spremembe njihovih slikovnih (sivinskih) vrednosti.

- **linearne** geometrijske preslikave
- **nelinearne** geometrijske preslikave

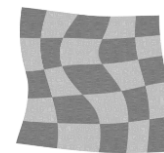
$$(u, v) = T(x, y)$$

Diagram illustrating the geometric transformation equation $(u, v) = T(x, y)$:

- (u, v) : položaj slikovnih elementov v izhodni (preslikani) sliki
- T : geometrijska preslikava
- (x, y) : položaj slikovnih elementov v vhodni (originalni) sliki

GEOMETRIJSKE PRESLIKAVE SLIK

Linearne preslikave

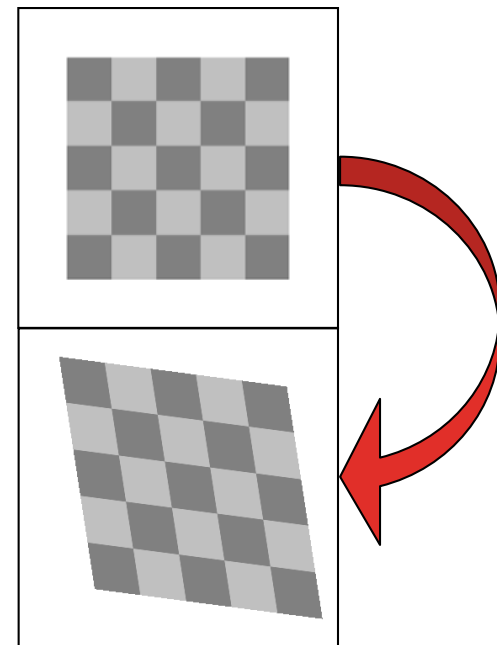


Splošna **afina preslikava** je linearna preslikava, sestavljena iz štirih elementarnih linearnih preslikav (skaliranje, translacija, rotacija, strig):

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

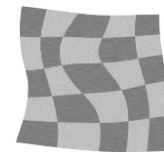
V matrični obliki zapisa je potrebno uporabiti t. i. **homogene koordinate**, ki omogočajo:

$$\begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_N \\ v_1 & v_2 & \dots & v_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_N \\ y_1 & y_2 & \dots & y_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$



GEOMETRIJSKE PRESLIKAVE SLIK

Linearne preslikave (2)



Skaliranje oz. povečava:

$$\mathbf{T}_{\text{skal}} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Translacija oz. premik:

$$\mathbf{T}_{\text{trans}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotacija oz. vrtenje:

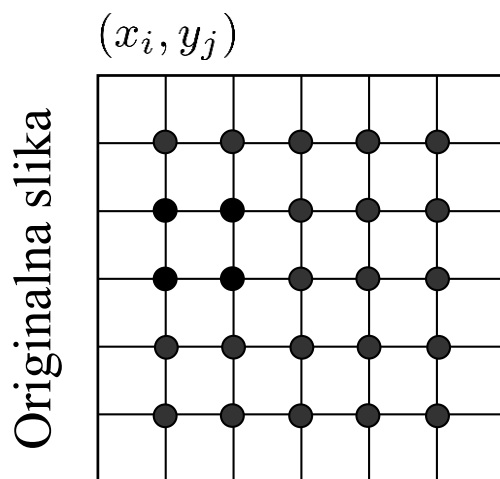
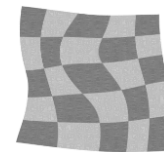
$$\mathbf{T}_{\text{rot}} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Strig oz. zateg:

$$\mathbf{T}_{\text{strig}} = \begin{bmatrix} 1 & g_{xy} & 0 \\ g_{yx} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

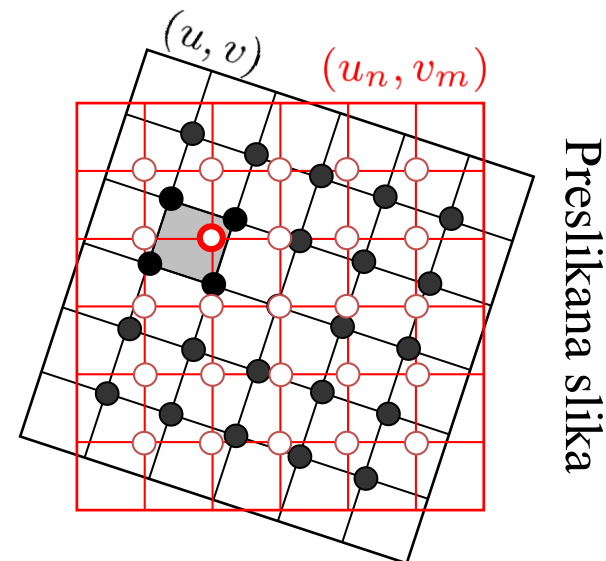
GEOMETRIJSKE PRESLIKAVE SLIK

Interpolacija pri geometrijskih preslikavah

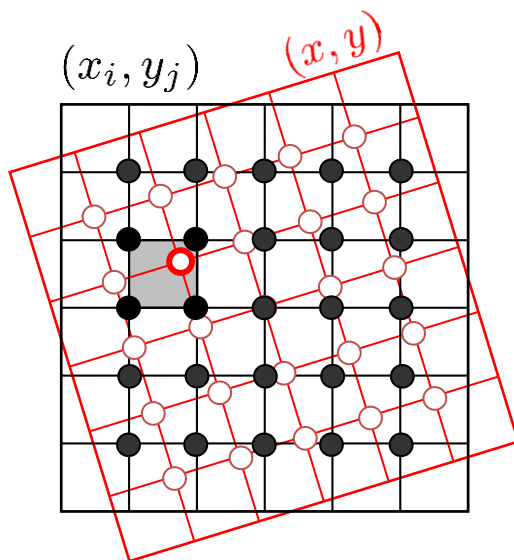


Neposredna
preslikava

$T(x_i, y_j) = (u, v)$

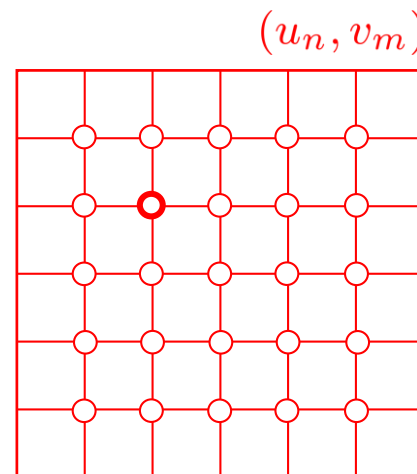


● znane vrednosti
○ iskane vrednosti



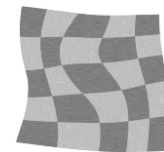
Inverzna
preslikava

$(x, y) = T^{-1}(u_n, v_m)$



GEOMETRIJSKE PRESLIKAVE SLIK

Nelinearne preslikave



Preslikava z **radialnimi funkcijami**:

$$u = a_0 + a_1x + a_2y + \sum_{k=1}^K \alpha_k U_k(x, y)$$

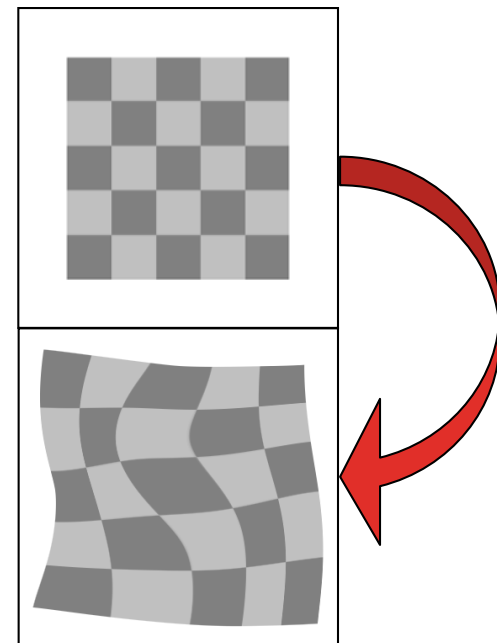
$$v = b_0 + b_1x + b_2y + \sum_{k=1}^K \beta_k U_k(x, y)$$



različica brez afixne preslikave

$$u = \sum_{k=1}^K \alpha_k U_k(x, y) = \sum_{k=1}^K \alpha_k U(\|(x, y) - (x_k, y_k)\|)$$

$$v = \sum_{k=1}^K \beta_k U_k(x, y) = \sum_{k=1}^K \beta_k U(\|(x, y) - (x_k, y_k)\|)$$



Radialna funkcija: $U_k(x, y) = U(r)$

$$r = \|(x, y) - (x_k, y_k)\|$$

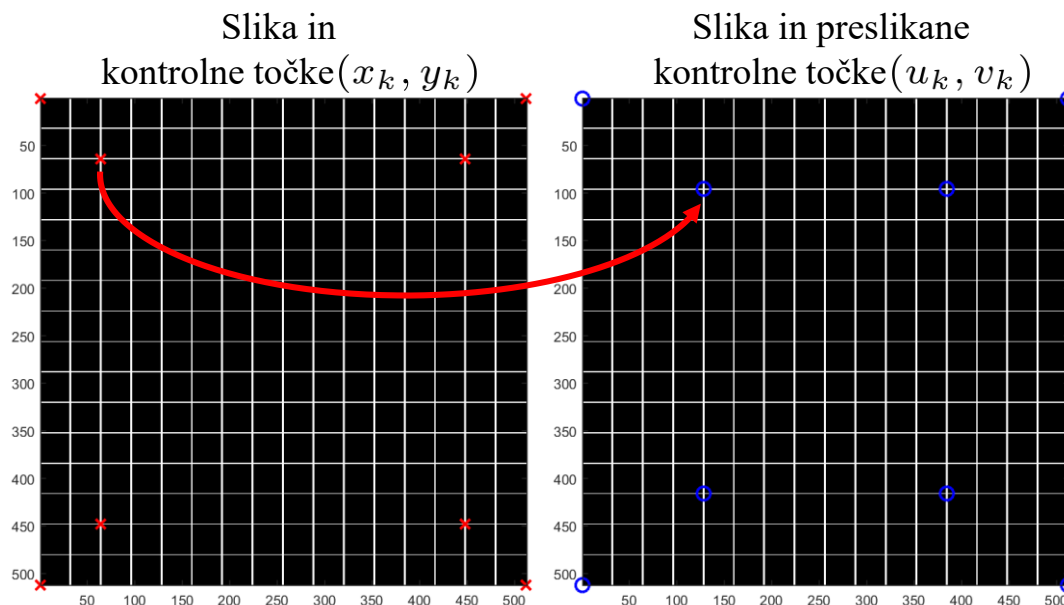
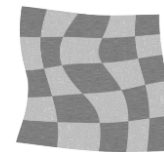
$$r = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}$$

$$U(r) = -r^2 \ln r$$

$$U(r) = e^{-(\epsilon r)^2}$$

GEOMETRIJSKE PRESLIKAVE SLIK

Nelinearne preslikave (2)

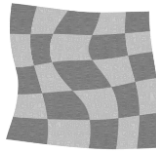


Za vsako od K parov kontrolnih točk $(x_k, y_k) \leftrightarrow (u_k, v_k)$ napišemo enačbi:

$$\begin{aligned}
 u_i &= \sum_{k=1}^K \alpha_k U(\|(x_i, y_i) - (x_k, y_k)\|) \\
 v_i &= \sum_{k=1}^K \beta_k U(\|(x_i, y_i) - (x_k, y_k)\|) \\
 (i &= 1, 2, \dots, K)
 \end{aligned}
 \Rightarrow \begin{matrix} \alpha_k, \beta_k \\ (k = 1, 2, \dots, K) \end{matrix} \Rightarrow \begin{aligned}
 u &= \sum_{k=1}^K \alpha_k U(\|(x, y) - (x_k, y_k)\|) \\
 v &= \sum_{k=1}^K \beta_k U(\|(x, y) - (x_k, y_k)\|)
 \end{aligned}$$

LABORATORIJSKE VAJE

Geometrijske preslikave slik



Implementacija funkcij za geometrijske preslikave slik v 2D:

- **Linearne geometrijske preslikave v 2D:**
 - določanje parametrov splošne afine preslikave
 - izvedba splošne afine preslikave
(z inverzno preslikavo v prostor slike)
- **Nelinearne geometrijske preslikave v 2D:**
 - določanje parametrov preslikave z radialnimi funkcijami na podlagi pripadajočih parov kontrolnih točk
 - izvedba preslikave z radialnimi funkcijami
(različica brez afine preslikave, neposredna preslikava v prostor slike)